

1. Numa urna com bolas coloridas há 3 bolas pretas e 2 bolas brancas. Retiram-se da urna 2 bolas, em sequencia, ao acaso e sem reposição. (Essas retiradas são duas primeiras etapas do experimento aleatório.) As duas bolas retiradas colocam-se numa outra urna, inicialmente vazia, e dessa, retira-se ao acaso uma bola. (Essa é a terceira etapa do experimento aleatório.)

(a) Coloque na caixa ao lado a probabilidade da bola retirada na terceira etapa ser preta.

$$\frac{3}{5}$$

(b) Considere o evento A = "as bolas retiradas na primeira e na terceira etapas têm a mesma cor". Coloque na caixa ao lado a probabilidade do evento A . Coloque na caixa abaixo todos os resultados do experimento aleatório que compõem o evento (use sua codificação do seu modelo probabilístico que fez para o experimento aleatório).

$$\frac{7}{10}$$

$$\{(B \rightarrow B \rightarrow B), (B \rightarrow P \rightarrow B), (P \rightarrow B \rightarrow P), (P \rightarrow P \rightarrow P)\} = A$$

2. Tomamos três moedas diferentes (pode pensar que uma é de 10 centavos, outra de 25 centavos e a terceira é de 50 centavos). Cada moeda, ao ser lançada, dá "cara" com a probabilidade $\frac{2}{3}$ e "coroa" com a probabilidade $\frac{1}{3}$. As moedas serão lançadas em sequencia (pode assumir que primeriamente lançamos a de 10 centavos, após dela, a de 25 centavos, e por último, a de 50 centavos). Considere dois eventos:

A = "obter "cara" no primeiro lançamento e "coroa" no segundo",

B = "obter uma "cara" e uma "coroa", em qualquer ordem, nos dois últimos lançamentos".

(a) Responda na caixa ao lado se A e B são eventos independentes (SIM - independentes, NÃO - dependentes).

NÃO

Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi verificada a independência.

$$P[B|A] = P[B] \times P[A] \therefore \frac{1}{27} = \frac{1}{9} \times \frac{2}{9} \rightarrow \frac{1}{27} \neq \frac{8}{81}$$

(b) Calcule a probabilidade condicional do evento

C = "obter duas "caras" em dois primeiros lançamentos"

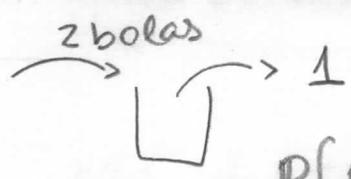
sabendo que aconteceu o evento B . (Atenção: B é o mesmo que no item (a), mas C é diferente do A .) Coloque a resposta na caixa ao lado.

$$\frac{1}{3}$$

Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi calculada a probabilidade condicional.

$$P[C|B] = \frac{P[C \cap B]}{P[B]} \therefore P[C|B] = \frac{1/27}{1/9} = 1/3$$

Urna: 3 pretas
2 brancas
5 bolas

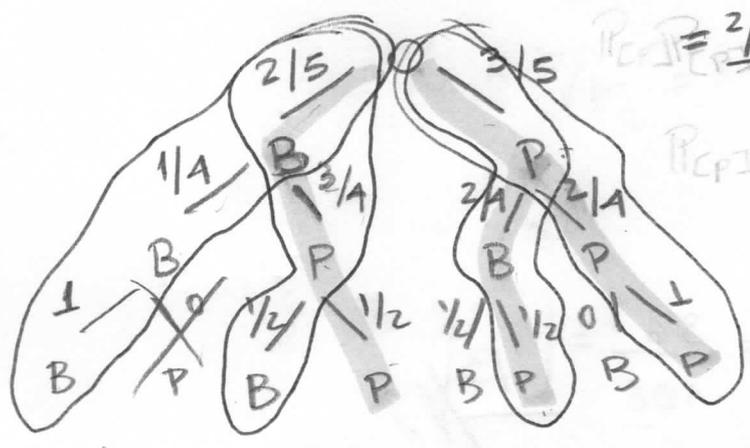


$P[\text{bola retirada na 3.ª etapa é preta}] =$
 $= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot 1 =$

$\frac{6}{40} + \frac{6}{40} + \frac{12}{40} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}$

B = branco
P = preto



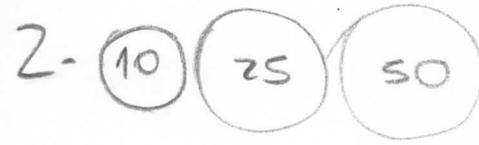
A: as bolas retiradas na primeira etapa e na terceira etapa têm a mesma cor.

$P[A] = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot 1 =$

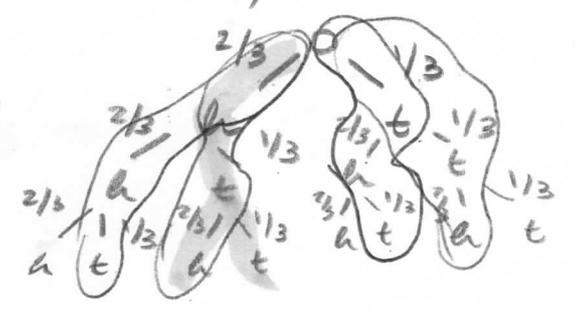
$\frac{2}{20} + \frac{6}{40} + \frac{6}{40} + \frac{6}{20} =$

$\frac{4}{40} + \frac{6}{40} + \frac{6}{40} + \frac{12}{40} = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$

(B → B → B), (B → P → B), (P → B → P), (P → P → P)



h = cara $\frac{2}{3}$
t = coroa $\frac{1}{3}$



A: obter h no 1º lançmt. e t no 2º

$P[A] = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{27} + \frac{2}{27} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$

(h → t → h) $P[A] = \frac{2}{9}$ $P[B] = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} =$
 (h → t → t) $\frac{4}{27} + \frac{4}{27} + \frac{2}{27} + \frac{2}{27} = \frac{12}{27}$

B: obter um h e um t em qlqr ordem nos 2 últimos lançmt.

$\frac{4}{9} \neq P[B]$

(h → h → t), (h → t → h), (t → h → t), (t → t → h)

$$P_{[B \cap A]} = P_{[B]} \times P_{[A]} \rightarrow \text{indep.}$$

$$\rightarrow 1/27 = 1/9 \times 1/3$$

$$P_{[B \cap A]} = 1/27$$

$$1/27 \neq 8/81$$

$$(h \rightarrow t \rightarrow h) \rightarrow 1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3 = 1/27$$

b) (: obter 2 h em dois primeiros lançamentos, sabendo que ocorreu B.

$$(h \rightarrow h \rightarrow t) \rightarrow 1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3 = 1/27$$

$$P_{[C \cap B]} = 1/27$$

$$P_{[C/B]} = \frac{P_{[C \cap B]}}{P_{[B]}}$$

$$P_{[C/B]} = \frac{1/27}{1/9} = \frac{1}{27} \cdot \frac{9}{1} = \frac{36}{108} = \frac{1}{3}$$