



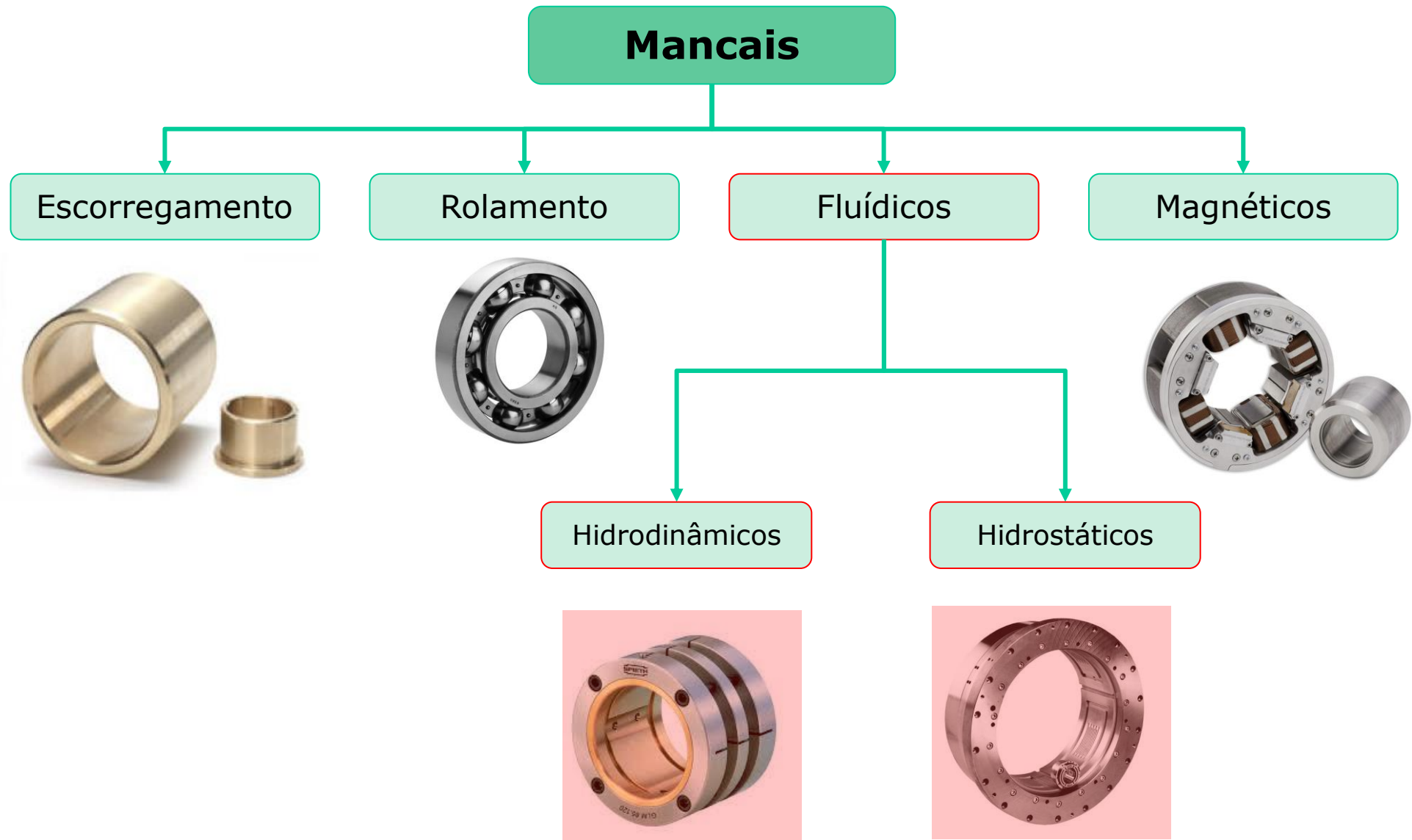
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Elementos de Máquinas para Automação

PMR 3307 – A13

Mancais a filme fluido

2023.2





Mancais de escorregamento

Dimensionamento

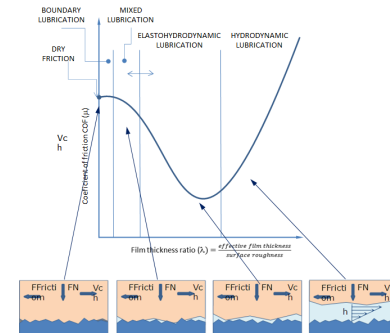
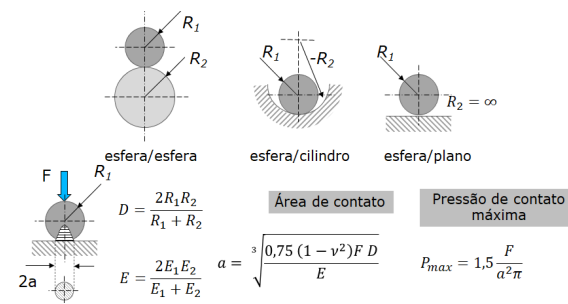
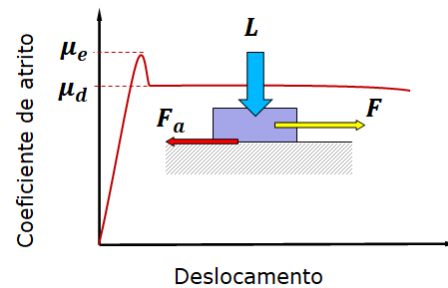
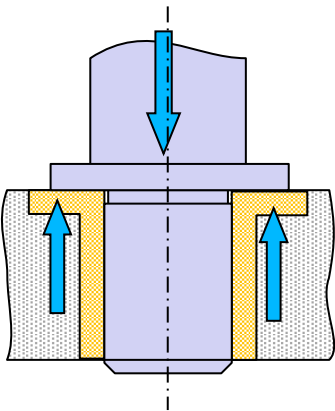
Mecânica dos sólidos

Tribologia

Atrito

Mecânica do contato

Curva de Stribeck



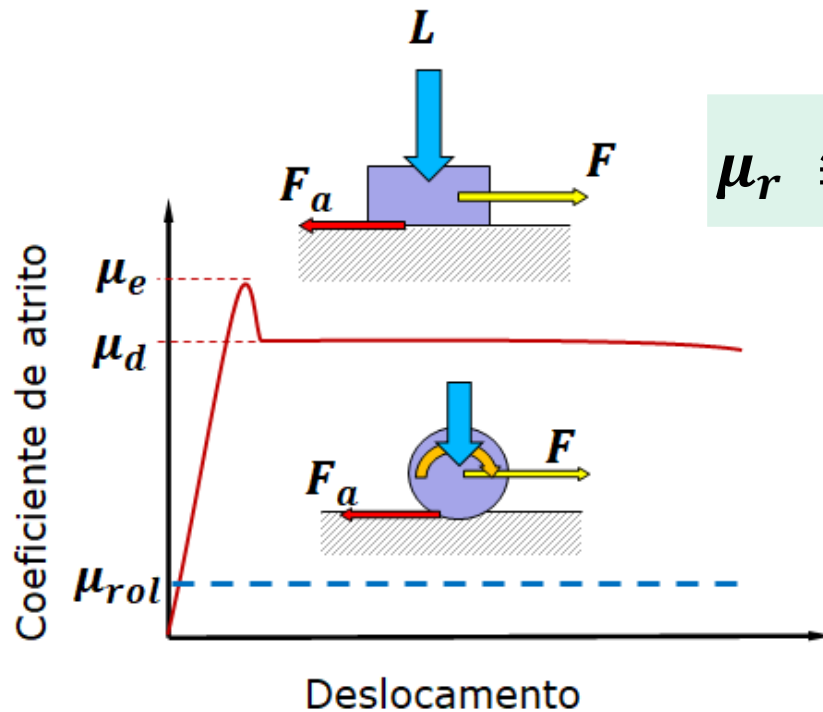


Introdução

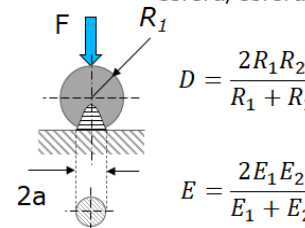
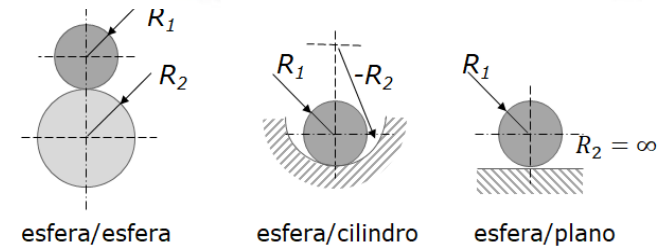
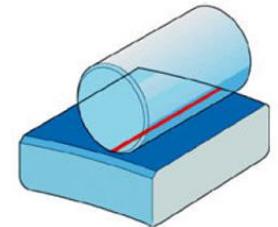
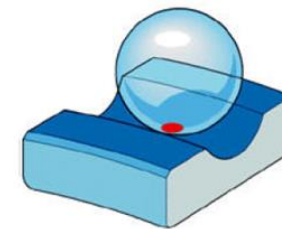
Mancais de elementos rolantes

Tribologia

Contatos de Hertz



$$\mu_r \cong \frac{1}{6} \mu_d$$



$$D = \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

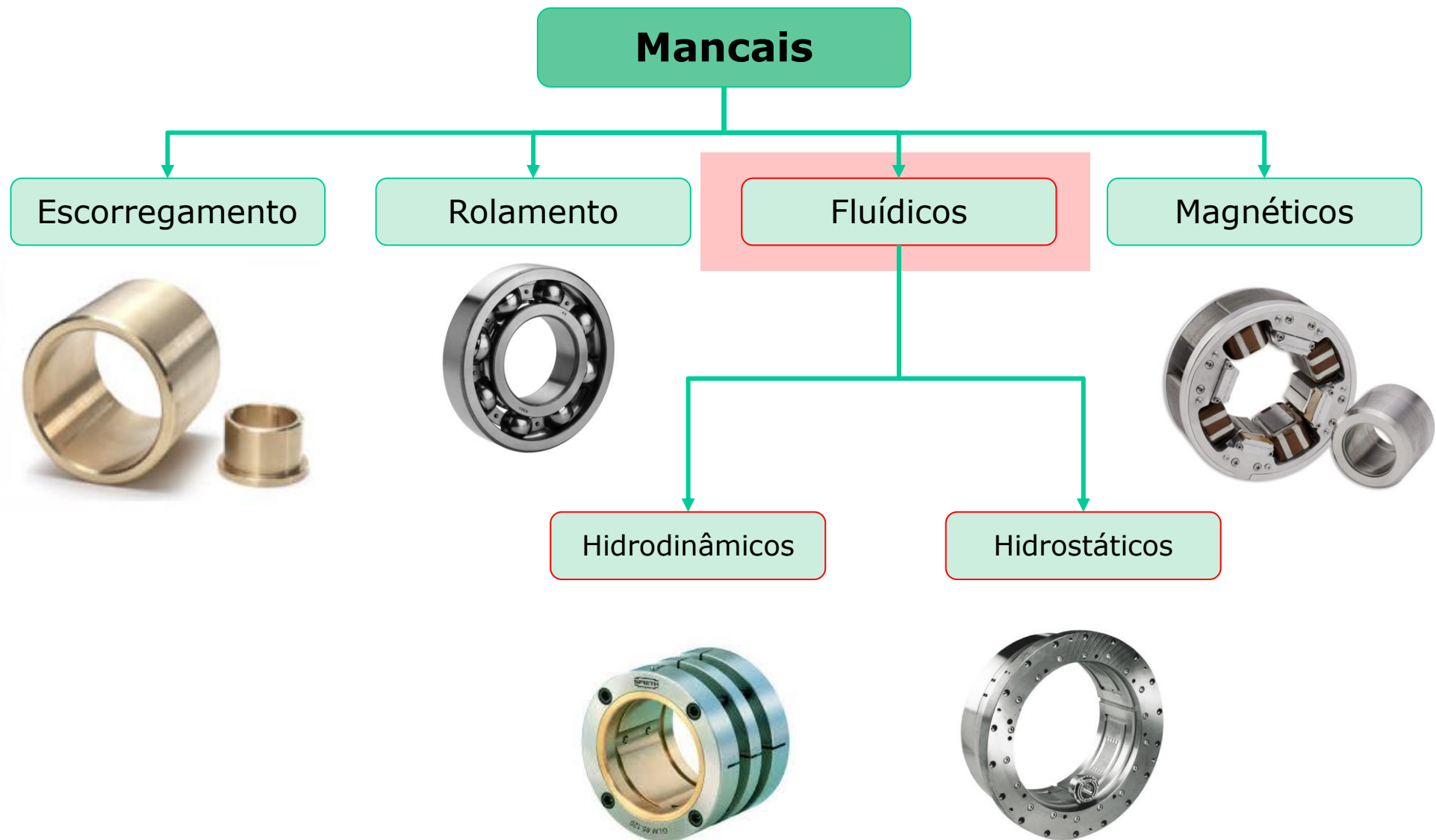
$$E = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{0,75(1-\nu^2)FD}{E}}$$

Área de contato

Pressão de contato máxima

$$P_{max} = 1,5 \frac{F}{a^2\pi}$$

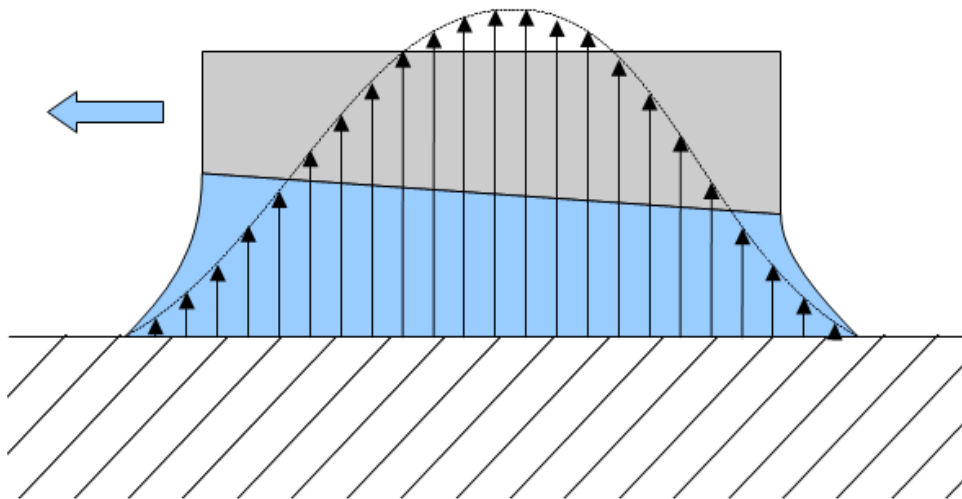




Mancais a filme fluido

Introdução

São mancais onde as superfícies com movimento relativo estão separadas por um filme fluido, o qual pode ser líquido ou gasoso



→ Líquidos: óleo, água, outros

→ Gás: AR, hélio, Ar, outros



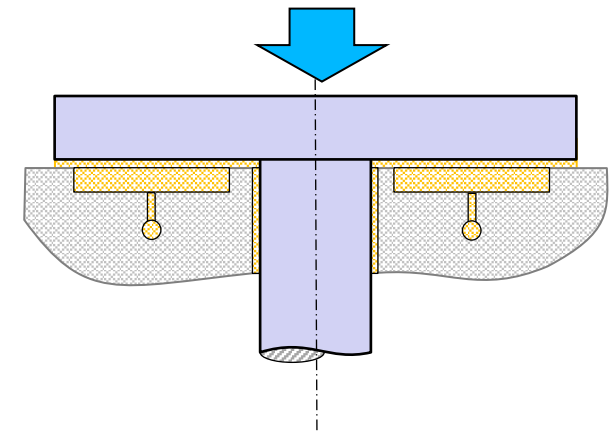
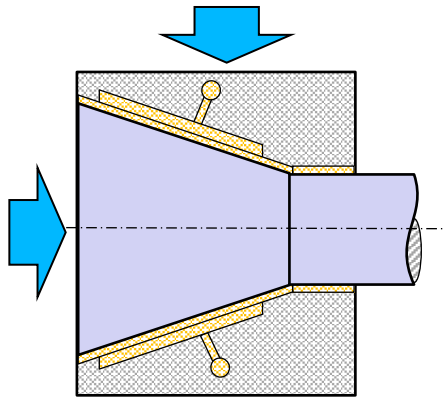
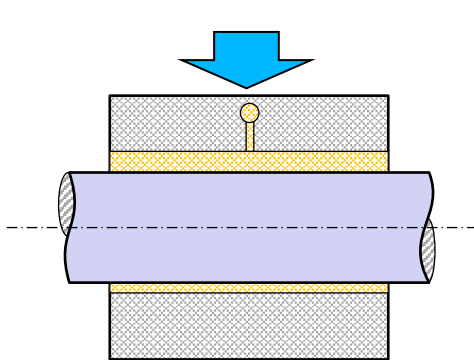
Mancais a filme fluido

Quanto ao carregamento

radiais

Radiais/axiais

axiais

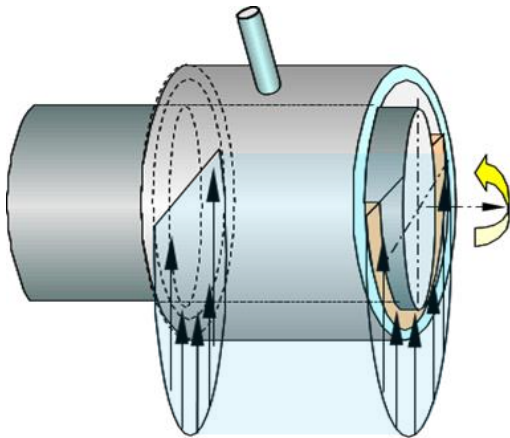




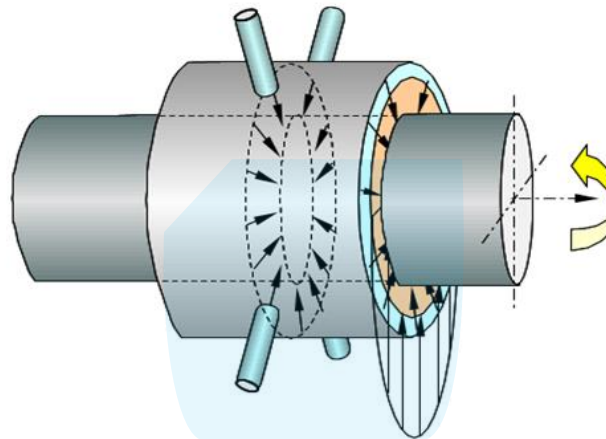
Mancais a filme fluido

Quanto a sustentação

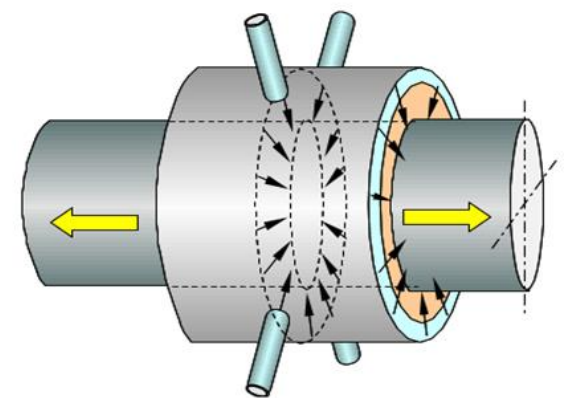
fluidodinâmicos



híbridos



fluidostáticos

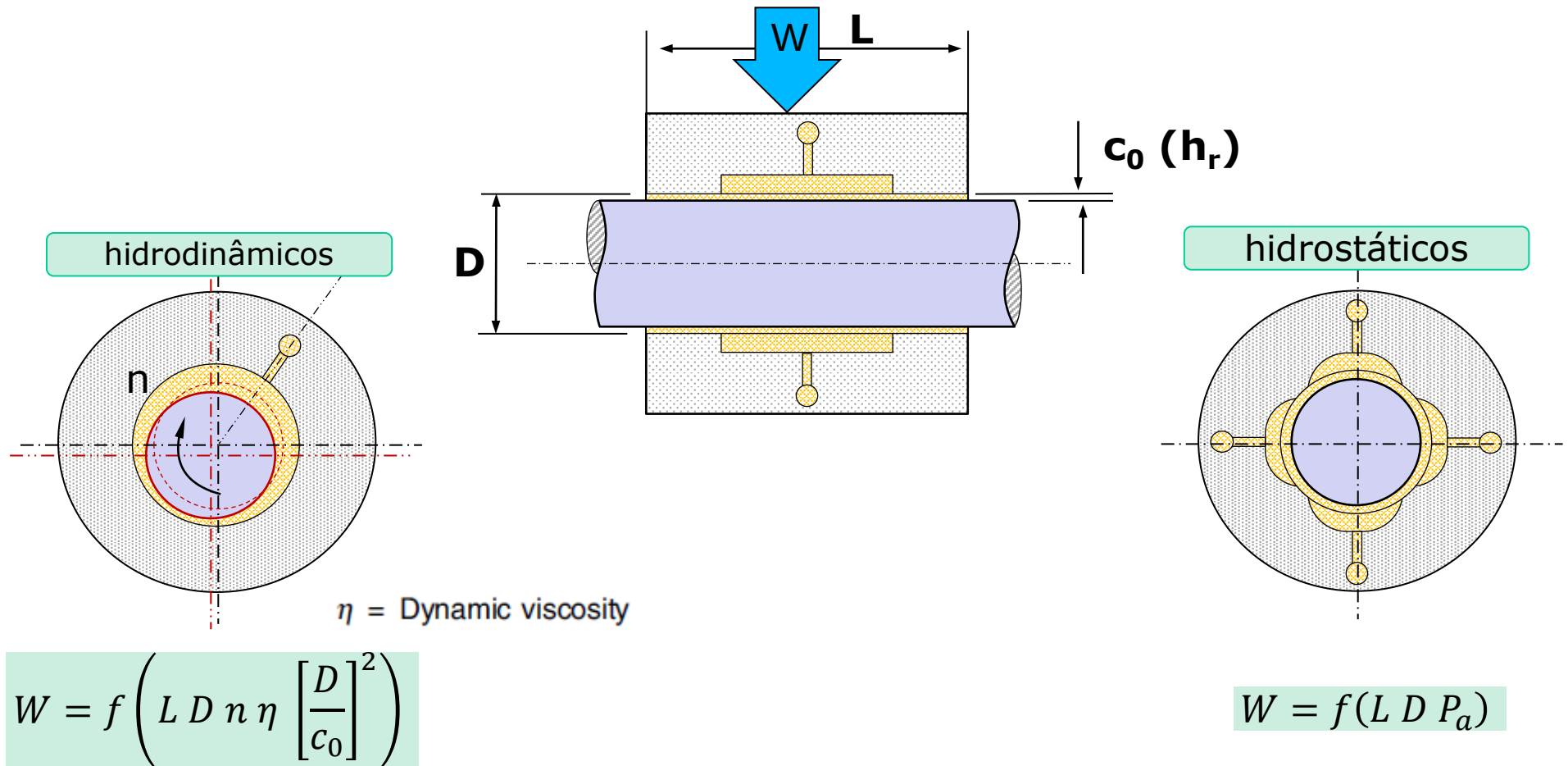


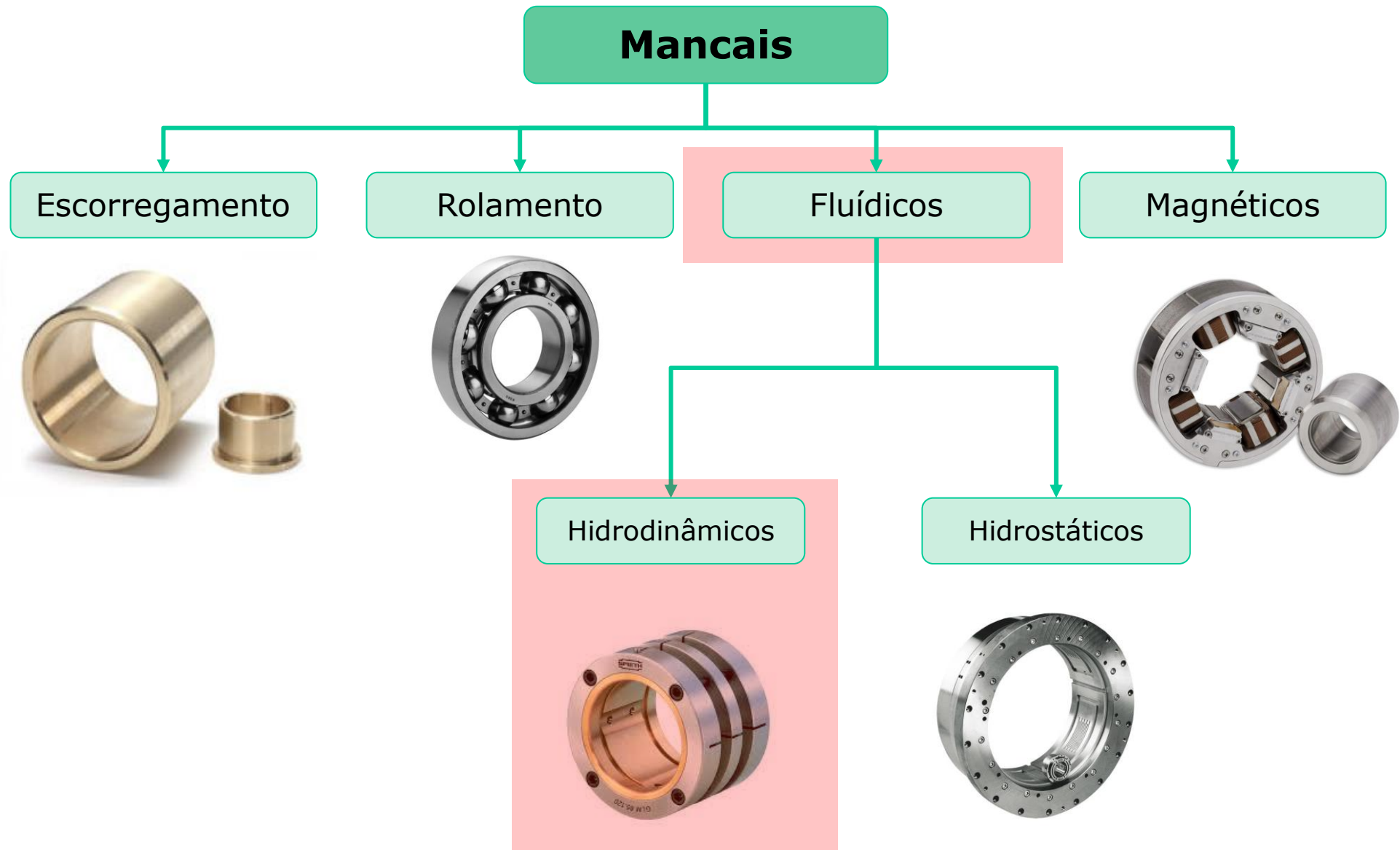
Mancais fluidodinâmicos, que são aqueles cuja pressão da filme de lubrificante que suportará a carga é dependente da velocidade tangencial do mancal

Mancais fluidostáticos, que são aqueles em que as superfícies com movimento relativo são separadas por um filme lubrificante, forçado sob pressão, a qual é fornecida por uma fonte



Mancais a filme fluido

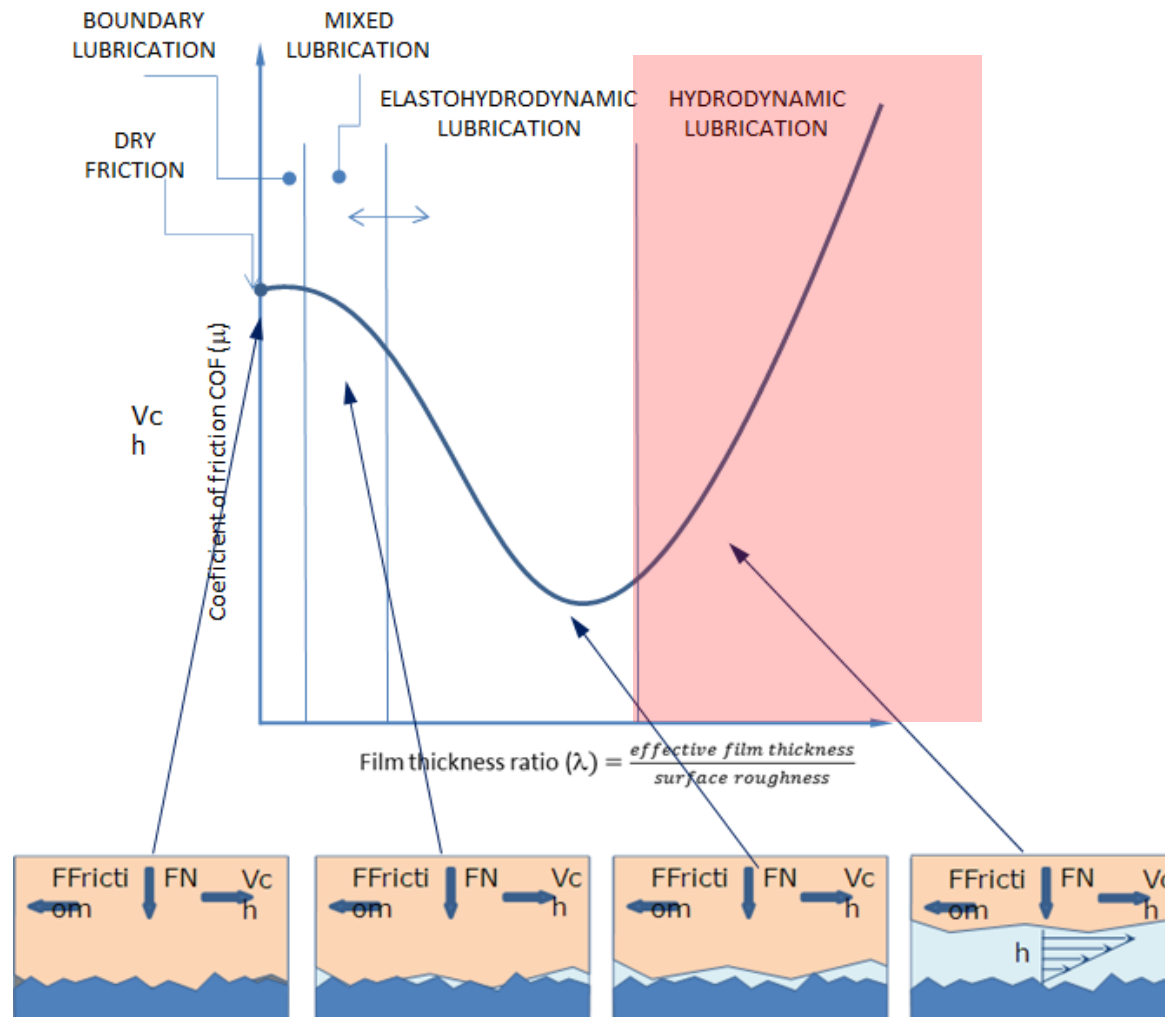






Mancais hidrodinâmicos

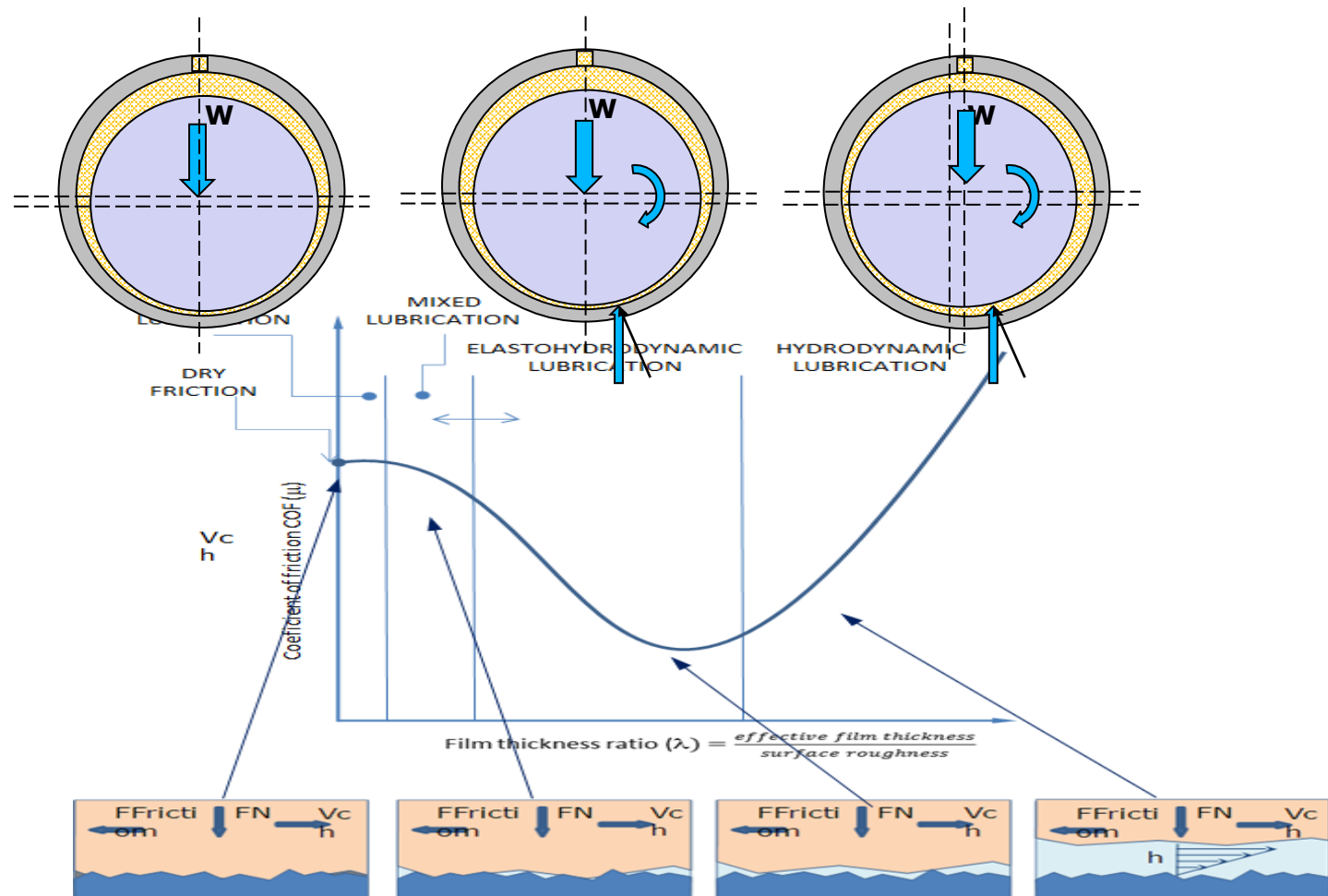
Curva de Stribeck





Mancais hidrodinâmicos

Funcionamento

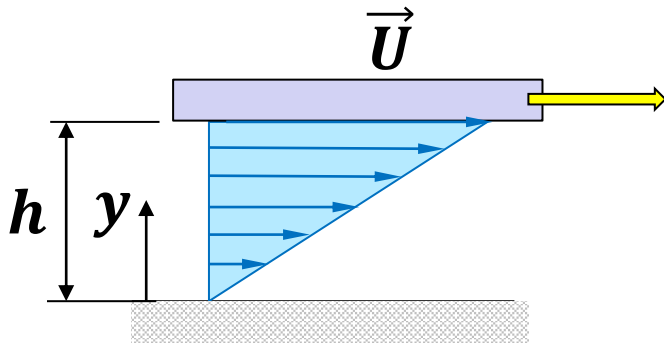




Mancais hidrodinâmicos

Newton (1687)

Conceito de viscosidade



$$F = \tau \cdot A$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{U}{h}$$

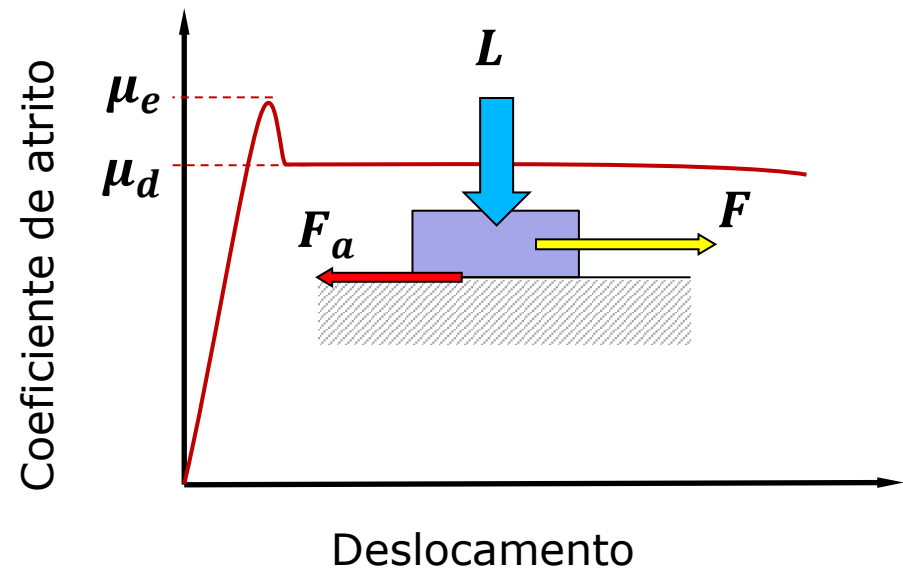
$$F = \left(\mu \frac{U}{h} \right) \cdot A$$

Amontons (1687)

Lei do atrito estático

Coulumb (1789)

Lei do atrito dinâmico





Mancais hidrodinâmicos

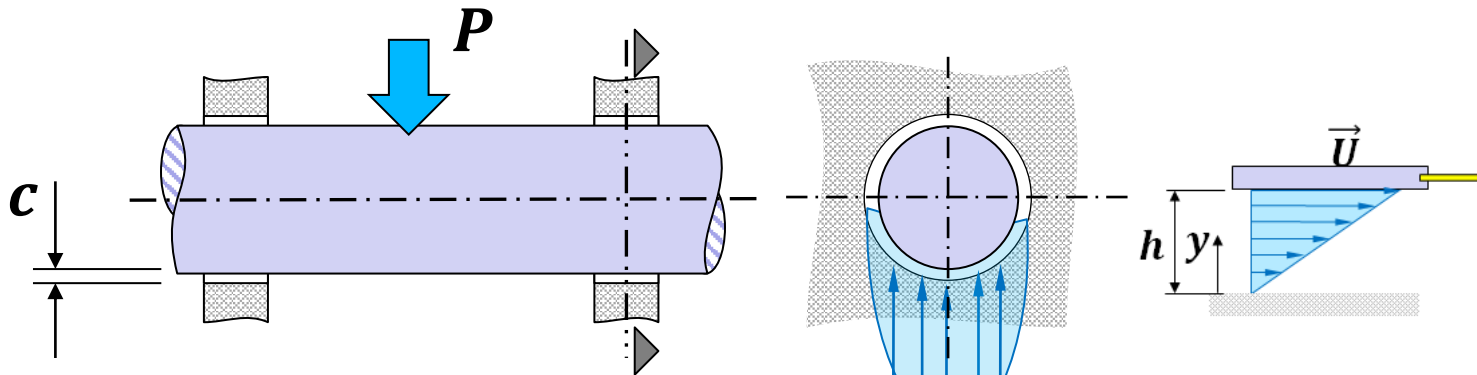
Narvier (1823)

Stokes (1823)

Equação para fluidos viscosos

Petrov (1883)

Natureza hidrodinâmica do atrito



$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \cdot \frac{U}{h} = \mu \cdot \frac{U}{c}$$

$$f = \frac{\mu \cdot U \cdot A}{c \cdot P}$$

Lei de Petrov

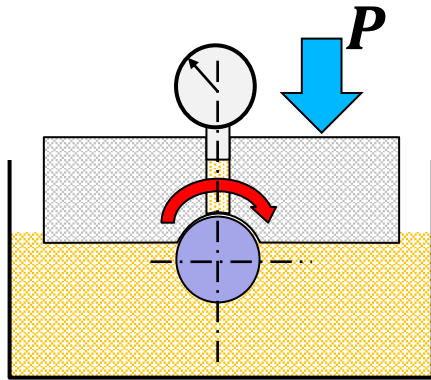
atrito



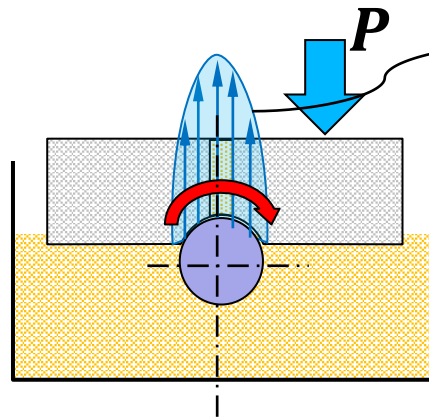
Mancais hidrodinâmicos

Beuchamp Tower (1883)

Natureza hidrodinâmica do atrito

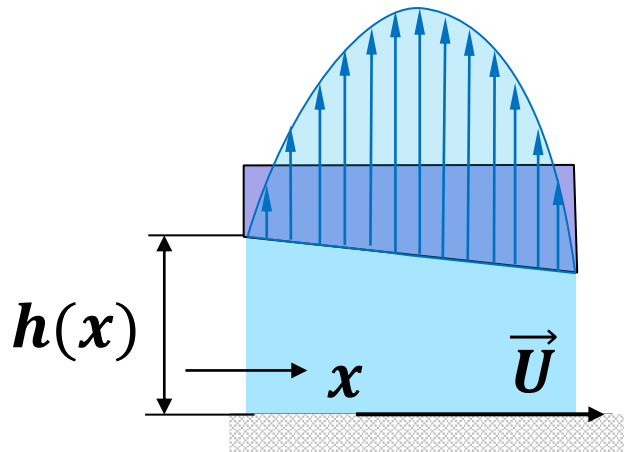


Distribuição de pressão



Reynolds (1886)

Formulou o problema da lubrificação hidrodinâmica



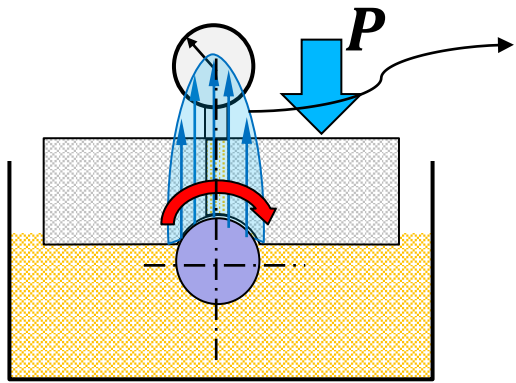
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \underbrace{6 \cdot \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x} (U \cdot h)}_{\text{Efeito hidrodinâmico}} + \underbrace{2 \cdot \frac{\partial h}{\partial y}}_{\text{Efeito de filme espremido}}$$

Efeito
hidrodinâmico

Efeito de filme
espremido



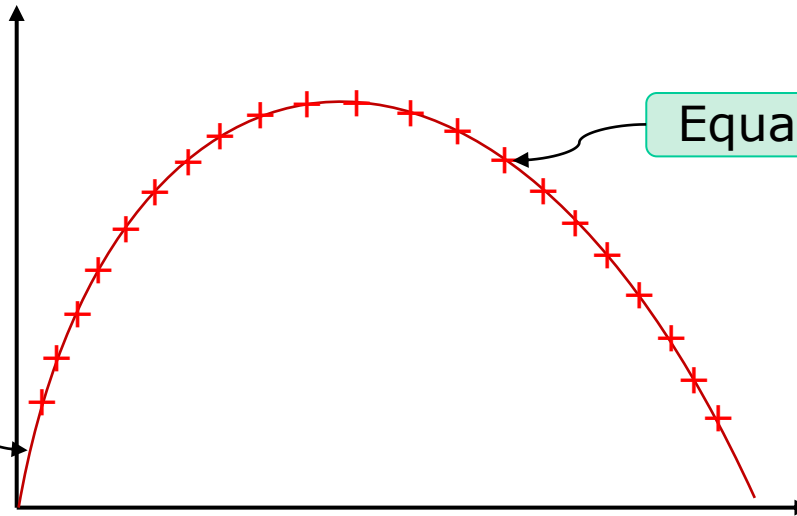
Mancais hidrodinâmicos



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6 \cdot \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x} (U \cdot h) + 2 \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

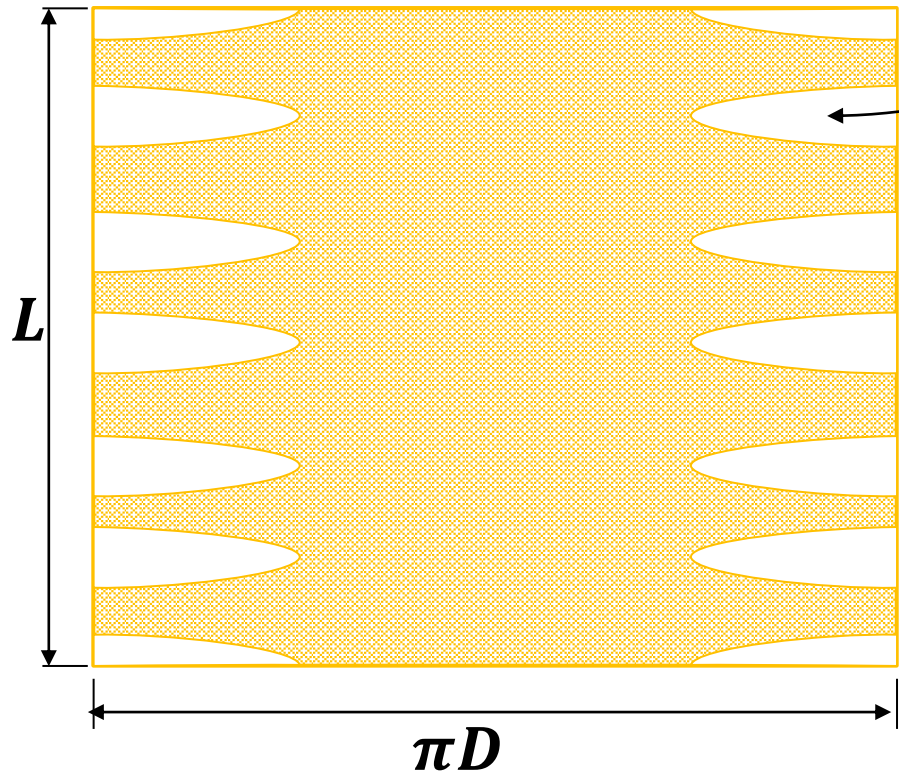
Equação de Reynolds

Experimento de
Beuchamp Tower





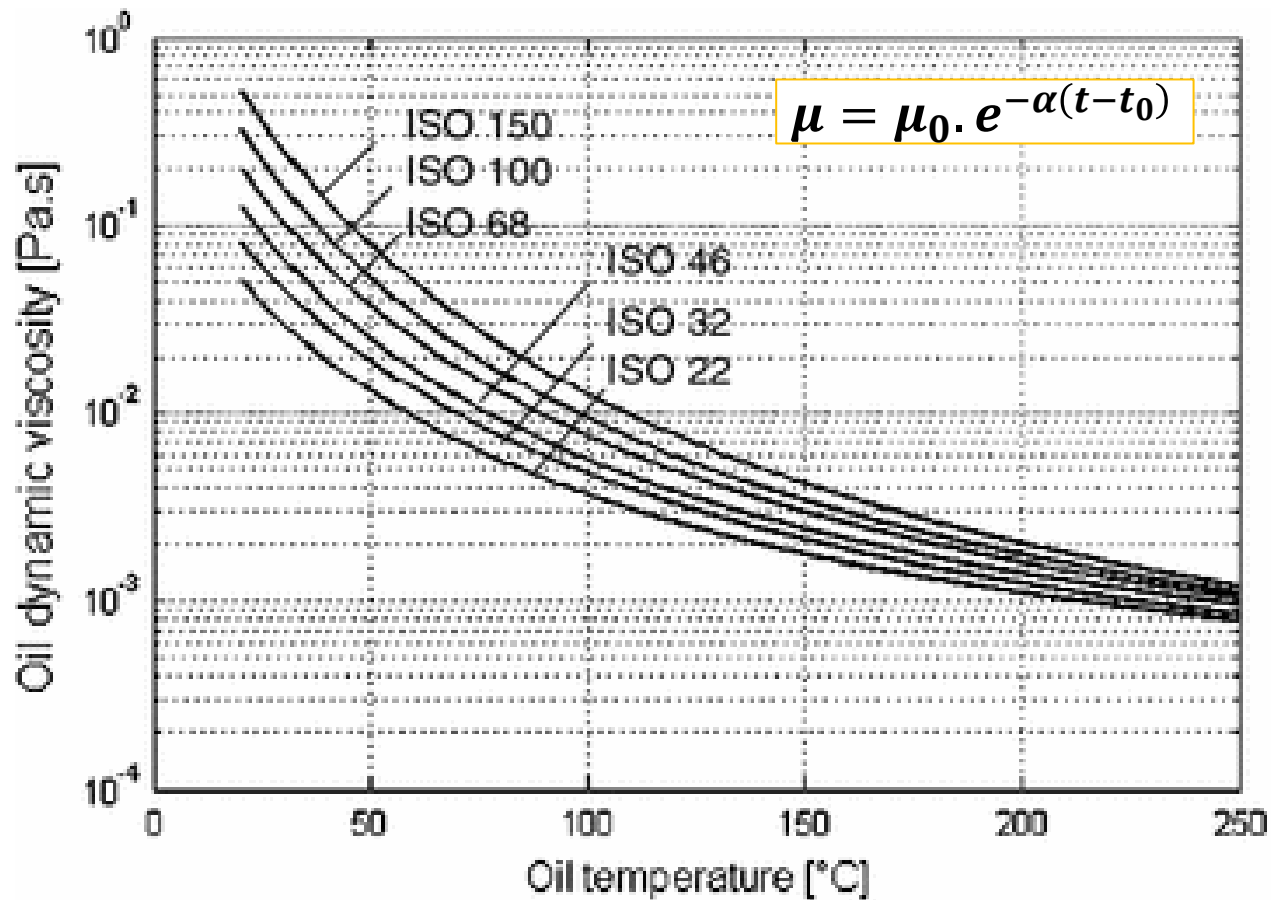
Mancais hidrodinâmicos





Mancais hidrodinâmicos

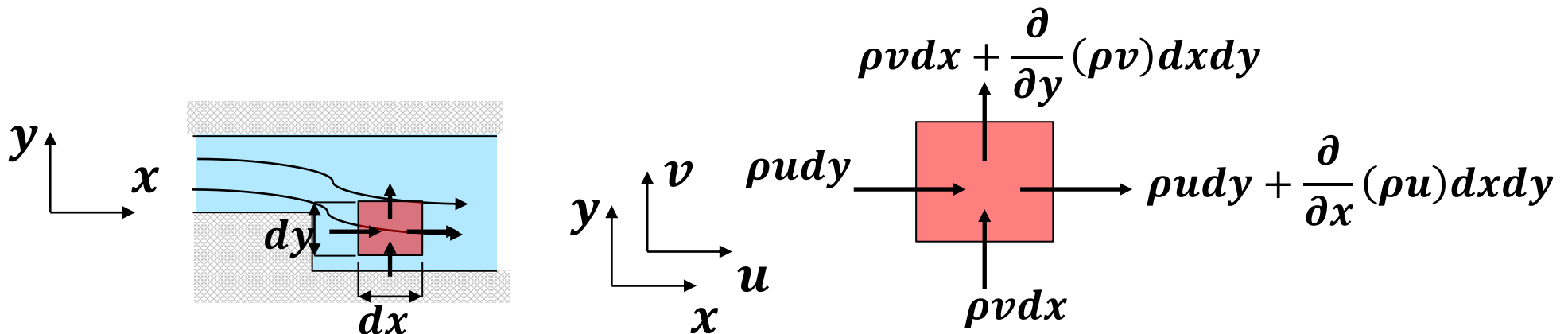
Dependência da viscosidade com a temperatura





Mancais hidrodinâmicos

Equação da conservação da massa



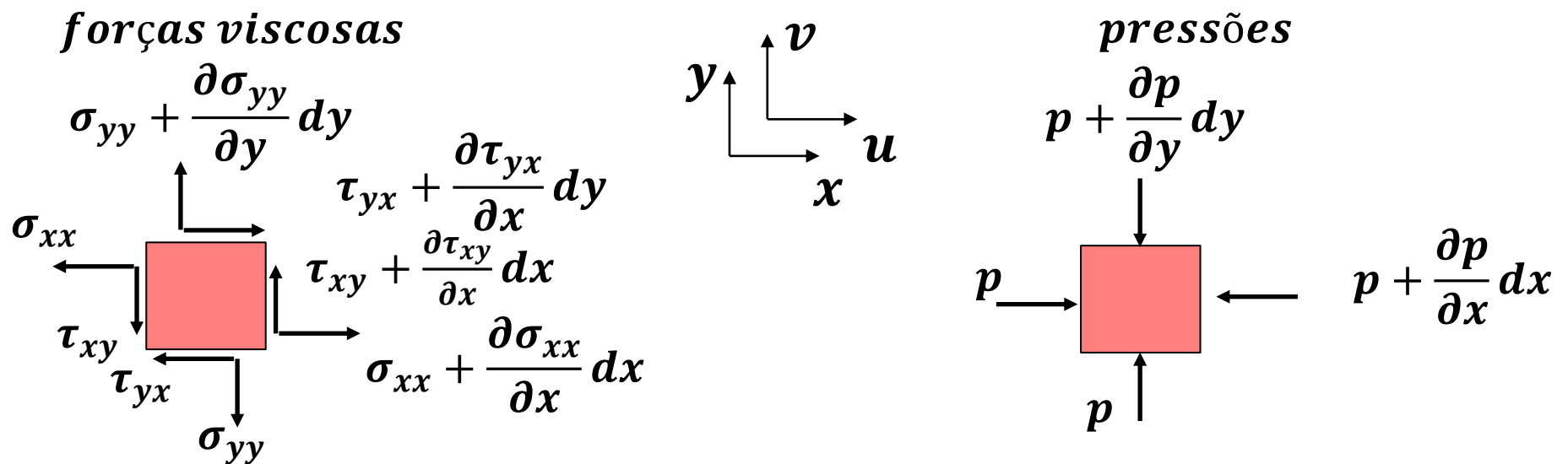
$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0$$

equação da continuidade



Mancais hidrodinâmicos

Equação da conservação da quantidade de movimento



$$F_{R,S_x} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} - p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} \right] dx dy \rightarrow \text{Força resultante na direção } X$$

$$\underbrace{\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right)}_{\text{aceleração}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} - p)}_{\text{Forças normais}} + \underbrace{\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}}_{\text{Forças cisalhantes}}$$

aceleração

Forças
normais

Forças
cisalhantes



Mancais hidrodinâmicos

Equação de Navier-Stokes

$$\underbrace{\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right)}_{\text{aceleração}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} - p)}_{\text{Forças normais}} + \underbrace{\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}}_{\text{Forças cisalhantes}}$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \rightarrow \text{na direção } X$$

Equação da conservação da energia

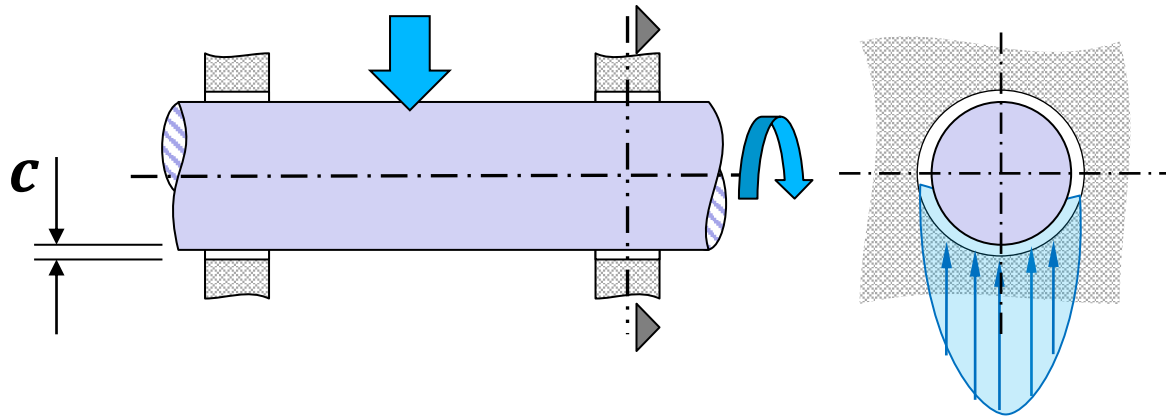
$$\rho C_p \left(u \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} \right) + \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \mu \Phi$$

$$\Phi = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)^2 + 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2$$



Mancais hidrodinâmicos

Hipóteses simplificativas



1º Grupo

- Fluido newtoniano
- Escoamento laminar
- Densidade constante
- Regime permanente

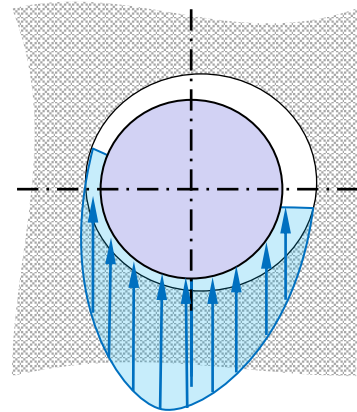
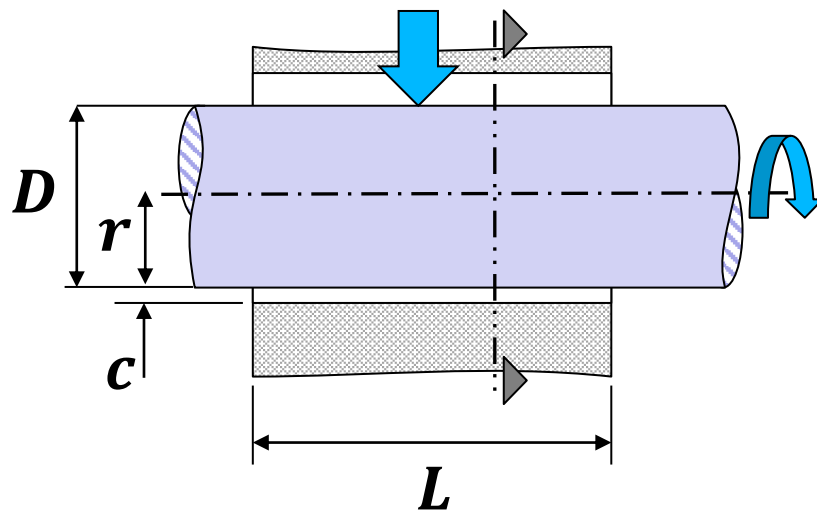
2º Grupo

- Aceleração pode ser ignorada
- Pressão não varia na direção da folga radial
- Velocidade constante e média



Mancais hidrodinâmicos

Funcionamento



Lei de Petrov

$$f = \frac{\mu \cdot U \cdot A}{c \cdot P}$$

$$f = 2 \cdot \pi^2 \frac{\mu \cdot n}{P} \frac{R}{c}$$

atrito

$$T_f = \frac{4 \cdot \pi^2 \mu \cdot n \cdot R^3}{c}$$

Torque friccional

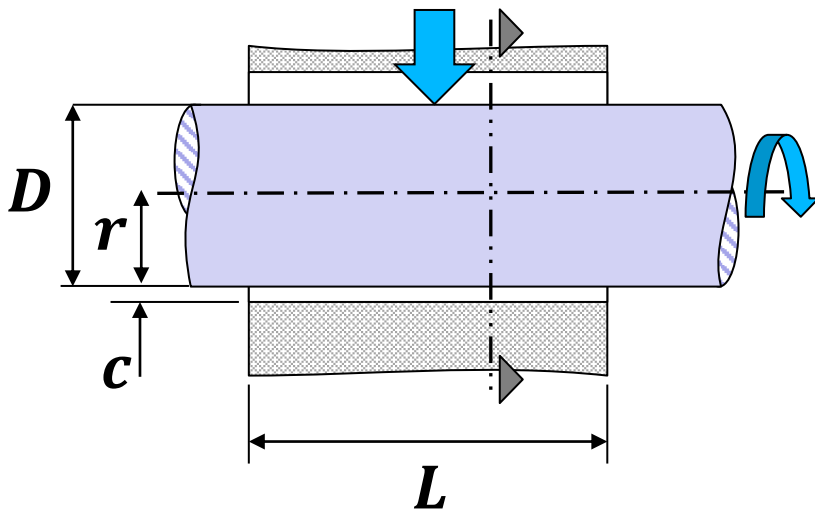
$$P_w = 2 \cdot \pi \cdot T_f \cdot n$$

Potência dissipada



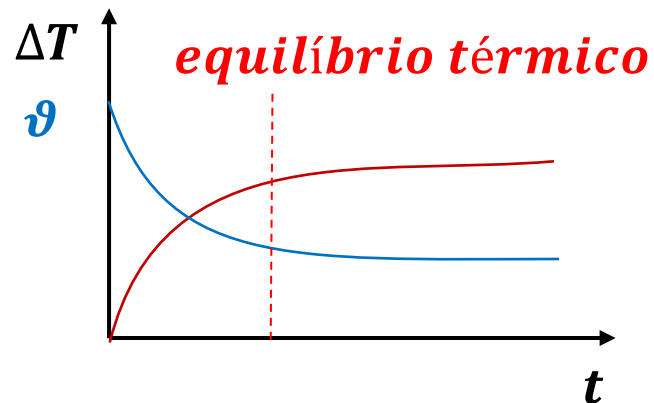
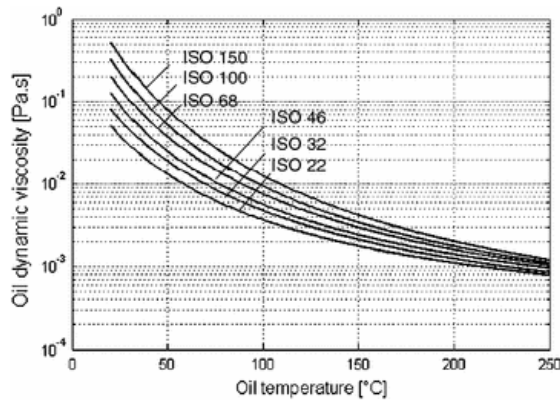
Mancais hidrodinâmicos

Funcionamento



$$P_w = 2 \cdot \pi \cdot T_f \cdot n$$

Potência dissipada



viscosidade

folga

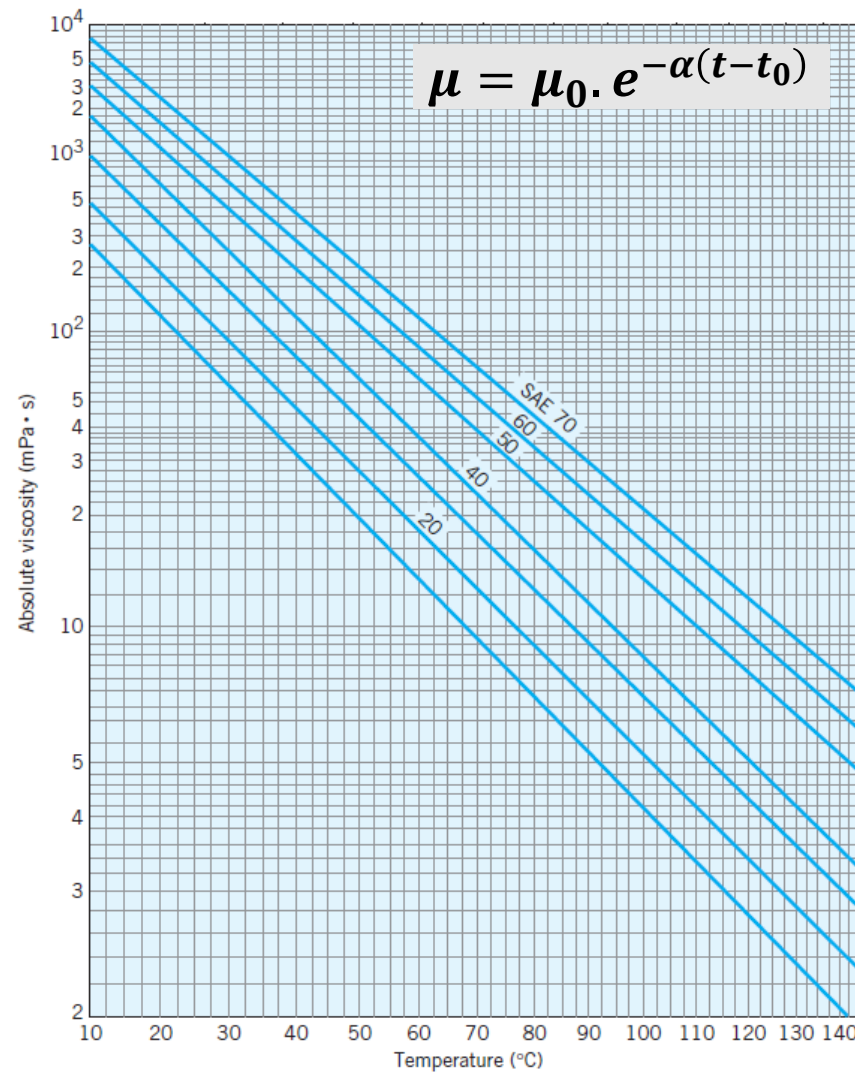
carga

Aquecimento



Mancais hidrodinâmicos

Dependência da viscosidade com a temperatura





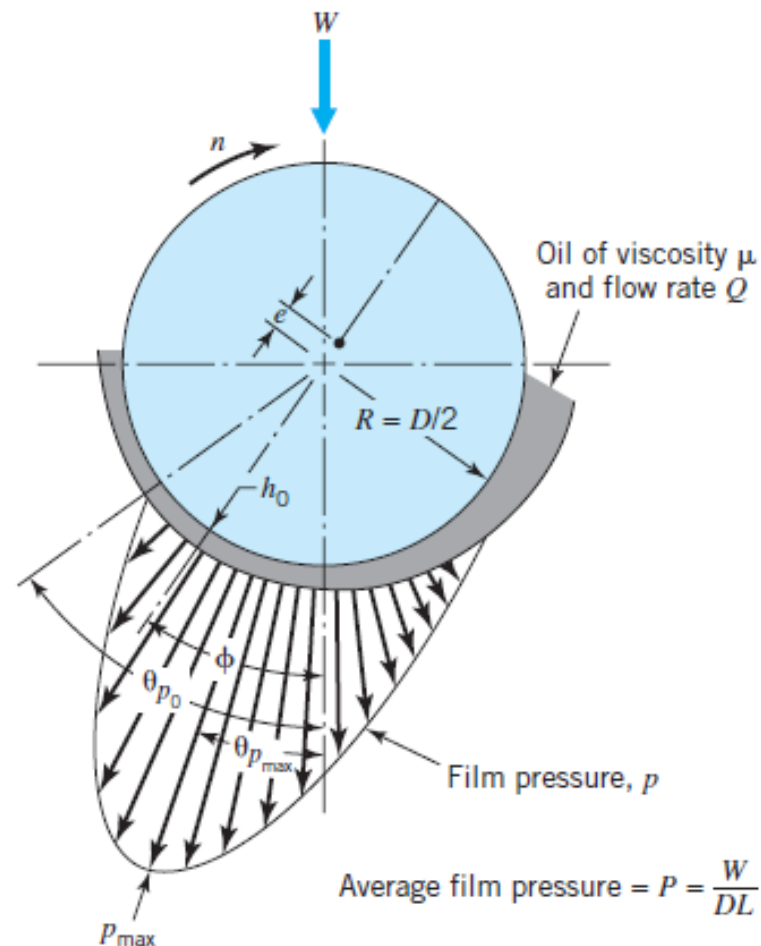
Mancais hidrodinâmicos

Número característico do mancal

$$S = \left(\frac{R}{c}\right) \frac{\mu \cdot n}{P}$$

Onde:

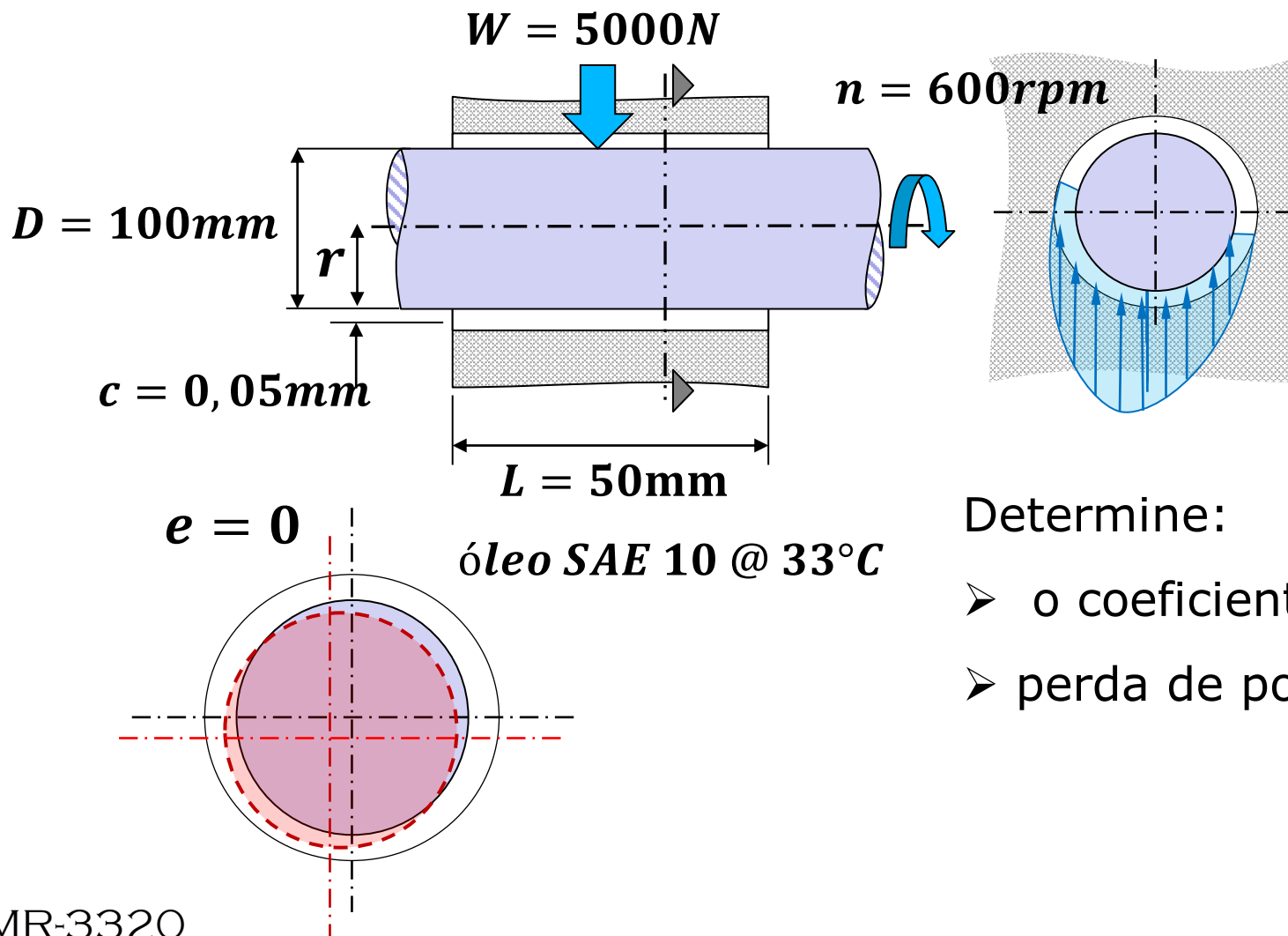
- R – raio do mancal
- c – excentricidade
- μ – viscosidade
- n – rotação
- P – Pressão





Mancais hidrodinâmicos

Exemplo





Mancais hidrodinâmicos

óleo SAE 10 @ 33°C

$D = 100\text{mm}$

$r = 50\text{mm}$

$L = 50\text{mm}$

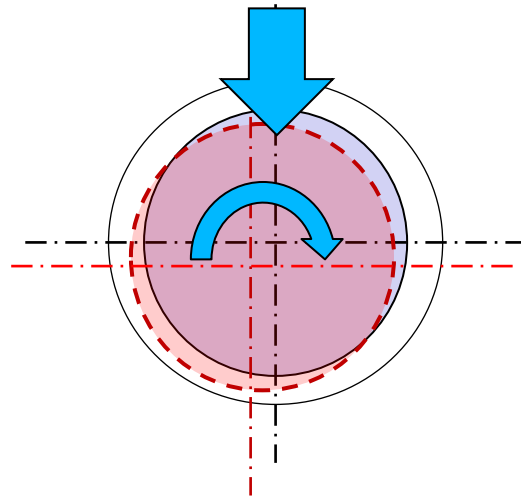
$c = 0,05\text{mm}$

$e = 0$

$W = 5000\text{N}$

$n = 600\text{rpm}$

$\mu = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$



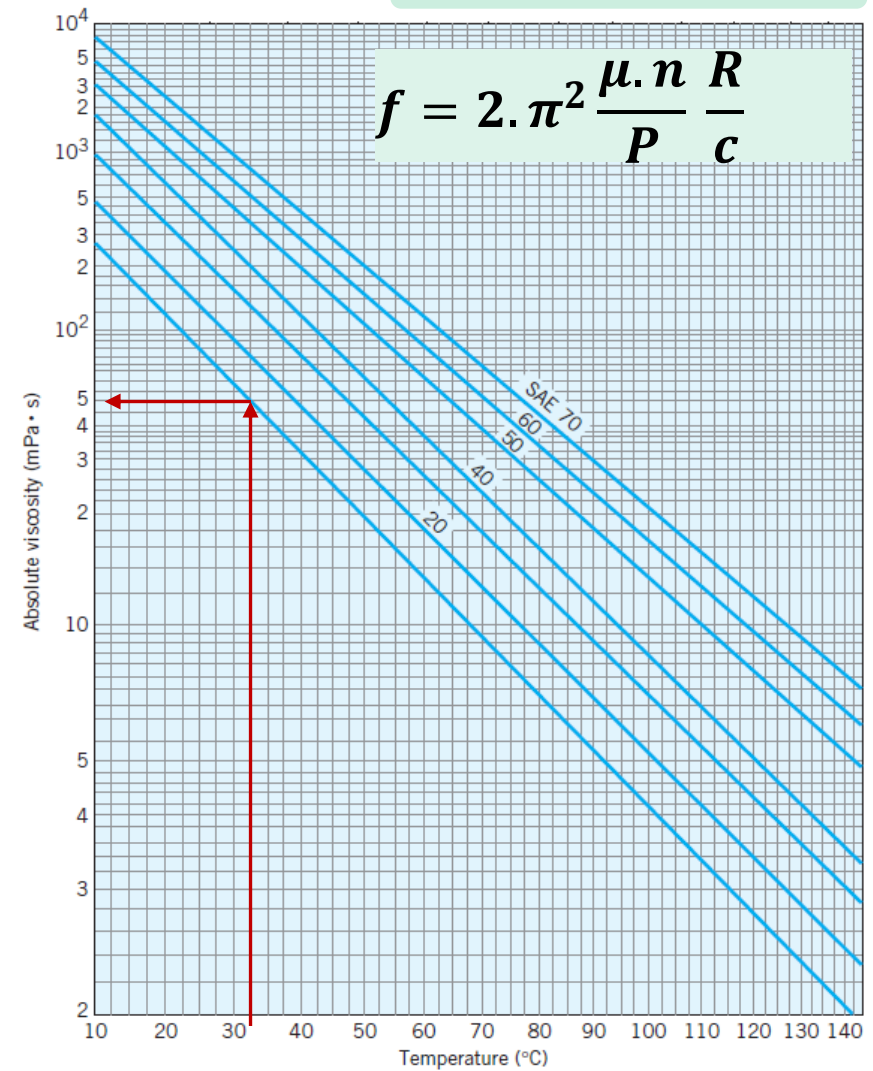
Exemplo

atrito

$$f = 2 \cdot \pi^2 \frac{\mu \cdot n}{P} \frac{R}{c}$$

$$f = 2 \cdot \pi^2 \frac{50 \cdot \left(\frac{600}{60}\right)}{\left(\frac{5000}{(10 \cdot 80) \times 10^{-3}}\right)} \frac{50}{0,05}$$

$$f = 0,0158$$





Mancais hidrodinâmicos

óleo SAE 10 @ 33°C

$D = 100\text{mm}$

$r = 50\text{mm}$

$L = 50\text{mm}$

$c = 0,05\text{mm}$

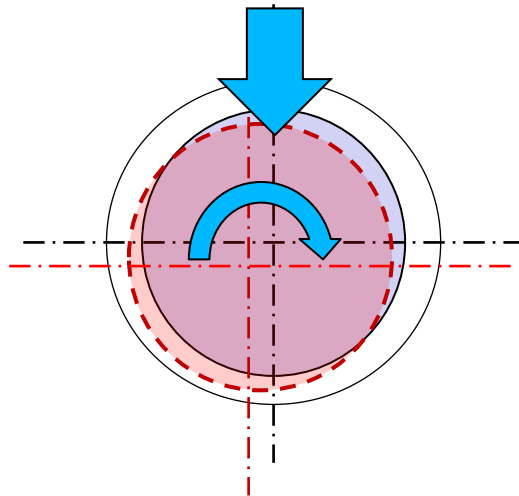
$e = 0$

$W = 5000\text{N}$

$n = 600\text{rpm}$

$\mu = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$

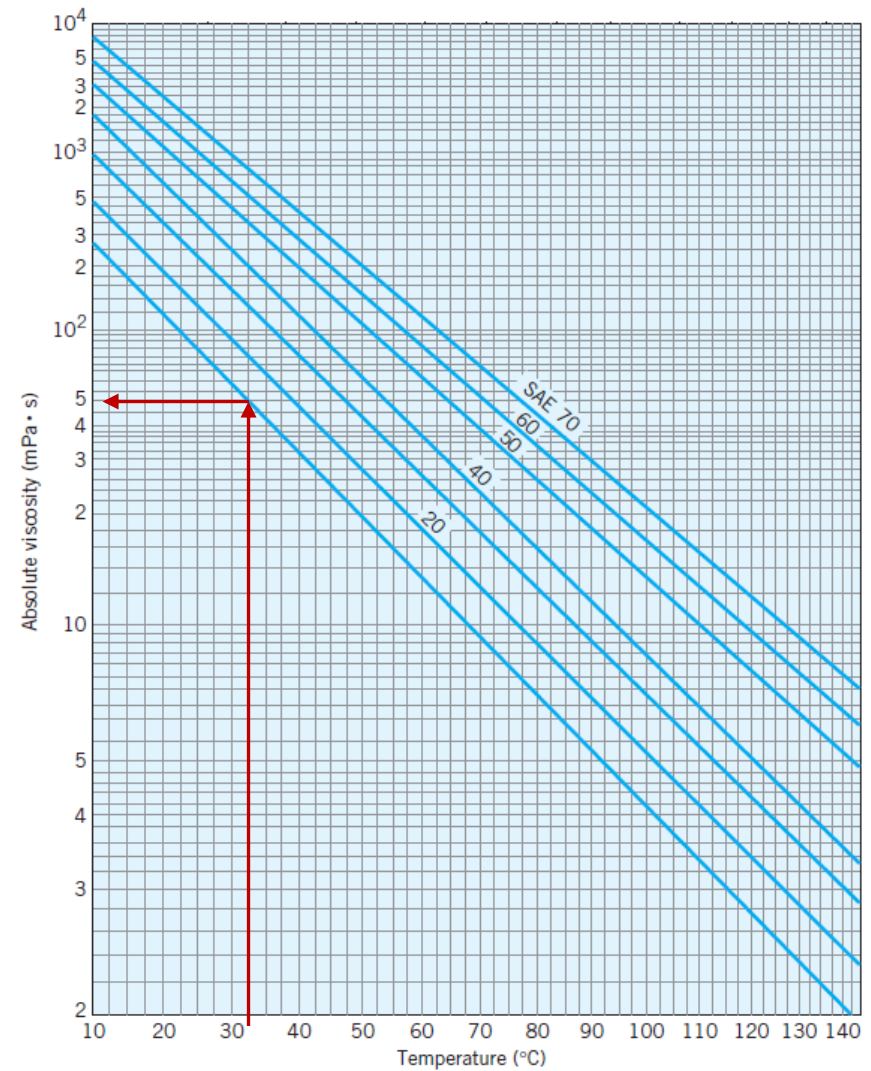
Exemplo



Torque friccional

$$T_f = \frac{4 \cdot \pi^2 \mu \cdot n \cdot R^3}{c}$$

$$T_f = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 50 \cdot \left(\frac{600}{60}\right) \cdot 600 \cdot 50^3}{0,05} = 3,95 \text{ N}\cdot\text{m}$$





Mancais hidrodinâmicos

Número característico do mancal

óleo SAE 10 @ 33°C

$D = 100\text{mm}$

$r = 50\text{mm}$

$L = 50\text{mm}$

$c = 0,05\text{mm}$

$e = 0$

$W = 5000\text{N}$

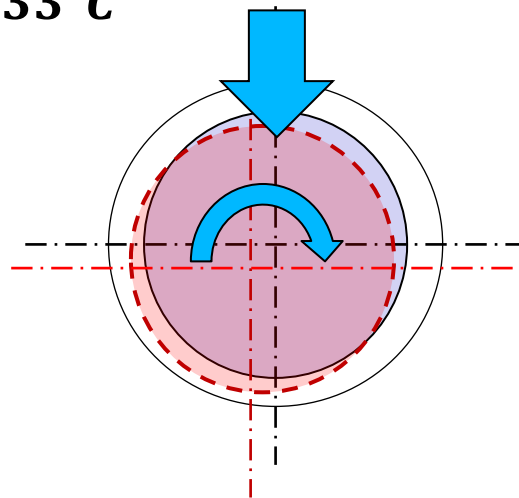
$n = 600\text{rpm}$

$\mu = 50\text{ mPa}\cdot\text{s}$

$$P = \frac{5000}{(0,1 * 0,05)}$$

$$P = \frac{5000}{(0,1 * 0,05)}$$

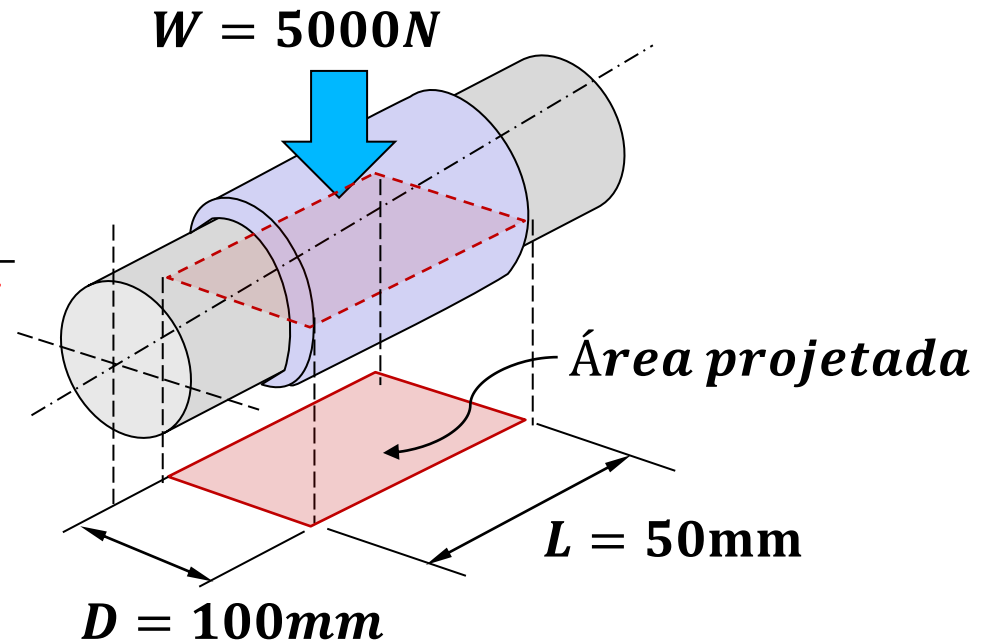
$$P = 1\text{MPa}$$



$$S = \left(\frac{R}{c}\right) \frac{\mu \cdot n}{P}$$

$$S = \left(\frac{50}{0.05}\right) \frac{50 \times 10^{-3} \cdot \left(\frac{600}{60}\right)}{1 \times 10^6}$$

$$S = 0,05$$



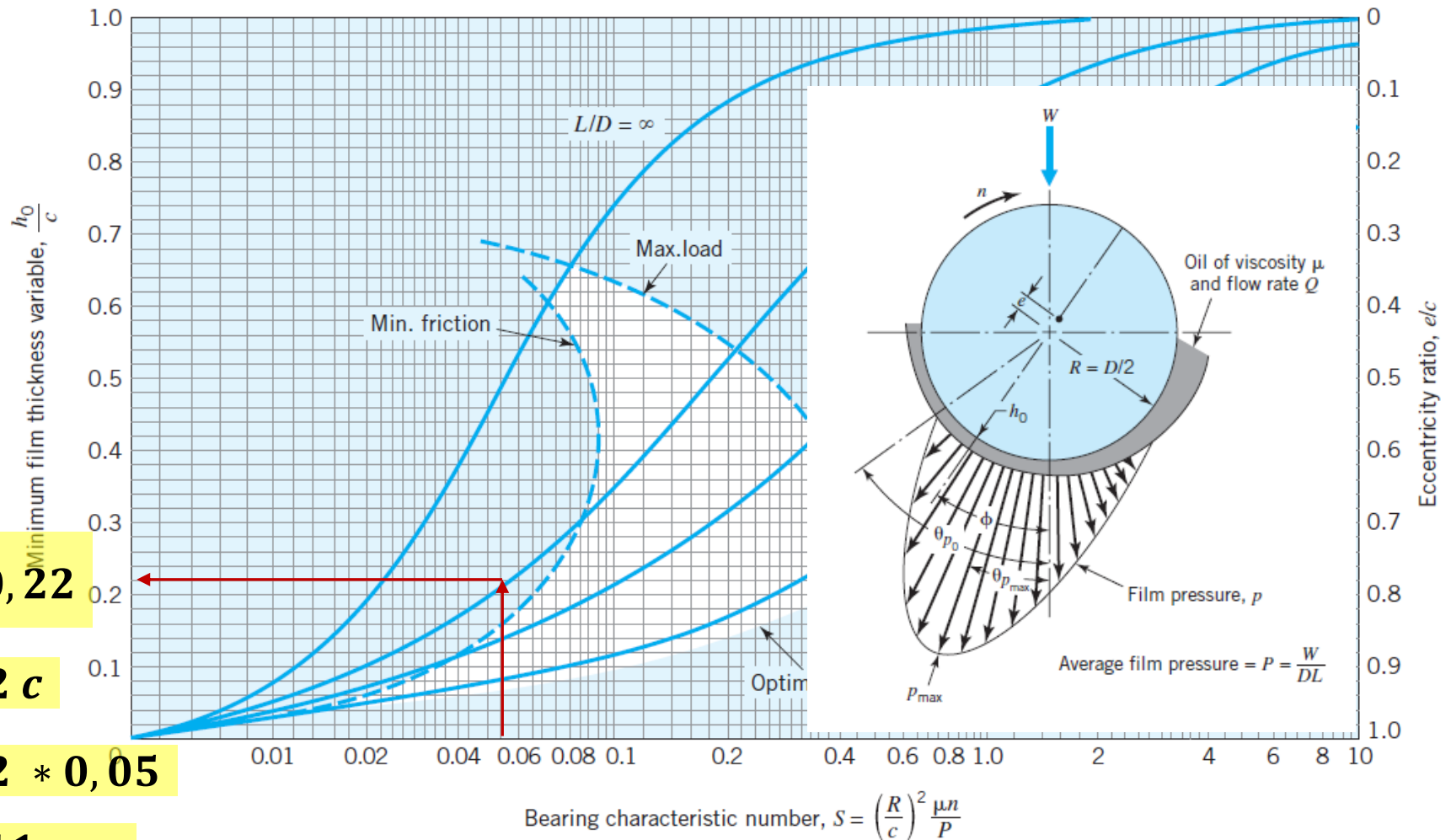
$$P = W / A_{\text{projetada}}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{50}{100} = 0,8$$



Mancais hidrodinâmicos

espessura mínima do filme



$$\frac{h_0}{c} = 0,22$$

$$h_0 = 0,22 c$$

$$h_0 = 0,22 * 0,05$$

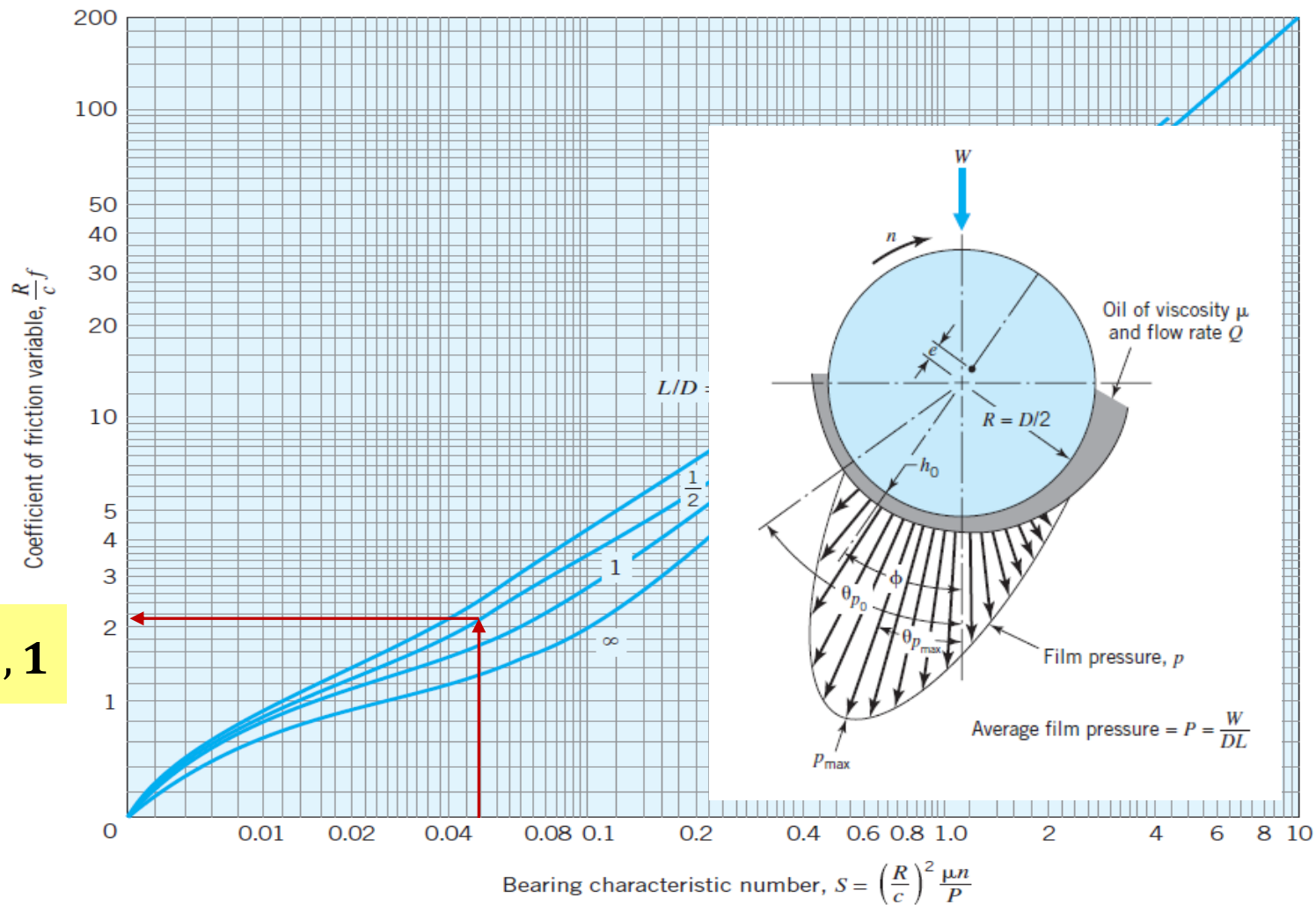
$$h_0 = 0,011mm$$

PMR-3320



Mancais hidrodinâmicos

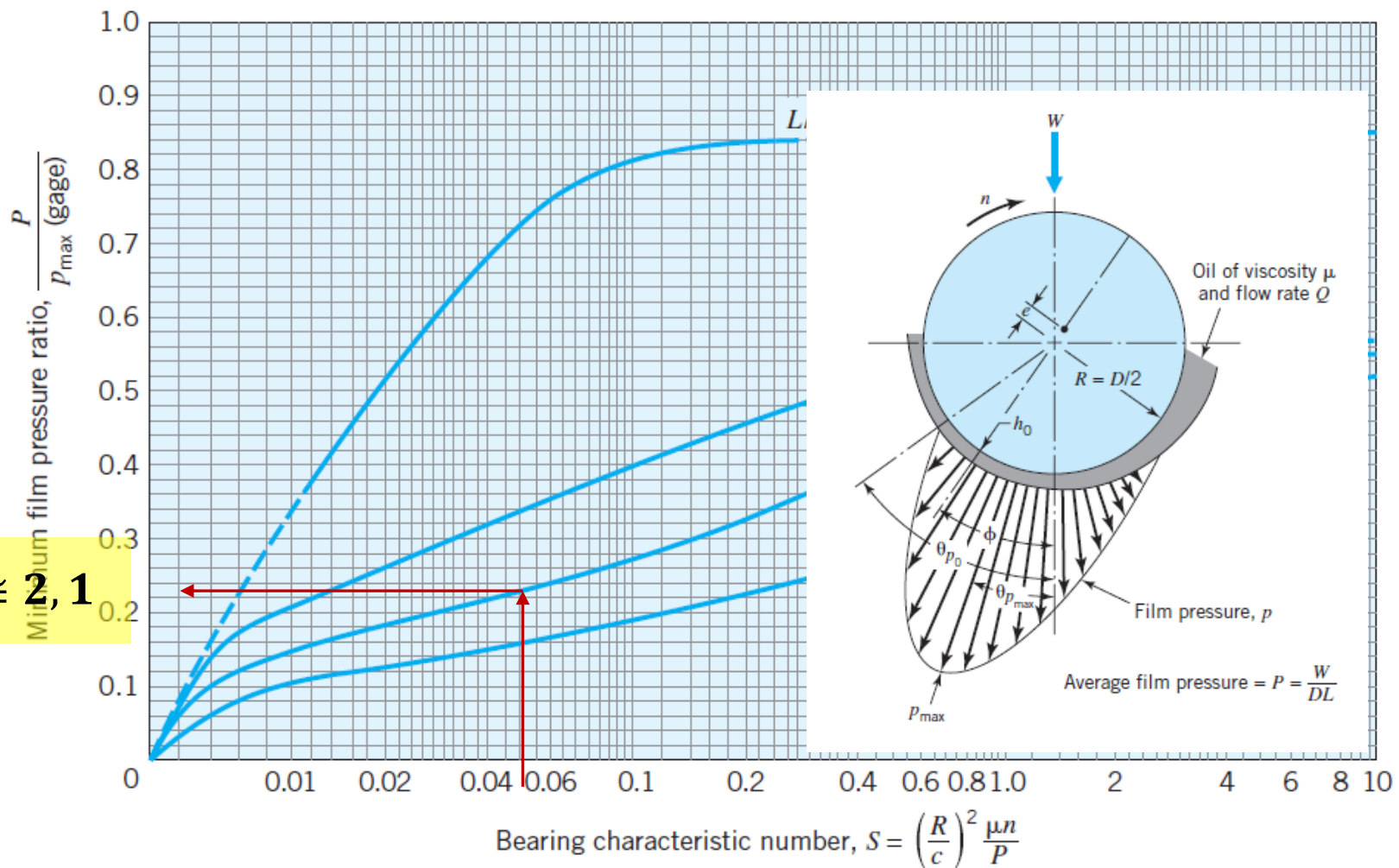
Coeficiente de atrito





Mancais hidrodinâmicos

Pressão máxima no filme

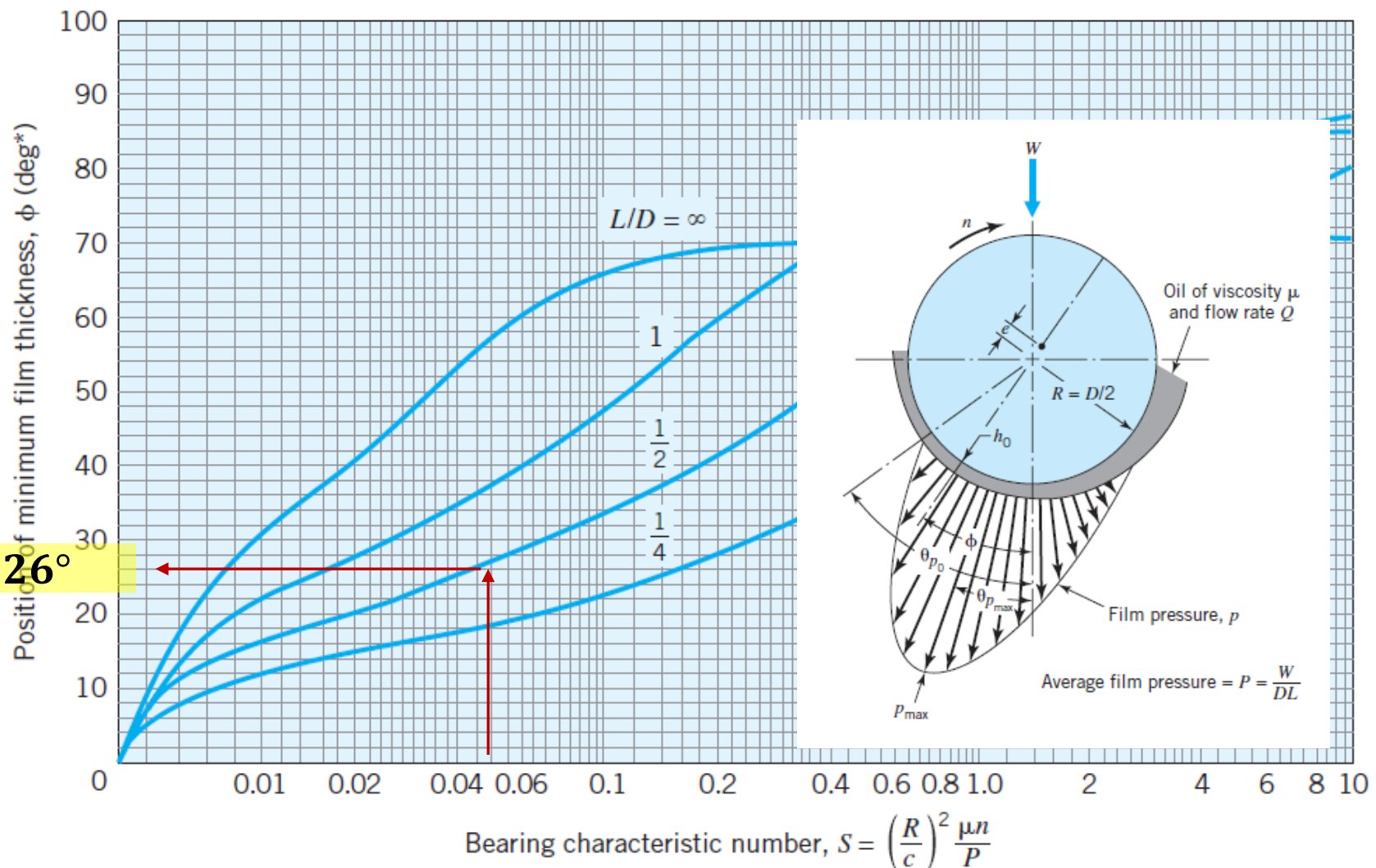


$$\frac{P}{P_{max}} \approx 0.2$$



Mancais hidrodinâmicos

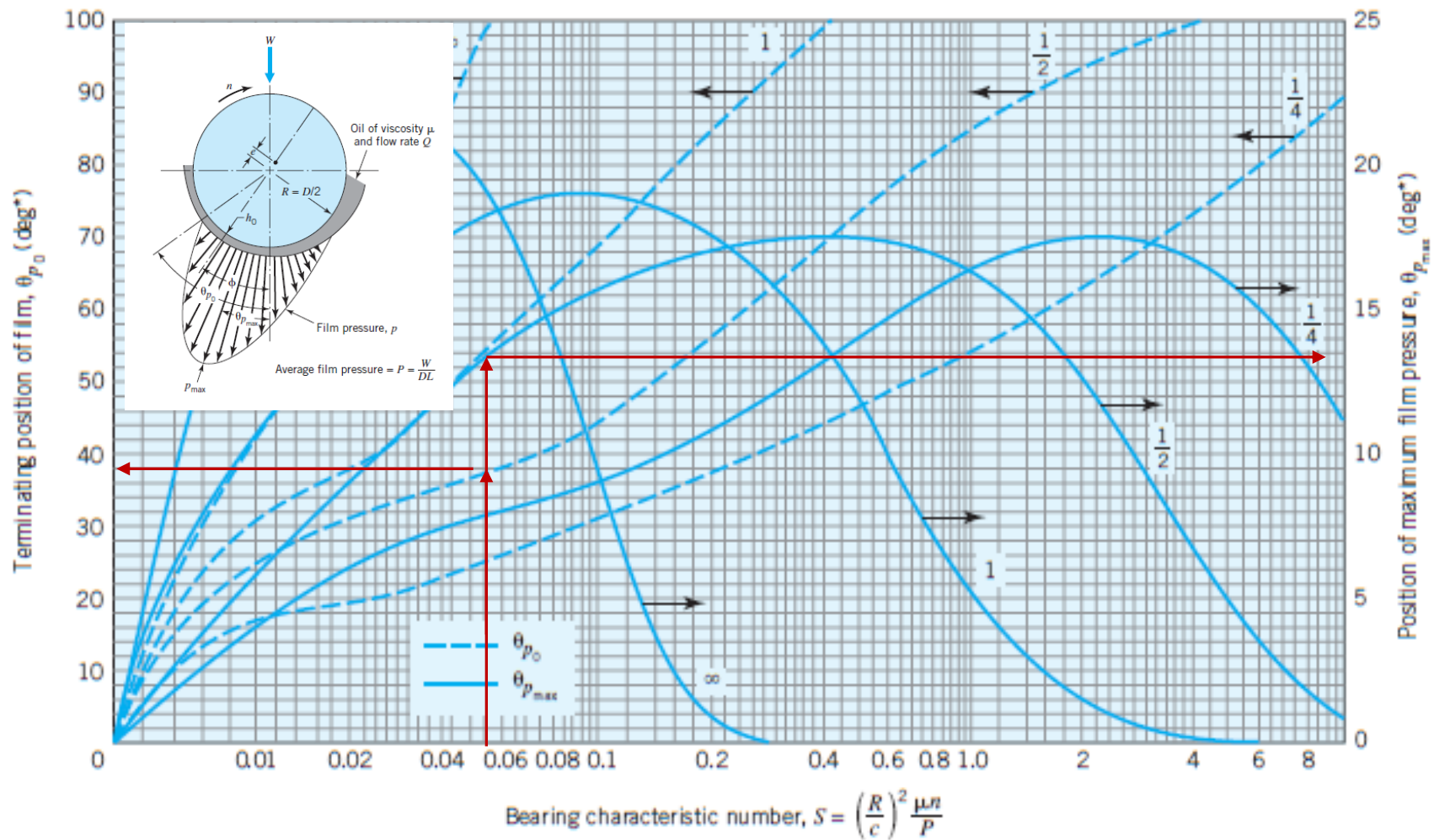
Posição da menor espessura do filme





Mancais hidrodinâmicos

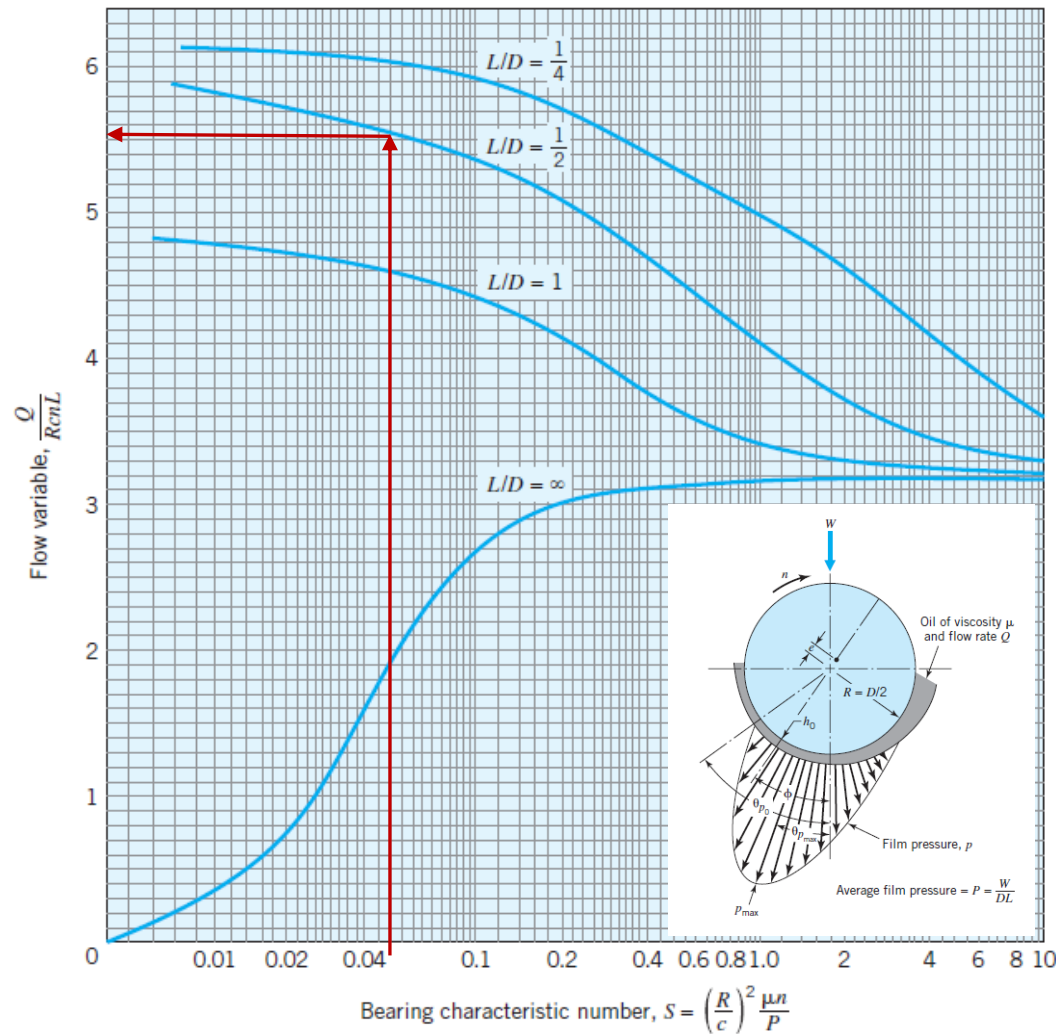
posição da pressão máxima do filme e fim do filme





Mancais hidrodinâmicos

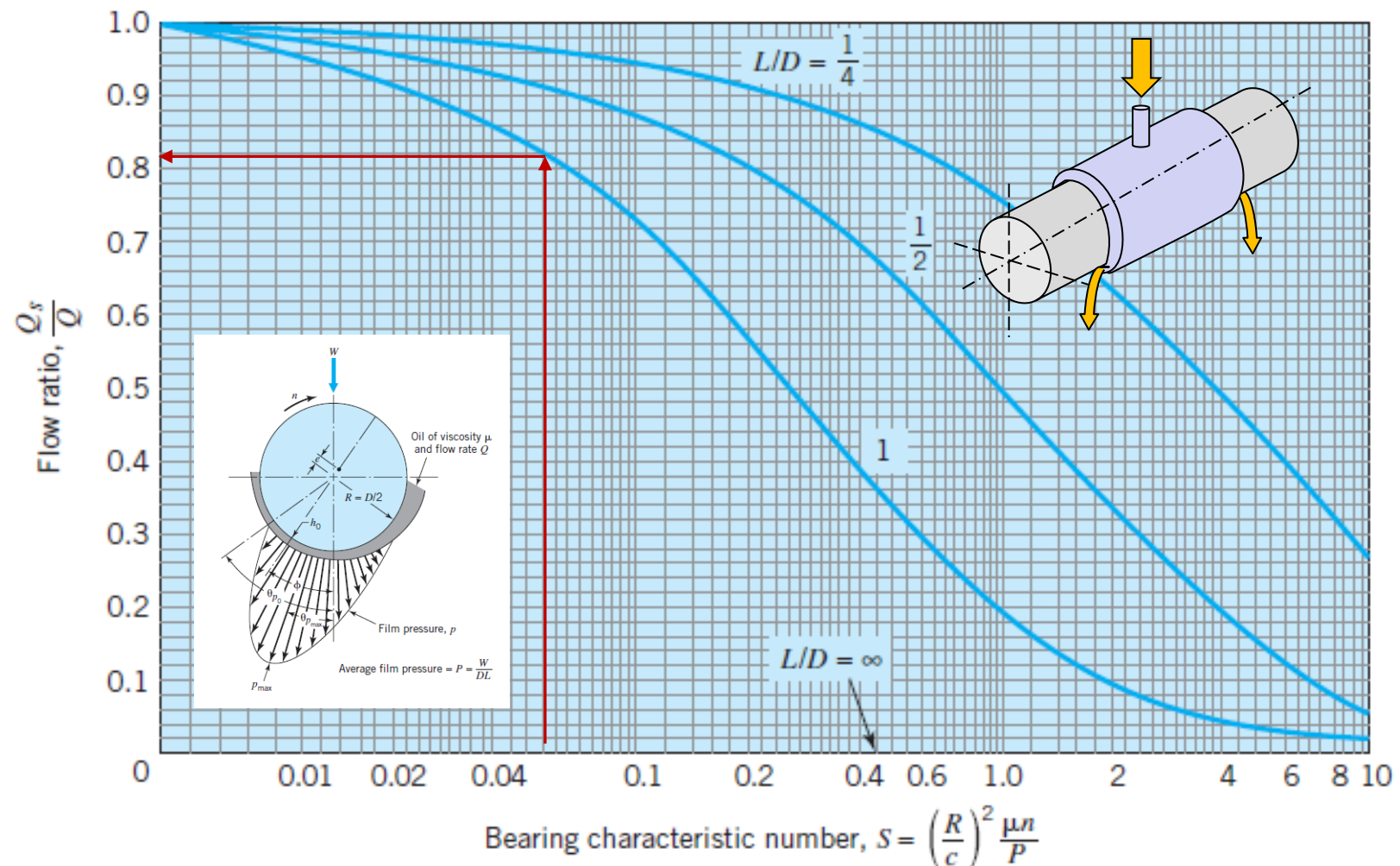
Fluxo adimensional





Mancais hidrodinâmicos

Relação entre o fluxo lateral e total

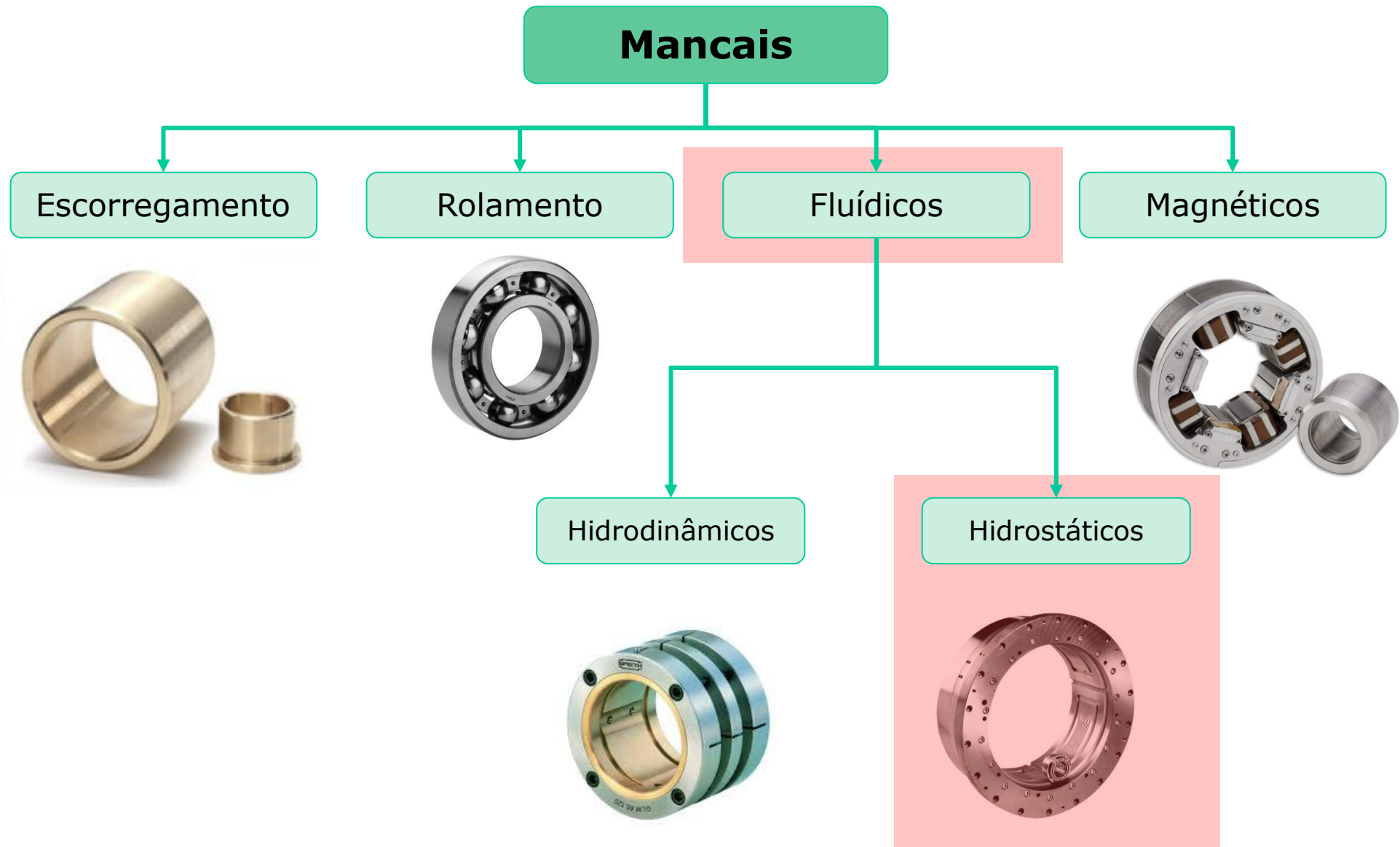




Mancais hidrodinâmicos

Exemplos







Mancais hidrostáticos





Mancais hidrostáticos

Características



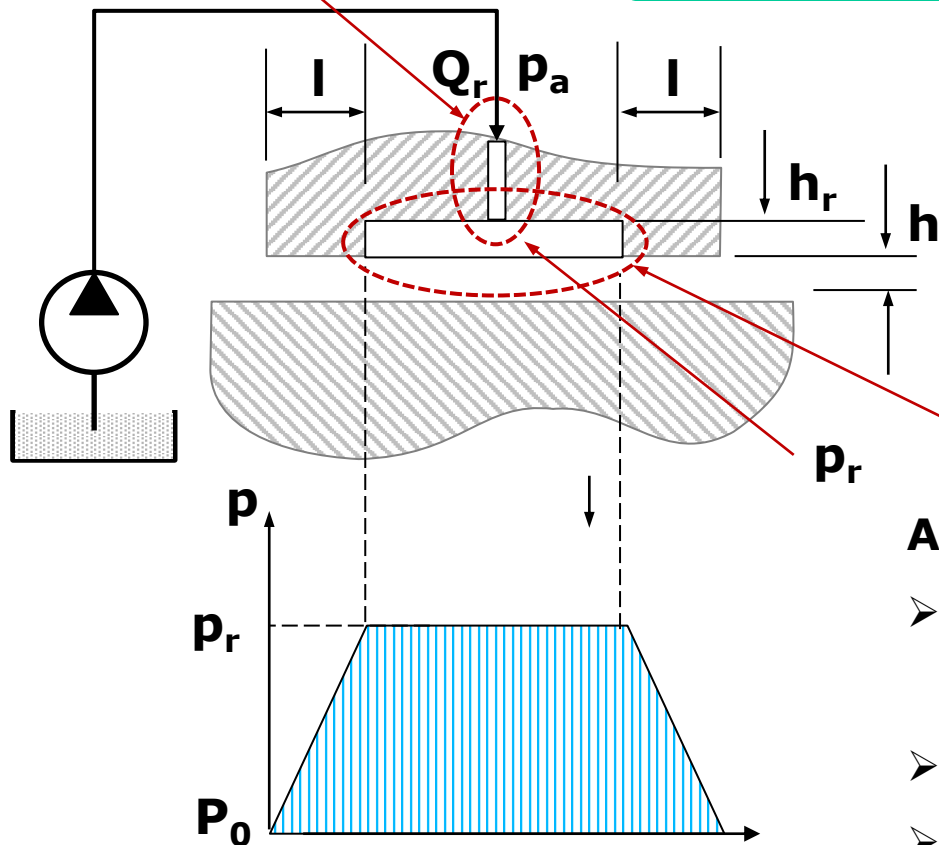
- Projeto complexo
- Fabricação complexa
- Baixa modularidade
- Sem atrito, desgaste e *stick-slip*
- Elevada capacidade de carga
- Sistemas de retorno e resfriamento
- Alta rigidez
- Elevado amortecimento
- Alta velocidade
- Problema de estabilidade térmica
- Elevada exatidão
- Amortecimento



Mancais hidrostáticos

Restritor de fluxo

Premissas



$$B \gg I \quad P_0 = 0$$

rebaixo



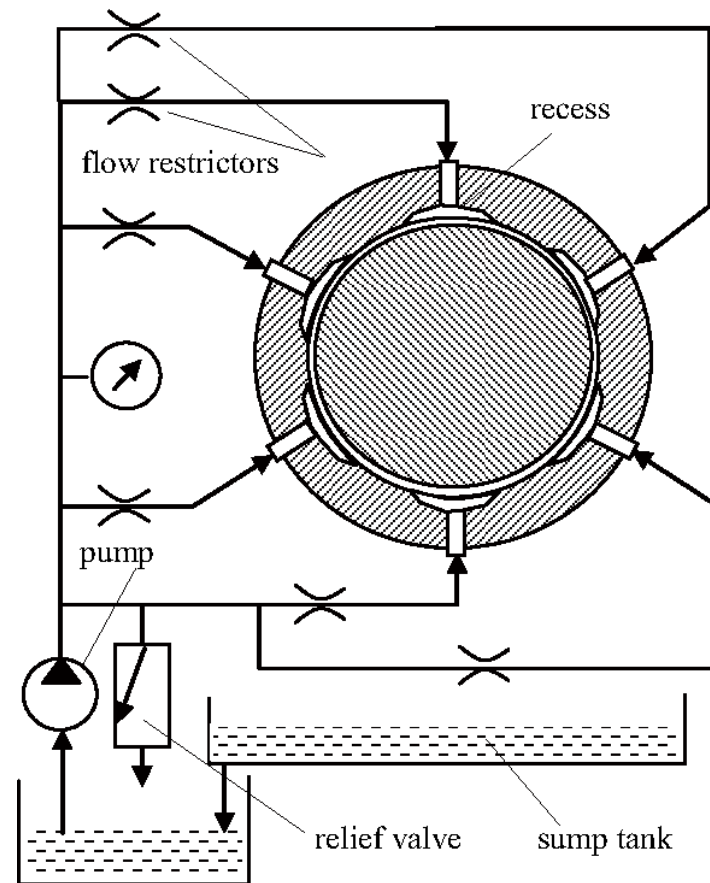
Assumindo:

- Existe um fluxo laminar entre superfícies planas.
- Só existe atrito viscosos
- Além das forças de compressão, as forças de empuxo também devem ser levadas em consideração (squeeze film effect).



Mancais hidrostáticos

Funcionamento





Mancais hidrostáticos

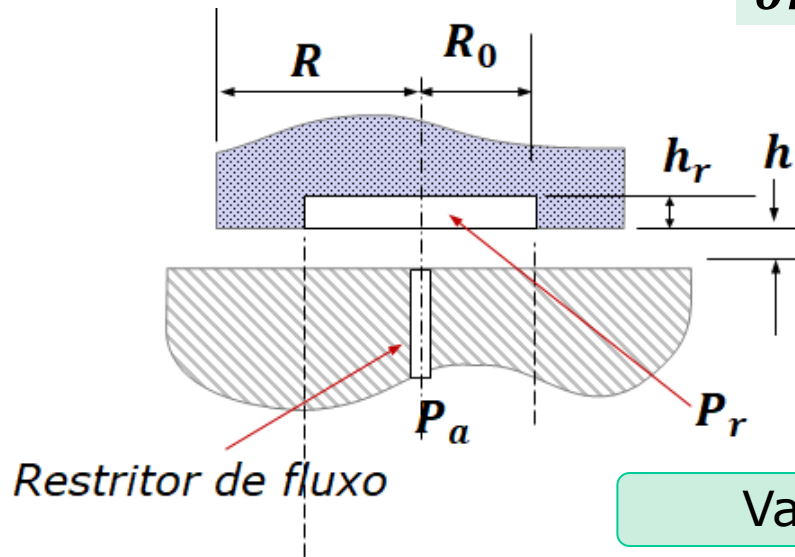
Equação de Reynolds em coordenadas cilíndricas

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \cdot h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho \cdot h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6 \cdot \frac{\omega}{r^2} \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

0 0 0

$\mu \rightarrow \text{constante}$ $h \rightarrow \text{constante}$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0$$



Vazão radial

$$q_r = \frac{-h^3}{12\mu} \frac{dp}{dr} \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

Vazão total

$$Q_r = \int_0^{2\pi} r d\theta \left[m^3 / s \right]$$



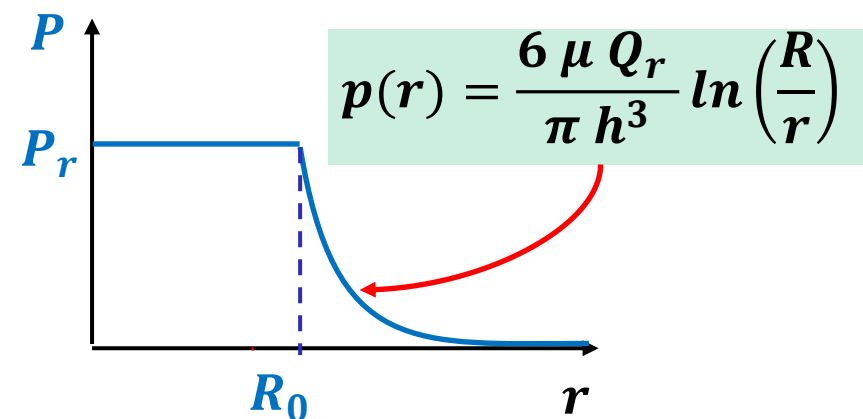
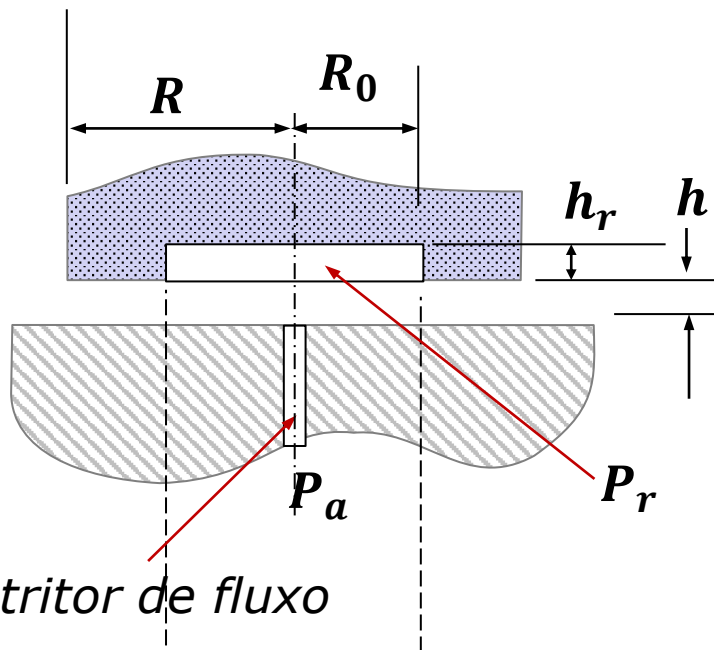
Mancais hidrostáticos

Vazão total

$$Q_r = \int_0^{2\pi} r d\theta [m^3 / s]$$

para um vazão constante

$$Q_r = \frac{-h^3}{12\mu} 2\pi r \frac{dp}{dr}$$





Mancais hidrostáticos

Carga suportada pelo mancal

$$W = \int_{R_o}^R p(r) 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr + p_o \cdot \pi \cdot R_o^2$$

$$W = \frac{p_r \cdot \pi}{2} \left[\frac{R^2 - R_o^2}{\ln\left(\frac{R}{R_o}\right)} \right]$$

Vazão pelo mancal

$$Q_r = \frac{p_r \pi h^3}{6 \mu \ln\left(\frac{R}{R_o}\right)}$$

Na prática



Mancais hidrostáticos

Carga suportada pelo mancal

$$W = \frac{3 \mu Q_r}{h^3} (R^2 - R_o^2)$$

rigidez

$$k = \frac{dW}{dh} = -\frac{3}{h} W$$



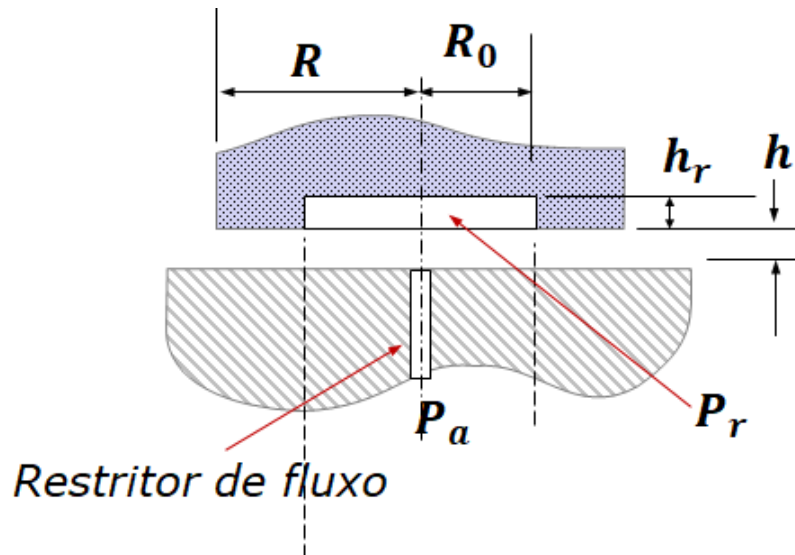
bomba de deslocamento positivo

Para Q_r constante



Mancais hidrostáticos

Restritores de fluxo



Restritor de fluxo

Orifício

Capilares

Flexíveis

Porosos

Outros



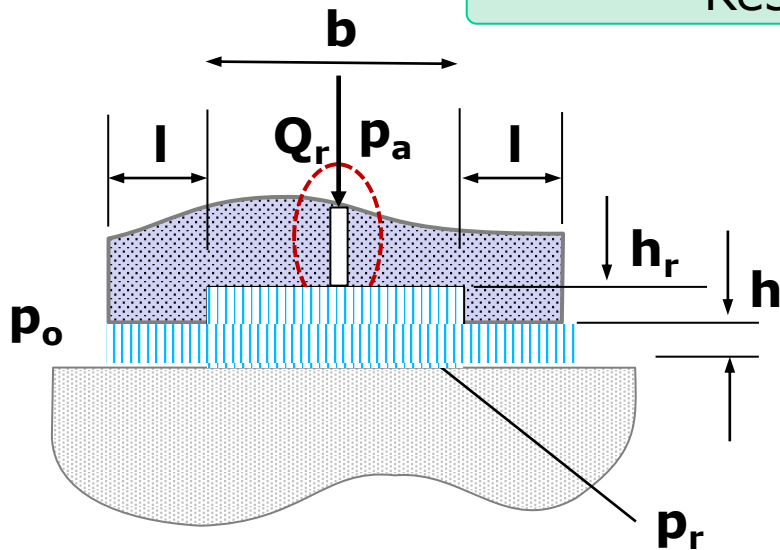
Mancais hidrostáticos

Restritores de fluxo

Fluxo em um restritor tipo orifício

$$Q_{r_o} = A_c C_{d_o} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_a - p_r)}$$

$$C_{d_{\text{orifício}}} \cong 0,80 \Rightarrow (0,6 \text{ a } 1,0)$$



$$Q_{r_o} = A_c C_{d_o} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_a - p_r)}$$

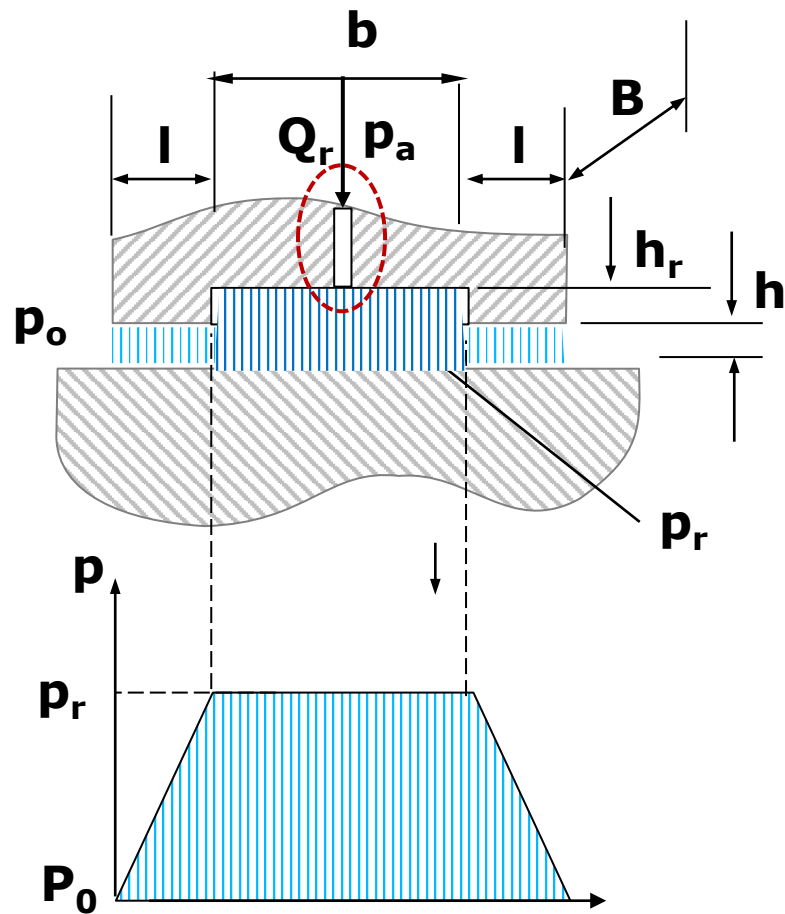
C_{d_o} = Coeficiente de descarga

A_c = Área do orifício

Q_{r_o} = fluxo de fluido no restritor



Mancais hidrostáticos



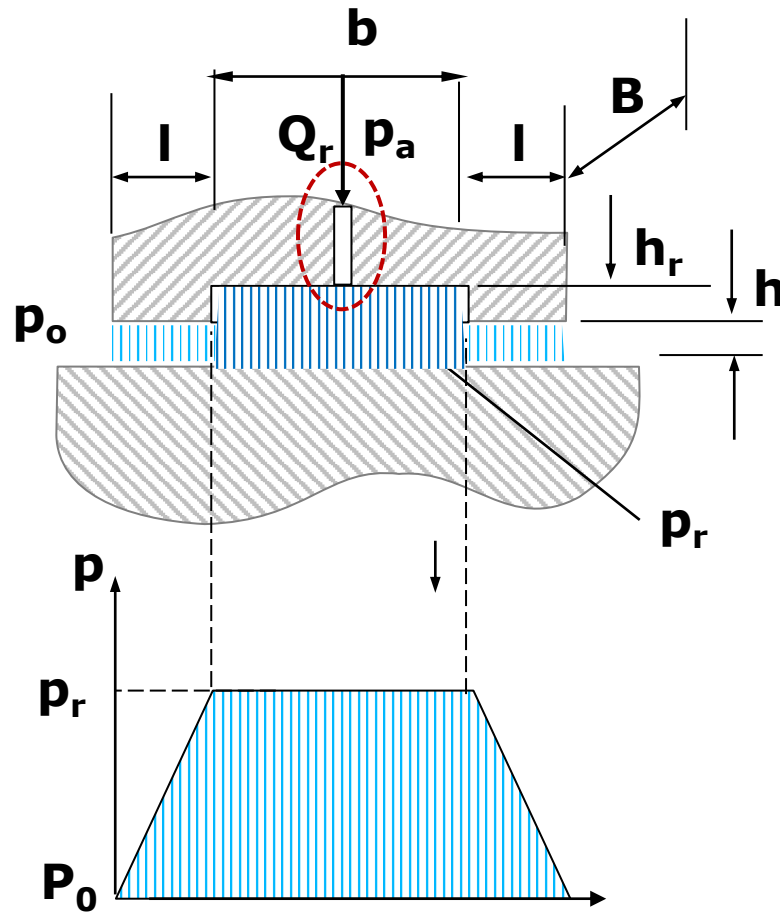
Capacidade de carga

$$W = B \left\{ p_r \frac{l}{2} + p_r b + p_r \frac{l}{2} \right\}$$

$$W = p_r B(l + b)$$



Mancais hidrostáticos



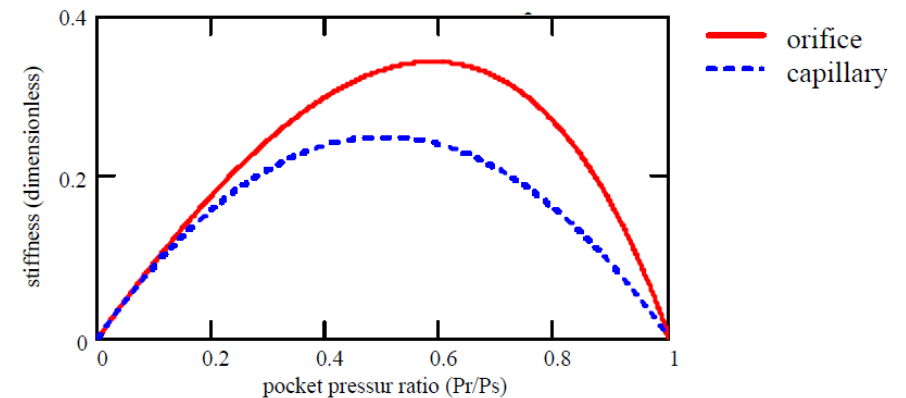
Rigidez

$$K = \frac{3B(l+b)}{h} \frac{p_r}{(Z+1)}$$

$$Z = \frac{(p_r - p_a)}{a(p_s - p_r)}$$

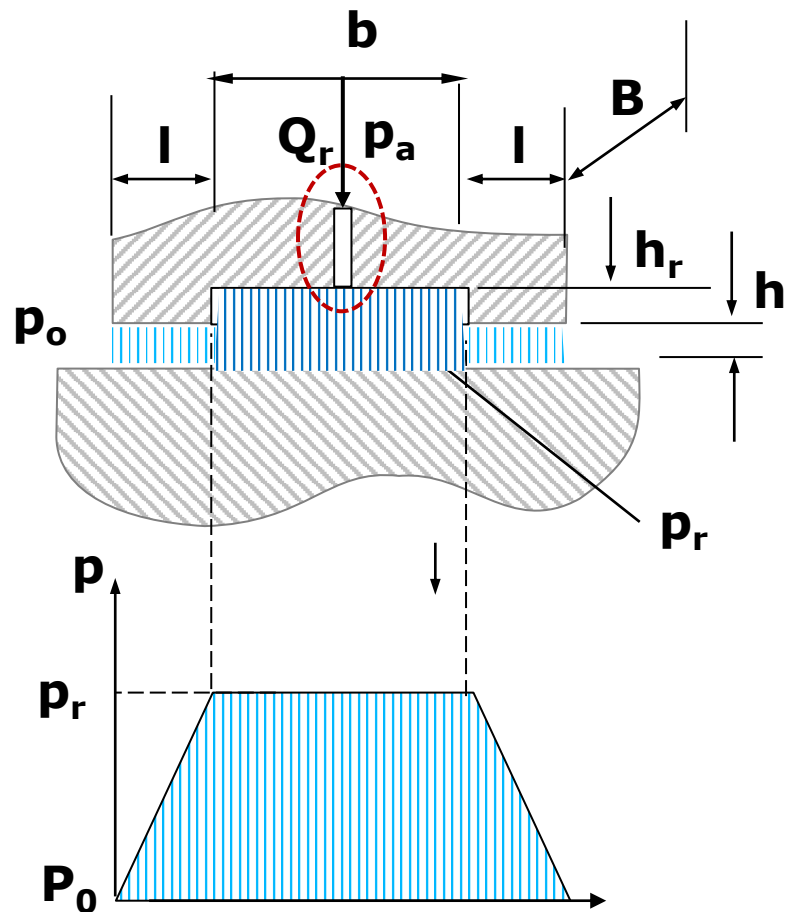
$a = 2$ para restritor tipo orifício
 $a = 1$ para restritor tipo capilar

Comparando – Orifício vs Capilar

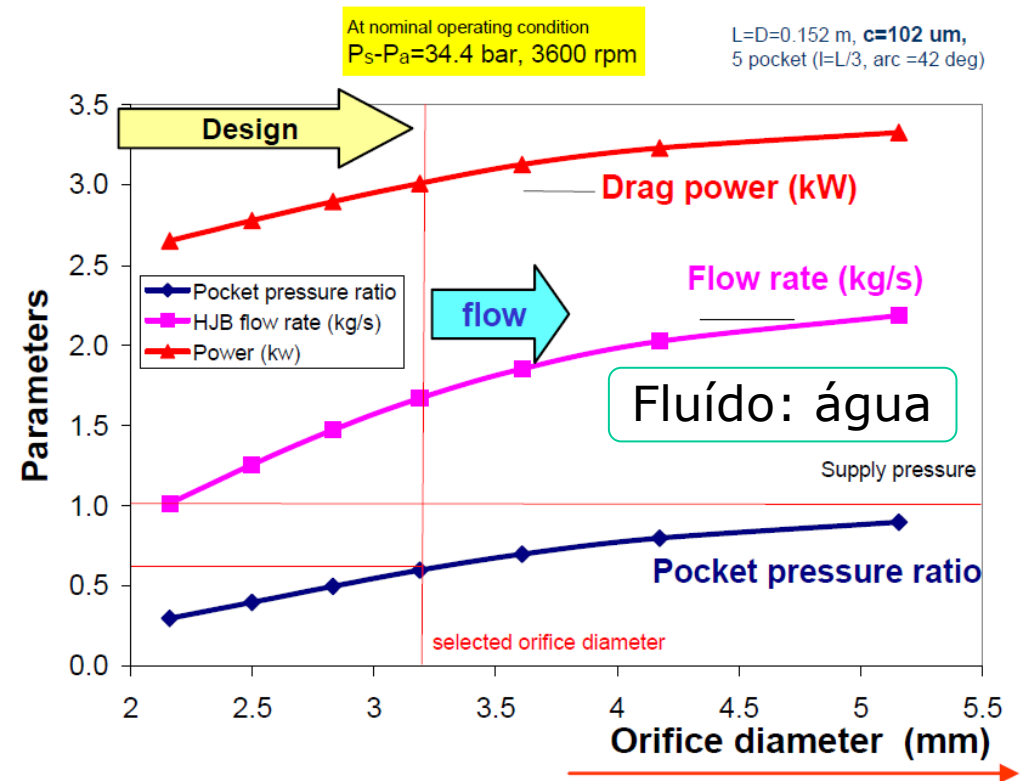




Mancais hidrostáticos

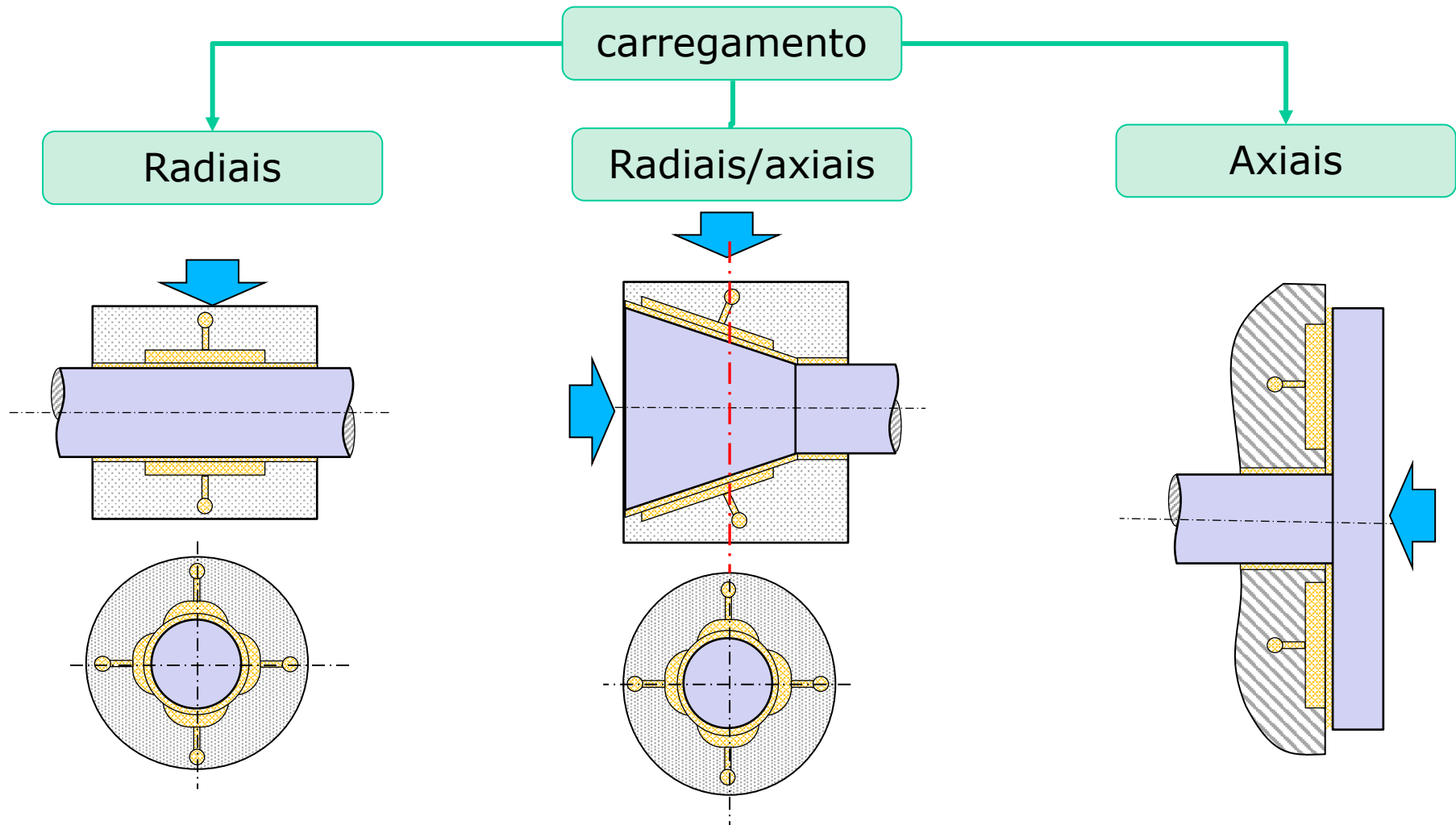


Efeito do diâmetro do orifício





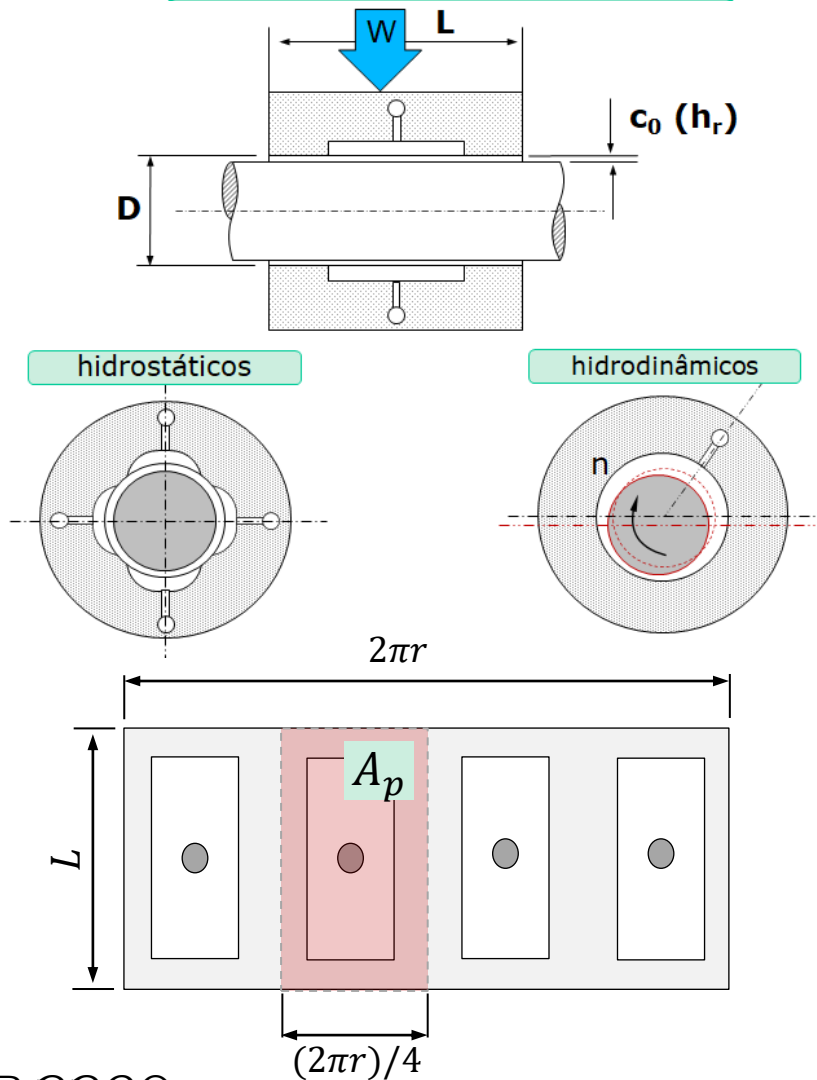
Mancais hidrostáticos





Mancais hidrostáticos

Dimensionamento



$$W = a_f A_p P_r$$

$$Q = q_f \frac{F}{A_p} \frac{c^3}{\mu}$$

$$P_a = P_r Q$$

$$P_a = H_f \left(\frac{F}{A_p} \right)^2 \left(\frac{c^3}{\mu} \right)$$

$W \Rightarrow$ capacidade de carga do mancal

$Q \Rightarrow$ fluxo no mancal

$P_a \Rightarrow$ pressão de alimentação (bomba)

$P_r \Rightarrow$ pressão no rebaixo

$a_f \Rightarrow$ coeficiente de carga

$q_f \Rightarrow$ coeficiente de fluxo

$H_f \Rightarrow$ coeficiente de potência

$A_p \Rightarrow$ área do Pad

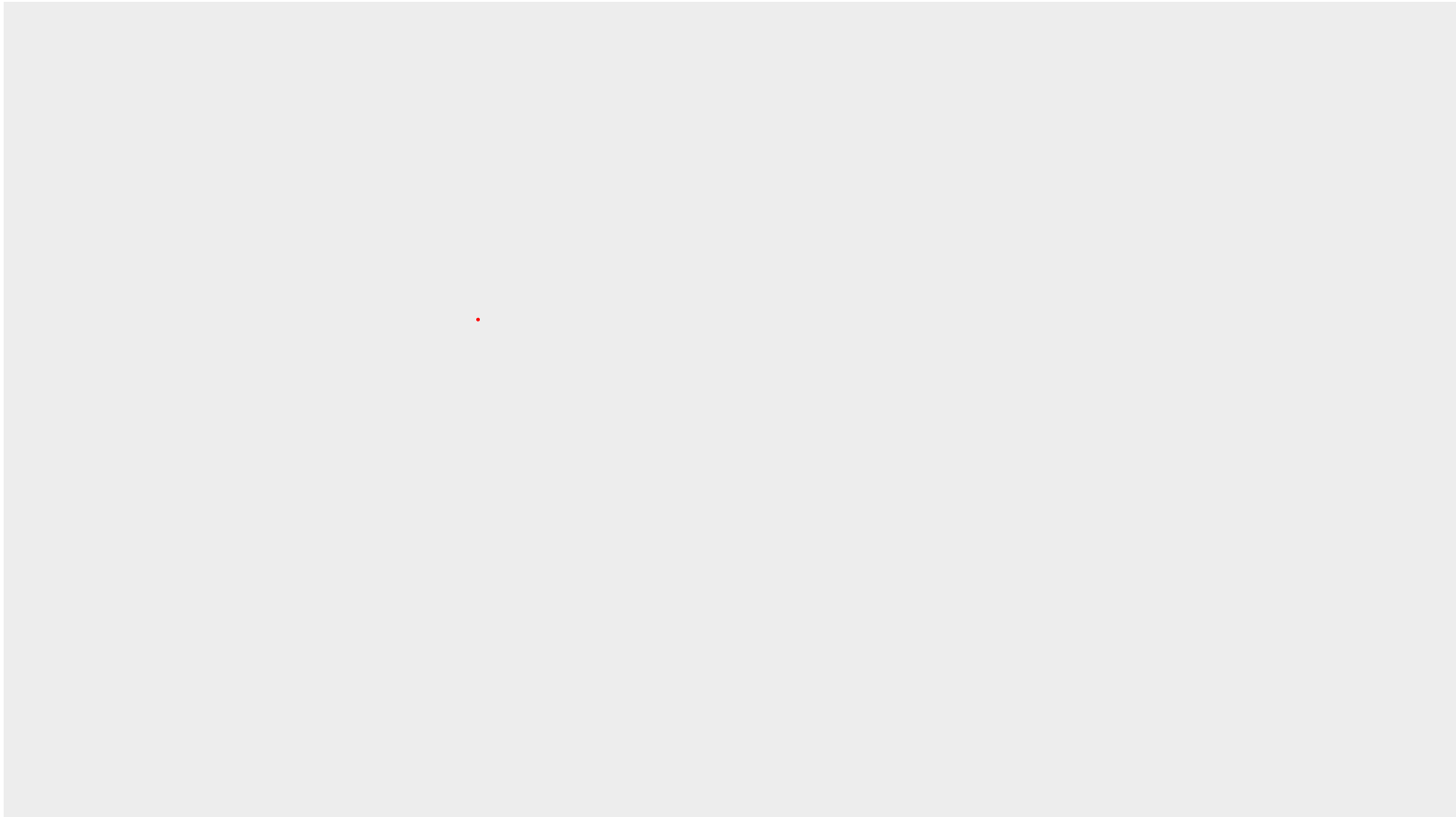
$c \Rightarrow$ folga

$c_0 \Rightarrow$ folga nominal

$\mu \Rightarrow$ viscosidade dinâmica do fluido



Professional Instruments Hydrostatic spindle orientation demo



<https://www.youtube.com/watch?v=PN1VExrOxTo&t=31s>



Diamond Turning on a Professional Instruments Oil Hydrostatic Spindle



<https://www.youtube.com/watch?v=6EsvHIRhuBE>



FIM DA AULA