Mecânica Quântica II (4302404)

Lista de Exercícios Unidade 2
2º Semestre de 2023
Lista de Exercícios 2a

1) Considere uma partícula num poço de potencial infinito se estendendo de $x = 0$ até $x = a$. Qual é o desvio dos níveis de energia, em primeira ordem de perturbação quando adicionamos as perturbações.

   a) $H' = V_0 = const$;

   b) $H' = V_0 \dfrac{x}{a}$.

2) Considere uma partícula carregada num oscilador harmônico $H_0 = \dfrac{p_x^2}{2m} + \dfrac{1}{2}m\omega^2 x^2$. Quando ligamos um campo elétrico constante, introduzimos no problema a perturbação $H' = -qEx$.

   a) Mostre que a correção de primeira ordem nos níveis de energia é nula;

   b) Calcule as correções em segunda ordem;

   c) A equação de Schrödinger pode ser resolvida diretamente (neste caso) pela mudança de variáveis $y = x - \dfrac{qE}{m\omega^2}$. Encontre as energias exatas e mostre sua relação com os resultados obtidos em teoria de perturbação.

3) Calcule a alteração nos níveis de energia de um oscilador harmônico quando adicionamos a perturbação $H' = \lambda x^4$ (fazer para $n = 0$ e $n = 1$).

4) Considere o oscilador harmônico tridimensional. Discuta o efeito da perturbação $H' = \lambda x^2 yz$, onde λ é uma constante, para:

   a) O estado fundamental;
   b) O primeiro nível excitado (triplamente degenerado).

5) Suponha que o Hamiltoniano H, para um sistema particular, é uma função de um parâmetro λ; seja $E_n(\lambda)$ e $\psi_n(\lambda)$, respectivamente, os autovalores e autofunções de $H(\lambda)$. O *teorema de Hellmann-Feynman* afirma que

$$\frac{\partial E_n}{\partial \lambda} = \left\langle \psi_n \left| \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right| \psi_n \right\rangle$$

(assumindo que E_n é não-degenerado ou, se for degenerado, ψ_n é uma "boa" combinação linear de autoestados degenerados).

   a) Prove o teorema de Hellmann-Feynman;

b) Aplique o teorema para o oscilador harmônico usando: i) $\lambda = \omega$ (isso resulta em uma fórmula para o valor esperado de V) , ii) usando $\lambda = \hbar$ (isso resulta em $\langle T \rangle$) e iii) usando $\lambda = m$ (isso resulta em uma relação entre $\langle T \rangle$ e $\langle V \rangle$).

6) Considere

$$H_0 = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ H^{'} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma \\ 0 & 0 & \sigma & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule perturbativamente as autoenergias do problema;

b) Diagonalize exatamente e compare com os resultados do item (a).