

**SLC0532 - ESTRUTURAS ALGÉBRICAS - LISTA DA PROVA
P1**

Os exercícios abaixo valem 2 pontos na prova P1. Eles devem ser feitos individualmente. Data da entrega: 18/10/23, antes da prova P1.

(1) (1,0 ponto)

(i) Seja p um primo positivo. Mostre que

$$\mathbb{Z}[\sqrt{p}] := \{a + b\sqrt{p}, a, b \in \mathbb{Z}\}$$

é um anel comutativo. (Dica: mostre que é um subanel de \mathbb{R}).

(ii) Seja p um primo positivo. Mostre que

$$\mathbb{Q}[\sqrt{p}] := \{a + b\sqrt{p}, a, b \in \mathbb{Q}\}$$

é um corpo. (Dica: mostre que é um subcorpo de \mathbb{R}).

(2) (1,0 ponto) Seja A um anel comutativo. Sejam $a_1, \dots, a_n \in A$. Mostre que

$$I = (a_1, \dots, a_n) := \{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_n a_n, \alpha_1, \dots, \alpha_n \in A\}$$

é um ideal de A .