

Qual alternativa descreve as ondas sonoras no ar?

1 – Elas são longitudinais.

2 – A força restauradora é fornecida pela pressão do ar.

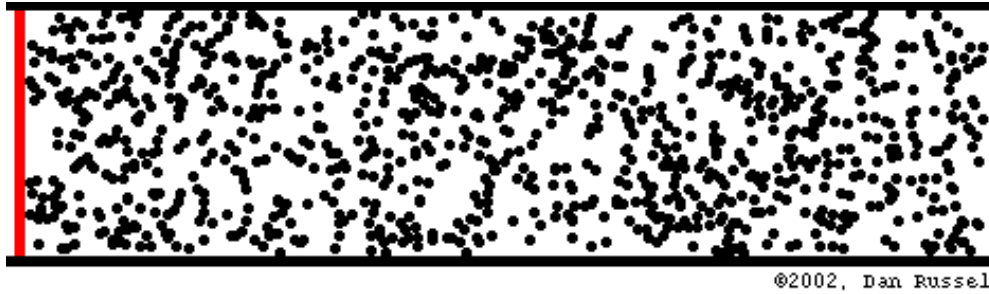
3 – A densidade das moléculas do ar oscila no espaço.

4 – 1 e 2.

5 – 1 e 3.

6 – 1, 2 e 3.

Ondas Sonoras



Posição de uma lâmina de moléculas

→ deslocamento u

$$x \rightarrow x + u(x, t)$$

Pressão local

→ variação de pressão p

$$P \rightarrow P_0 + p(x, t)$$

Densidade local

→ variação de densidade δ

$$\rho \rightarrow \rho_0 + \delta(x, t)$$

Densidade X Pressão

Olhando para as perturbações no valor médio de pressão e densidade

$$\frac{p}{\delta} = \frac{\Delta P}{\Delta \rho} \approx \frac{\partial P}{\partial \rho}$$

Densidade X Volume

Densidade

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Massa
Volume

Varição
infinitesimal
de densidade

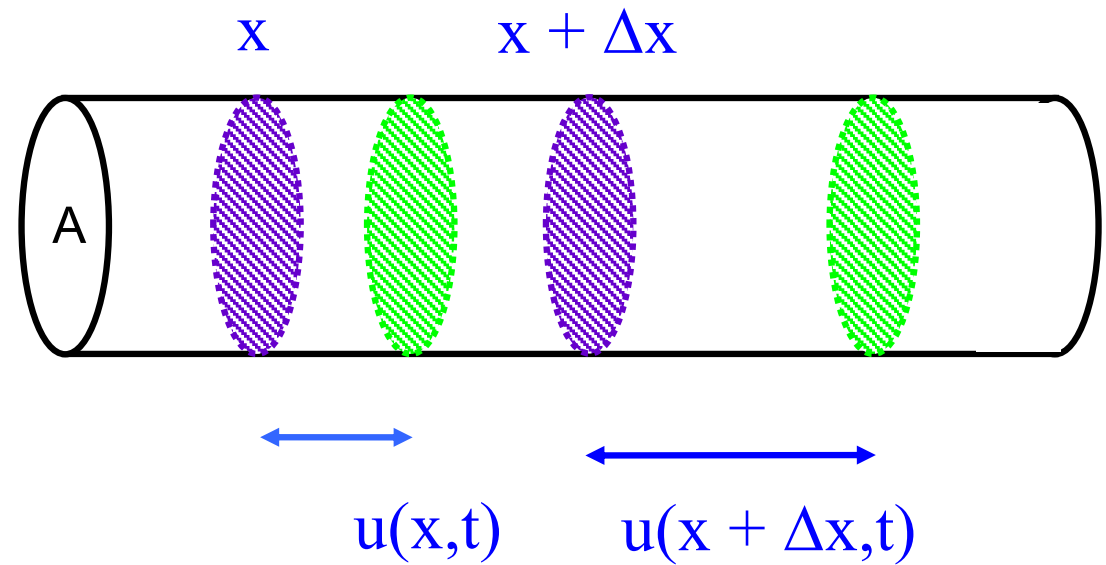
$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial V} dV$$

Varição
infinitesimal
de Volume

$$d\rho = -\frac{M}{V^2} dV = -\frac{\rho}{V} dV$$

Deslocamento X Volume

$$V = A[(x + \Delta x) - x] \\ = A\Delta x$$

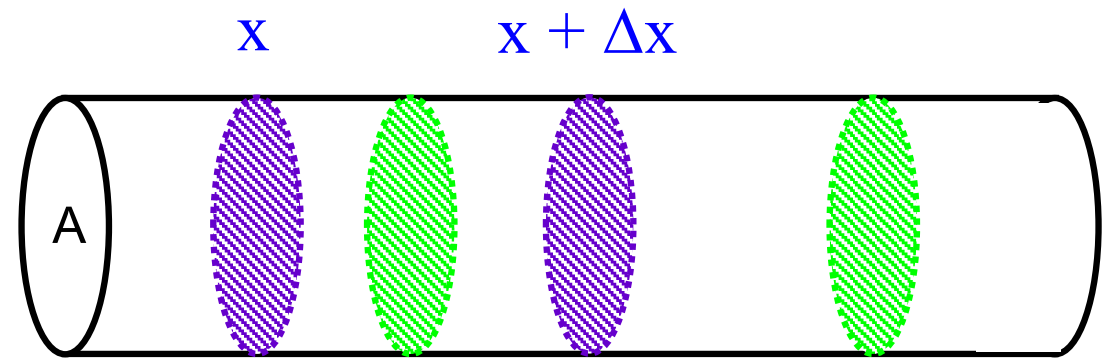


$$V' = A\{[(x + \Delta x) + u(x + \Delta x, t)] - [x + u(x, t)]\}$$

$$V' = A[\Delta x + u(x + \Delta x, t) - u(x, t)]$$

$$V' = V + \Delta V = V + V \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x}$$

Deslocamento X Volume



$$\Delta V = (A\Delta x) \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x}$$

$$\begin{array}{c} \longleftrightarrow \\ u(x, t) \end{array} \quad \begin{array}{c} \longleftrightarrow \\ u(x + \Delta x, t) \end{array}$$

$$dV = A dx \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

$$d\rho = -\frac{\rho}{V} dV$$

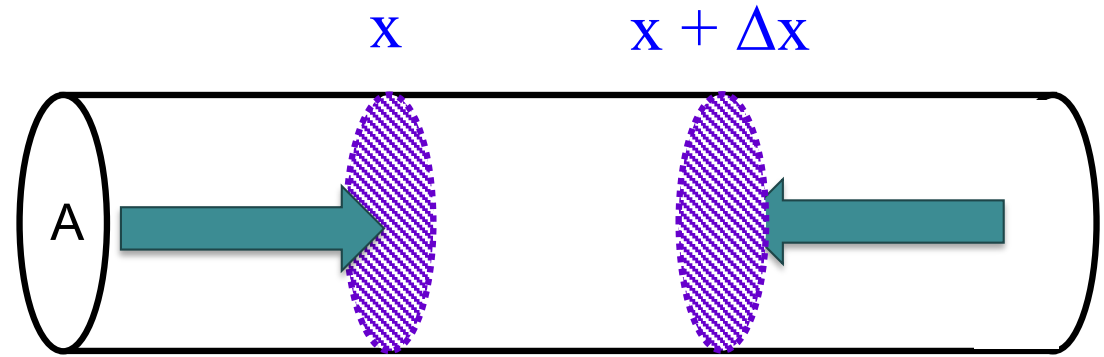
$$d\rho = -\rho \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

Pressão X Deslocamento

$$F_1 = AP(x, t)$$

$$F_2 = -AP(x + \Delta x, t)$$

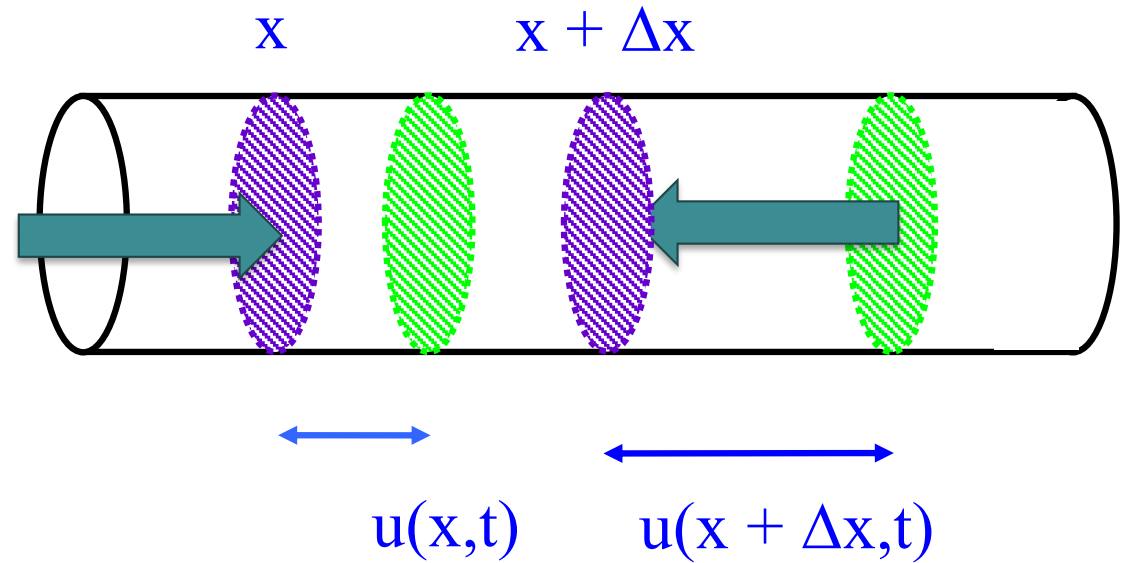


$$\begin{aligned}\Delta F &= F_1 + F_2 \\ &= -A[P(x + \Delta x, t) - P(x, t)] \\ &= -A\Delta x \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x, t)}{\Delta x} \\ &= -\Delta V \frac{\partial P(x, t)}{\partial x}\end{aligned}$$

Pressão X Deslocamento

$$\Delta F = \Delta m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$$

$$\Delta F = -\Delta V \frac{\partial P(x, t)}{\partial x}$$



$$\rho_0 A \Delta x \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -A \Delta x \frac{\partial P(x, t)}{\partial x}$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial p(x, t)}{\partial x}$$

Juntando as peças

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial p(x, t)}{\partial x}$$

$$p = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \delta$$

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \delta \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$v^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

Juntando as peças

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$v^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial u}{\partial x} = v^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$p = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \delta$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

Descobrimos o valor da velocidade do som

Depende do meio

Para um gás, se usamos a relação dos gases ideais:

$$PV = nRT \qquad \rho = \frac{M_g n}{V} = \frac{P \cdot M_g}{RT}$$

Se a temperatura for constante:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = \frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0}$$

Por outro lado, se considerarmos um processo adiabático:

trabalho feito, mas sem troca de calor!

$$P = b\rho^\gamma$$
$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S = b\gamma\rho^{\gamma-1} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$$
$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Velocidade do Som

Velocidade da onda em uma corda

$$v^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

força/
área

massa/
volume

$$v^2 = \frac{T}{\mu}$$

força

massa/
comprimento

Isotérmico (Newton, Principia, 1687)

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = \frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0}$$

$$v = 280 \text{ m/s}$$

Adiabático (Laplace, 1816)

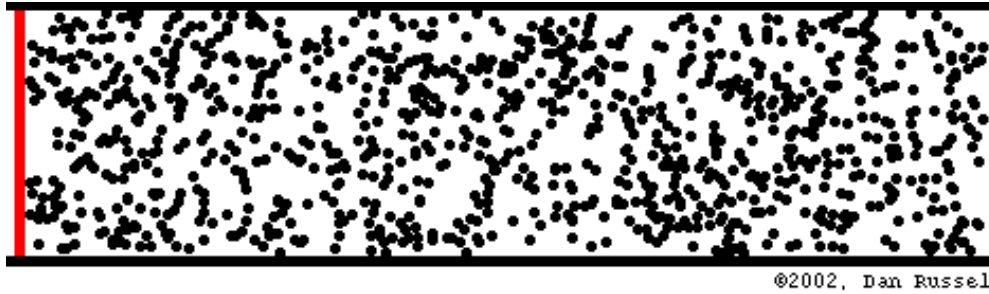
$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S = b\gamma\rho^{\gamma-1} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$$

$$v = 332 \text{ m/s}$$

Água: $v = 1.480 \text{ m/s}$

Sólido: $v \sim 3 \text{ km/s}$

Ondas Sonoras



Posição de uma lâmina de moléculas

→ deslocamento u

$$x \rightarrow x + u(x, t)$$

Pressão local

→ variação de pressão p

$$P \rightarrow P_0 + p(x, t)$$

Densidade local

→ variação de densidade δ

$$\rho \rightarrow \rho_0 + \delta(x, t)$$

Equações de onda

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

$$p = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \delta$$

$$v^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

Intensidade da onda: caso harmônico

$$u(x, t) = U \cos(kx - \omega t + \varphi) \quad p(x, t) = P \operatorname{sen}(kx - \omega t + \varphi)$$

$$P = \rho_0 v^2 k U$$

Intensidade da onda: caso harmônico

$$u(x, t) = U \cos(kx - \omega t + \varphi) \quad p(x, t) = P \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$P = \rho_0 v^2 k U$$

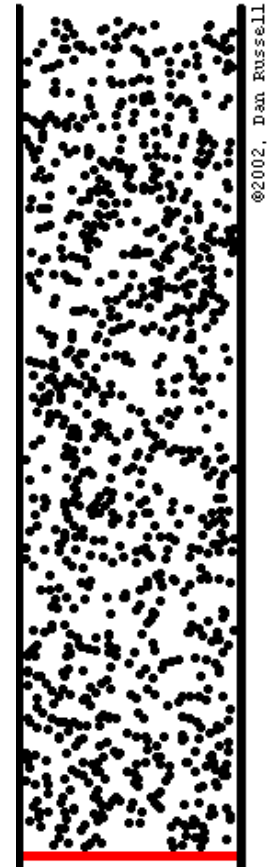
Intensidade: energia média fornecida por unidade de tempo (corda)

Som: Energia depende da área \rightarrow energia média/ (tempo \times área)
Grandeza local!

$$\text{Força} \rightarrow F(x, t) = p(x, t) \cdot A = PA \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\begin{aligned} \text{Potência} \rightarrow F(x, t) \cdot v(x, t) &= p(x, t) \cdot A \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \\ &= \omega A P U \sin^2(kx - \omega t + \varphi) \end{aligned}$$

$$\text{Intensidade} \rightarrow I = \frac{F(x, t) \cdot v(x, t)}{A} = \frac{\omega P U}{2}$$



Intensidade da onda: caso harmônico

$$\boxed{\text{Intensidade} \rightarrow I = \frac{\omega P U}{2} = \frac{\rho v \omega^2 U^2}{2} = \frac{P^2}{2\rho v}} \quad P = \rho_0 v^2 k U$$

Llimite audível: $I_0 \sim 10^{-12} \text{ W/m}^2$ @ 1 kHz $\rightarrow P \sim 3 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$ (1 atm $\sim 10^5 \text{ N/m}^2$)

$$U \sim 10^{-11} \text{ m} = 0,1 \text{ Angstrom}$$

Llimite de dano: $I \sim 1 \text{ W/m}^2 = 10^{12} I_0 \rightarrow P \sim 30 \text{ N/m}^2$ ($\sim 10^{-4}$ atm)

$$U \sim 10^{-5} \text{ m} = 10 \text{ microns}$$

Escala logarítmica

$$\alpha = 10 \log_{10}(I/I_0)$$

Unidades: dB

Limiar de audibilidade	0 db
Murmúrio	20 db
Música suave	40 db
Conversa comum	65 db
Rua barulhenta	90 db
Avião próximo	100 db
Limiar de sensação dolorosa	120 db

Você está em repouso em uma plataforma de uma estação de trem. Um trem se aproxima da plataforma apitando. Enquanto o trem passa por você, o tom do apito

1 – aumenta.

2 – diminui.

3 – continua o mesmo.

4 – depende da amplitude do som.