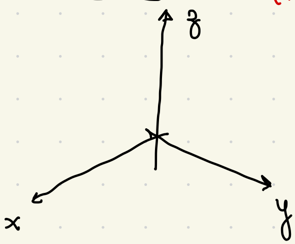
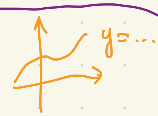
Superfícies: 3D ($\mathbb{R}^3$)



Curvas: 2D
→ elipse
→ hipérbole
→ parábola



I) Gráfico: $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z=h(x,y)\}$

1 único

x y

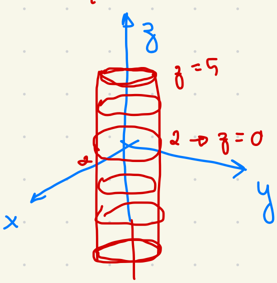
consigo isolar z!

II) Cilindros: $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid g(x,y)=c\}$

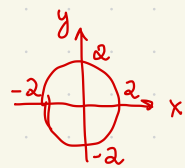
número

(invariante por translação)

Ex| $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2=4\}$

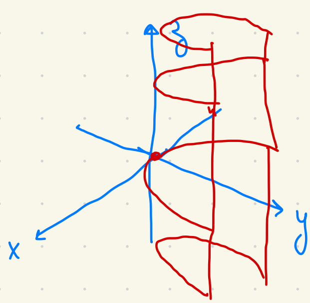


Se fosse no $\mathbb{R}^2$:

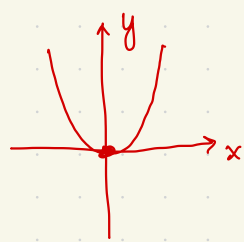


Não tem z! Cilindro

L2 2.8(1)| $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid y=x^2\}$



No $\mathbb{R}^2$:



III) Superfície de Revolução

(invariante por rotação)

$$S = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid g(\underbrace{r^2}_{(x^2+y^2)}, z) = \overset{\text{Número}}{c} \}$$

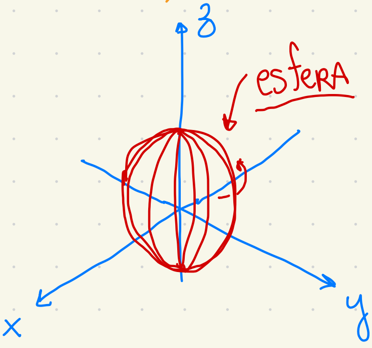
Ex Esfera $S = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \overbrace{x^2 + y^2}^{r^2 \checkmark} + \overset{z \checkmark}{z^2} = 1 \}$

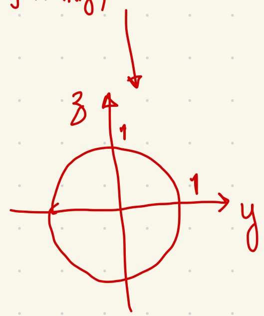
ou

$$S = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \operatorname{sen}(x^2+y^2) + \sqrt{z} = 27 \}$$

Como desenho?

→ Curva (2D) → Rodá-la → $\boxed{x=0}$ (comum) ou $\boxed{y=0}$ → $C = \{ (y,z) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 + z^2 = 1 \}$ (curva geratriz)





L2 2.8 (2) $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid 3x^2+3y^2=z^2\}$

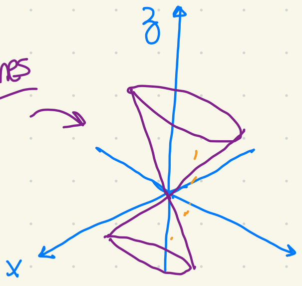
$\to \underbrace{3(x^2+y^2)-z^2}_{\text{Revolução!}}=0$

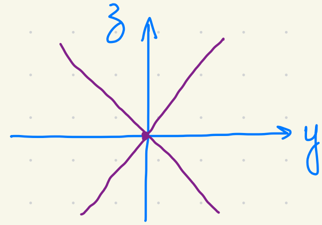
Para desenhar: Curva Geratriz: $C=\{(y,z)\in\mathbb{R}^2 \mid 3y^2=z^2\}$ $\to$ $z=\pm\sqrt{3y^2}$

$\boxed{z=\pm y\sqrt{3}}$

$z=\sqrt{3}y$ $\quad$ $z=-\sqrt{3}y$

2 cones





Obs| Se não fosse z^2: "$3x^2+3y^2=z$" $\to$ $z=3y^2$

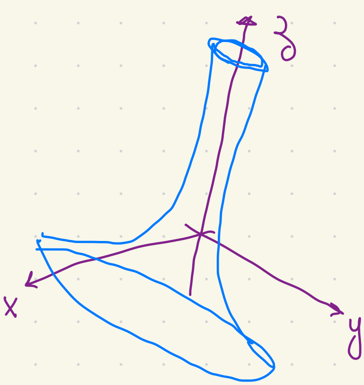
↳ paraboloide

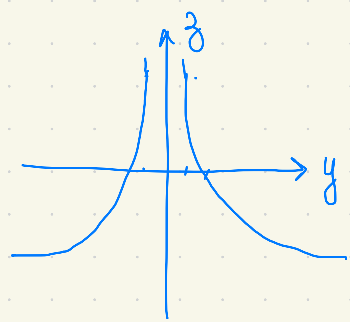
↳ gráfico

(3) $S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z=-\ln(x^2+y^2)\}$ $\to$ $C=\{(y,z)\in\mathbb{R}^2 \mid z=-\ln(y^2)\}$

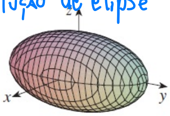
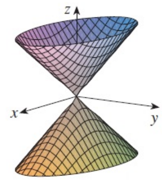
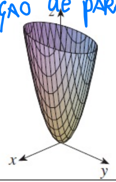
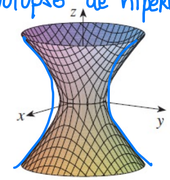
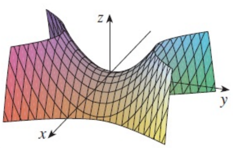
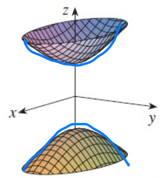
↳ Revolução

↳ Gráfico !! :)





Quádricas (Superfícies famosas)

Superfície	Equação	Superfície	Equação
$\boxed{\text{Elipsoide}}$ (esfera) Revolução de elipse 	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ Todos os cortes são elipses. Se $a=b=c$, o elipsoide é uma esfera.	Cone Revolução 2 retas 	$\frac{z^2}{c^2}=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$ Cortes horizontais são elipses. Cortes verticais nos planos $x=k$ e $y=k$ são hipérboles se $k\neq 0$, mas são um par de retas quando $k=0$.
Paraboloide Elíptico Revolução de parábola 	$\frac{z}{c}=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$ Cortes horizontais são elipses. Cortes verticais são parábolas. A variável elevada à primeira potência indica o eixo do paraboloide.	Hiperboloide de Uma Folha Revolução de hipérbole 	$\cancel{\frac{x^2}{a^2}}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ Cortes horizontais são elipses. Cortes verticais são hipérboles. O eixo de simetria corresponde à variável cujo coeficiente é negativo.
Paraboloide Hiperbólico sela de cavalo 	$\frac{z}{c}=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$ Cortes horizontais são hipérboles. Cortes verticais são parábolas. O caso aqui ilustrado corresponde a $c<0$.	Revolução de hipérbole Hiperboloide de Duas Folhas 	$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ Cortes horizontais em $z=k$ são elipses se $k>c$ ou se $k<-c$. Cortes verticais são hipérboles. Os dois sinais de menos indicam duas folhas.

Problema 2.4. Muitos processos de produção industriais podem permitir mais de um produto, por exemplo, artigos que são semelhantes, mas de tipos ou de qualidades diferentes. Uma curva de produção ou transformação de produtos expressa a relação entre as quantidades de dois artigos diferentes (produtos conjuntos) produzidos pela mesma firma, usando-se em comum as matérias-primas e as verbas para mão-de-obra. Suponha que uma companhia produz quantidades x e y de duas espécies diferentes de doces, usando o mesmo processo de produção e que a curva de transformação de produtos para o insumo usado é dado por

$$5x^2 + 2y^2 = 98$$

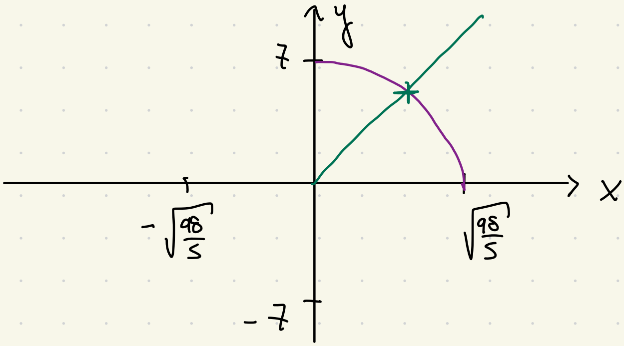
elipse: $\frac{5x^2}{98}+\frac{2y^2}{98}=1 \to \frac{x^2}{\frac{98}{5}}+\frac{y^2}{49}=1$

$r_x=\sqrt{\frac{98}{5}}$ $\quad r_y=7$

(1) Esboce a curva de transformação (lembre-se que x e y não podem ser negativos).

(2) Quais são as maiores quantidades x e y que podem ser produzidas?

(3) Que quantidade x e y devem ser produzidas de maneira a se ter $y = \frac{3}{4}x$?



(2) $y = 7$

$x = \sqrt{\frac{98}{5}}$

(3) $\begin{cases} 5x^2 + 2y^2 = 98 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases}$

...

(5) $3x^2 - y^2 - 12x - 6y = 0$