

SLC 641 – Óptica

Licenciatura em Ciências Exatas – São Carlos

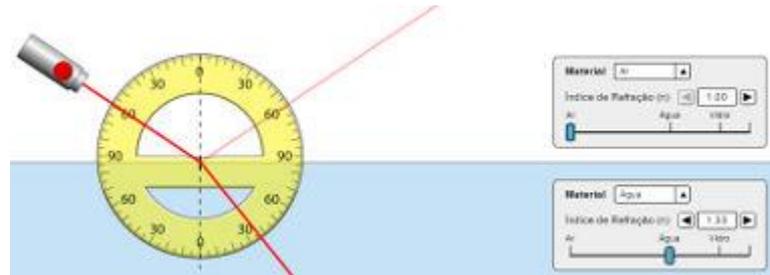
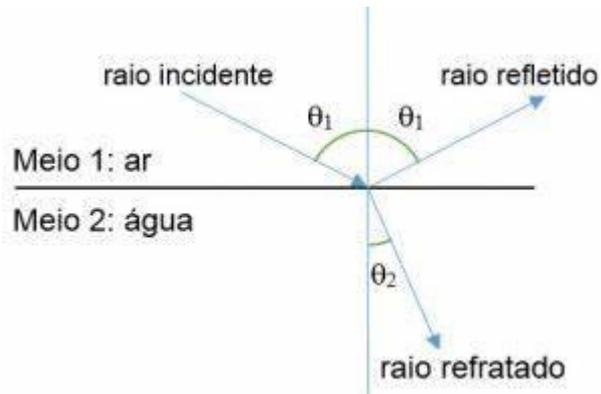
Aula 3

Reflexão e refração:
Óptica geométrica

(Refração)

18/09/2023

Reflexão e refração



Lei da Reflexão:

$$\theta_{\text{incidência}} = \theta_{\text{reflexão}}$$

$$\theta'_1 = \theta_1$$

Lei da Refração:

$$n_1 \text{sen}(\theta_{\text{incidência}}) = n_2 \text{sen}(\theta_{\text{refração}})$$

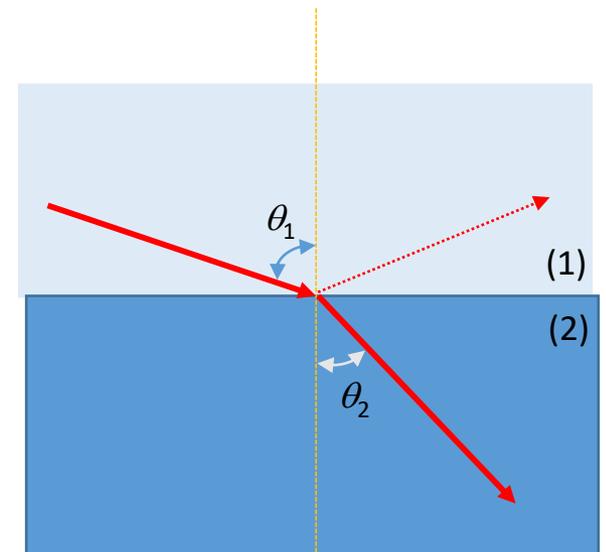
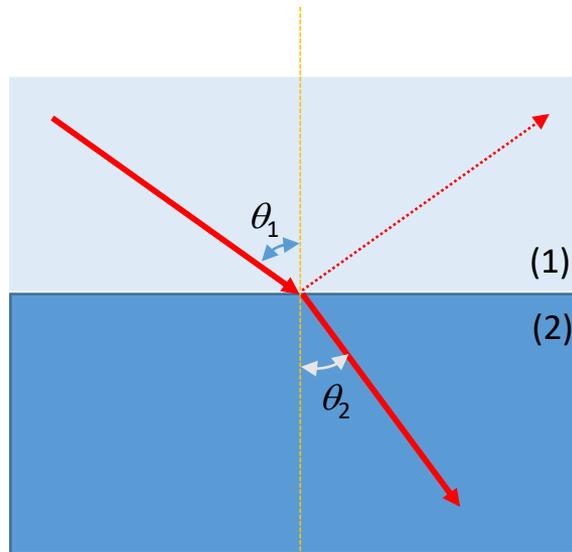
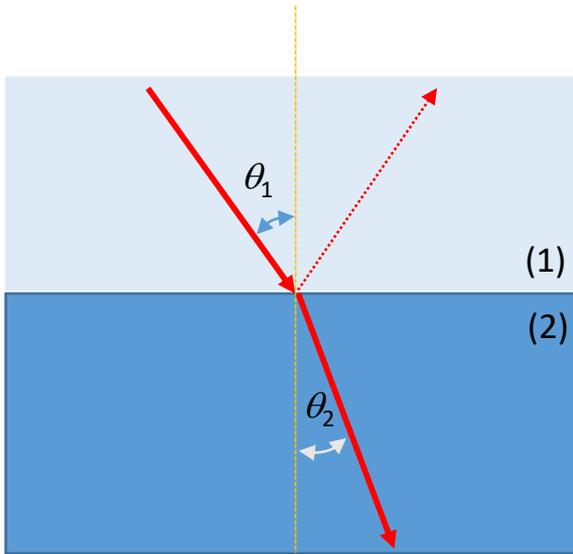
$$n_1 \text{sen } \theta_1 = n_2 \text{sen } \theta_2$$

Refração da luz

$$n_1 < n_2$$

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

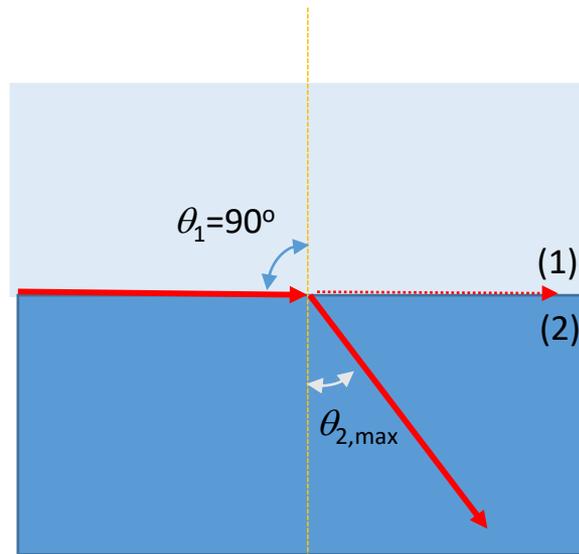
$$\theta_1 > \theta_2$$



Refração da luz

$$n_1 < n_2$$

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$



Há um ângulo máximo de refração:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \quad \leftarrow \quad \operatorname{sen} \theta_1 = \operatorname{sen} 90 = 1$$

$$\operatorname{sen} \theta_{2,\max} = \frac{1}{n_2}$$

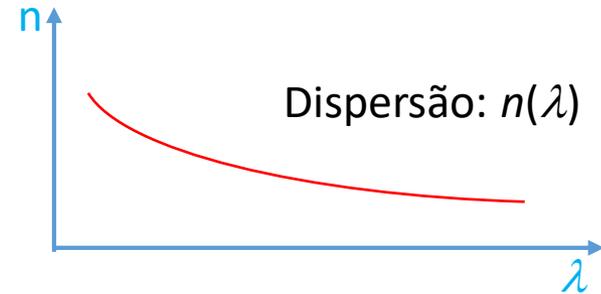
$$\theta_{2,\max} = \operatorname{arcsen} \left(\frac{1}{n_2} \right)$$

Índices de refração

Vácuo=1
Ar=1,00029
Água=1,33
Acetona=1,36
Etanol=1,36
Sílica=1,46
Vidro comum=1,52
Safira=1,77
Diamante=2,42
Sal de cozinha=1,54

(visível=589 nm (amarelo))

Tem ainda a dispersão!

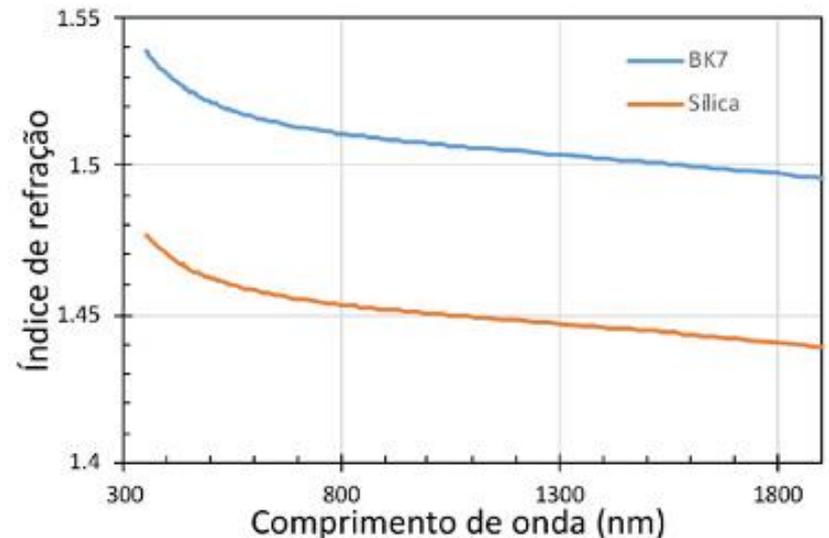


Eq. Cauchy

$$n(\lambda) = B + \frac{C}{\lambda^2} + \frac{D}{\lambda^4} + \dots$$

Eq. Sellmeier

$$n^2(\lambda) = A + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3} + \dots$$



Índices de refração

Eq. Sellmeier

$$n^2(\lambda) = A + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3} + \dots \quad (\lambda = \mu\text{m}, T = 20^\circ\text{C})$$

BK7

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{1,03961212\lambda^2}{\lambda^2 - 0,00600069867} + \frac{0,231792344\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0200179144} + \frac{1,01046945\lambda^2}{\lambda^2 - 103,560653}$$

Sílica

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{0,6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0,00467914826} + \frac{0,4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0135120631} + \frac{0,8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 97,9340025}$$

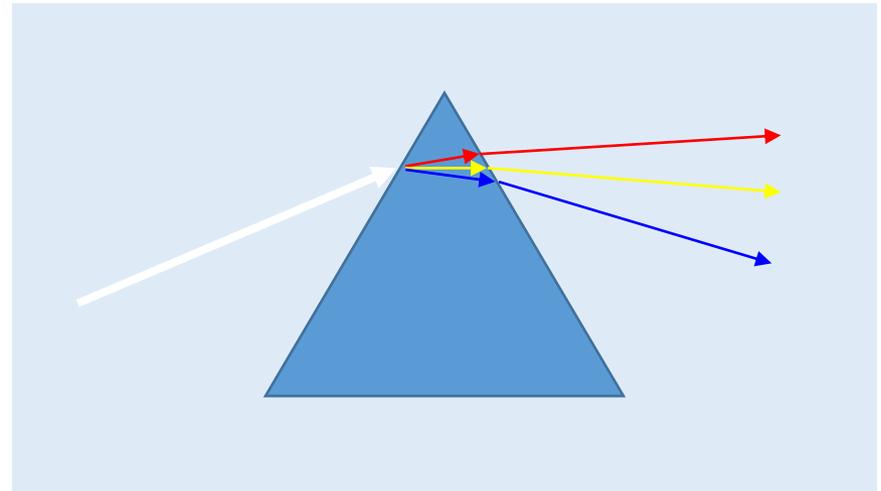
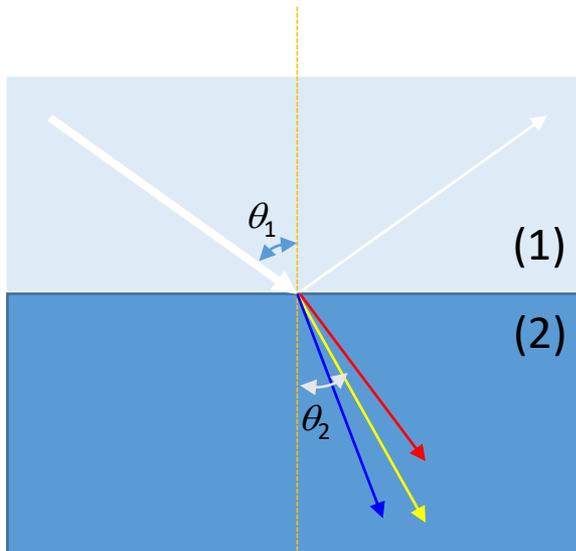
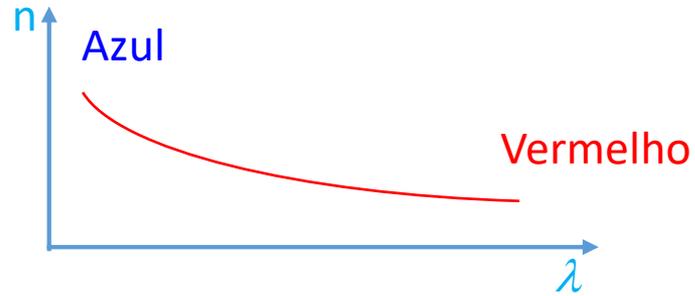
F2

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{1,345333359\lambda^2}{\lambda^2 - 0,00997743871} + \frac{0,209073118\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0470450767} + \frac{0,937357162\lambda^2}{\lambda^2 - 111,886764}$$

<https://refractiveindex.info>

Dispersão: Arco iris

Dispersão: $n(\lambda)$

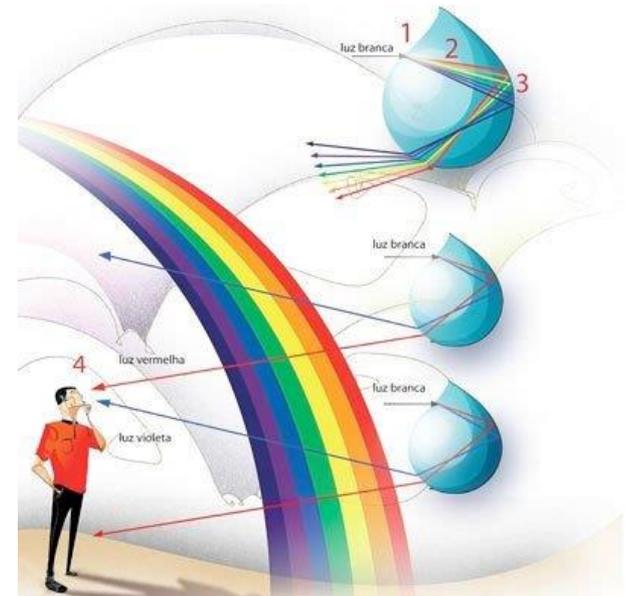


$$n_1(\lambda) \text{ sen } \theta_1(\lambda) = n_2(\lambda) \text{ sen } \theta_2(\lambda)$$

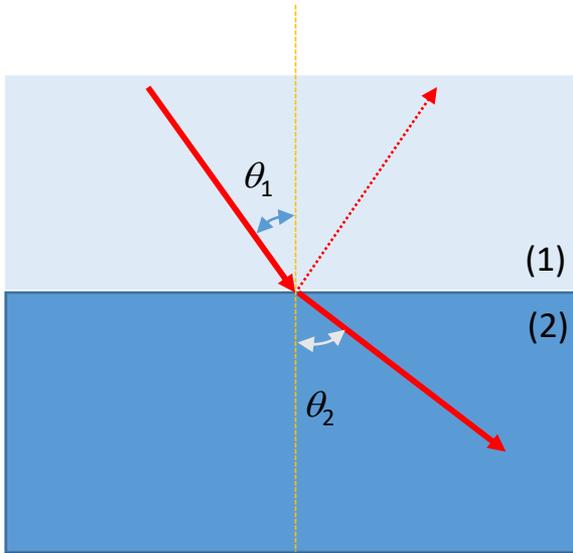
Dispersão: Arco iris

Dispersão da Luz Branca

- Acontece devido cada frequência (entenda "cor") ter um índice de refração diferente dentro do prisma.



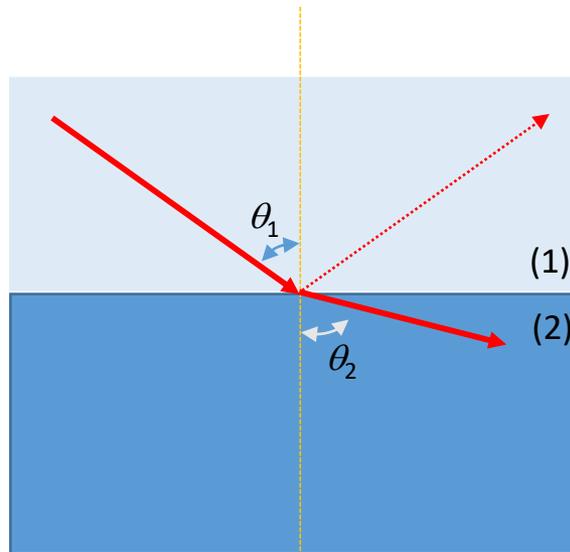
Refração da luz



$$n_1 > n_2$$

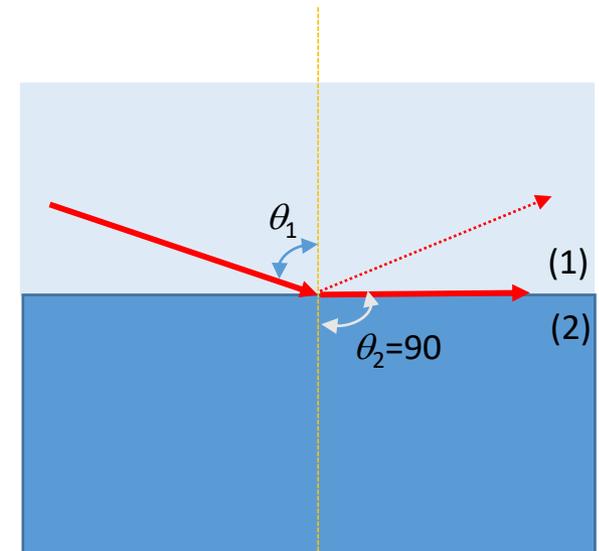
$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

$$\theta_1 < \theta_2$$



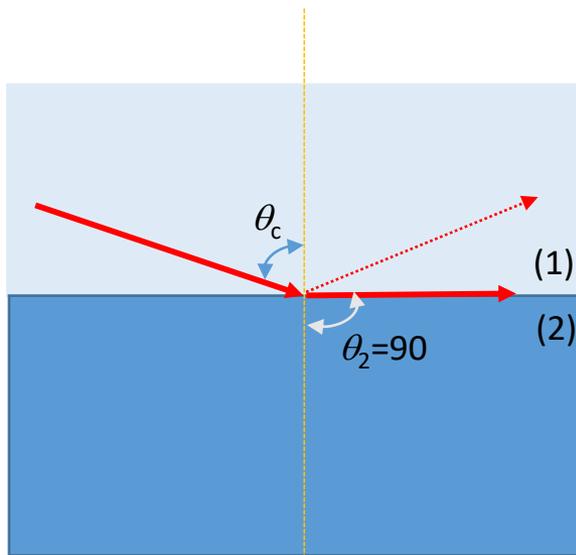
$$\theta_2 = \pi(90 \text{ deg}) \Rightarrow \theta_1 = \theta_c$$

Ângulo crítico!



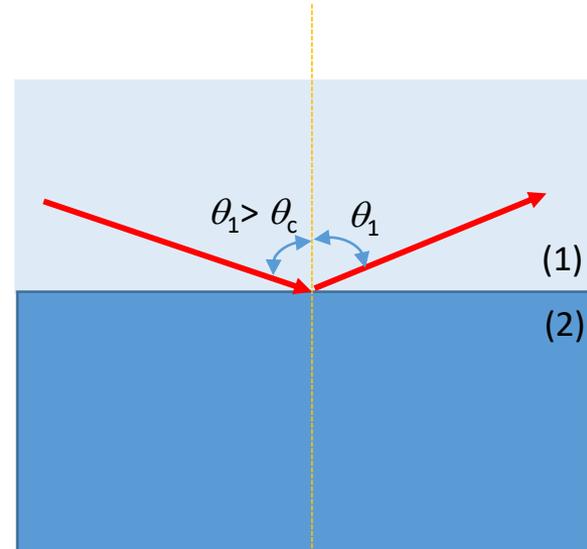
Reflexão total interna

$$n_1 > n_2$$



$$\text{sen } \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta_c = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

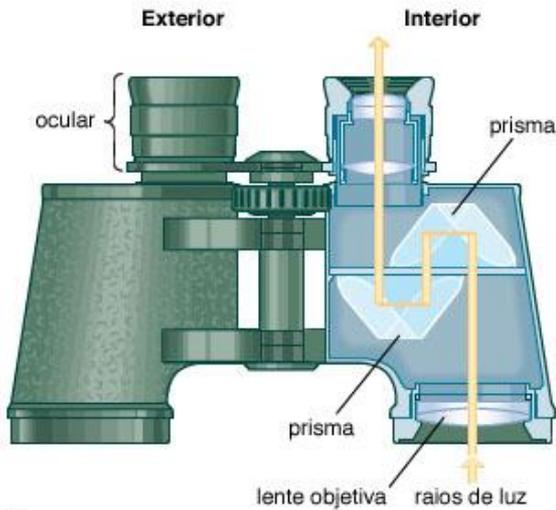


Refração deixa de existir,
Somente reflexão

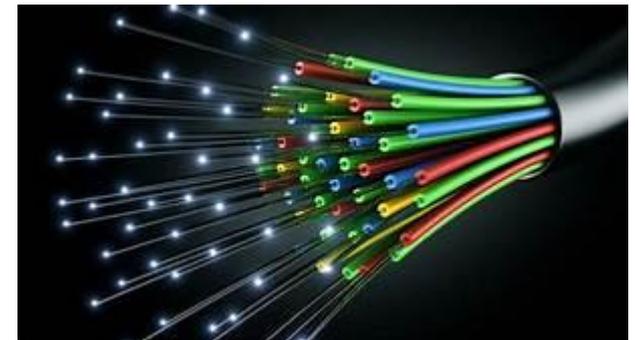
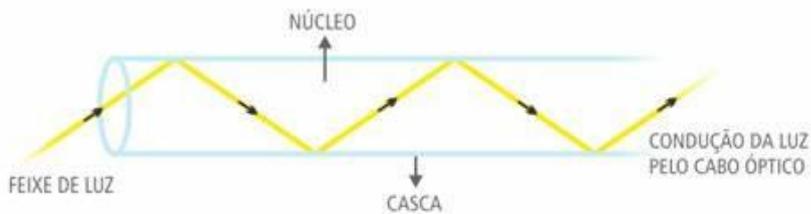
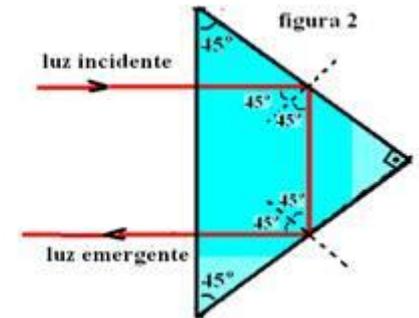
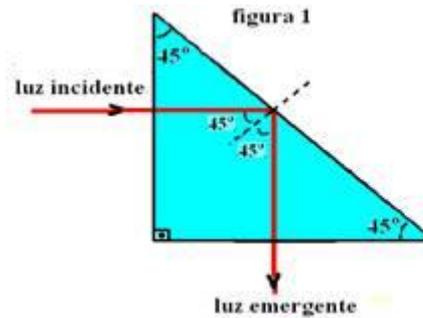
$$\theta_{\text{incidência}} = \theta_{\text{reflexão}}$$

Reflexão total interna

A interface de um meio transparente funciona como um espelho 100% refletor!
(sem perda)

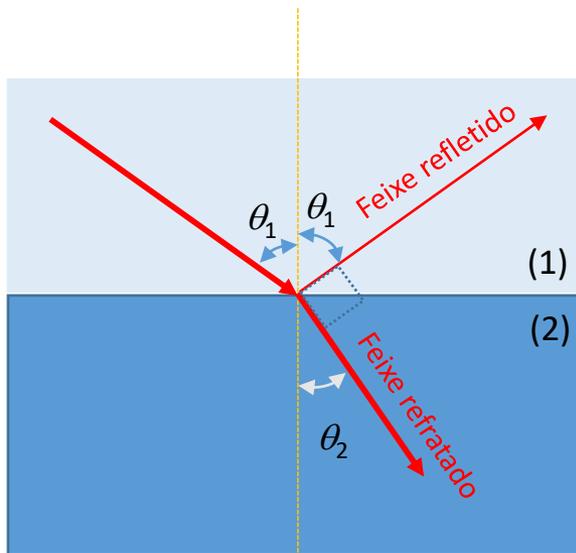


© 2010 Encyclopædia Britannica, Inc.



Ângulo de Brewster

Quando o ângulo entre os feixes refletido e refratado é 90 deg ($\pi/2$):



$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta_B \right) = n_2 \cos \theta_B$$

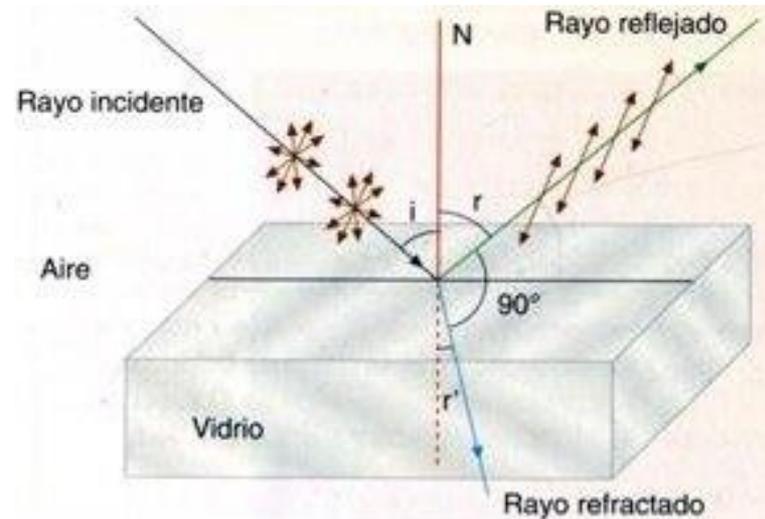
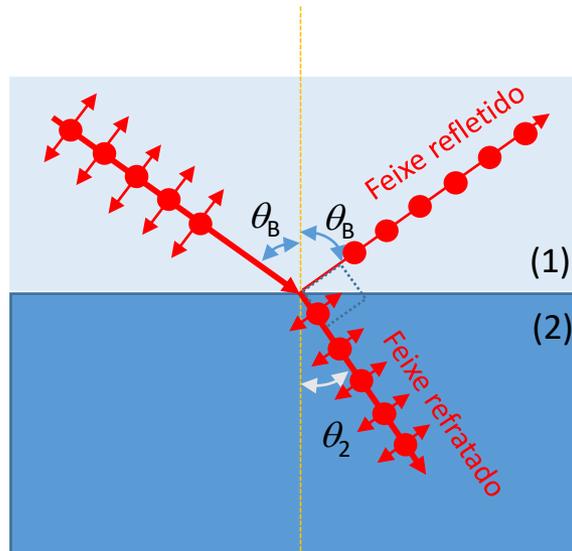
$$\frac{\sin \theta_B}{\cos \theta_B} = \operatorname{tg} \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$



$$\theta_B = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) = \operatorname{tg}^{-1} n_2 \quad n_1=1$$

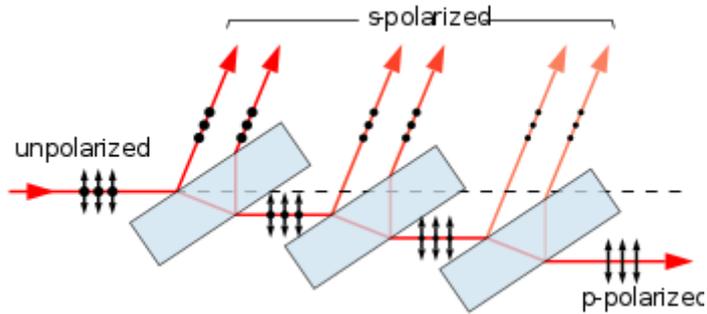
Ângulo de Brewster

A onda refletida (~4%) é 100% polarizada perpendicular ao plano de incidência (onda *s*)
(*senkrecht*)



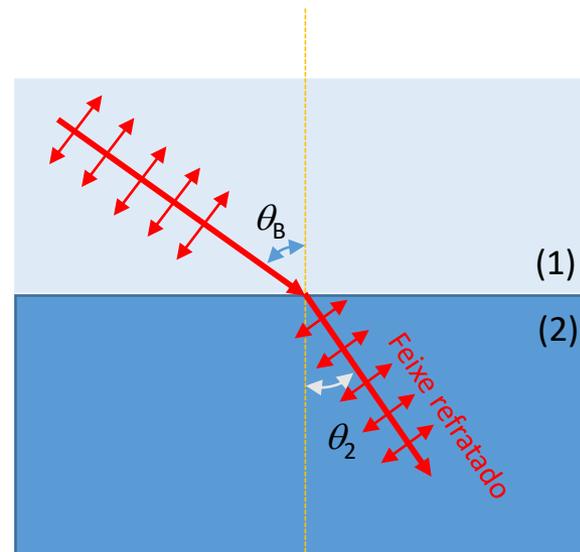
A onda transmitida é parcialmente polarizada paralela ao plano de incidência (onda *p*)
(*parallel*)

Ângulo de Brewster

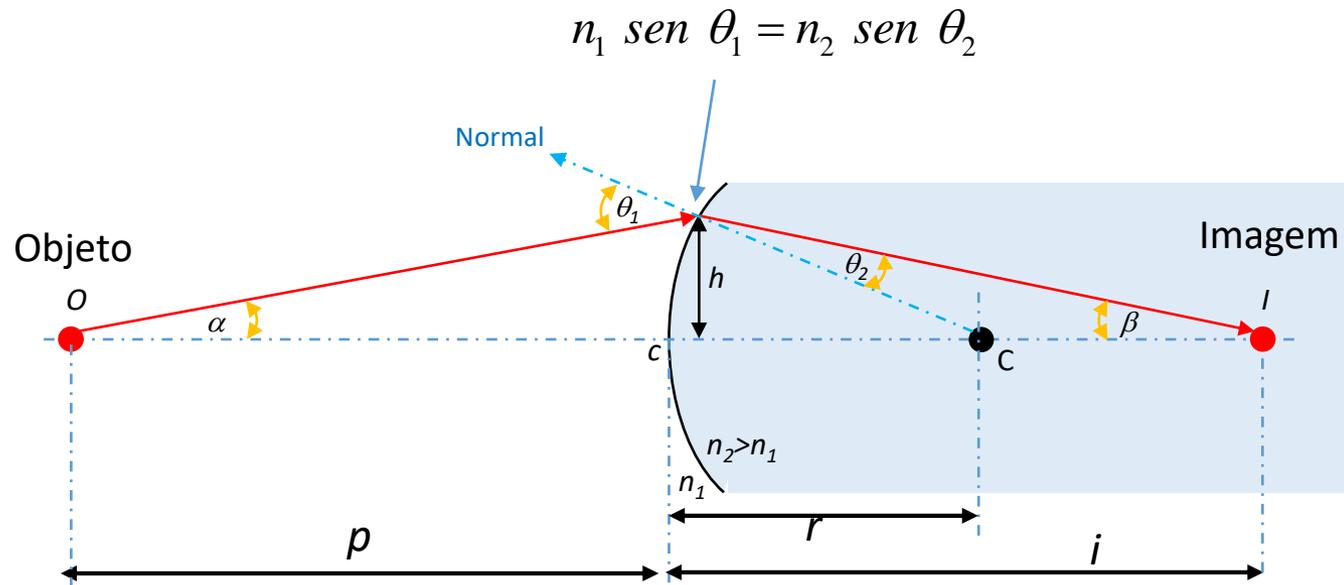


Polarizador linear: Sequência de lâminas em ângulos de Brewster, polariza um feixe de luz inicialmente sem polarização (polarização p)

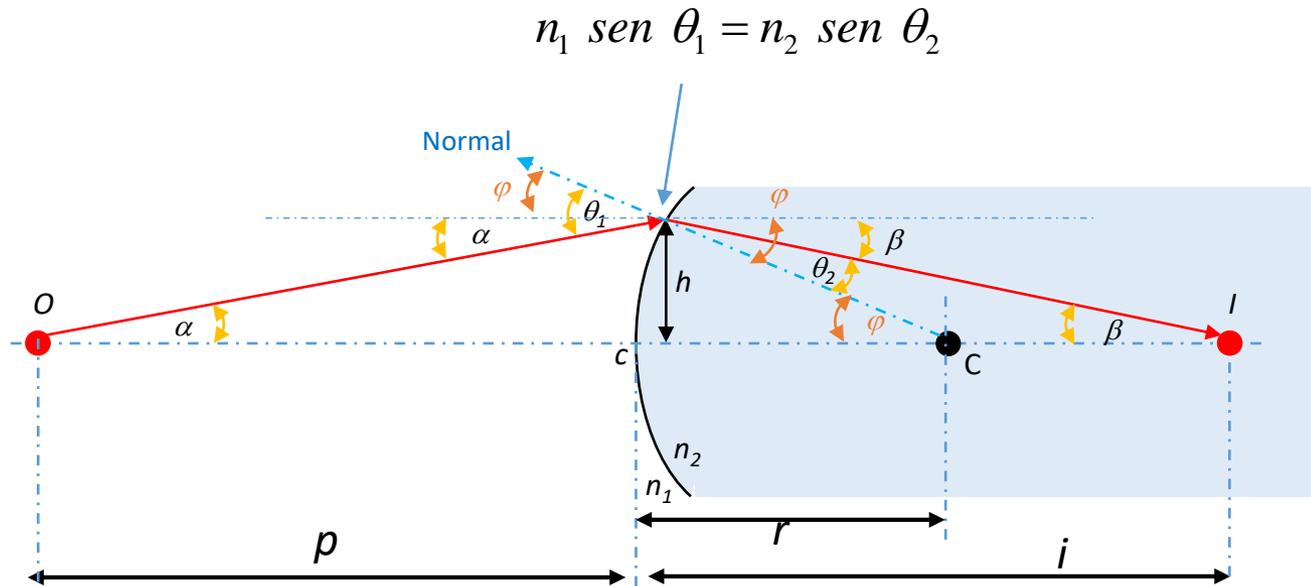
Obs: Ausência de reflexo: Onda com polarização p não sofre reflexão (sem perda por reflexão)



Refração da luz em uma superfície curva: Dioptro



Refração da luz em uma superfície curva: Dioptro



Na aproximação paraxial:

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &\approx \alpha = \frac{h}{p} \\ \text{tg } \beta &\approx \beta = \frac{h}{i} \\ \text{tg } \varphi &\approx \varphi = \frac{h}{r} \end{aligned}$$

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Por geometria:

$$\theta_1 = \alpha + \varphi$$

$$\theta_2 = \varphi - \beta$$

$$n_1 (\alpha + \varphi) = n_2 (\varphi - \beta)$$

$$n_1 \left(\frac{h}{p} + \frac{h}{r} \right) = n_2 \left(\frac{h}{r} - \frac{h}{i} \right)$$

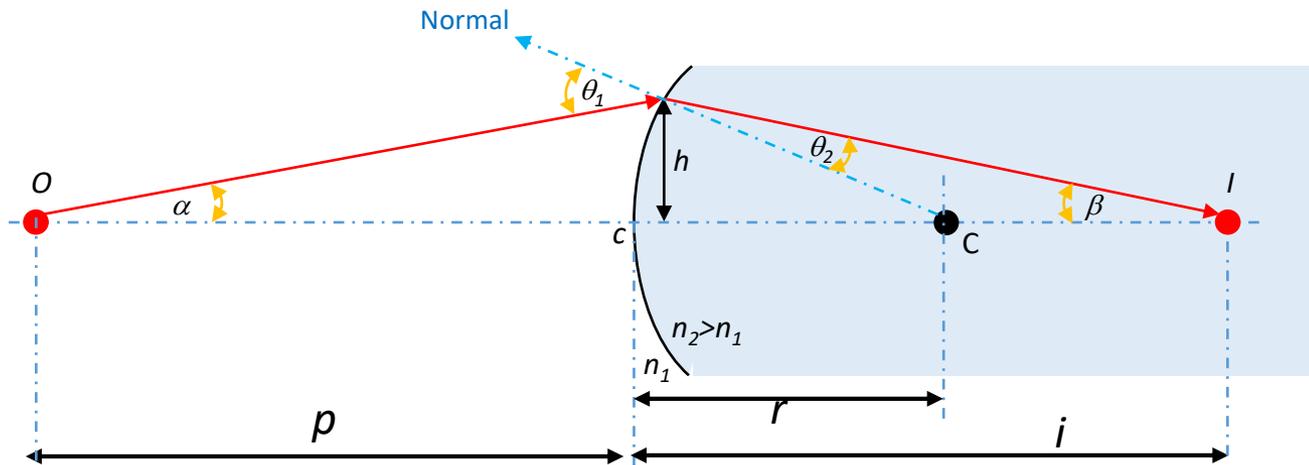
$$\left(\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{r} \right) = \left(\frac{n_2}{r} - \frac{n_2}{i} \right)$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{r} \right)$$

Eq. do Dioptro

Refração da luz em uma superfície curva: Dioptro

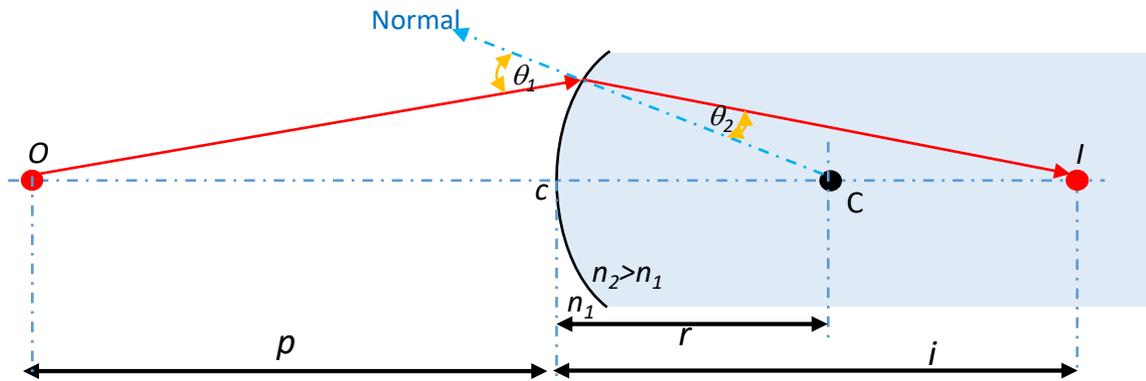
$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{r} \right) \quad \text{Eq. do Dioptro}$$



Convenções de sinais:
(propagação, da esquerda para a direita)

- α positivo (feixe subindo com relação ao eixo óptico) e β negativo (feixe descendo)
- p e i positivos pois segue a mesma direção do feixe (imagem real)
- θ positivo (negativo) subindo (descendo) com relação à normal
- Raio de curvatura r , positivo (negativo) quando o centro de curvatura C está à direita (esquerda)

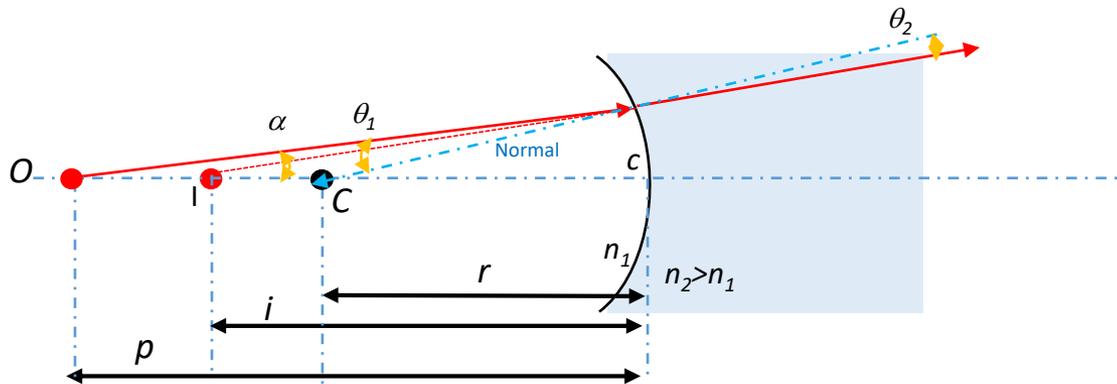
Refração da luz em outras superfícies curvas: Dioptro



$$\theta_1 \text{ e } \theta_2 > 0 \quad r > 0$$

$$p \text{ e } i > 0 \quad \text{Imagem real}$$

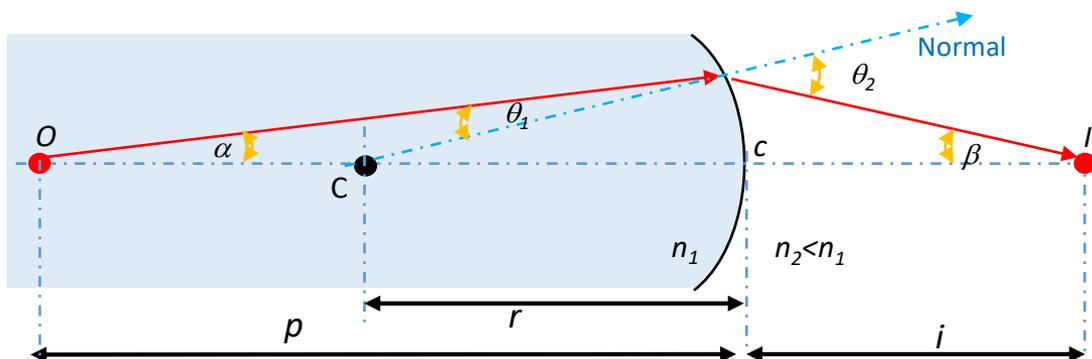
$$\alpha > 0 \text{ e } \beta < 0$$



$$\theta_1 \text{ e } \theta_2 < 0 \quad r < 0$$

$$p > 0 \text{ e } i < 0 \quad \text{Imagem virtual}$$

$$(\alpha \text{ e } \beta) > 0$$



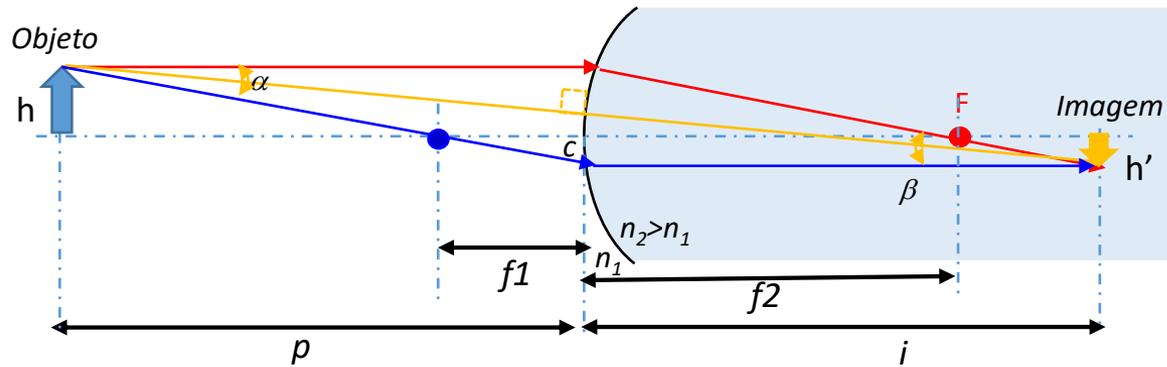
$$\theta_1 \text{ e } \theta_2 < 0 \quad r < 0$$

$$p \text{ e } i > 0 \quad \text{Imagem real}$$

$$\alpha > 0 \text{ e } \beta < 0$$

Diopetro: Formação de imagem

- Raios paralelos ao eixo óptico passam pelo ponto focal F
- O raio que incide na normal à superfície não sofre desvio
- Raios que passam pelo foco saem paralelos ao eixo óptico



Na condição paraxial:

$$\beta = \frac{h+h'}{i} = \frac{h'}{i-f_2} \Rightarrow (h+h') = \frac{ih'}{(i-f_2)}$$

$$\alpha = \frac{h+h'}{p} = \frac{h'}{f_1} \Rightarrow (h+h') = \frac{ph}{f_1}$$

$$\left. \begin{array}{l} (h+h') = \frac{ih'}{(i-f_2)} \\ (h+h') = \frac{ph}{f_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(i-f_2)}{ih'} = \frac{f_1}{ph'} \xrightarrow{f_2=f_1} \frac{i-f}{f} = \frac{i}{p}$$

$$fi = p(i-f) \xrightarrow{\left(\times \frac{1}{fpi}\right)} \frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{i} \xrightarrow{\Rightarrow} \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$m = \text{Negativo} = \text{Imagem invertida}$

$|m| < 1 = \text{Imagem menor,}$

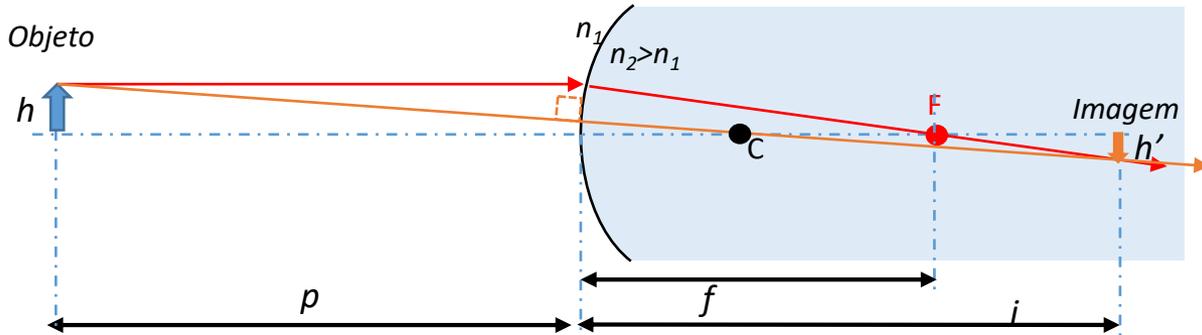
$|m| > 1 = \text{Imagem maior}$

Dióptro: Formação de imagem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$\text{Magnificação Lateral} = m = \frac{h'}{h} = \frac{-i}{p}$$

$$f > 0 \quad m = \frac{h'}{h} = \frac{-i}{p}$$

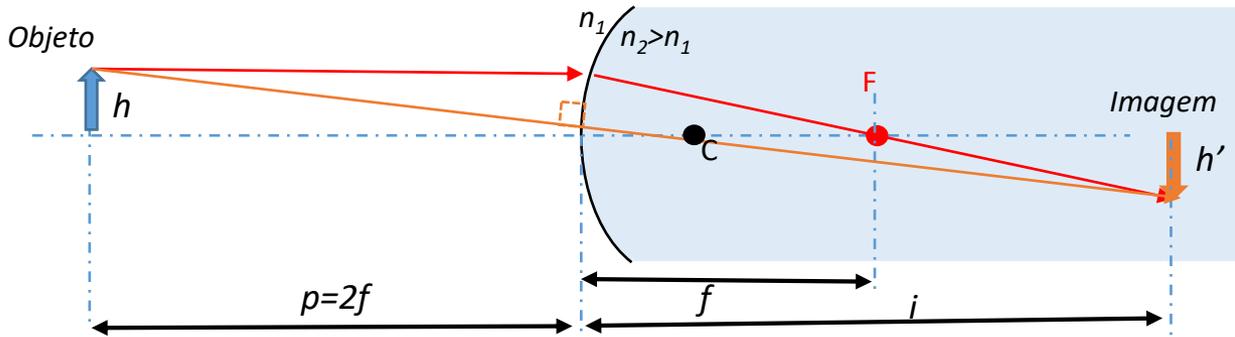


$i = \text{positivo}$ (imagem real)

$p > 2f$ e $i < 2f$

Imagem menor, real e invertida

$$f > 0$$

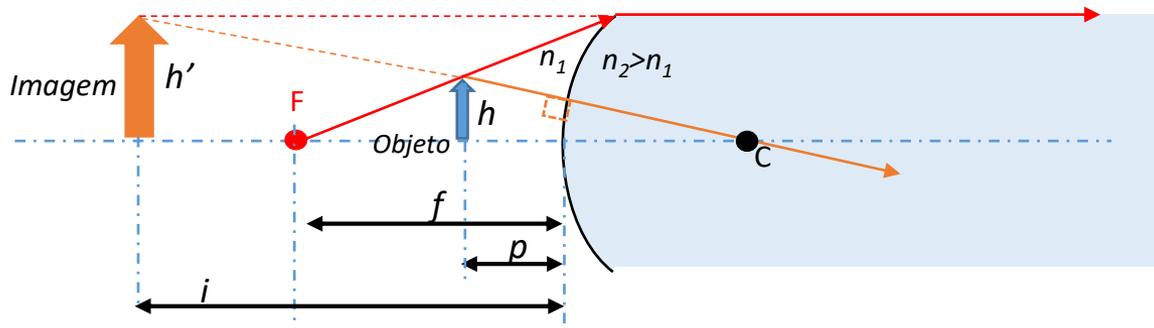


$i = \text{positivo}$ (imagem real)

$p = 2f$ e $i = 2f$

Imagem real invertida de mesmo tamanho, $m = -1$

$$f > 0$$

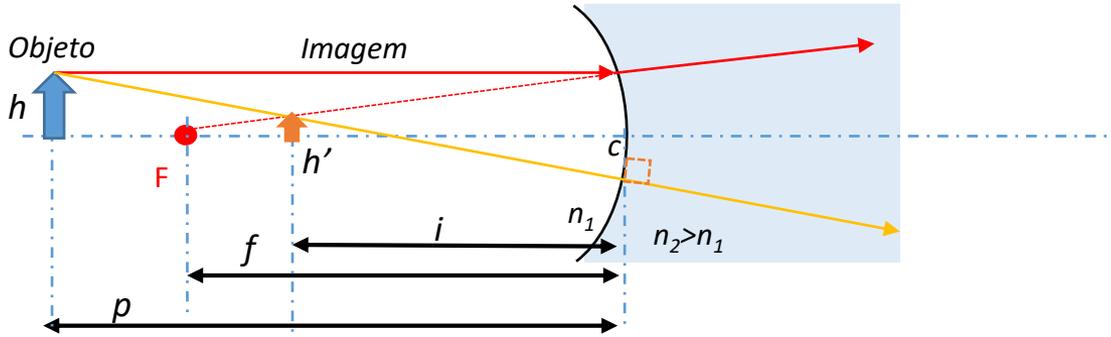


$i = \text{negativo}$ (imagem virtual)

$p < f$ e $|i| > f$

Imagem virtual, maior e direita

Dioptra: Formação de imagem

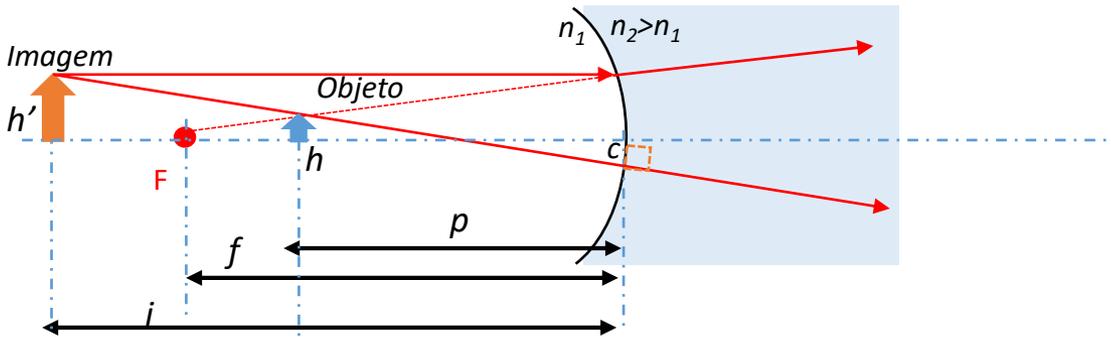


$$f < 0$$

$$i < 0$$

$$p > |f| \text{ e } |i| < |f|$$

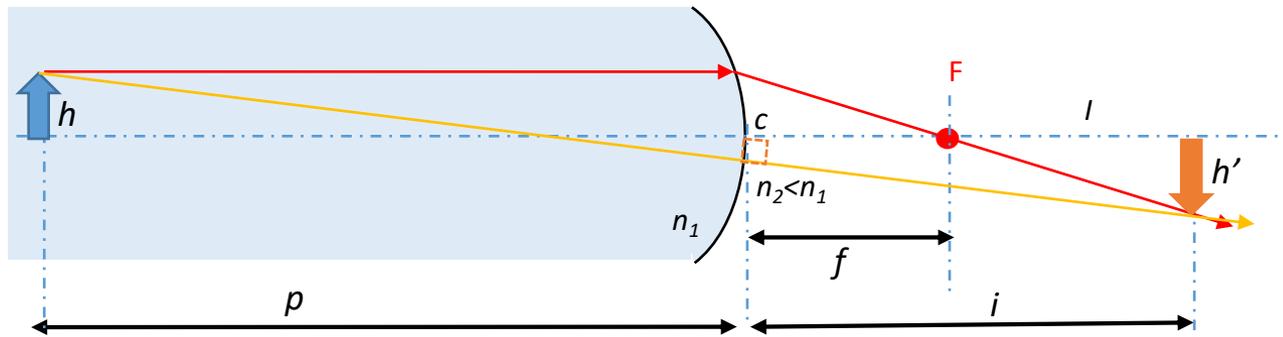
Imagem virtual menor direita



$$f < 0$$

$$p < |f| \text{ e } i > |f|$$

Imagem virtual maior e direita



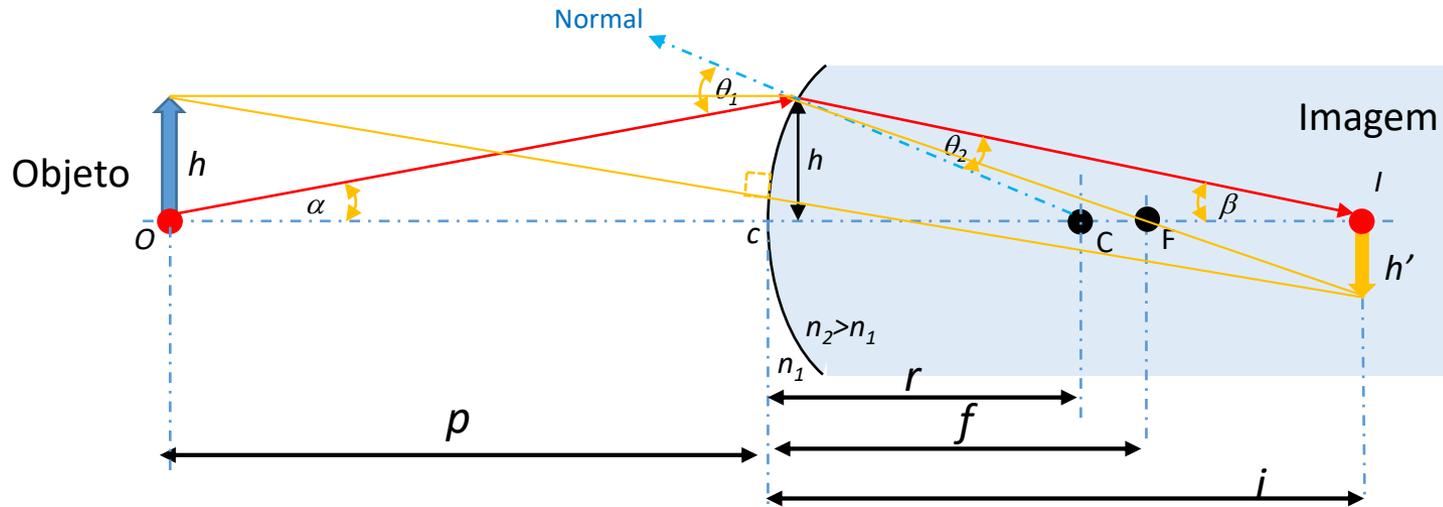
$$f > 0 \quad r < 0$$

$$p \text{ e } i > 0 \quad \text{Imagem real}$$

$$\alpha > 0 \text{ e } \beta < 0$$

Diopetro: Formação de imagem

Uma interface curva



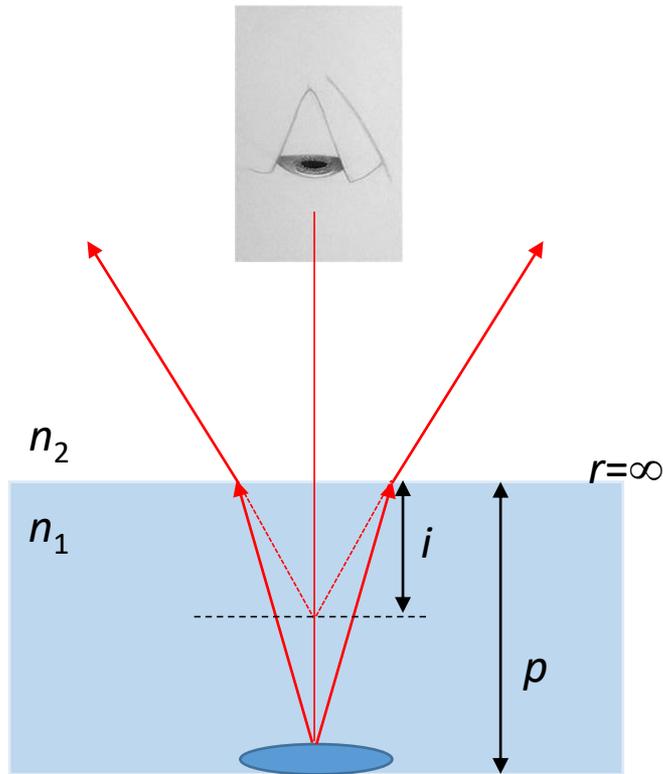
$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{r} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$\text{Magnificação Lateral} = m = \frac{h'}{h} = \frac{-i}{p}$$

Dioptro: Formação de imagem

Ex: Imagem de um objeto dentro de uma piscina
(mudança de distância aparente)



Moeda no fundo de uma piscina

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{r} \right)$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = 0$$

$$\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{i}$$

$$i = -p \frac{n_2}{n_1}$$

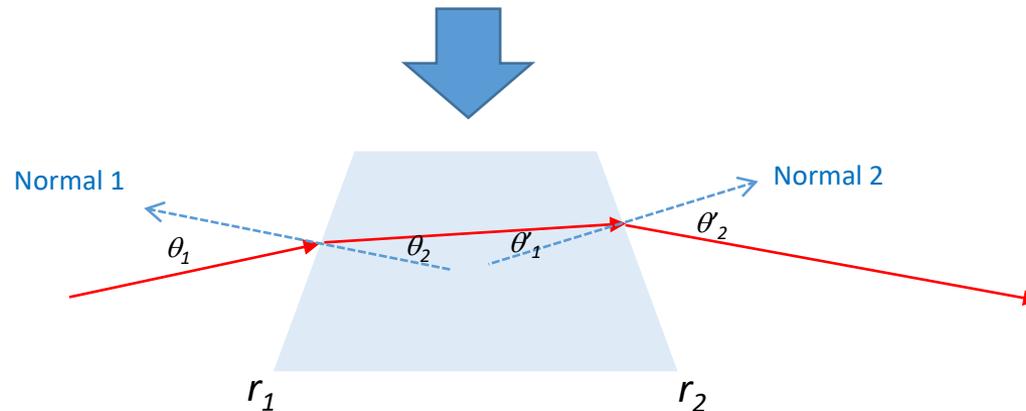
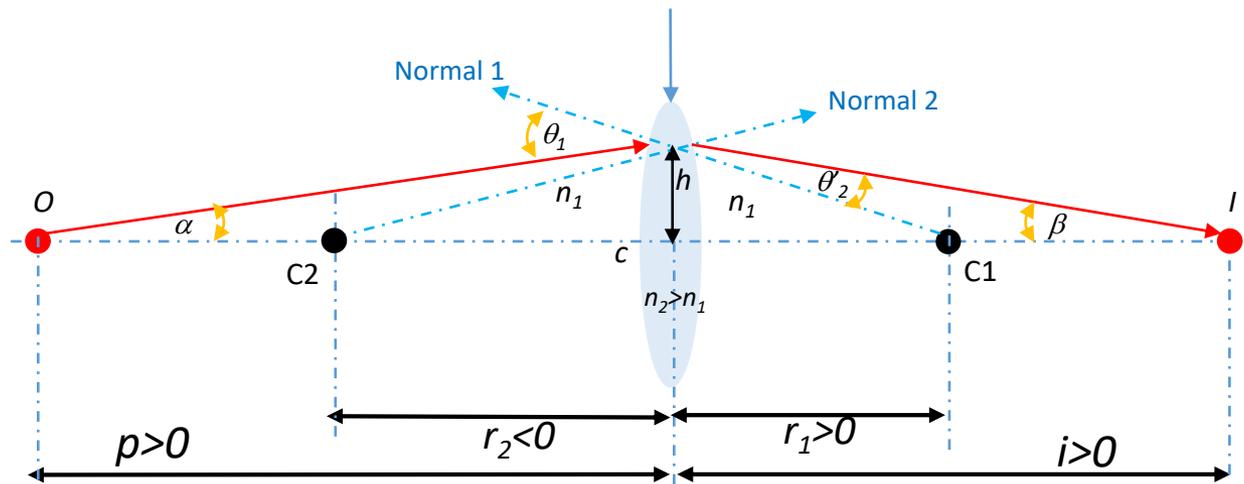
Negativo=Imagem virtual

Aparenta estar mais próximo!

Refração da luz em duas superfícies curva: Lente

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

$$n_2 \text{ sen } \theta'_1 = n_1 \text{ sen } \theta'_2$$



Refração da luz em duas superfícies curvas: Lente

Eq. do Diopetro

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{r} \right)$$

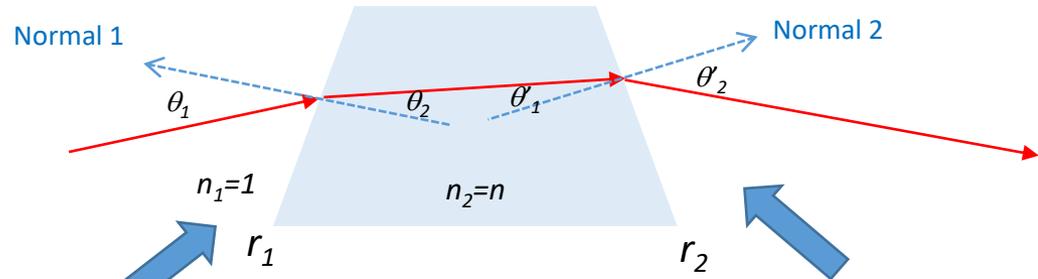


Imagem virtual:
 $i = -i'$
(espessura da lente é fina)

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{i'} = \left(\frac{n-1}{r_1} \right)$$

$$\frac{n}{i'} = \frac{1}{p} - \left(\frac{n-1}{r_1} \right)$$

$$i' = p'$$

$$\frac{n}{p'} + \frac{1}{i} = \left(\frac{1-n}{r_2} \right)$$

$$\frac{n}{p'} = -\frac{1}{i} + \left(\frac{1-n}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{p} - \left(\frac{n-1}{r_1} \right) = -\frac{1}{i} + \left(\frac{1-n}{r_2} \right)$$

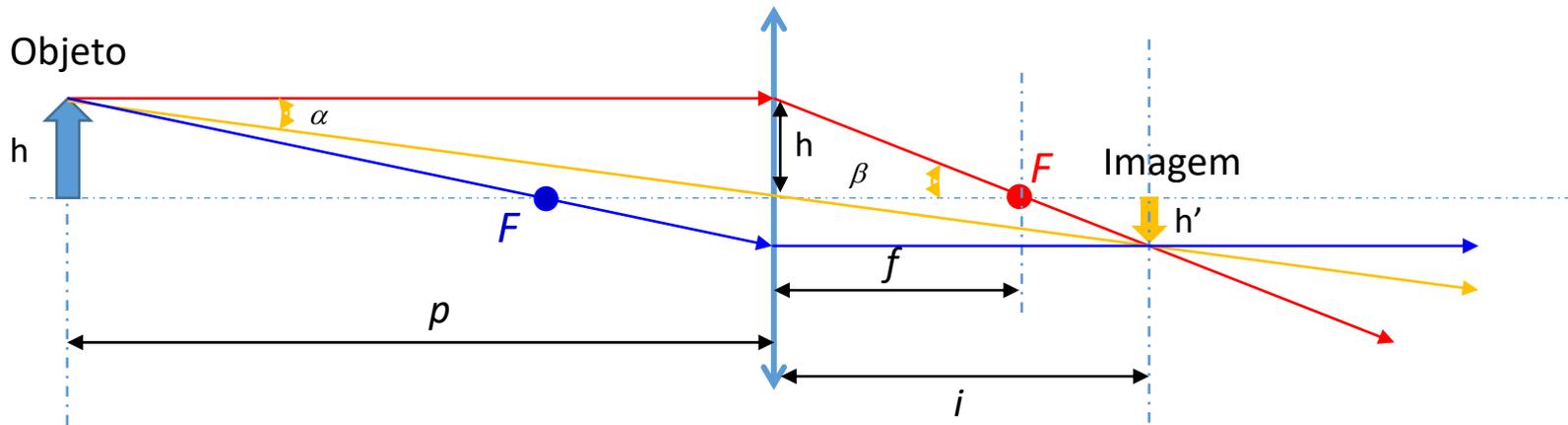
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \left(\frac{1-n}{r_2} \right) + \left(\frac{n-1}{r_1} \right)$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Eq. dos Fabricantes de Lente

Lentes finas: Traçados de raios

- Raios paralelos ao eixo óptico passam pelo ponto focal F
- O raio que passa pelo vértice não sofre desvio
- Raios que passam pelo foco saem paralelos ao eixo óptico



Na condição paraxial:

$$\beta = \frac{h}{f} = \frac{h'}{i-f} \quad \Rightarrow \quad \frac{h'}{h} = \frac{i-f}{f}$$

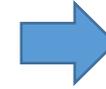
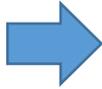
$$\alpha = \frac{h}{p} = \frac{h'}{i} \quad \Rightarrow \quad \frac{h'}{h} = \frac{i}{p} \quad \Rightarrow \quad \frac{h'}{h} = m = -\frac{i}{p}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h'}{h} = \frac{i-f}{f} \\ \frac{h'}{h} = m = -\frac{i}{p} \end{array} \right\} \quad -\frac{i}{p} = \frac{i-f}{f} \quad \left\{ \begin{array}{l} p(i-f) = -if \\ pi - pf = -if \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

$$\text{Magnificação Lateral} = m = \frac{h'}{h} = \frac{-i}{p}$$

Lentes finas



Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

Equação dos fabricantes de lentes:

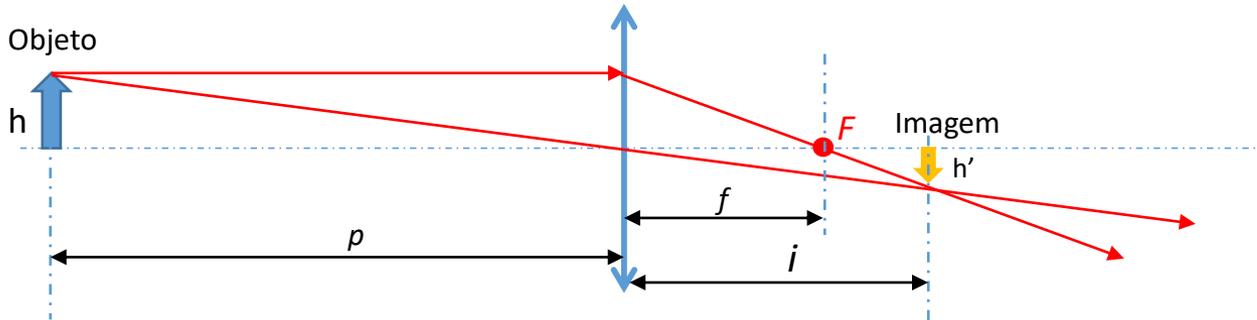
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Lente no ar

$$\frac{1}{f} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Lente num meio qualquer

Lentes finas convergentes: Formação de imagens

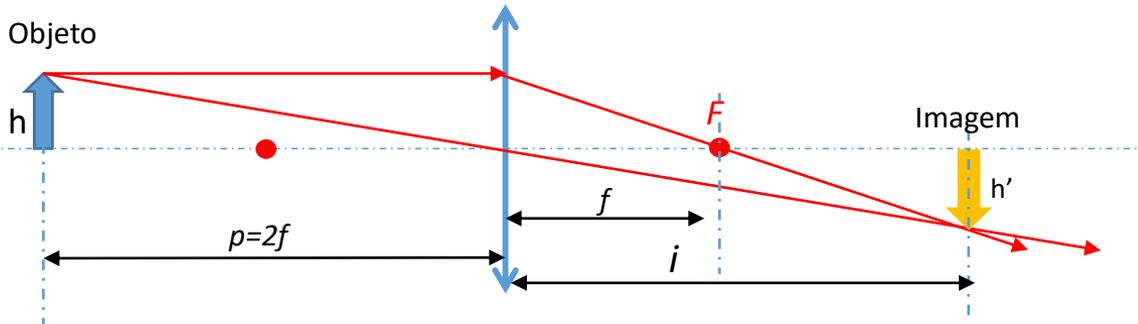


$$f > 0 \quad m = \frac{h'}{h} = \frac{-i}{p}$$

$i = \text{positivo}$ (imagem real)

$$p \gg 2f \text{ e } f < i < 2f$$

Imagem menor, real e invertida



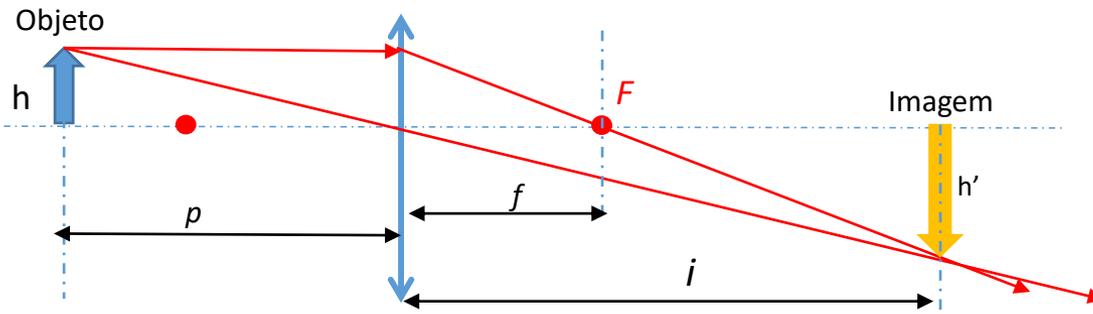
$$f > 0$$

$i = \text{positivo}$ (imagem real)

$$p = 2f \text{ e } i = 2f$$

Imagem real invertida de mesmo tamanho, $m=-1$

Lentes finas convergentes: Formação de imagens

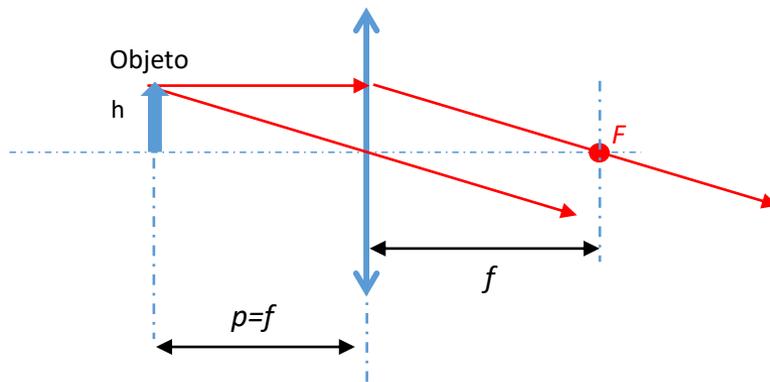


$$f > 0$$

$i = \text{positivo}$ (imagem real)

$$f < p < 2f \text{ e } i > 2f$$

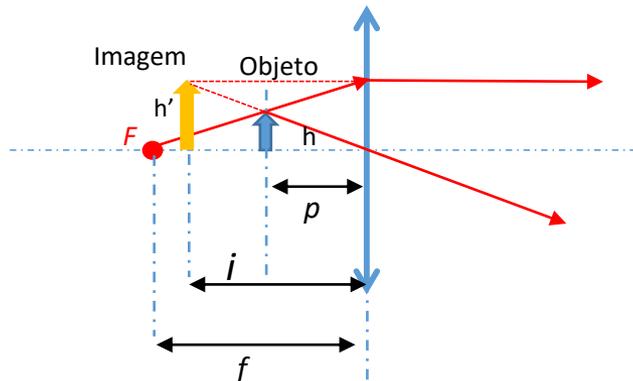
Imagem menor, real e invertida



$$f > 0$$

$i = \text{infinito}$ (sem imagem)

$$f = p \text{ e } i = \pm \infty$$



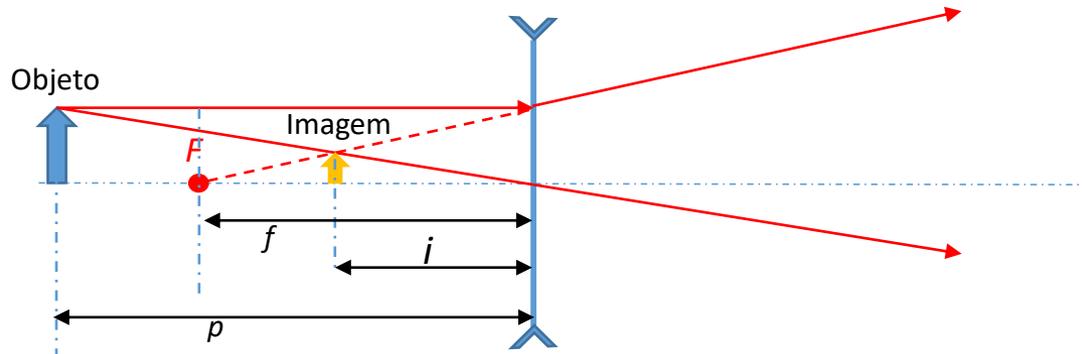
$$f > 0$$

$i = \text{negativo}$ (imagem virtual)

$$f > p \text{ e } |i| = \text{qualquer}$$

Imagem maior, virtual e direita

Lentes finas divergentes: “Formação de imagens”



$$f < 0$$

$i = \text{negativo}$ (imagem virtual)

$p = \text{qualquer e } |i| < |f|$

Imagem menor, virtual e direita