

Teoria Linear de Ondas de Gravidade

Dispersão de ondas



Solução do PVC de onda livre

Retomando a solução do problema linear:

$$\phi(x, z, t) = \frac{gA}{\omega} \frac{\cosh k(z + h)}{\cosh kh} \sin(kx - \omega t)$$

e:

$$\zeta(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

e:

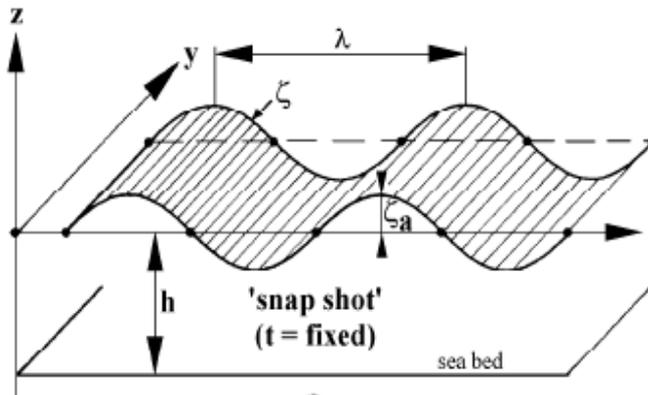
$$k = \frac{\omega^2}{g \tanh(kh)}$$

Relação de dispersão da
onda linear em profundidade
constante h

Solução de onda livre LINEAR (ou de 1ª ordem)

Dispersão de Ondas

A solução informa que tratamos de uma *onda dispersiva*:



$$k = \frac{\omega^2}{g \tanh(kh)}$$

Relação não-linear entre comprimento e período de onda

$$\lambda = \lambda(T^2; h) \quad T = T(\lambda^{1/2}; h)$$

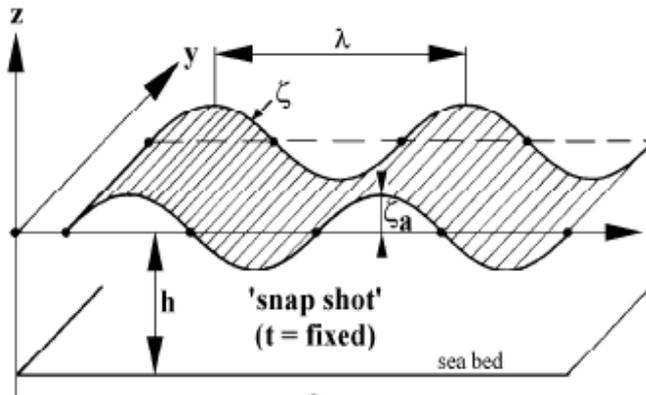
$$\lambda = \frac{gT^2 \tanh(kh)}{2\pi}$$



Ondas de **maior período** também são ondas **mais longas**

Dispersão de Ondas

A solução informa que tratamos de uma *onda dispersiva*:



$$k = \frac{\omega^2}{g \tanh(kh)}$$

Relação não-linear entre comprimento e período de onda

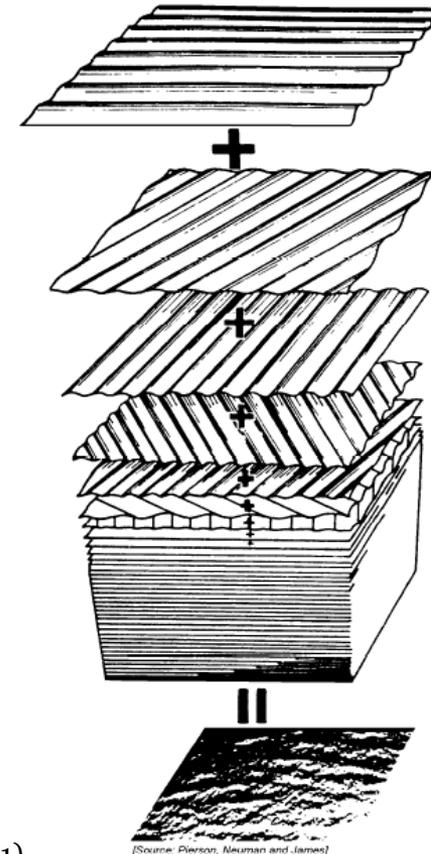
$$\lambda = \lambda(T^2; h) \quad T = T(\lambda^{1/2}; h)$$

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = c(\lambda^{1/2} \text{ ou } T; h)$$

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega} \tanh(kh) = \left(\frac{g}{k} \tanh kh \right)^{1/2} = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \right)^{1/2} = \dots$$

Dispersão de Ondas

A razão da classificação como “dispersiva” fica clara quando pensamos na onda real, irregular...



Dispersão de Ondas

já que cada componente regular terá uma velocidade distinta, e:

$$c = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \right)^{1/2}$$

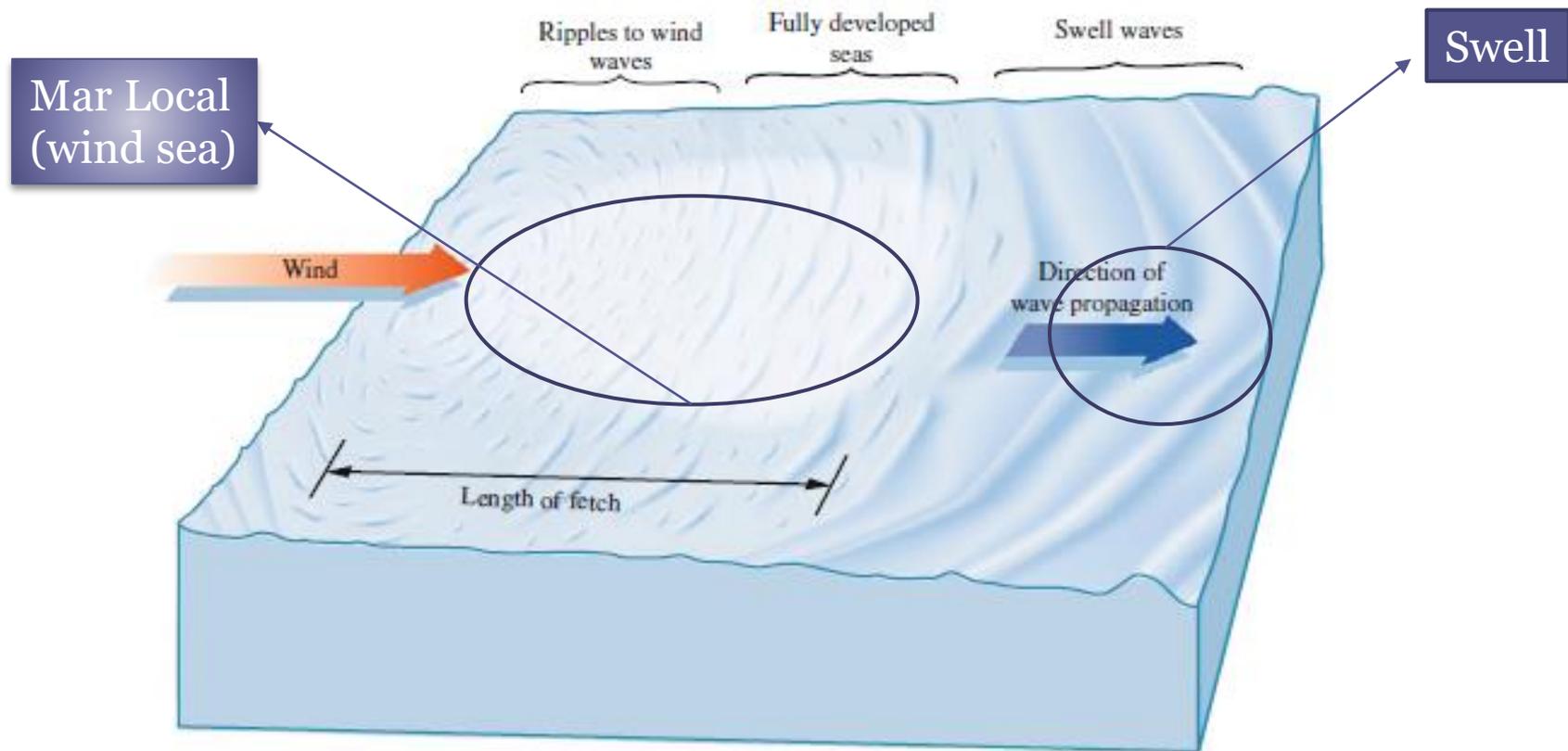


Ondas mais longas se propagam com maior celeridade

Assim, as componentes se *dispersam* ao longo do tempo...

o que também explica o processo de regularização que comentamos em aula anterior:

Dispersão de Ondas



Dispersão de Ondas

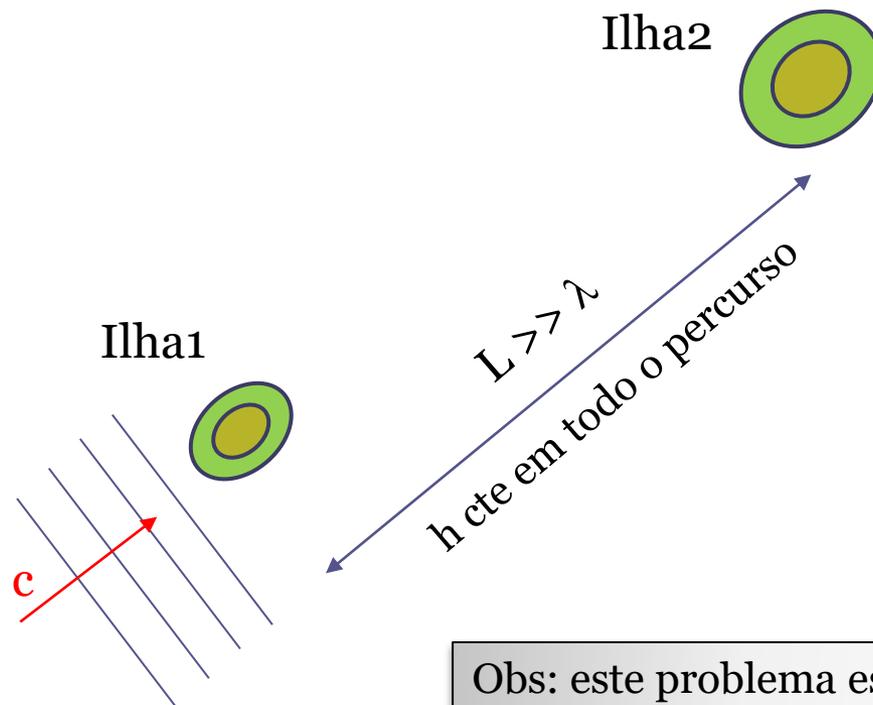
Ondas de *swell*



Dispersão de Ondas

As ondas de *swell* no mar são uma evidência óbvia dos efeitos de dispersão.

No entanto, a dispersão também acarreta efeitos bem menos evidentes, e que não são observáveis no mar real, como, por exemplo:



t_0 : swell chega à ilha 1, e tem celeridade c ;

Intervalo de tempo para que o mesmo swell atinja a distante Ilha2:

$$\Delta t = t - t_0 = 2 \frac{L}{c}$$

??

Obs: este problema está diretamente relacionado à dificuldade que tivemos na discussão da resistência de ondas