



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# **Elementos de Máquinas para Automação**

**PMR 3307 - A11**

**Dimensionamento estático de eixos**

**2023.2**



**RELEBRANDO!**

## Tipos de eixos quanto ao movimento

### Estacionários - *axle* -

Elementos não rotativos/rotativos sobre o qual giram os componentes mecânicos.  
Não transmite potência nem movimento



são sujeitos a apenas a flexão devido aos apoios, e por isso Não transmitem torque. Um eixo não é torcido, apenas flete.

### Rotativos - *shafts* -

Elemento rotativo utilizado para transmitir potência ou movimento  
Também denominados de Eixos árvore



estão sujeitos a flexão, torção e às vezes para cargas axiais (compressão e flambagem).



## Dimensionamento de eixos

**RELEMBRANDO!**

### Estático

### Dinâmico

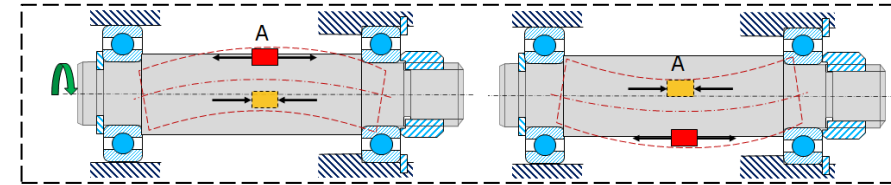
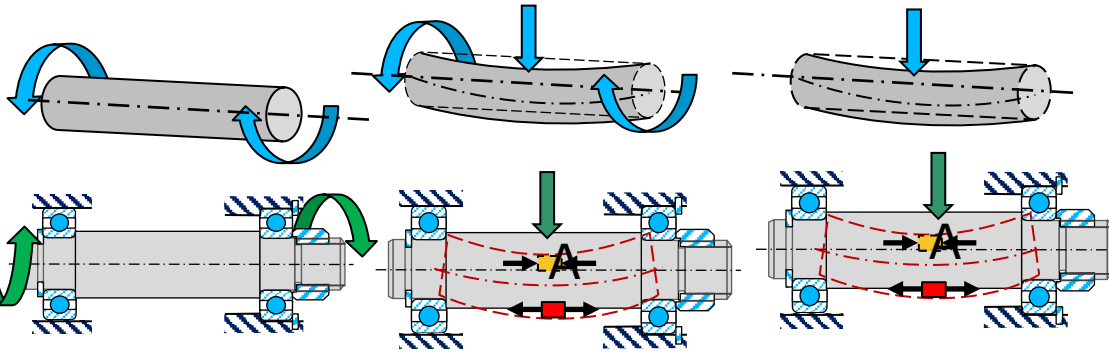
#### Torção

#### Flexo-torção

#### Flexão

#### Fadiga

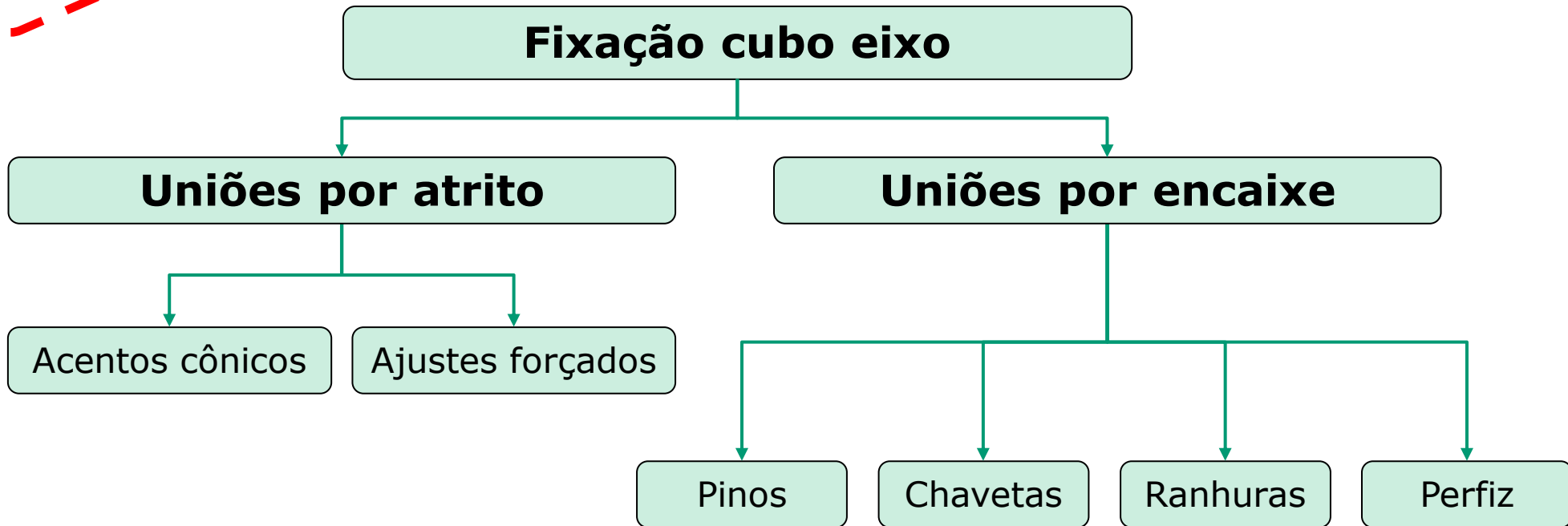
#### Balanceamento





**RELEMBRANDO!**

## Fixação cubo de eixo

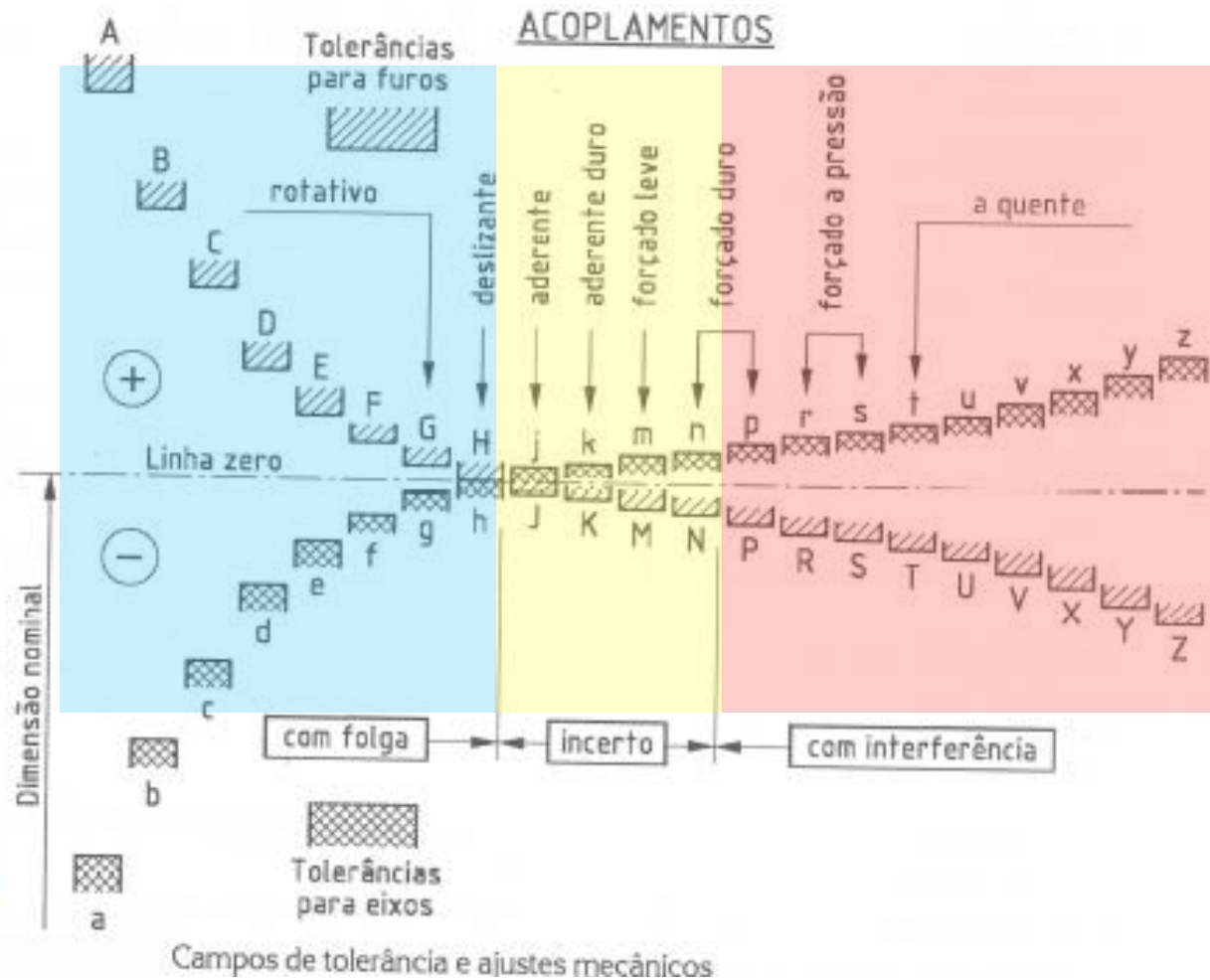




**RELEMBRANDO!**

## Fixação cubo de eixo por atrito

### Unões por atrito





**RELEBRANDO!**

## Fixação cubo de eixo

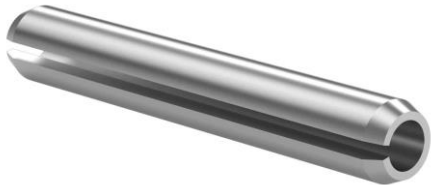
### Unões por encaixe

Pinos

Chavetas

Por forma

Perfiz

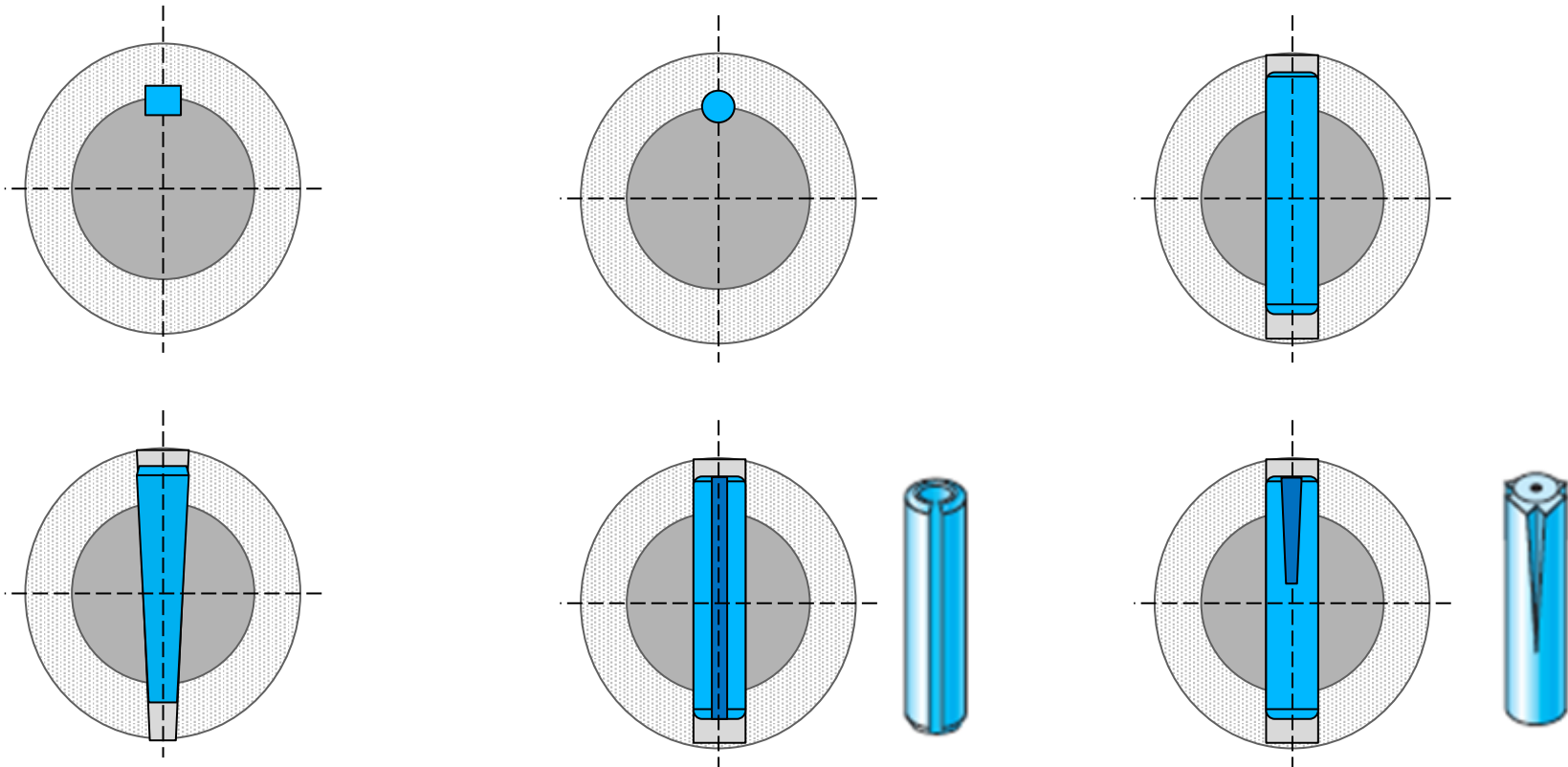




**RELEMBRANDO!**

**Fixação cubo de eixo**

**Unões por Pinos**

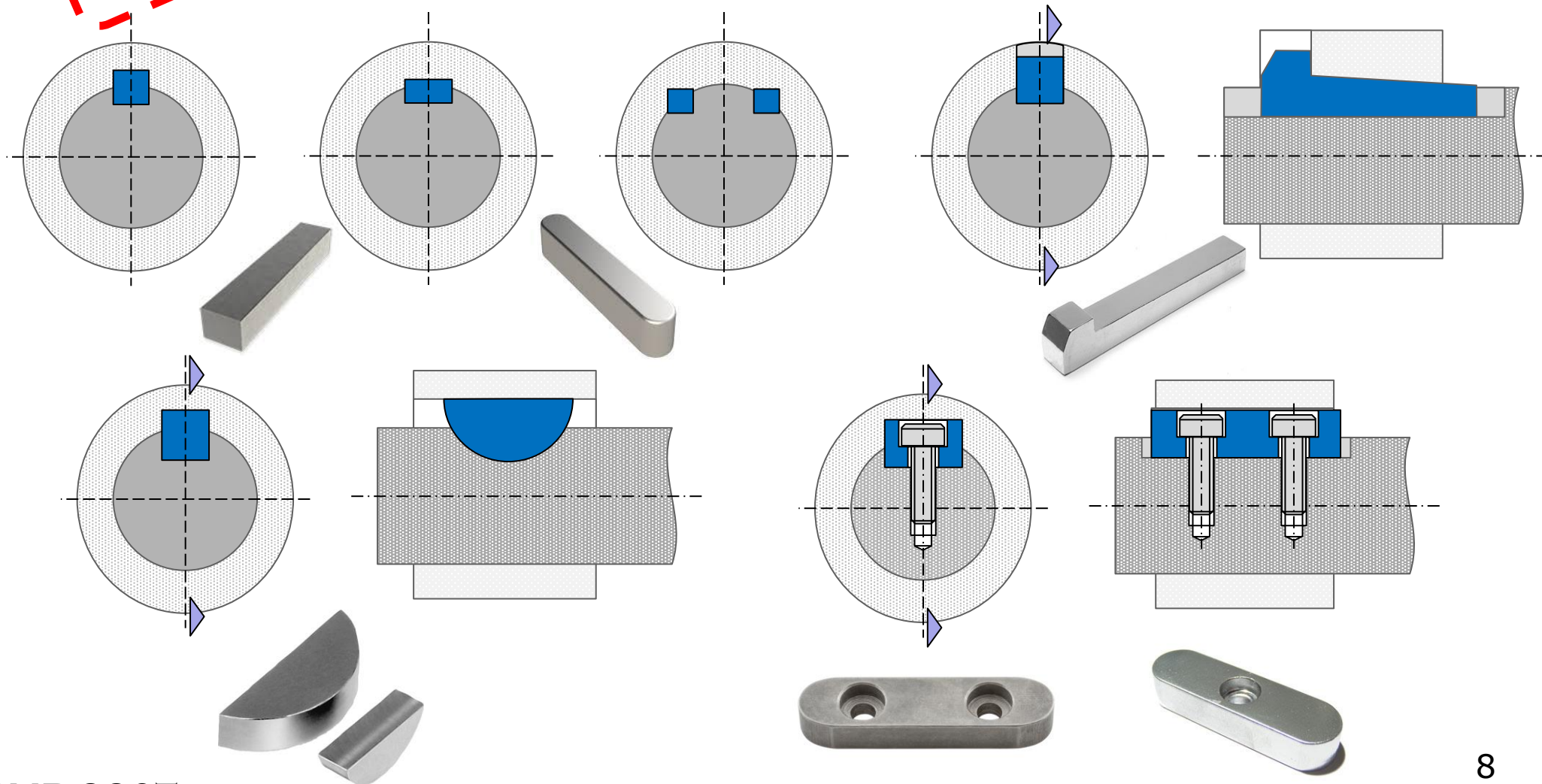




**RELEMBRANDO!**

## Fixação cubo de eixo

### Uniões por Chavetas





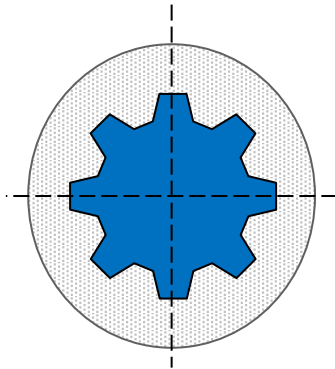


**RELEMBRANDO!**

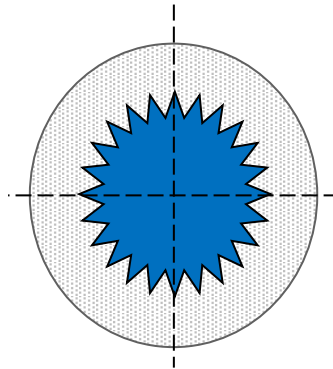
## Fixação cubo de eixo

### Unões por forma

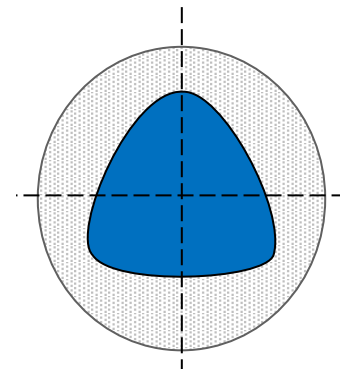
Ranhuras



Dentes



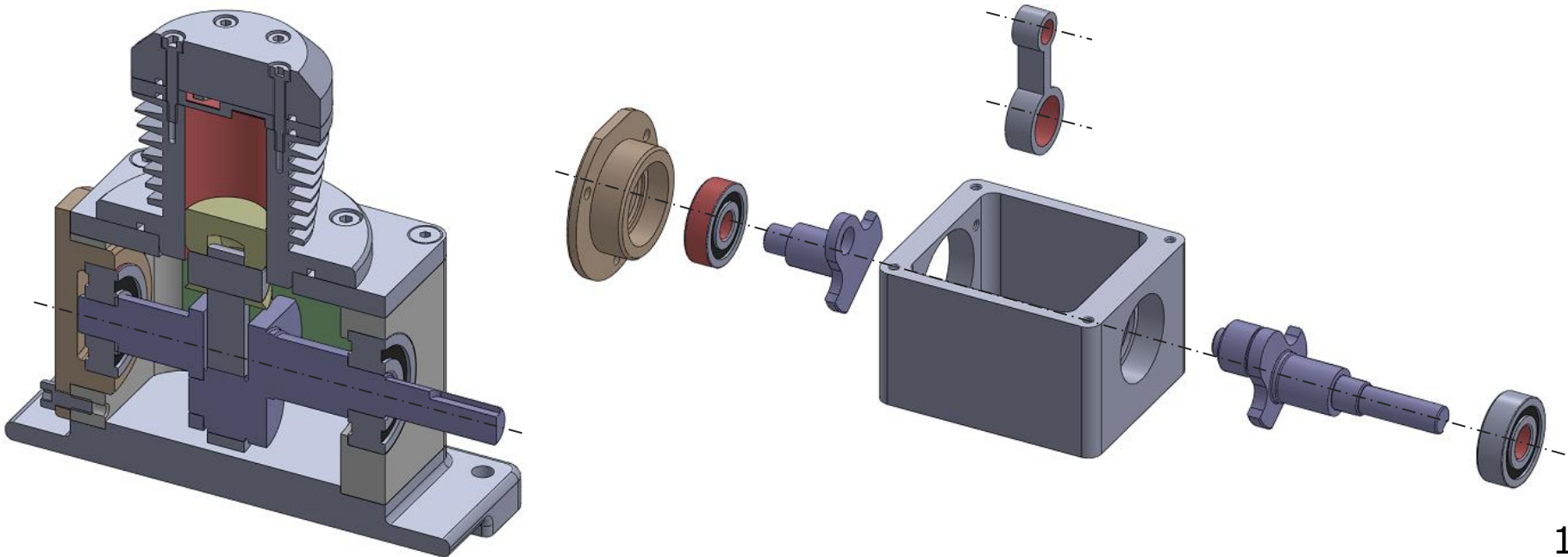
Poligonal





## considerações para montagem de eixos

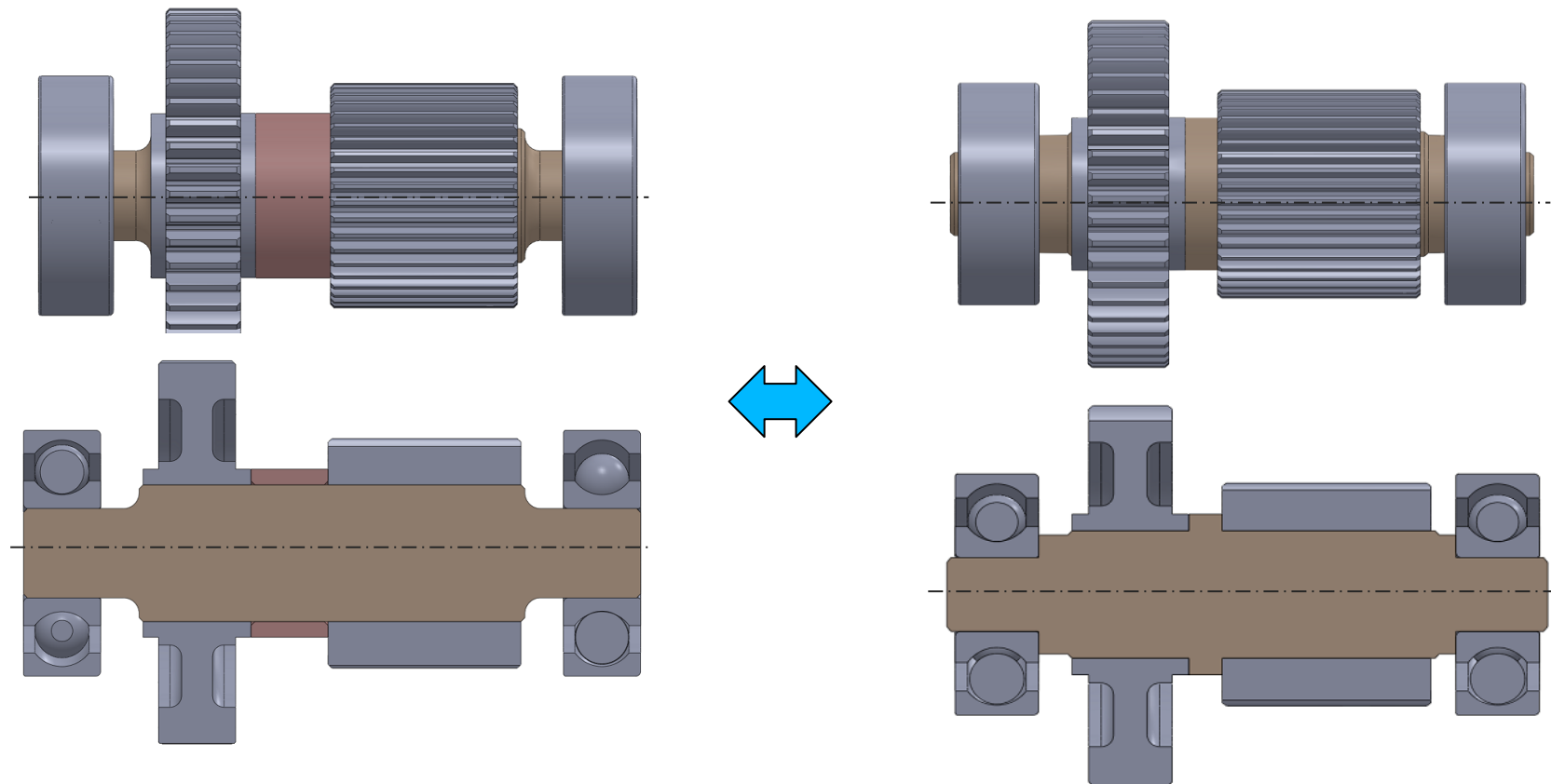
- Deve-se considerar o método de montagem dos componentes no eixo e do conjunto do eixo na estrutura.
- Em geral o maior diâmetro deve ser posicionado no centro do eixo, com diâmetros progressivamente menores em direção às extremidades.





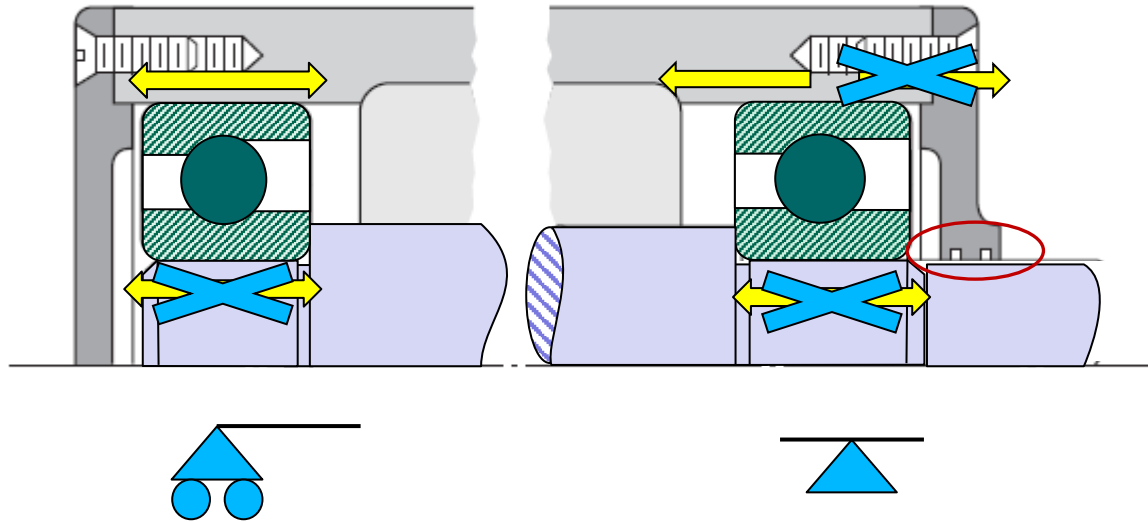
## considerações para montagem de eixos

- Se for necessário um espaçamento entre componentes subsequentes o uso de uma manga ou anel espaçador deve ser considerado.





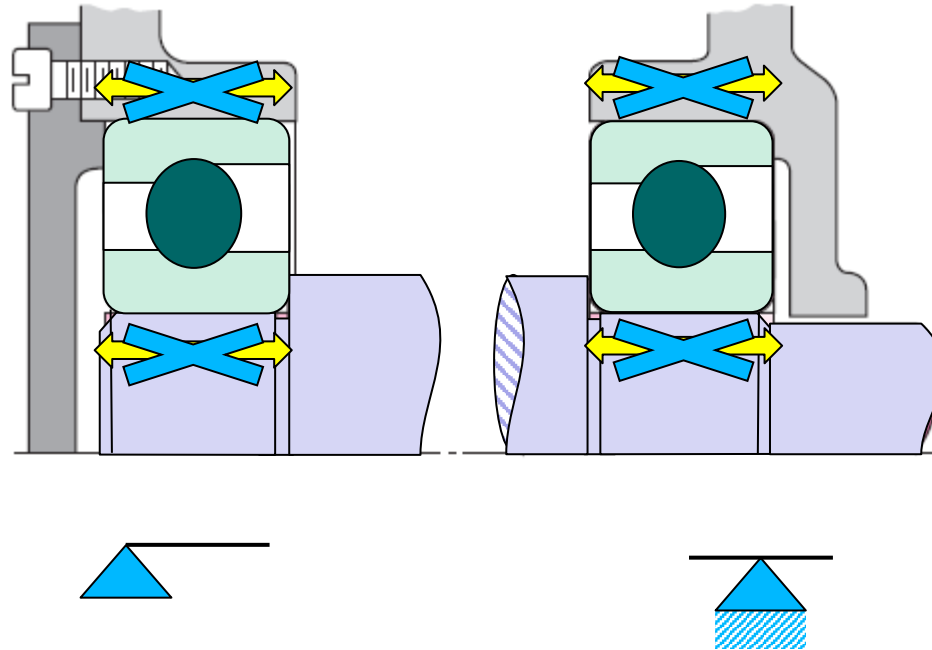
## considerações para montagem de eixos



- Arranjos mostrando a montagem dos anéis internos dos rolamentos por interferência, enquanto os anéis externos estão livres na estrutura.
- Observe o selo de labirinto na flange direita.



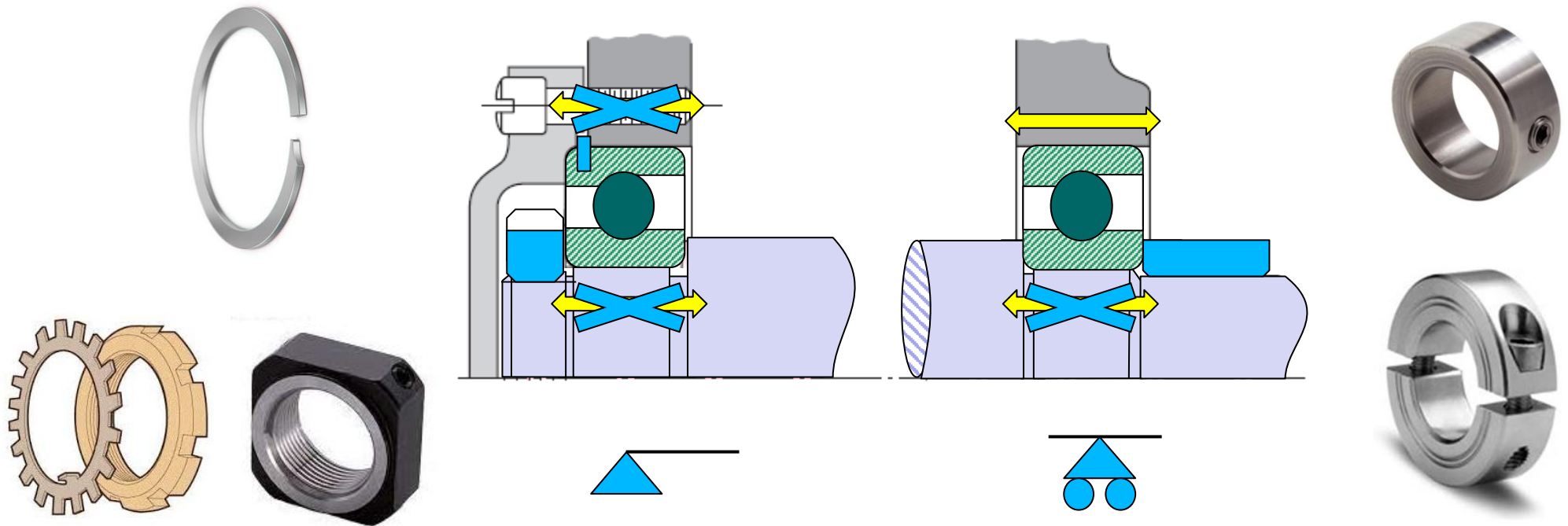
## considerações para montagem de eixos



- Arranjos mostrando a montagem dos anéis internos dos rolamentos por interferência, enquanto os anéis externos estão pré-tensionados.



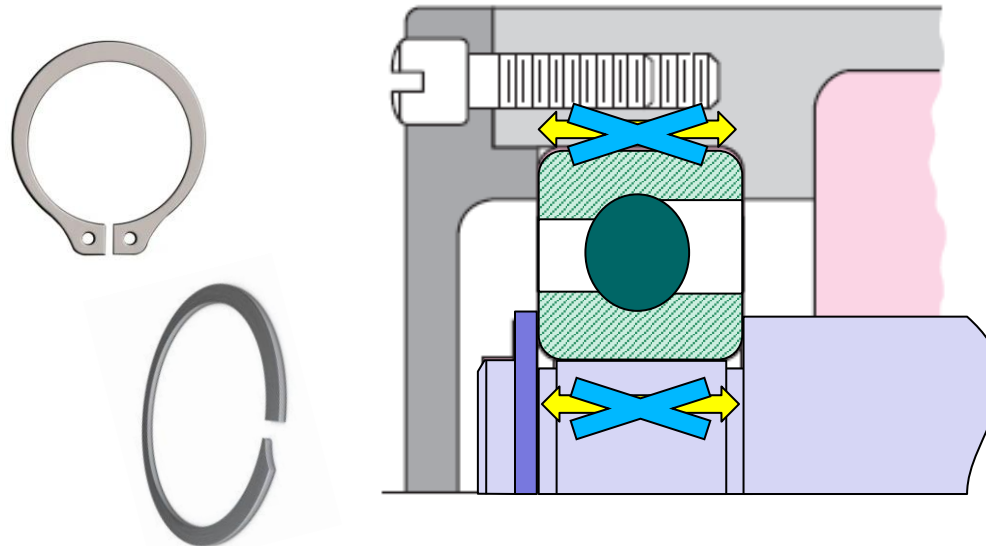
## considerações para montagem de eixos



- Neste arranjo, o anel interno do rolamento esquerdo é travado entre uma porca e o encosto do eixo.
- O anel de pressão na pista externa é usado para posicionar o conjunto do eixo na direção axial.
- Observação o rolamento direito está livre no alojamento da carcaça.



## considerações para montagem de eixos



- Nesse caso o anel interno do rolamento é preso ao eixo usando um anel de pressão.



## Projeto estático de eixos

### ▪ Generalidades

- Não é necessário avaliar as tensões em um eixo em todos os pontos
- Análises mais criteriosas devem ser feitas locais críticos.
- Os locais críticos geralmente serão na superfície externa, onde o momento de flexão é maior, onde o torque está presente, e onde existem concentrações de tensão.
- O torque é frequentemente considerado constante na operação em estado estacionário.
- A tensão cisalhante devido a torção será maior nas superfícies externas.





## Projeto estático de eixos

### ▪ Generalidades

- Os momentos de flexão em um eixo podem ser determinados através dos diagramas de cisalhamento e flexão.
- A maioria dos problemas de eixo incorporam engrenagens ou polias que introduzem forças em dois planos, os diagramas de momento fletor e cortante devem ser feitos em dois planos.
- Os momentos resultantes são obtidos somando os momentos como vetores em pontos de interesse ao longo do eixo.
- O ângulo de fase dos momentos não é importante pois o eixo gira.
- Um momento de flexão constante produzirá uma completa reversão em uma rotação, alternando tração/compressão.



## Projeto estático de eixos

### ▪ Generalidades

- A tensão normal devido aos momentos de flexão será maior nas superfícies externas.
- As tensões próximas a rolamentos montados nas extremidades do eixo não são críticas, desde que o momento fletor seja pequeno.



## Determinação do diâmetro mínimo

*Distortion Energy (DE) Goodman*

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$S_e \Rightarrow$  *Tensão Limite de fadiga*

$S_{ut} \Rightarrow$  *Tensão máxima*

$K_f \Rightarrow$  *fator de concentração de tensão a flexão*

$K_{fs} \Rightarrow$  *fator de concentração de tensão a torção*

$T_a \Rightarrow$  *Torque alternante*

$T_m \Rightarrow$  *Torque médio*

$M_a \Rightarrow$  *Momento alternante*

$M_m \Rightarrow$  *Momento médio*

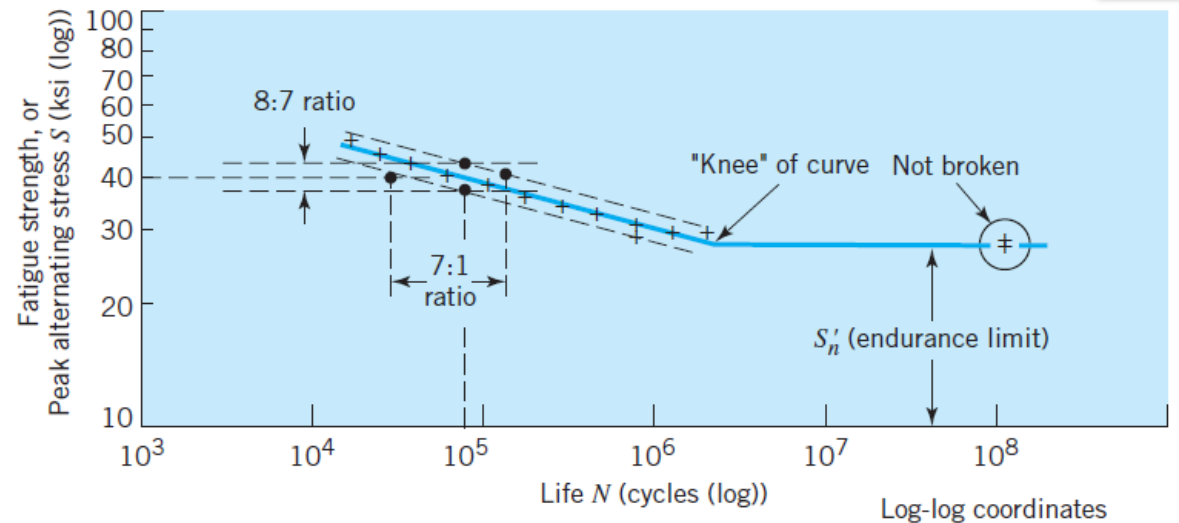
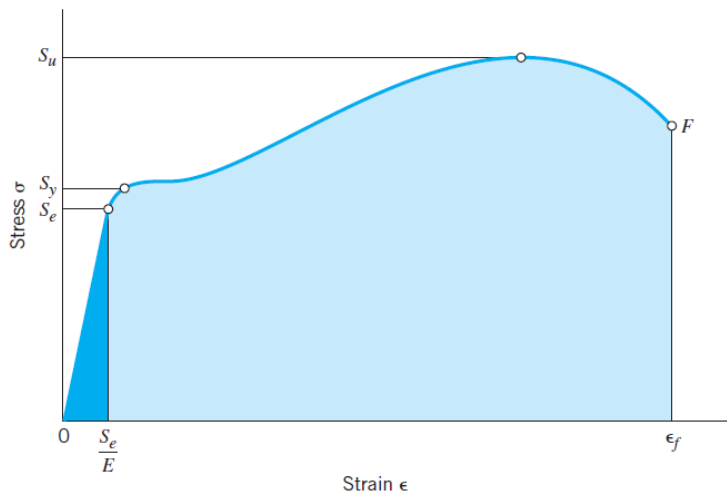


## Determinação do diâmetro mínimo

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$S_e \Rightarrow$  Tensão Limite de fadiga

$S_{ut} \Rightarrow$  Tensão máxima



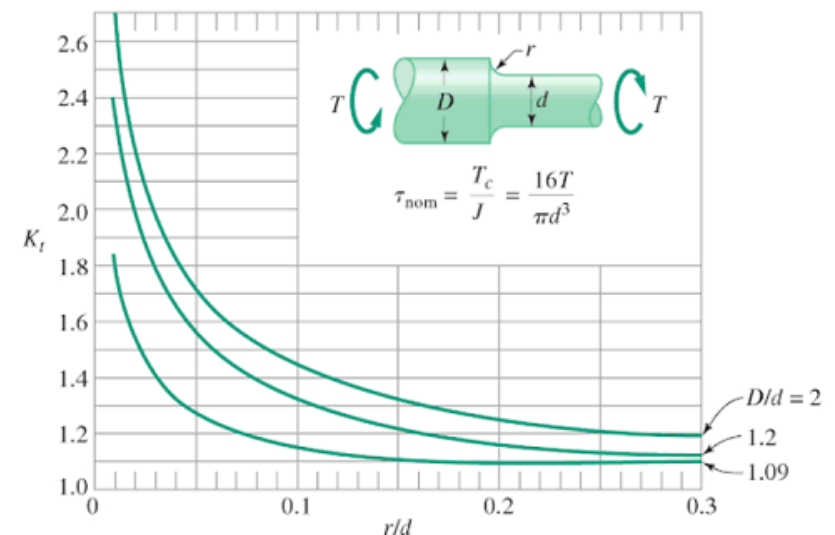
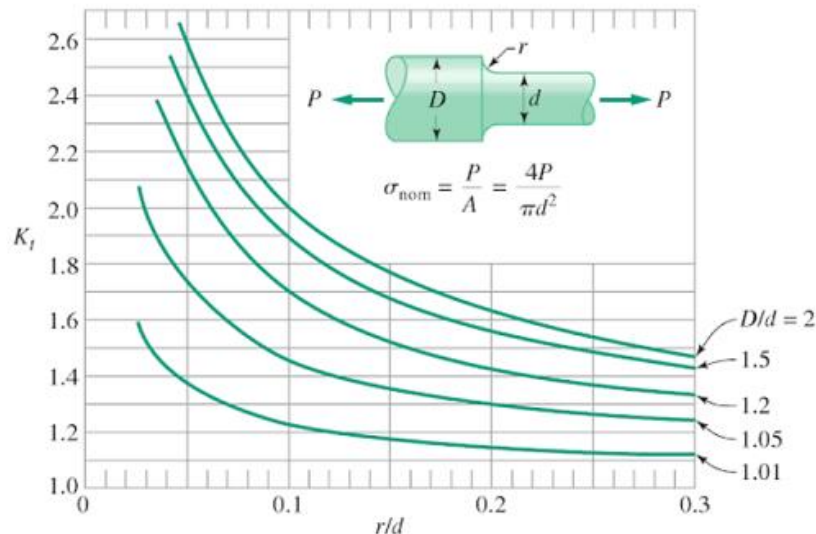


## Determinação do diâmetro mínimo

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$K_f \Rightarrow$  fator de concentração de tensão a flexão

$K_{fs} \Rightarrow$  fator de concentração de tensão a torção





## Determinação do diâmetro mínimo

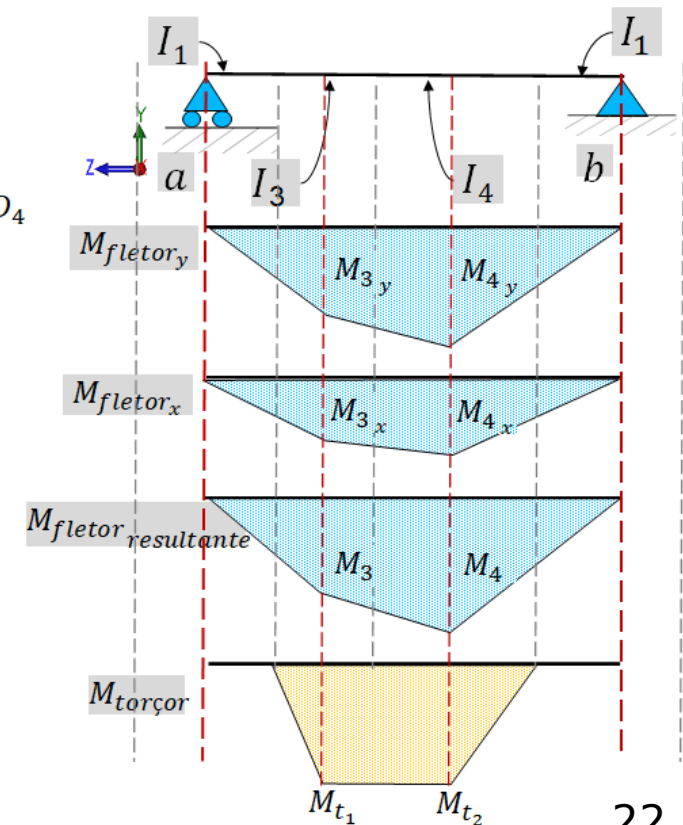
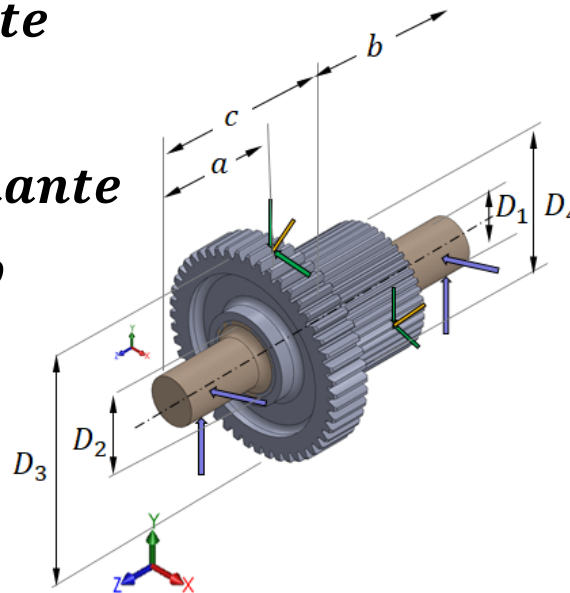
$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$T_a \Rightarrow$  Torque alternante

$T_m \Rightarrow$  Torque médio

$M_a \Rightarrow$  Momento alternante

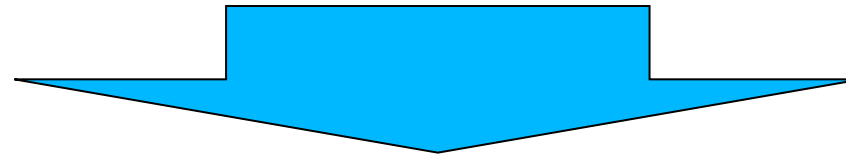
$M_m \Rightarrow$  Momento médio





## Determinação do diâmetro mínimo

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$



**1ª Conclusão?**



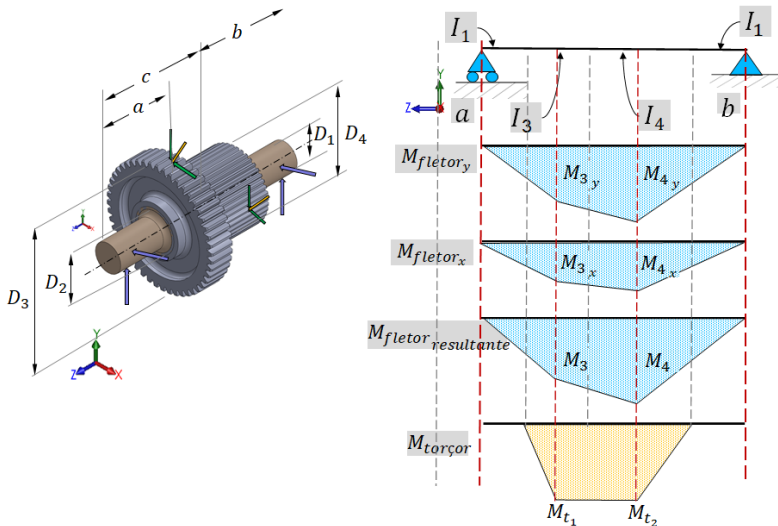
## Determinação do diâmetro mínimo

### 2ª Conclusão?

## Dimensionamento de eixos

### Estático

### Dinâmico



$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

- Distortion Energy (DE) Goodman
- Distortion Energy (DE) Gerber
- Distortion Energy (DE) ASME Elliptic
- Distortion Energy (DE) Soderberg





## Dimensionamento de eixos

**RELEMBRANDO!**

### Estático

### Dinâmico

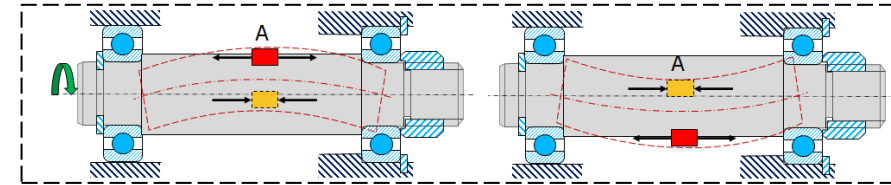
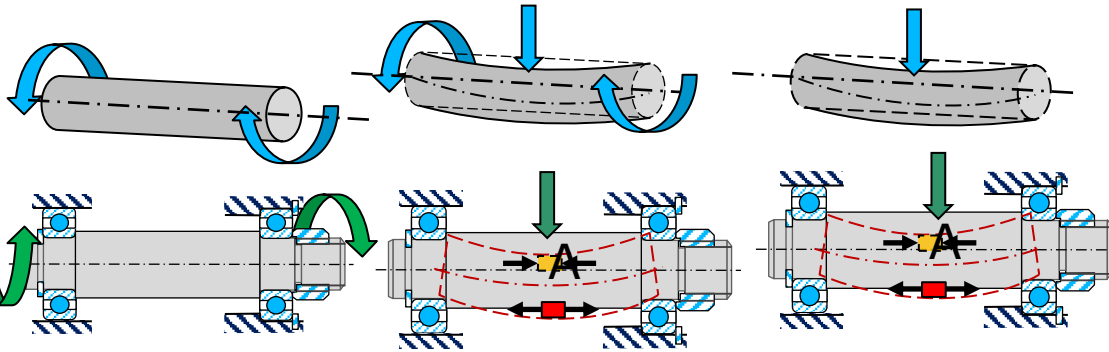
#### Torção

#### Flexo-torção

#### Flexão

#### Fadiga

#### Balanceamento





**Dimensionamento dinâmico de eixos**



## Dimensionamento dinâmico de eixos

### Teoria da Máxima Energia de Distorção

- ▶ A Teoria da Máxima Energia de Distorção foi proposta inicialmente por Beltrami em 1885 (primeira tentativa)
- ▶ Huber a apresentou em sua forma atual em 1904.
- ▶ Foi aperfeiçoada e aplicada por von Mises (1913) e Hencky (1925)
- ▶ Usualmente é conhecido como critério de falha de von Mises
- ▶ Usualmente aplicada a materiais plásticos

**RELEMBRANDO!**



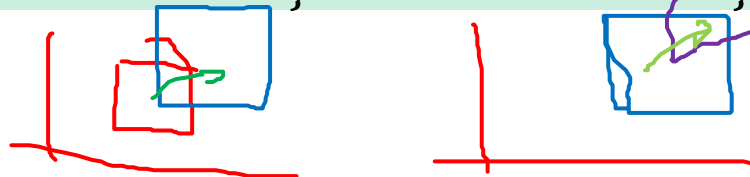
Dimensionamento dinâmico de eixos

RELEMBRANDO!

Teoria da Máxima Energia de Distorção

- ▶ A Teoria da Máxima Energia de Distorção também é outro critério de escoamento amplamente utilizada na previsão de falha de materiais dúcteis.
- ▶ Neste método a energia elástica total é dividida em duas partes:
  - Uma associada as mudanças volumétricas do material
  - E outra causando distorções de cisalhamento

$$U_{total} = U_{dilatação} + U_{distorção}$$





Dimensionamento dinâmico de eixos

**RELEMBRANDO!**

**Teoria da Máxima Energia de Distorção**

Nesta iguala-se a energia de distorção de cisalhamento no ponto de escoamento à tração simples, aquela sob tensão combinada, estabelecendo-se um critério de escoamento para tensão combinada

$$U_{dilatação} = \frac{3(1 - 2\nu)}{2E} p^2 = \frac{(1 - 2\nu)}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

$$U_{distorção} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

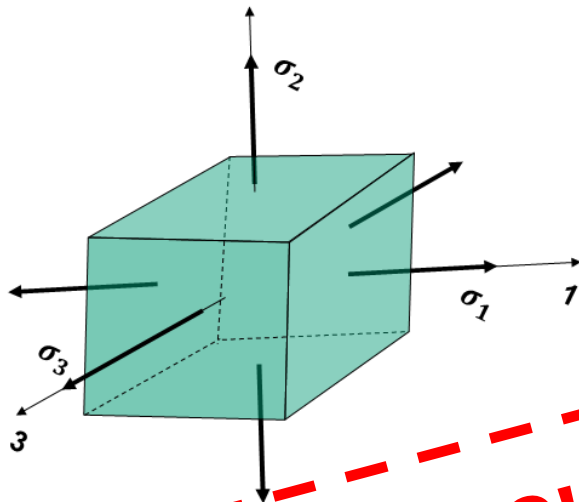
$$U_{total} = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)$$



## Dimensionamento dinâmico de eixos

### Teoria da Máxima Energia de Distorção

- ▶ Considerando o estado geral de tensões temos:



$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_1 - \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \bar{\sigma} \end{pmatrix}$$

**RELEMBRANDO!**

$$U_{total} = U_d + U_h$$

$$U_{total} = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)$$

Considerando material plástico ideal =>  $(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{esc}^2$

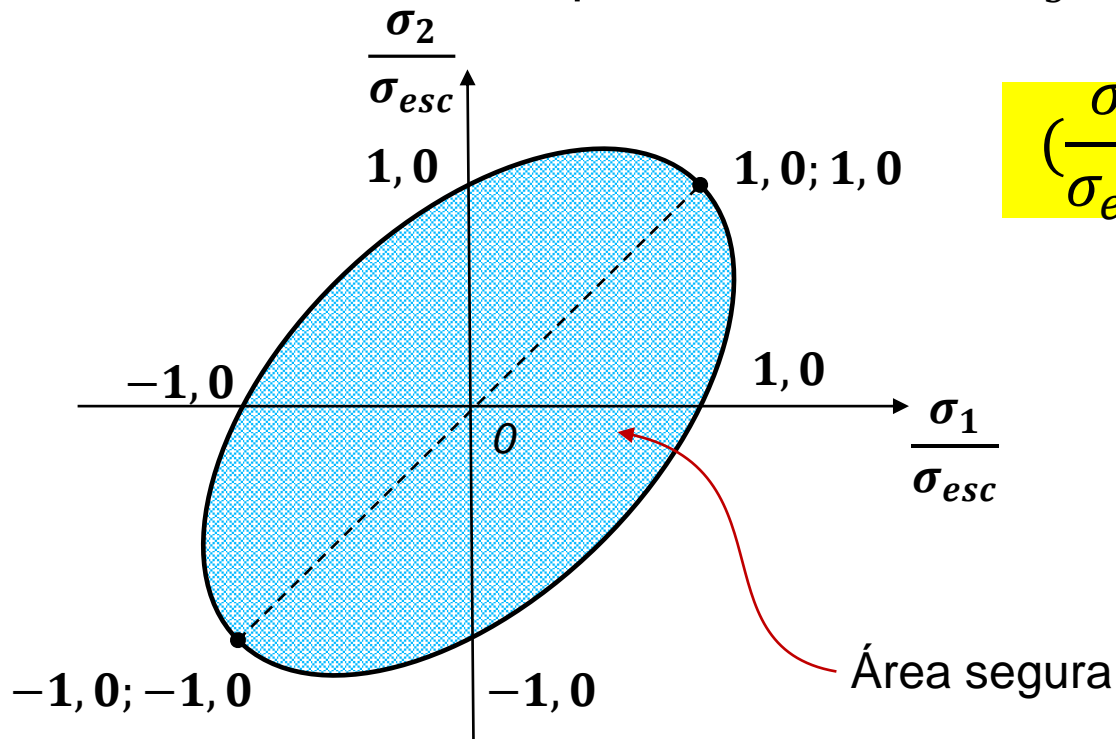


Dimensionamento dinâmico de eixos

**RELEMBRANDO!**

**Teoria da Máxima Energia de Distorção**

- ▶ Critério de escoamento baseado na máxima energia de distorção
- ▶ Para o estado plano de tensão  $\sigma_3 = 0$ , temos:



$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right)^2 = 1$$

Equação da elipse



Dimensionamento dinâmico de eixos

Teoria da Máxima Energia de Distorção

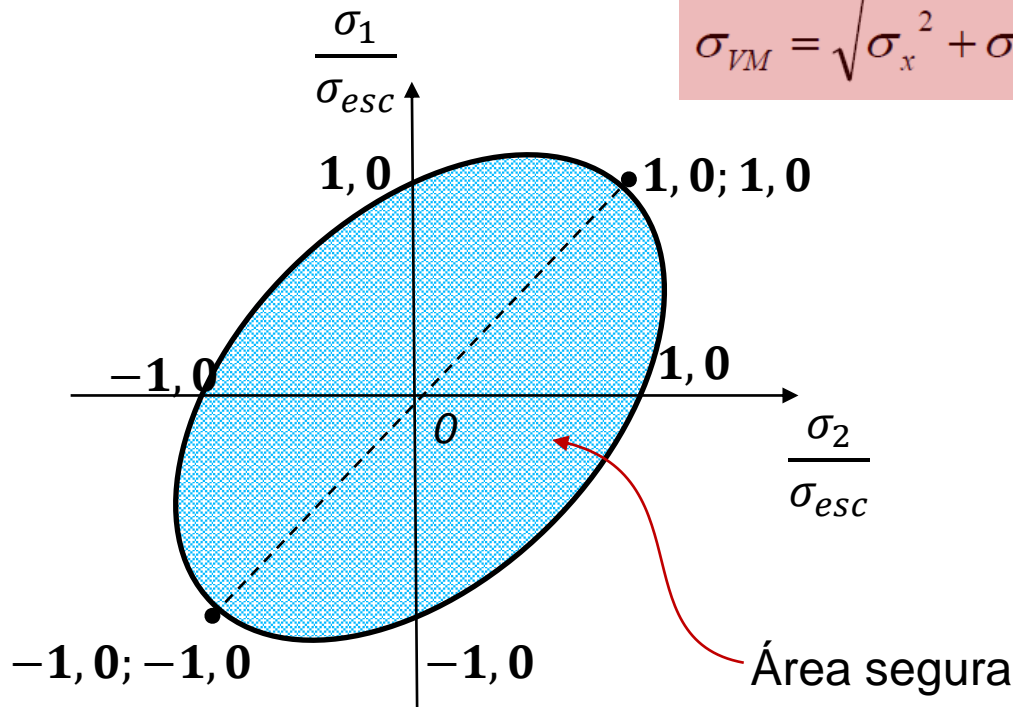
RELEMBRANDO!

▶ Critério de escoamento baseado na máxima energia de distorção

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

2D



$$\sigma_{VM} \geq S_y$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_{VM}}$$

Onde n = fator de segurança





## Dimensionamento dinâmico de eixos

### Teoria da Máxima Energia de Distorção

- ▶ Critério de von Mises não prevê mudanças na resposta do material quando se adicionam as tensões de tração e compressão hidrostática.

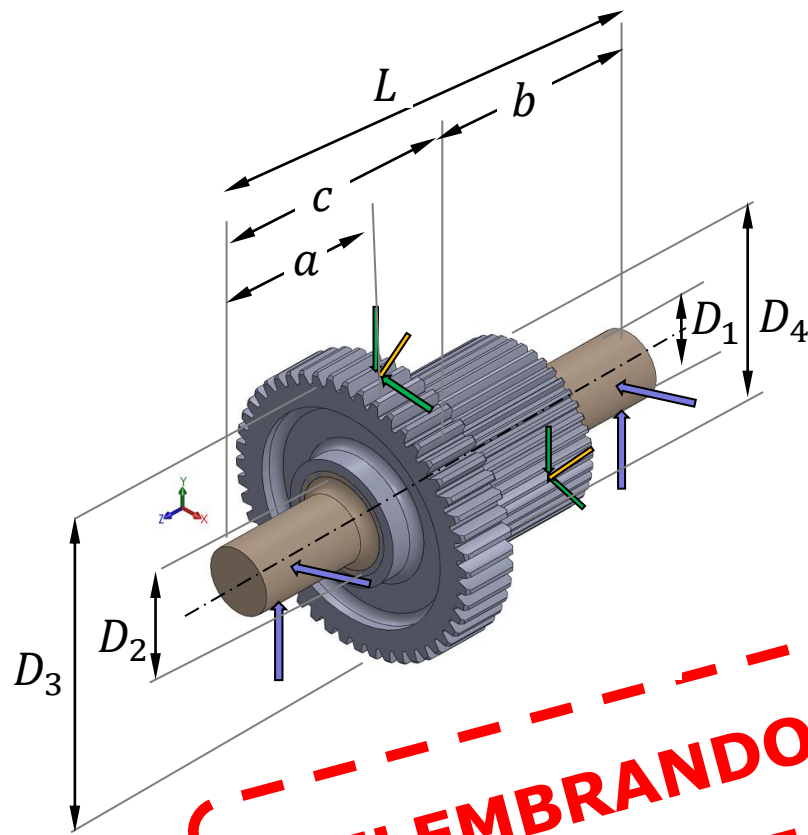
**RELEMBRANDO!**



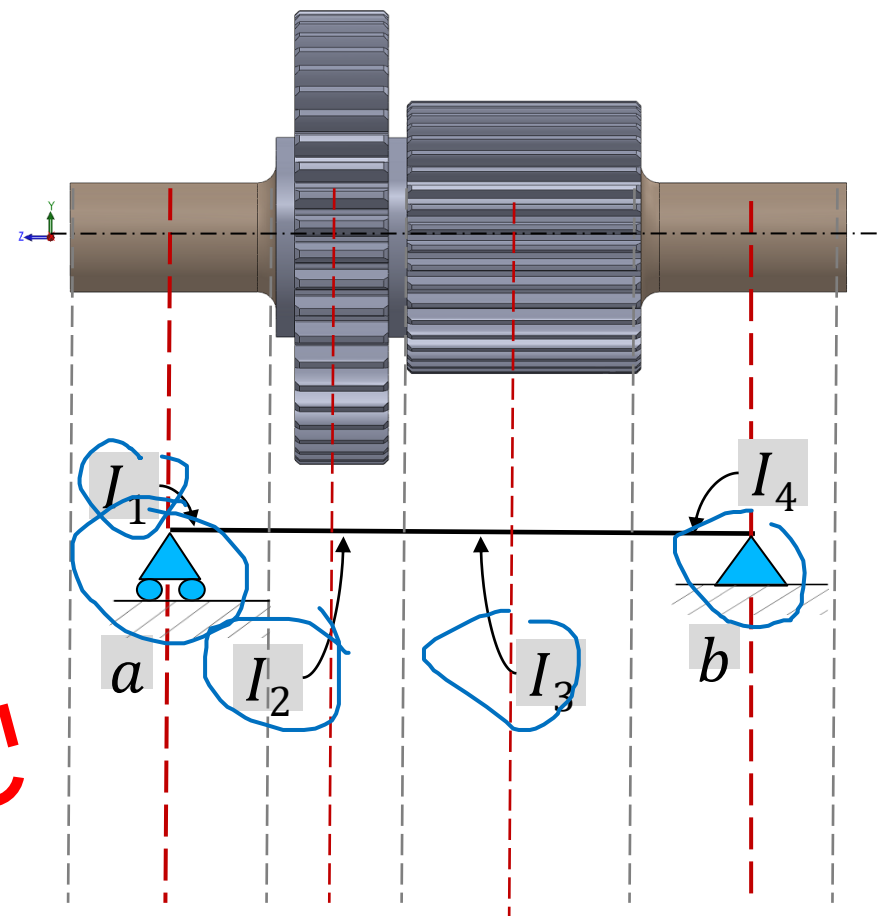
Dimensionamento dinâmico de eixos

Exemplo 2

modelamento



**RELEMBRANDO!**

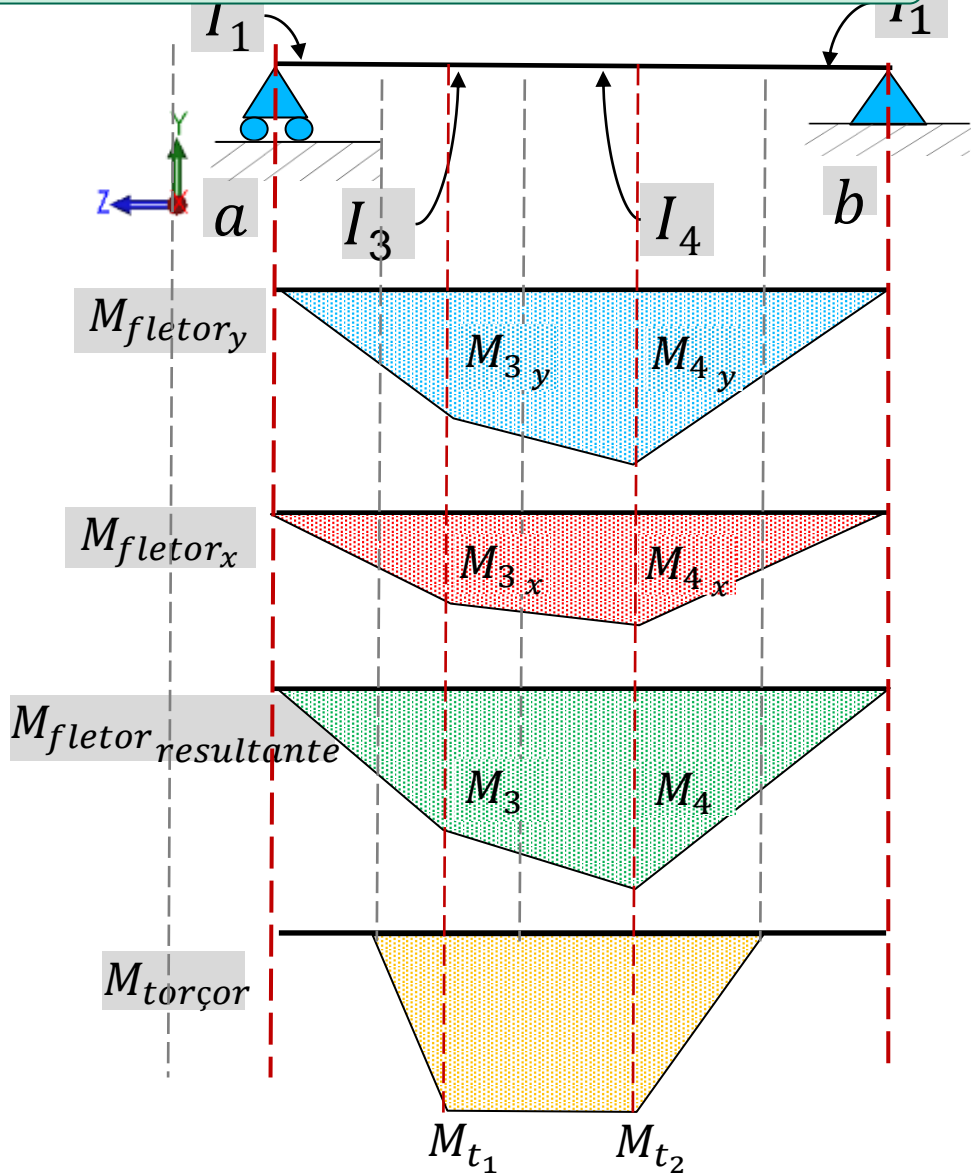
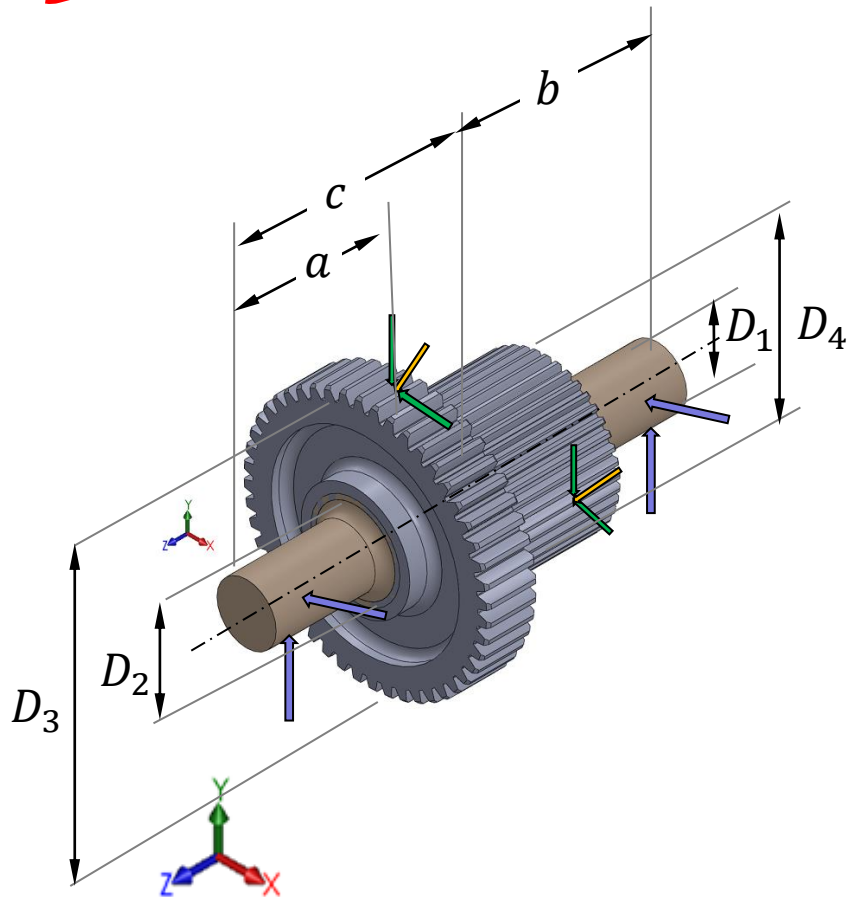




Dimensionamento dinâmico de eixos

RELEMBRANDO!

Exemplo 2

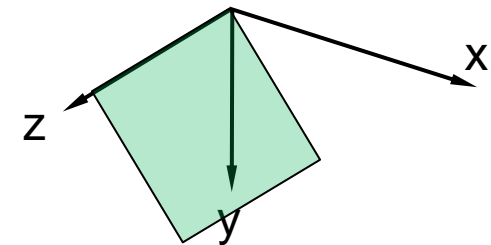
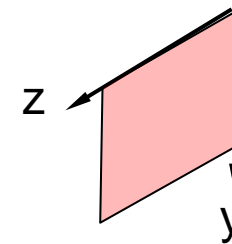
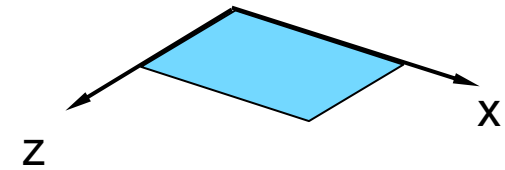
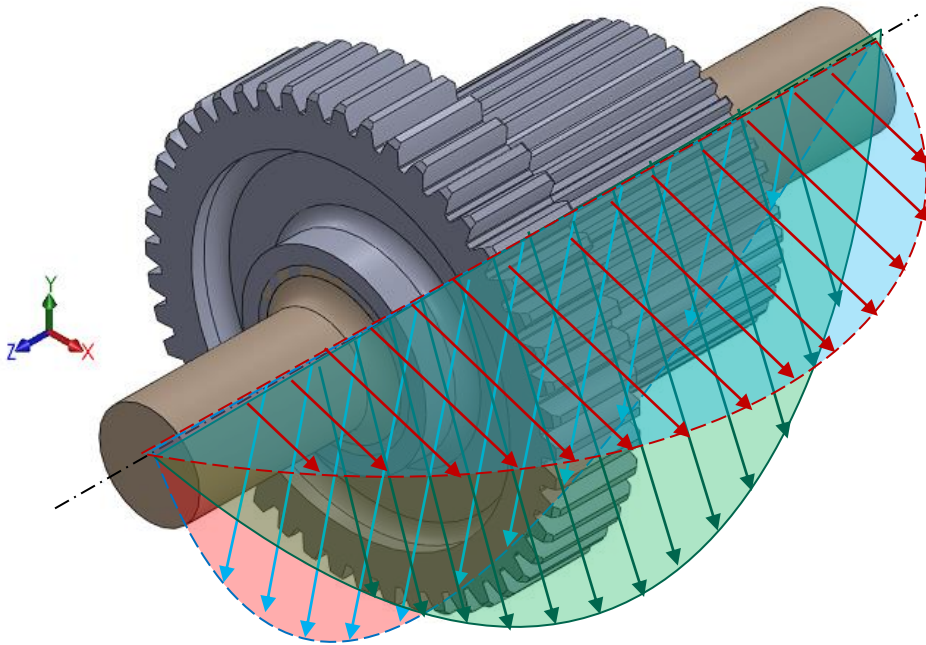




**Dimensionamento dinâmico de eixos**

**Exemplo 2**

**Calcular os esforços resultantes**



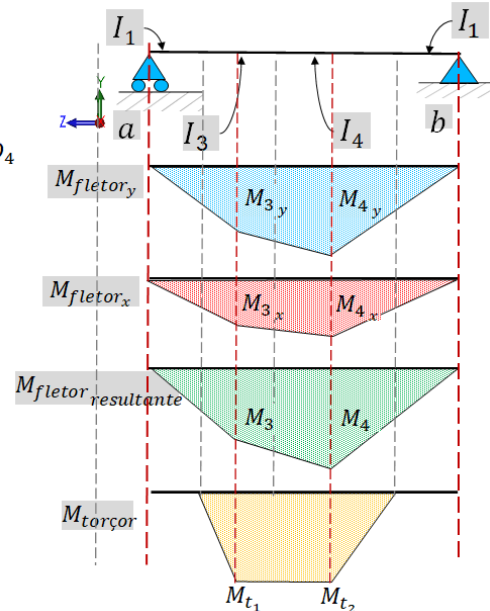
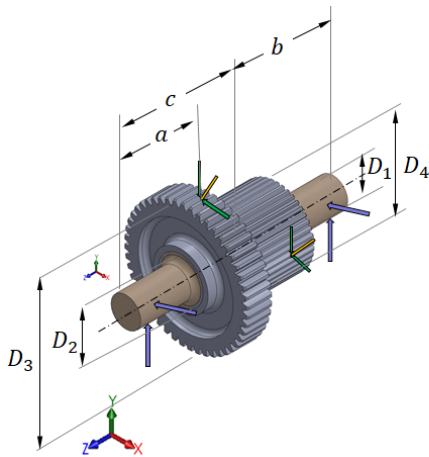


## Determinação do diâmetro mínimo

### Dimensionamento de eixos

Estático

Dinâmico



$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

*Distortion Energy (DE) Goodman*

*Distortion Energy (DE) Gerber*

*Distortion Energy (DE) ASME Elliptic*

*Distortion Energy (DE) Soderberg*



## Distortion Energy (DE) Goodman

Equação de DE – Goodman para determinação do diâmetro mínimo do eixo

$$d_{\min} = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left( \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right) \right)^{\frac{1}{3}}$$

*fator seg.*

$S_e$  ⇒ Tensão Limite de fadiga

$S_{ut}$  ⇒ Tensão máxima

$K_f$  ⇒ fator de concentração de tensão a flexão

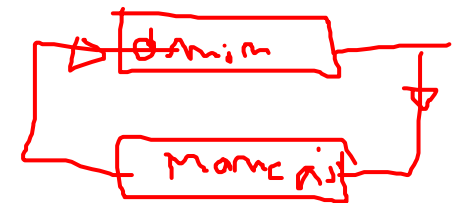
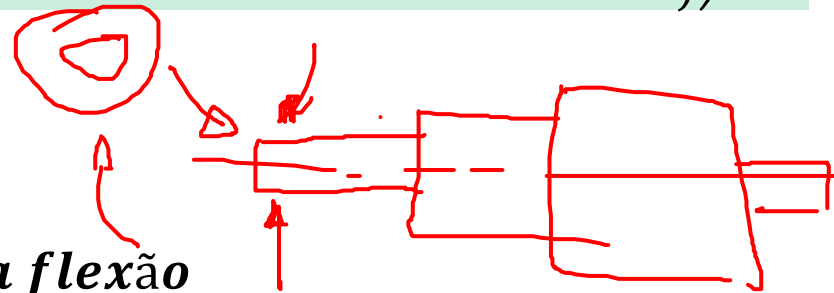
$K_{fs}$  ⇒ fator de concentração de tensão a torção

$T_a$  ⇒ Torque alternante

$T_m$  ⇒ Torque médio

$M_a$  ⇒ Momento alternante

$M_m$  ⇒ Momento médio





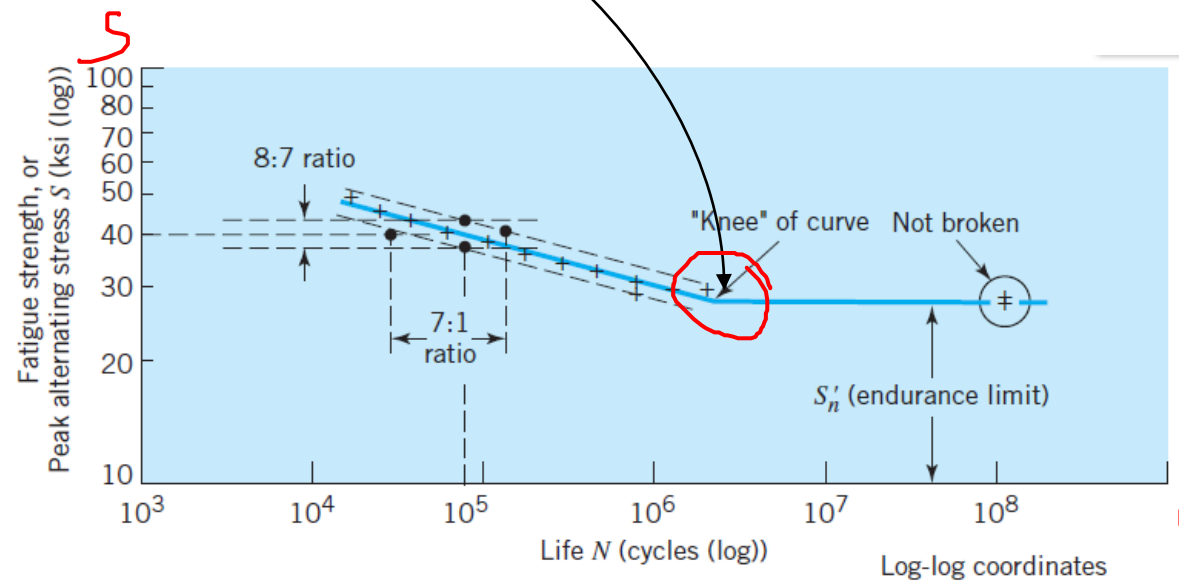
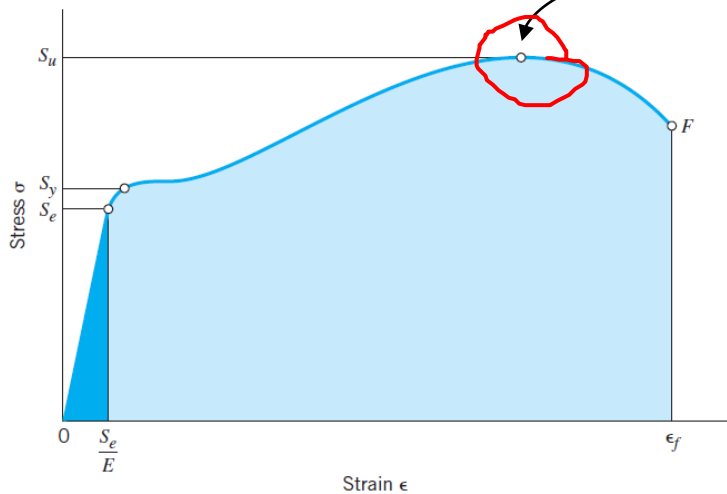
## Determinação do diâmetro mínimo

*Equação de DE – Goodman para determinação do diâmetro mínimo do eixo*

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$S_e \Rightarrow$  Tensão Limite de fadiga

$S_{ut} \Rightarrow$  Tensão máxima





## Determinação do diâmetro mínimo

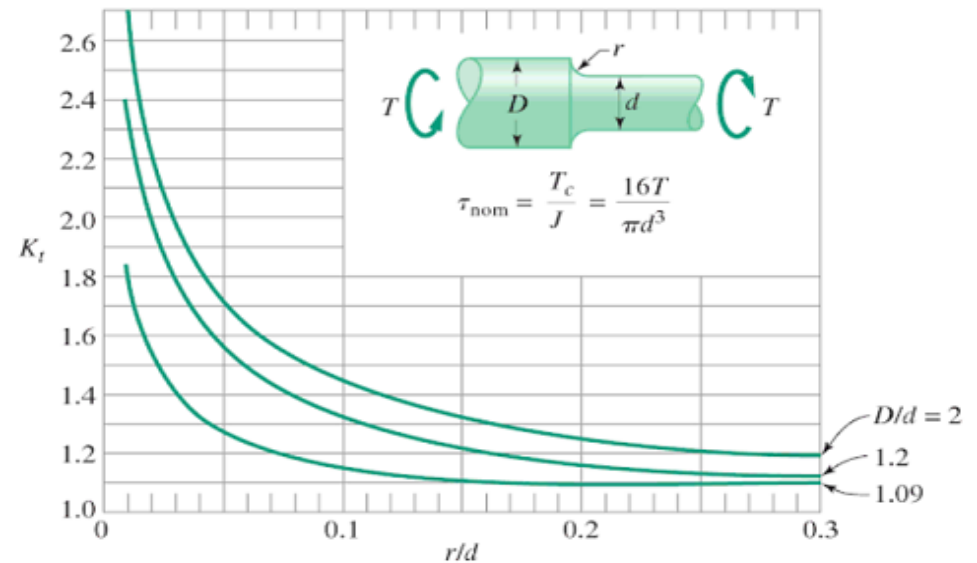
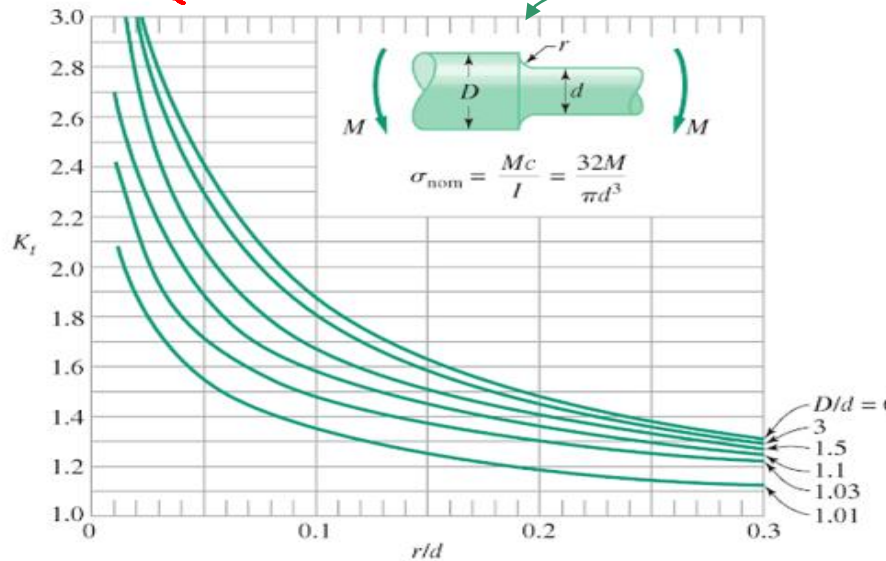
*Equação de DE – Goodman para determinação do diâmetro mínimo do eixo*

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$K_f$  ⇒ fator de concentração de tensão a flexão

$K_{fs}$  ⇒ fator de concentração de tensão a torção

~~cap 6~~ → Fatig  
 cap 7 Shigley  
 → eixos







## Determinação do diâmetro mínimo

*Equação de DE – Goodman para determinação do diâmetro mínimo do eixo*

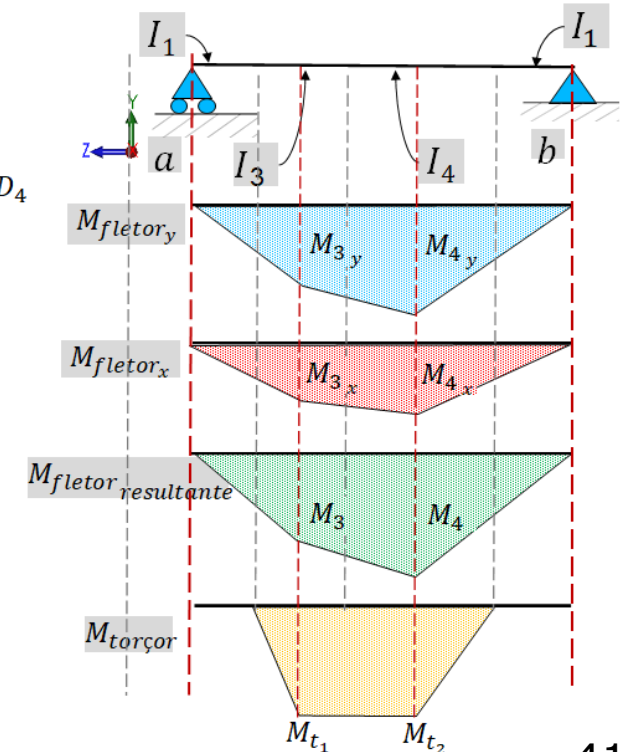
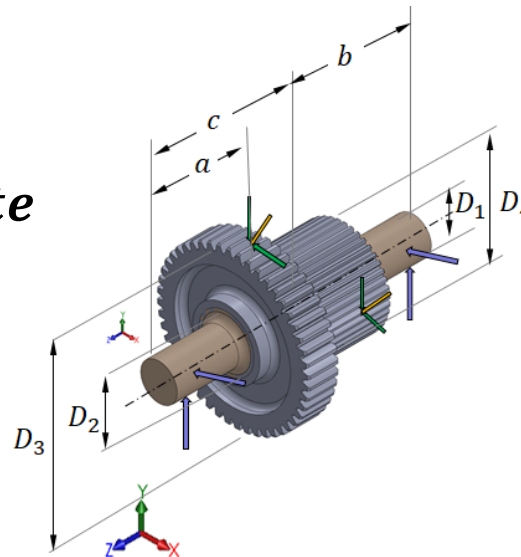
$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$T_a \Rightarrow$  Torque alternante

$T_m \Rightarrow$  Torque médio

$M_a \Rightarrow$  Momento alternante

$M_m \Rightarrow$  Momento médio





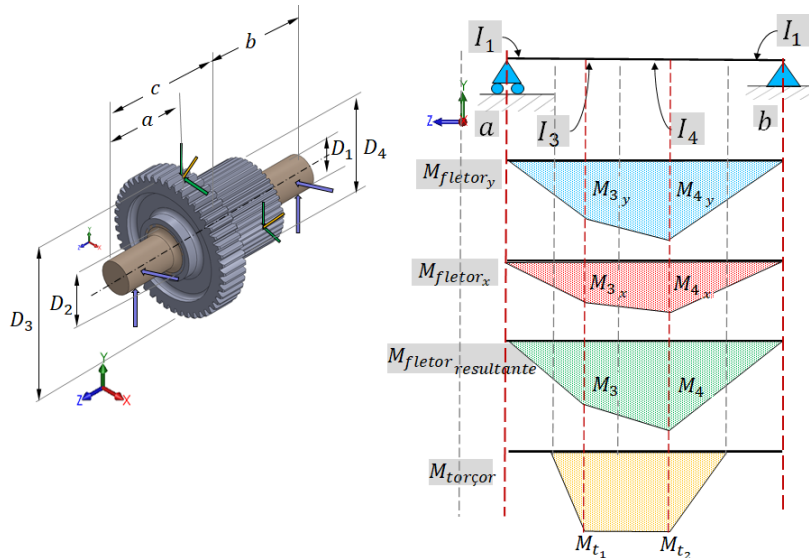
## Determinação do diâmetro mínimo

## Conclusão

## Dimensionamento de eixos

### Estático

### Dinâmico



$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Distortion Energy (DE) Goodman

Distortion Energy (DE) Gerber

Distortion Energy (DE) ASME Elliptic

Distortion Energy (DE) Soderberg



## Determinação do diâmetro mínimo

### *Equação da DE Gerber*

$$d = \left( \frac{8 \cdot n \cdot A}{\pi \cdot S_e} \left\{ 1 + \left[ 1 + \left( \frac{2 \cdot B \cdot S_e}{A \cdot S_{ut}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$A = \sqrt{4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2}$$

$$B = \sqrt{4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2}$$



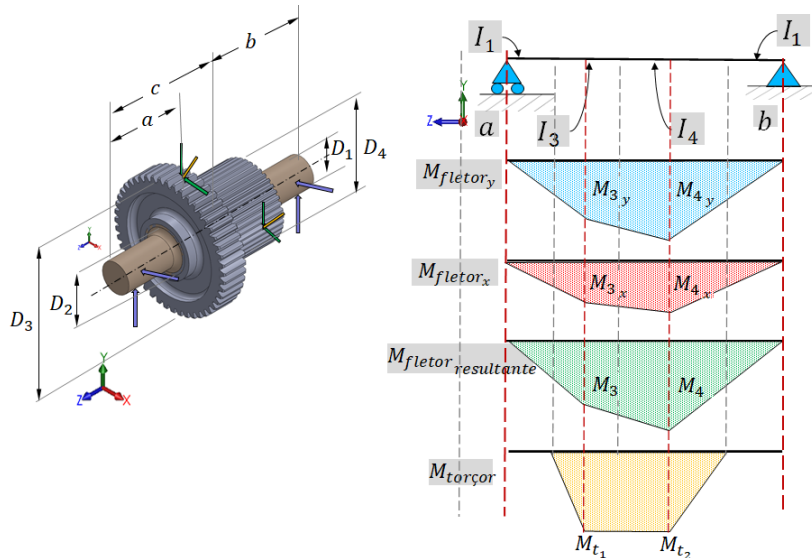
**Determinação do diâmetro mínimo**

**Conclusão**

**Dimensionamento de eixos**

**Estático**

**Dinâmico**



$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

*Distortion Energy (DE) Goodman*

*Distortion Energy (DE) Gerber*

*Distortion Energy (DE) ASME Elliptic*

*Distortion Energy (DE) Soderberg*



## Determinação do diâmetro mínimo

*Equação da DE ASME Elliptic*

$$d = \left\{ \frac{16 \cdot n}{\pi} \left[ 4 \left( \frac{k_f \cdot M_a}{S_e} \right)^2 + 3 \left( \frac{k_{fs} \cdot T_a}{S_e} \right)^2 + 4 \cdot \left( \frac{k_f \cdot M_m}{S_y} \right)^2 + 3 \left( \frac{k_{fs} \cdot T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$



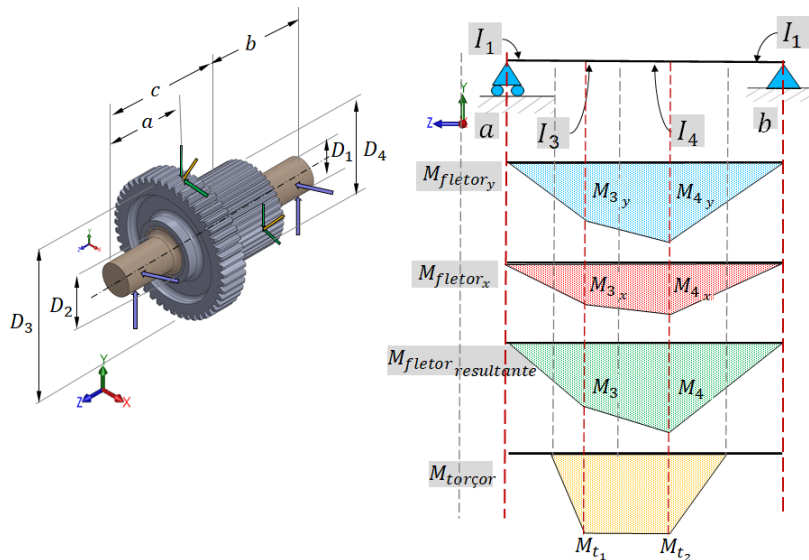
## Determinação do diâmetro mínimo

## Conclusão

## Dimensionamento de eixos

### Estático

### Dinâmico



$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

*Distortion Energy (DE) Goodman*

*Distortion Energy (DE) Gerber*

*Distortion Energy (DE) ASME Elliptic*

*Distortion Energy (DE) Soderberg*



## Determinação do diâmetro mínimo

### Equação da DE Sodeberg

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{yt}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Van Mises

$S_{yt}$



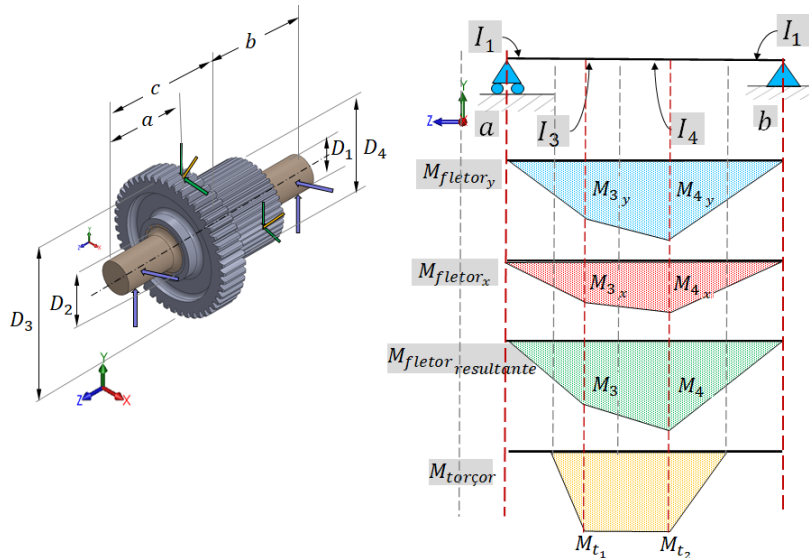
## Determinação do diâmetro mínimo

## Conclusão

## Dimensionamento de eixos

### Estático

### Dinâmico



$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Distortion Energy (DE) Goodman

Distortion Energy (DE) Gerber

Distortion Energy (DE) ASME Elliptic

Distortion Energy (DE) Soderberg





## Determinação do diâmetro mínimo

### *Exercício*

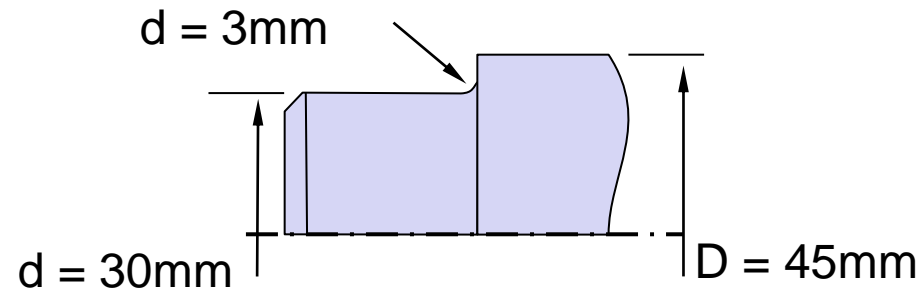
Em um eixo usinado, cujo o menor diâmetro  $d$  é 30mm, e o grande diâmetro maior  $D$  é 45mm, e o raio do filete é 3mm. O momento fletor é de 180 Nm, e o momento de torção constante é de 125 Nm. O eixo de aço tratado termicamente tem uma tensão máxima  $S_{ut} = 724$  MPa, e uma tensão de escoamento de  $S_y = 565$  MPa. A confiabilidade é de 0,99.

- (a) Determine o fator de segurança de fadiga do projeto usando cada uma das falhas de fadiga critérios descritos nesta seção.
- (b) Determine o fator de segurança.



## Determinação do diâmetro mínimo

### Exercício

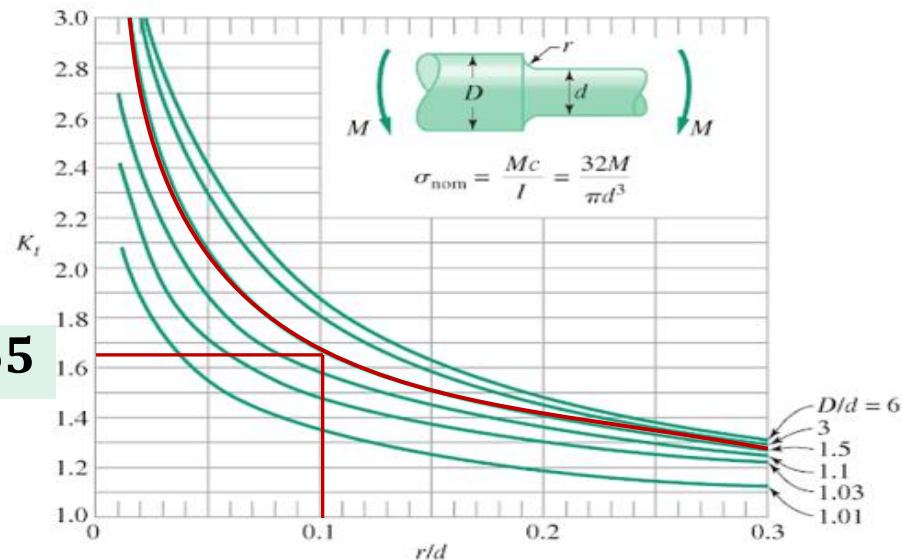


$K_f \Rightarrow$  fator de concentração de tensão a flexão

$$\frac{D}{d} = \frac{45}{30} = 1,4$$

$$\frac{r}{d} = \frac{3}{30} = 0,1$$

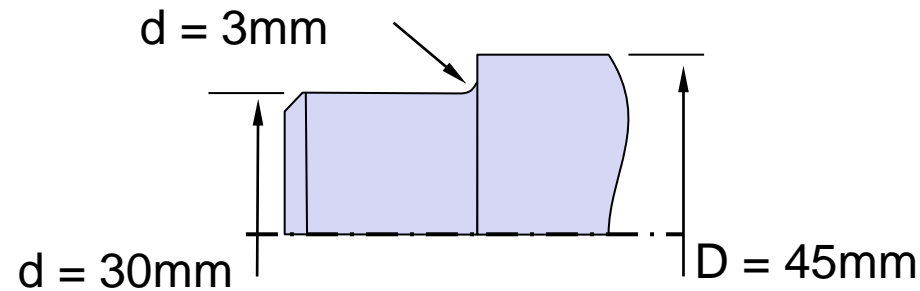
$K_f \Rightarrow 1,65$





## Determinação do diâmetro mínimo

### Exercício

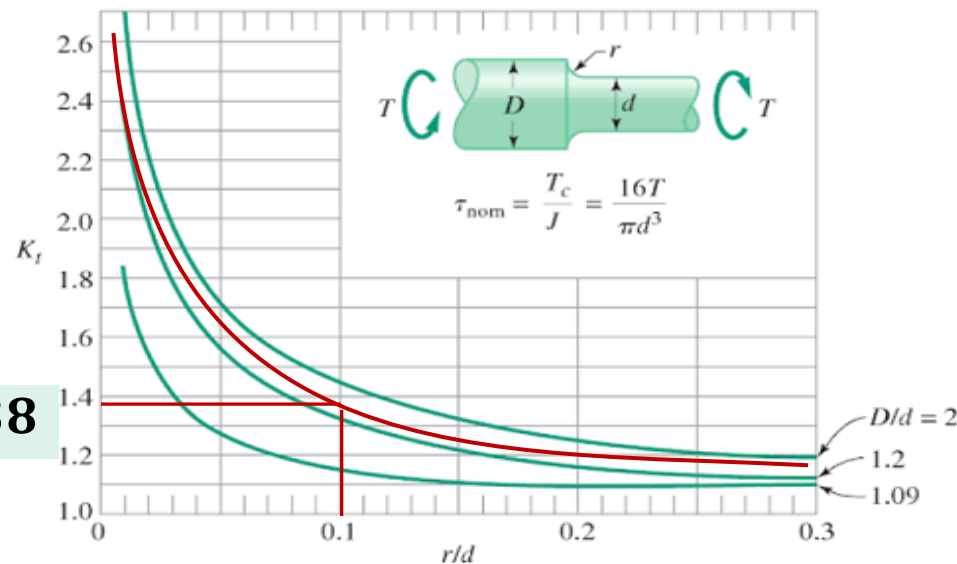


$K_{fs} \Rightarrow$  fator de concentração de tensão a torção

$$\frac{D}{d} = \frac{45}{30} = 1,4$$

$$\frac{r}{d} = \frac{3}{30} = 0,1$$

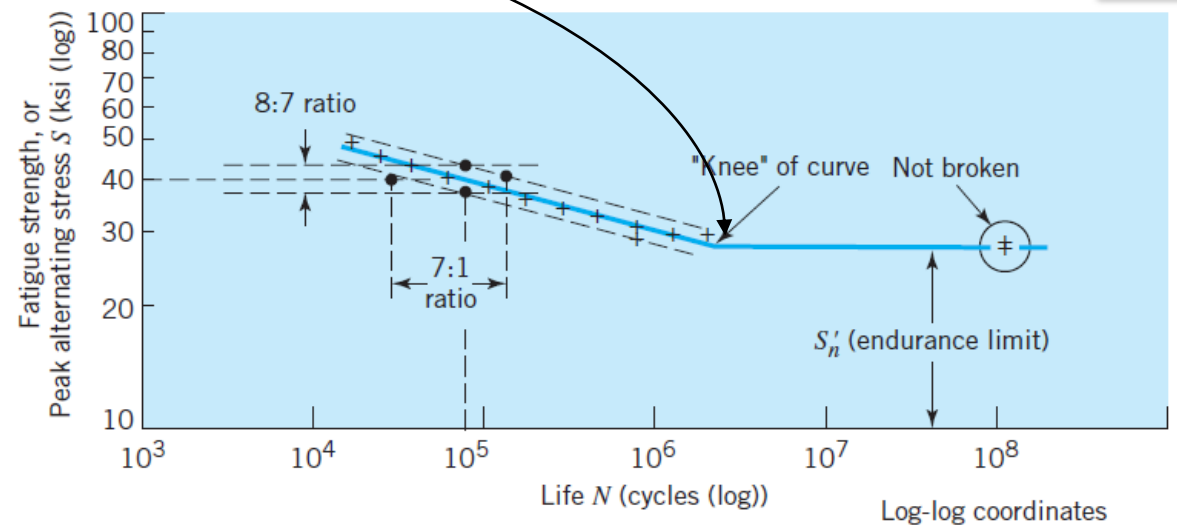
$K_{fs} \Rightarrow 1,38$





## Determinação do diâmetro mínimo

$S_e \Rightarrow$  Tensão Limite de fadiga



$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S'_e$$

Shigley Cap. 6



## Determinação do diâmetro mínimo

### Exercício

$$S'_e = \begin{cases} 0.5S_{ut} & S_{ut} \leq 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \\ 100 \text{ kpsi} & S_{ut} > 200 \text{ kpsi} \\ 700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases} \quad k_b = \begin{cases} (d/0.3)^{-0.107} = 0.879d^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0.91d^{-0.157} & 2 < d \leq 10 \text{ in} \\ (d/7.62)^{-0.107} = 1.24d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51d^{-0.157} & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

$$S_{ut} = 724 \text{ MPa} \Rightarrow S'_e = 0,5 \cdot S_{ut} = 362 \text{ MPa}$$

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S'_e = 362 \text{ MPa}$$

Shigley Cap. 6

$$K_c = K_d = K_f = 1$$

$$K_e = 0,814$$

$$K_a = 2,7 \cdot (S_{ut})^{-0,265}$$

$$K_a = 2,7 \cdot (362)^{-0,265}$$

$$K_a = 0,57$$

$$K_b = \left( \frac{d}{7,62} \right)^{-0,107}$$

$$K_b = \left( \frac{30}{7,62} \right)^{-0,107}$$

$$K_b = 0,86$$

$$S_e = 0,57 \cdot 0,86 \cdot 0,814 \cdot 362 = 144,5 \text{ MPa}$$

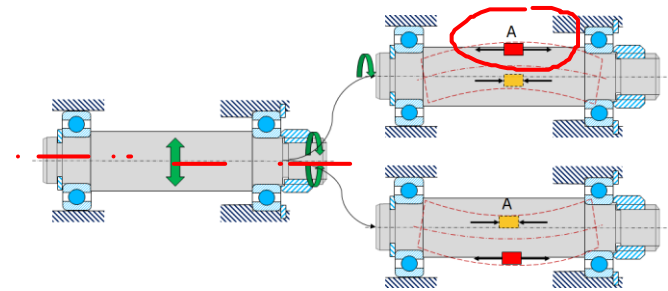
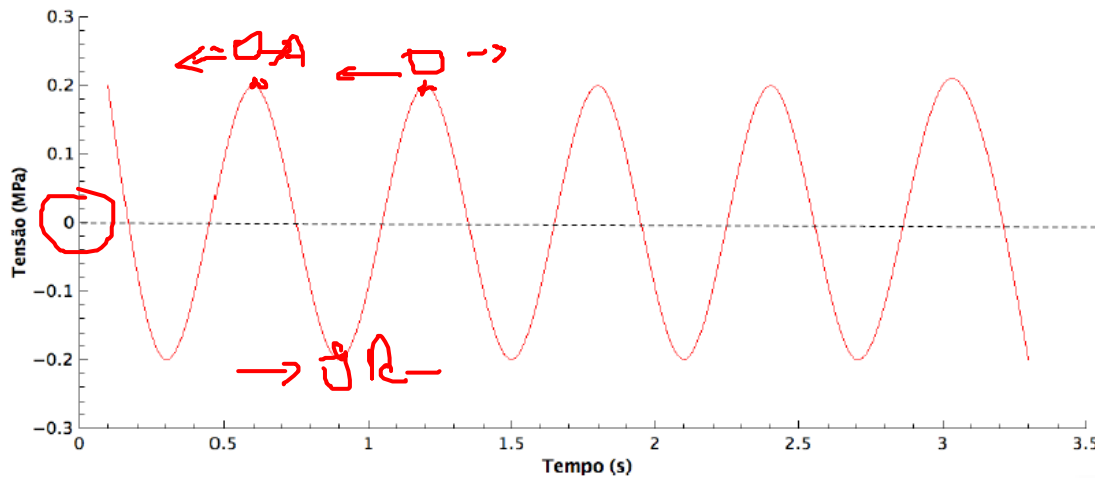
$$S_e = 144,5 \text{ MPa}$$



## Determinação do diâmetro mínimo

### Exercício

Para um eixo girando a reversão será completa a cada volta



$$M_a = 180 Nm$$

$$T_m = 125 Nm$$

$$M_m = 0$$

$$T_a = 0$$



## Determinação do diâmetro mínimo

### Exercício

Aplicando a Equação de DE Goodman

*normal*

*Fator de segurança*  $n=2,5$

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 4(k_f \cdot M_m)^2 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$S_e = 144,5 \text{ MPa}$$

$$K_f \Rightarrow 1,65$$

$$M_a = 180 \text{ Nm}$$

$$K_{fs} \Rightarrow 1,38$$

$$T_a = 0$$

$$M_m = 0$$

$$T_m = 125 \text{ Nm}$$

$$d = \left( \frac{16 \cdot n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 0 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 0 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{1}{n} = \left( \frac{16}{\pi \cdot d} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[ 4(k_f \cdot M_a)^2 + 0 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 0 + 3(k_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$n \cong 1,6$$



## Determinação do diâmetro mínimo

*Exercício*

*Aplicando a Equação de DE Gerber*

$$n \cong 1,85$$

*Aplicando a Equação de DE ASME*

$$n \cong 1,91$$

*Aplicando a Equação de DE Sobeberge*

$$n \cong 1,57$$





**FIM DA AULA**