1. Numa urna há 4 bolas pretas e 3 bolas brancas. Retiram-se da urna duas bolas, em sequencia, ao acaso e sem reposição. As duas bolas retiradas colocam-se numa outra urna, inicialmente vazia, e dessa, retira-se ao acaso uma bola. (Essa é a terceira etapa do experimento aleatório. Observe que todo o experimento aleatório tem três etapas, sendo que as duas primeiras saõ as retiradas das duas bolas que posterormente serão colocadas na urna vazia.)

(a) Coloque na caixa ao lado a probabilidade da bola retirada na terceira etapa ser branca.

$3/7$

(b) Considere o evento A="as bolas retiradas na segunda e na terceira etapas têm cores diferentes". Coloque na caixa ao lado a probabilidade do evento A. Coloque na caixa abaixo todos os resultados do experimento aleatório que compõem o evento (use sua codificação do seu modelo probabilístico que fez para o experimento aleatório).

$2/7$

O evento A pode ser apresentado também assim

$A = \{(p \to b \to p), (b \to p \to b)\}$

$A = \{(p \to b \to p), (b \to p \to b), (b \to b \to p), (p \to p \to b)\}$ mas o resultado final é o mesmo pois $\mathbb{P}((b \to b \to p)) = 0$ e $\mathbb{P}((p \to p \to b)) = 0$

2. Tomamos três moedas diferentes (pode pensar que uma é de 5 centavos, outra de 10 centavos e a terceira é de 50 centavos). Cada moeda, ao ser lançada, dá "cara" com a probabilidade 1/4 e "coroa" com a probabilidade 3/4. As moedas serão lançadas em sequencia (pode assumir que primeriamente lançamos a de 5 centavos, após dela, a de 10 centavos, e por último, a de 50 centavos). Considere dois eventos:
A="obter "coroa" no primeiro lançamento e "cara" no segundo",
B="obter uma "cara" e uma "coroa", em qualquer ordem, nos dois últimos lançamentos".

(a) Responda na caixa ao lado se A e B são eventos idependentes (SIM - independentes, NÃO - dependentes).

NÃO

Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi verificada a independência.

$$\mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[B] = \mathbb{P}[A \cap B]$$

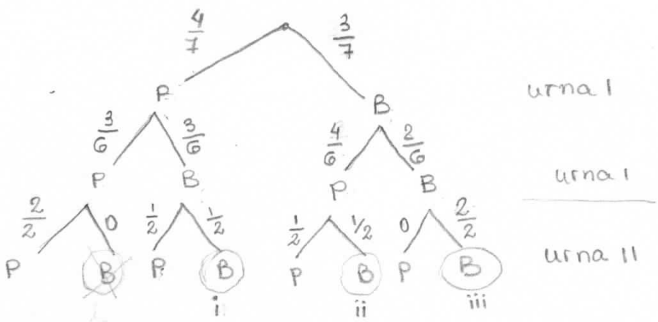
(b) Calcule a probabilidade condicional do evento
C="obter duas "coroas" em dois primeiros lançamentos"
sabendo que aconteceu o evento B. (Atenção: B é o mesmo que no item (a), mas C é diferente do A.) Coloque a resposta na caixa ao lado.

$3/8$

Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi calculada a probabilidade condicional.

$$\mathbb{P}[C|B] = \frac{\mathbb{P}[B \cap C]}{\mathbb{P}[B]}$$

(1) 4P 3B a)



1° etapa: retirar uma bola da urna I

2° etapa: retirar mais uma bola da urna I

3° etapa: retirar uma bola da urna II

Evento A: retirar bola branca na terceira etapa

$\mathbb{P}[A] = \mathbb{P}[i] + \mathbb{P}[ii] + \mathbb{P}[iii]$

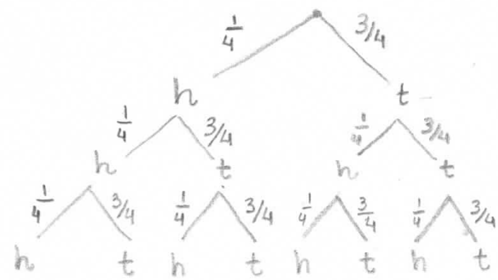
$\mathbb{P}[A] = \underbrace{\frac{\cancel{4}^{2}}{7}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}}_{\frac{1}{7}} + \underbrace{\frac{\cancel{3}}{7}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}}_{\frac{1}{7}} + \underbrace{\frac{\cancel{3}}{7}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}\cdot 1}_{\frac{1}{7}} = \boxed{\frac{3}{7}}$

b) Evento A: as bolas na 2° e 3° etapa têm cores diferentes

$\Omega[A] = \{(p \to b \to p), (b \to p \to b)\}$

$\mathbb{P}[A] = \underbrace{\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{2}\right)}_{\frac{1}{7}} + \underbrace{\left(\frac{\cancel{3}}{7}\cdot\frac{2}{\cancel{3}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\right)}_{\frac{1}{7}} = \boxed{\frac{2}{7}}$

(2) 3 moedas (5) (10) (50). $\mathbb{P}[h] = 1/4$ e $\mathbb{P}[t] = 3/4$ (h = cara ; t = coroa)



A: t no primeiro e h no segundo lançamento

B: uma h e uma t nos 2 últimos, qualquer ordem

$\Omega = \{(h\to h\to h), (h\to h\to t), (h\to t\to h), (h\to t\to t), (t\to h\to h), (t\to h\to t), (t\to t\to h), (t\to h\to t).$

$\Omega[A] = \{(t\to h\to t), (t\to h\to h)\}$

$\Omega[B] = \{(h\to h\to t), (h\to t\to h), (t\to h\to t), (t\to t\to h)\}$

$\mathbb{P}[A] = \left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\right) = \frac{12}{64}$

$\mathbb{P}[B] = \left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\right) = \frac{24}{64}$

$\mathbb{P}[A\cap B] = \left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{64}$

Verificar se $\mathbb{P}[A]\cdot\mathbb{P}[B] = \mathbb{P}[A\cap B]$

$\frac{12}{64}\cdot\frac{24}{64} \neq \frac{9}{64}$

→ NÃO é independente!

2 b) B: uma h e um t em qualquer ordem nos dois últimos

C: obter 2 t em 2 primeiros lançamentos

$\Omega[C] = \{\underbrace{(t \to t \to h)}_{B \cap C}, (t \to t \to t)\}$

$\mathbb{P}[B \cap C] = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$

$\mathbb{P}[B] = \frac{24}{64}$

$\mathbb{P}[C|B] = \frac{\mathbb{P}[B \cap C]}{\mathbb{P}[B]} = \frac{\frac{9}{64}}{\frac{24}{64}} = \frac{9}{\cancel{64}} \cdot \frac{\cancel{64}}{24} = \frac{9}{24} = \boxed{\frac{3}{8}}$