

1. Numa urna há 4 bolas pretas e 3 bolas brancas. Retiram-se da urna duas bolas, em sequencia, ao acaso e sem reposição. As duas bolas retiradas colocam-se numa outra urna, inicialmente vazia, e dessa, retira-se ao acaso uma bola. (Essa é a terceira etapa do experimento aleatório. Observe que todo o experimento aleatório tem três etapas, sendo que as duas primeiras são as retiradas das duas bolas que posteriormente serão colocadas na urna vazia.)

(a) Coloque na caixa ao lado a probabilidade da bola retirada na terceira etapa ser preta.

4/7

2,5

(b) Considere o evento  $A$ ="as bolas retiradas na primeira e na terceira etapas têm cores diferentes". Coloque na caixa ao lado a probabilidade do evento  $A$ . Coloque na caixa abaixo todos os resultados do experimento aleatório que compõem o evento (use sua codificação do seu modelo probabilístico que fez para o experimento aleatório).

2/7

2,5

$A = \{(p, b, b); (b, p, p)\}$

2. Tomamos três moedas diferentes (pode pensar que uma é de 10 centavos, outra de 25 centavos e a terceira é de 50 centavos). Cada moeda, ao ser lançada, dá "cara" com a probabilidade  $1/4$  e "coroa" com a probabilidade  $3/4$ . As moedas serão lançadas em sequencia (pode assumir que primeriamente lançamos a de 10 centavos, após dela, a de 25 centavos, e por último, a de 50 centavos). Considere dois eventos:

$A$ ="obter "cara" no primeiro lançamento e "coroa" no segundo",

$B$ ="obter uma "cara" e uma "coroa", em qualquer ordem, nos dois últimos lançamentos".

(a) Responda na caixa ao lado se  $A$  e  $B$  são eventos independentes (SIM - independentes, NÃO - dependentes).

nãõ

2,5

Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi verificada a independência.

$P[A \cap B] = P[A] \cdot P[B]$

(b) Calcule a probabilidade condicional do evento  $C$ ="obter duas "coroas" em dois primeiros lançamentos"

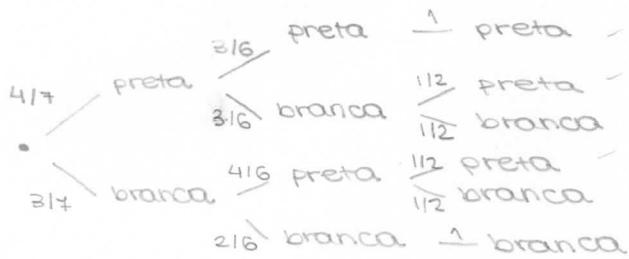
sabendo que aconteceu o evento  $B$ . (Atenção:  $B$  é o mesmo que no item (a), mas  $C$  é diferente do  $A$ .) Coloque a resposta na caixa ao lado.

3/8

2,5

Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi calculada a probabilidade condicional.

$P[C/B] = \frac{P[C \cap B]}{P[B]}$



$$\Omega = \{(p, p, p), (p, b, p), (p, b, b), (b, p, p), (b, p, b), (b, b, b)\}$$

①  $F$  = bola retirada na terceira etapa ser preta

$$P[F] = P[(p, p, p)] + P[(p, b, p)] + P[(b, p, p)]$$

$$P[F] = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot 4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P[F] = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$$

$$P[F] = \frac{4}{7}$$

②  $A$  = bolas 1ª e 3ª etapas tem cores diferentes

$$A = \{(p, b, b), (b, p, p)\}$$

$$P[A] = P[(p, b, b)] + P[(b, p, p)]$$

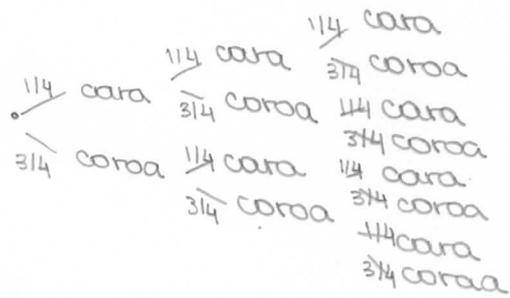
$$P[A] = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P[A] = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$

$$P[A] = \frac{2}{7}$$

$$P[h] = 1/4$$

$$P[t] = 3/4$$



$$\Omega = \{(h,h), (h,t), (t,h), (t,t), (t,h), (t,t), (t,t), (t,t)\}$$

A = cara no primeiro e coroa no segundo

$$A = \{(h,t), (t,t)\}$$

$$P[A] = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}$$

$$P[A] = \frac{3}{64} + \frac{9}{64} = \frac{12}{64} = \frac{3}{16}$$

B = h e t em qualquer ordem nos últimos 2 lançamentos

$$B = \{(h,t), (t,h), (t,h), (t,t)\}$$

$$B \cap A = \{(h,t)\}$$

$$P[B \cap A] = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

$$P[B] = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{64} + \frac{9}{64} + \frac{9}{64} + \frac{9}{64} = \frac{24}{64}$$

a)

independência:

$$P[B \cap A] = P[B] \cdot P[A]$$

$$\frac{3}{64} \stackrel{?}{=} \frac{24}{64} + \frac{12}{64}$$

SÃO DEPENDENTES

$$\frac{3}{64} \neq \frac{36}{64}$$

b) C = obter duas "t" em dois primeiros lançamentos

$$C = \{(t,t), (t,t)\}$$

$$B \cap C = \{(t,t)\}$$

$$P[B \cap C] = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

$$P[C|B] = \frac{P[B \cap C]}{P[B]}$$

$$P[C|B] = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{24}{64}} = \frac{3}{16} \cdot \frac{64}{24} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P[C|B] = 3/4$$