

## A dualidade onda-partícula

①

Na física clássica, partículas e ondas são usadas para descrever fenômenos e entes completamente distintos.

A exigência de ambos os conceitos para descrever um mesmo ente como um elétron ou a luz causou bastante desconforto no início do século XX.

Por exemplo, no experimento de Compton, o comprimento de onda dos raios-X espalhados era determinado via difração num cristal, enquanto os resultados só podiam ser corretamente explicados se assumíssemos que os raios-X se comportam como partículas localizadas com energia e momento bem definidos.

Por outro lado, a razão entre a carga elétrica e a massa do elétron e o rastro de ionização que ele deixa na matéria (pontos localizados) seguem um modelo corpuscular. Entretanto, os experimentos de Davison-Germer e G.P. Thomson mostram que elétrons difratam de maneira análoga às ondas.

As experiências mostram que ambos os modelos (corpúscular e ondulatório) devem ser usados para a matéria e a radiação, porém não nas mesmas circunstâncias.

Mais precisamente

\* Durante o processo de emissão ou absorção, quando matéria e radiação interagem, o caráter corpúscular se manifesta.

\* Durante a propagação, tanto da radiação quanto da matéria, o caráter ondulatório se manifesta.

Baseado nessas evidências, Niels Bohr formulou o Princípio da Complementaridade:

"A descrição completa tanto da radiação quanto da matéria, só pode ser obtida a partir de ambas as noções de partícula e onda. Essas descrições são complementares, no sentido de que uma única medida determina ou o aspecto ondulatório ou o aspecto corpúscular do ente em questão"

## Interpretações probabilísticas de Einstein e Born

(3)

A dualidade onda-partícula foi mais profundamente entendida por meio de uma interpretação probabilística introduzida por Einstein no caso específico da radiação. Posteriormente, essa interpretação foi estendida por Max Born para o caso da matéria.

Na teoria clássica de Maxwell, o fluxo instantâneo de energia para uma onda eletromagnética é dado pelo vetor de Poynting. Por exemplo, para uma onda plana harmônica de frequência  $\omega$ , número de onda  $k$ , polarização  $\vec{E}_0$  e se propagando ao longo do eixo  $x$

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t + \delta) \\ \vec{B}(x,t) = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t + \delta) \end{cases}$$

Portanto

$$|\vec{S}| = \left| \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \right| = \frac{|\vec{E}_0|^2}{c} \cos^2(kx - \omega t + \delta)$$

↪ potência instantânea por unidade de área perpendicular à direção de propagação  $\hat{k}$ .

Também podemos calcular para a onda clássica a densidade de energia

$$u = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}|^2 + \frac{1}{2\mu_0} |\vec{B}|^2 = \epsilon_0 |\vec{E}|^2$$

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{E}|}{c}$$

Já no modelo corpuscular de Einstein, essa mesma onda deve ser vista como sendo formada por um conjunto de fótons de frequência  $\nu$  e, portanto, energia  $h\nu$ .

Cumda de acordo com Einstein, para uma onda clássica o número de fótons envolvidos é muito alto. Segundo Einstein, o processo de emissão de fótons na fonte é aleatório, de modo que o número exato de fótons presentes num determinado ponto num instante  $t$  não é possível de ser determinado. Entretanto, no limite clássico (baixas frequências), a quantidade de fótons é tão grande que o seu valor médio  $N(x,t)$  está bem definido. Nesse limite, podemos escrever

$$N(x,t) h\nu = \epsilon_0 |\vec{E}|^2 \quad (*)$$

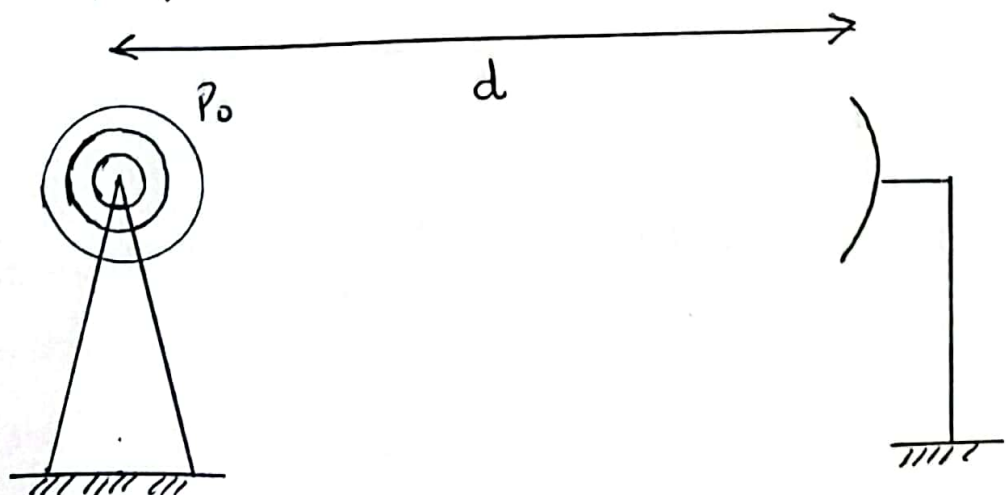
Uma outra forma de interpretar (\*) é que  $|\vec{E}|^2$  é proporcional à probabilidade de encontrar um fóton de frequência  $\nu$  na posição  $x$  no instante  $t$ .

Essa última interpretação probabilística é importante porque no limite de altas frequências ou baixo número de fótons, a igualdade (\*) deixa de ser uma boa aproximação, pois as flutuações no número de fótons  $N(x,t)$  passam a ser importantes e o caráter corpuscular da radiação, na forma de fótons individuais, passa a ser importante. Nesse limite, apenas a interpretação probabilística continua válida.

———— // ————

Exemplo:

Tome uma estação de rádio emitindo uma potência de 200 KW e uma antena a 10 Km recebendo tais ondas. A frequência de operação da estação é 1 MHz.



Determine o número de fótons por unidade de tempo e área atingindo a antena. (6)

A intensidade  $I$  na posição da antena é

$$I = \frac{P_0}{4\pi d^2}$$

Se tomarmos agora  $\tilde{N}$  como sendo o número de fótons por unidade de tempo e área atingindo a antena, também podemos escrever

$$I = \tilde{N} h\nu$$

Portanto

$$\tilde{N} h\nu = \frac{P_0}{4\pi d^2} \Rightarrow \tilde{N} = \frac{1}{h\nu} \frac{P_0}{4\pi d^2}$$

$$\tilde{N} = \frac{2 \times 10^5 \text{ J/s}}{(6,62 \times 10^{-34} \text{ Js})(10^6 \text{ s}^{-1})(4\pi)(10^4 \text{ m})^2}$$

$$\tilde{N} = 2,24 \times 10^{24} \frac{\text{fótons}}{\text{s m}^2} (!)$$

É impossível observar fótons individuais ou medir flutuações quânticas numa onda desse tipo. A onda se comporta como um ente clássico regida por uma função contínua e

de natureza vetorial  $\vec{E}(x,t)$  regida pelas eqs de Maxwell. (7)

—//—

Max Born levou a ideia de Einstein adiante e afirmou que a onda de de Broglie de uma partícula, como o elétron por exemplo, também deve ser interpretada do ponto de vista probabilístico.

Mais precisamente, se introduzirmos uma função  $\Psi(x,t)$  para uma onda de de Broglie se propagando na direção  $x$ , então  $|\Psi(x,t)|^2$  deve ser interpretada como a probabilidade de encontrar a partícula material entre  $x$  e  $x+dx$  no instante  $t$ .

Da mesma forma que o campo elétrico resultante numa região onde existem ondas  $\vec{E}_1(x,t)$  e  $\vec{E}_2(x,t)$  é

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_1(x,t) + \vec{E}_2(x,t)$$

e que leva aos já familiares fenômenos de interferência, duas ondas de matéria superpostas terão uma função de onda resultante

$$\Psi(x,t) = \Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t)$$

# Probabilidades na física clássica e na física quântica

## Física Clássica

→ leis fundamentais são determinísticas  
(ex: leis de Newton)

→ probabilidades são um artifício para tratar sistemas complexos de muitas partículas  
(ex: teoria cinética dos gases)

## Física Quântica

→ leis básicas dependem fundamentalmente da interpretação probabilística  
(ex: Princípio da incerteza)