

Delineamentos com esquema fatorial de tratamentos

Prof. Idemauro Antonio Rodrigues de Lara

LCE / ESALQ-USP

Esquema fatorial

- Quando há mais de um fator de interesse no experimento, utilizam-se os esquemas fatoriais de tratamentos.
- Cada subdivisão de um fator é chamado de nível do fator.
- O número de tratamentos é dado pelo produto do número de níveis dos fatores.
- Podem ser instalados em qualquer delineamento: DIC, DBC, DQL
- Diz-se que foi feito um **delineamento no esquema fatorial de tratamentos** (experimento fatorial).

Exemplo 1

Considere um experimento para se comparar 4 variedades de hortaliças e 3 formas de plantio. Considere que não há restrições na casualização e que serão feitas 2 repetições.

V3P2	V2P3	V2P2	V4P2	V3P1	V1P2
V4P3	V1P1	V2P1	V4P1	V1P3	V3P3
V4P2	V3P1	V3P3	V2P1	V1P1	V4P1
V4P3	V1P3	V2P2	V1P2	V3P2	V2P3

Croqui do DIC com esquema fatorial 4 x 3.

Fatoriais dos tipos b^n

- A base (b) refere-se ao número de níveis e o expoente (n) ao número de fatores
- Exemplo: Suponha um experimento em que se considerem os nutrientes: N, P e K, cada qual com dois níveis, então:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

Então, dizemos que temos um fatorial 2^3 .

Esquema Fatorial

- Exemplo 2
 - Fator 1: dois níveis de irrigação: 0 e 1 (I_0 e I_1)
 - Fator 2: dois níveis de calagem: 0 e 1 (C_0 e C_1)
 - Total de tratamentos: $2 \times 2 = 2^2 = 4$



Esquema Fatorial

- Supondo 3 replicações no delineamento completamente casualizado

C_0 x I_0	C_0 x I_1	C_1 x I_0	C_1 x I_0
C_1 x I_1	C_0 x I_0	C_0 x I_0	C_1 x I_1
C_0 x I_1	C_1 x I_0	C_0 x I_1	C_1 x I_1

Esquema Fatorial

- Supondo 3 replicações no delineamento casualizado em blocos

Bloco I

$C_0 \times I_0$	$C_0 \times I_1$	$C_1 \times I_0$	$C_1 \times I_1$
------------------	------------------	------------------	------------------

Bloco II

$C_1 \times I_1$	$C_0 \times I_0$	$C_0 \times I_1$	$C_1 \times I_0$
------------------	------------------	------------------	------------------

Bloco III

$C_0 \times I_1$	$C_1 \times I_0$	$C_0 \times I_0$	$C_1 \times I_1$
------------------	------------------	------------------	------------------

Esquema Fatorial

- Supondo 4 replicações no delineamento em quadrado latino

	Columa I	Columa II	Columa III	Columa IV
Linha I	$C_1 \times I_0$	$C_1 \times I_1$	$C_0 \times I_1$	$C_0 \times I_0$
Linha II	$C_0 \times I_0$	$C_0 \times I_1$	$C_1 \times I_1$	$C_1 \times I_0$
Linha III	$C_1 \times I_1$	$C_0 \times I_0$	$C_1 \times I_0$	$C_0 \times I_1$
Linha IV	$C_0 \times I_1$	$C_1 \times I_0$	$C_0 \times I_0$	$C_1 \times I_1$

Exemplo 2: Fatorial 2 x 2

Os dados da Tabela 1 foram obtidos em um experimento fatorial 2x2 segundo o delineamento inteiramente casualizado com três repetições, para analisar o efeito da calagem e da irrigação sobre o peso de plantas.

Tabela 1. Pesos das plantas segundo o tratamento

I_0C_0	I_0C_1	I_1C_0	I_1C_1
25	35	41	60
32	28	35	67
27	33	38	59

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

Definições

Definição 1. Efeito simples de um fator

Efeito simples de um fator é uma medida de variação da variável resposta correspondente às variações nos níveis de um fator dentro de cada um dos níveis dos outros fatores.

Exemplo

Considerando os dados do exemplo 2, mensurar o efeito simples de calagem sem irrigação.

Quadro auxiliar

Irrigação	Calagem		Totais
	C_0	C_1	
I_0	84 ⁽³⁾	96 ⁽³⁾	180 ⁽⁶⁾
I_1	114 ⁽³⁾	186 ⁽³⁾	300 ⁽⁶⁾
Totais	198 ⁽⁶⁾	282 ⁽⁶⁾	480 ⁽¹²⁾

Definições

Definição 2. Efeito principal de um fator

Efeito principal de um fator é uma medida de variação da variável resposta correspondente às variações nos níveis desse fator (**em média**), considerando todos os outros níveis dos outros fatores.

Exemplo

Considerando os dados do exemplo 2, mensurar o efeito principal de calagem.

Quadro auxiliar

Irrigação	Calagem		Totais
	C_0	C_1	
I_0	84 ⁽³⁾	96 ⁽³⁾	180 ⁽⁶⁾
I_1	114 ⁽³⁾	186 ⁽³⁾	300 ⁽⁶⁾
Totais	198 ⁽⁶⁾	282 ⁽⁶⁾	480 ⁽¹²⁾

Definições

Definição 3. Efeito da interação

Efeito de interação entre fatores é uma medida de variação da variável resposta correspondente às variações nos níveis de um fator, ao mudar os níveis de um outro fator.

Exemplo

Considerando os dados do exemplo 2, mensurar o da interação entre calagem e irrigação.

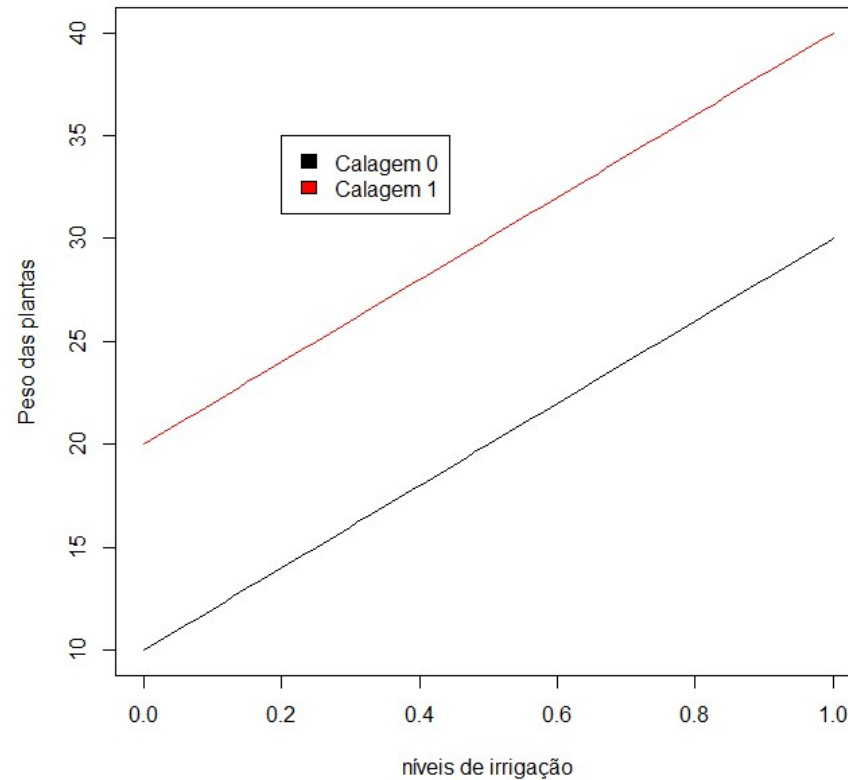
Quadro auxiliar (médias)

Irrigação	Calagem		Totais
	C_0	C_1	
I_0	28	32	30
I_1	38	62	50
Totais	33	47	40

Interação no esquema Fatorial

- A grande **vantagem** do esquema fatorial de tratamentos nos delineamentos é que ele permite **detectar ou não interações** entre os fatores.
- Interações de Sinergismo e Antagonismo.
- Dois fatores interagem se o efeito de um, sobre a variável resposta, depende do nível do outro fator. Diz-se que são **dependentes ou não aditivos**.
- Se não há interação eles são ditos **independentes**.

Análise exploratória para interação

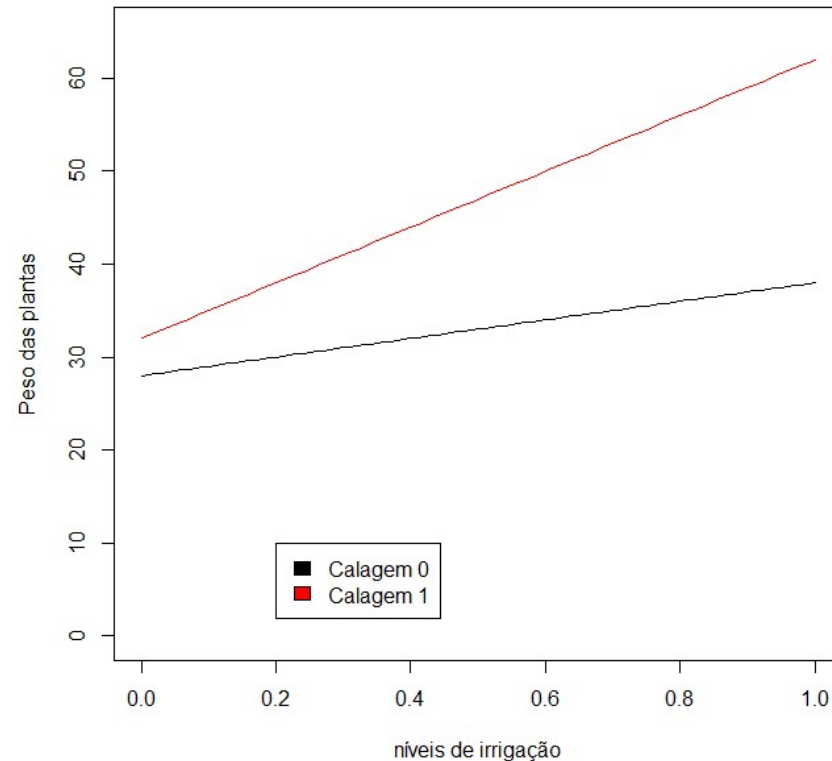


- O conjunto de linhas paralelas indica “**não interação**”
- Pode-se comparar as **médias marginais**

“Não há interação”

Fatores	C_0	C_1	
I_0	10	20	15 b
I_1	20	40	30 a
	15 b	30 a	

Análise exploratória para interação



- Identifica-se efeito de **interação**: retas concorrentes (com diferentes inclinações)
- Nesse caso não se pode usar as médias marginais

Interação entre fatores

Fatores	C 0	C 1	
I_0	28 bB	32 aA	25
I_1	38 aA	62 bA	25
	15	35	

Algumas desvantagens dos experimentos fatoriais

- O número de tratamentos pode ficar muito grande, dependendo do número de fatores e/ou níveis.
- Em função do número elevado de fatores ou níveis tem-se dificuldade de instalação do experimento no campo e/ou na interpretação das interações triplas, quadrúplas etc.

Modelo estatístico e Hipóteses

Considere o exemplo 2 referente ao efeito da calagem e da irrigação sobre o peso de plantas.

Tabela 1. Pesos das plantas segundo o tratamento

I_0C_0	I_0C_1	I_1C_0	I_1C_1
25	35	41	60
32	28	35	67
27	33	38	59

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

Modelo estatístico

Considere um delineamento inteiramente casualizado no esquema fatorial $I \times K$, referentes aos fatores A (I níveis) e B (K níveis)

$$y_{ikj} = \mu + \alpha_i + \gamma_k + \alpha\gamma_{ik} + e_{ikj}$$

Descrição dos termos:

Hipóteses

- Da análise da Variância (preliminar) para efeitos de tratamentos
- Do efeito principal do fator A
- Do efeito principal do fator B
- Do efeito da interação A:B

Estratégia de Análise

- Realizamos a Análise da Variância segundo o delineamento proposto.
- A seguir, efetuamos o desdobramento da Variação de Tratamentos em três fontes: Fator A, Fator B e interação A:B.
- Verificamos a significância dos efeitos pelo Teste F.
- Se a interação for significativa, estuda-se cada fator dentro dos níveis do outro fator. Caso contrário, estudam-se os efeitos principais.

Referências

- MONTGOMERY, D.C. 2001. **Design and analysis of experiments**.5a ed. John Wiley and Sons, N.Y., 684p.
- PIMENTEL-GOMES, F. **Curso de Estatística Experimental**, 14^a. Edição, Piracicaba, SP, 2000. 477p.
- Vieira, S. **Estatística Experimental**, Atlas, 1989.