

Álgebra Linear

--- Parte 2 ---

Prof. Daniel Emygdio de Faria Filho
fariafilho@usp.br

1

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 1

- ✓ Encontre uma mistura de milho e farelo de soja com 22 % de PB na MN e com 3100 kcal/kg de energia metabolizável na MN.

Composição nutricional na matéria natural.

Ingredientes		PB (%)	EM (kcal/kg)
Milho grão	x_1	8	3380
Farelo de soja	x_2	45	2250

Representação matemática

$$\begin{cases} 3380 x_1 + 2250 x_2 = 3100 \\ 8 x_1 + 45 x_2 = 22 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases} \text{ com } x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

2

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 1

$$\begin{cases} 3380 x_1 + 2250 x_2 = 3100 \\ 8 x_1 + 45 x_2 = 22 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

Facilitar a resolução. Inverter a 1ª com a 3ª equação.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 8 x_1 + 45 x_2 = 22 \\ 3380 x_1 + 2250 x_2 = 3100 \end{cases}$$

$x_1 = \text{milho}$ e $x_2 = \text{farelo de soja}$.
 $x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$.

3

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 1

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 8 x_1 + 45 x_2 = 22 \\ 3380 x_1 + 2250 x_2 = 3100 \end{cases}$$

Eliminar x_1 da 2ª e 3ª equação

- Multiplicar a 1ª equação por -8 e somar com a 2ª equação, gerando uma nova 2ª equação.
- Multiplicar a 1ª equação por -3380 e somar com a 3ª equação, gerando uma nova 3ª equação.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 37 x_2 = 14 \\ -1130 x_2 = -280 \end{cases}$$

$x_1 = \text{milho}$ e $x_2 = \text{farelo de soja}$.
 $x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$.

4

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 1

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 37 x_2 = 14 \\ -1130 x_2 = -280 \end{cases}$$

Encontrar x_2 na 2ª e 3ª equação

- Multiplicar a 2ª equação por $1/37$.
- Multiplicar a 3ª equação por $-1/1130$.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 = 0,378378 \\ x_2 = 0,247788 \end{cases} \quad \text{O sistema não tem solução.}$$

$x_1 = \text{milho}$ e $x_2 = \text{farelo de soja}$.
 $x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$.

5

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 2

- ✓ Encontre uma mistura de milho, farelo de soja e óleo de soja com 22 % de PB na MN e com 3100 kcal/kg de energia metabolizável na MN.

Composição nutricional na matéria natural.

Ingredientes		PB (%)	EM (kcal/kg)
Milho grão	x_1	8	3380
Farelo de soja	x_2	45	2250
Óleo de soja	x_3		8700

Representação matemática

$$\begin{cases} 3380 x_1 + 2250 x_2 + 8700 x_3 = 3100 \\ 8 x_1 + 45 x_2 + 0 x_3 = 22 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \text{ com } x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$$

6

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 2

Representação matemática

$$\begin{cases} 3380 x_1 + 2250 x_2 + 8700 x_3 = 3100 \\ 8 x_1 + 45 x_2 + 0 x_3 = 22 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \text{ com } x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$$

Solução (resolver em matrixcalc.org)

$$\begin{cases} x_1 = \text{milho} = 0,586262 \text{ ou } \mathbf{58,6262\%} \\ x_2 = \text{farelo de soja} = 0,384665 \text{ ou } \mathbf{38,4665\%} \\ x_3 = \text{óleo de soja} = 0,029073 \text{ ou } \mathbf{2,9073\%} \end{cases}$$

Solução única factível

7

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

✓ Encontre uma mistura de milho, farelo de soja e óleo de soja com 3200 kcal/kg de energia metabolizável na MN utilizando o **Método da Eliminação**.

Composição nutricional na matéria natural.

Ingredientes	Energia metabolizável (kcal/kg)
Milho grão x_1	3380
Farelo de soja x_2	2250
Óleo de soja x_3	8785

Representação matemática

$$\begin{cases} 3380 x_1 + 2250 x_2 + 8785 x_3 = 3200 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \text{ com } x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$$

8

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

$$\begin{cases} 3380 x_1 + 2250 x_2 + 8785 x_3 = 3200 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Facilitar a resolução. Inverter a 1ª com a 2ª equação.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3380 x_1 + 2250 x_2 + 8785 x_3 = 3200 \end{cases}$$

$x_1 = \text{milho}$, $x_2 = \text{farelo de soja}$, $x_3 = \text{óleo de soja}$. $x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$.

9

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3380 x_1 + 2250 x_2 + 8785 x_3 = 3200 \end{cases}$$

Eliminar x_1 da 2ª equação

Multiplicar a 1ª equação por -3380 e somar com a 2ª equação, gerando uma nova 2ª equação.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -1130 x_2 + 5405 x_3 = -180 \end{cases}$$

$x_1 = \text{milho}$, $x_2 = \text{farelo de soja}$, $x_3 = \text{óleo de soja}$. $x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$.

10

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -1130 x_2 + 5405 x_3 = -180 \end{cases}$$

Melhorar a apresentação

Multiplicar a 2ª equação por $-1/1130$.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 - 4,783186 x_3 = 0,159292 \end{cases}$$

$x_1 = \text{milho}$, $x_2 = \text{farelo de soja}$, $x_3 = \text{óleo de soja}$. $x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$.

11

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 - 4,783186 x_3 = 0,159292 \end{cases}$$

Eliminar x_2 da 1ª equação

Multiplicar a 2ª equação por -1 e somar com a 1ª equação, gerando uma nova 1ª equação.

$$\begin{cases} x_1 + 5,783186 x_3 = 0,840708 \\ x_2 - 4,783186 x_3 = 0,159292 \end{cases}$$

Não é possível eliminar mais variáveis do sistema.

$x_1 = \text{milho}$, $x_2 = \text{farelo de soja}$, $x_3 = \text{óleo de soja}$. $x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$.

12

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

$$\begin{cases} x_1 + 5,783186 x_3 = 0,840708 \\ x_2 - 4,783186 x_3 = 0,159292 \end{cases}$$

Isolar x_1 e x_2 para melhor visualização do sistema.

$$\begin{cases} x_1 = 0,840708 - 5,783186 x_3 \\ x_2 = 0,159292 + 4,783186 x_3 \end{cases} \quad \text{Esse sistema tem infinitas soluções.}$$

Como se trata de um sistema para formulação ração, a restrição de não negatividade deve ser satisfeita. Ou seja, x_1 , x_2 e x_3 devem ser ≥ 0 .

x_1 = milho, x_2 = farelo de soja, x_3 = óleo de soja. x_1, x_2 e $x_3 \geq 0$.

13

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

A restrição de não negatividade

$$\begin{cases} x_1 = 0,840708 - 5,783186 x_3 \\ x_2 = 0,159292 + 4,783186 x_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0 \\ 0,840708 - 5,783186 x_3 &\geq 0 \\ -5,783186 x_3 &\geq -0,840708 \\ x_3 &\leq 0,145371 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &\geq 0 \\ 0,159292 + 4,783186 x_3 &\geq 0 \\ 4,783186 x_3 &\geq -0,159292 \\ x_3 &\geq -0,033303 \end{aligned}$$

$$x_3 \geq 0$$

Faixa válida para x_3
 $0 \leq x_3 \leq 0,145371$

x_1 = milho, x_2 = farelo de soja, x_3 = óleo de soja. x_1, x_2 e $x_3 \geq 0$.

14

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 3

Resposta

$$\begin{cases} x_1 = 0,840708 - 5,783186 x_3 \\ x_2 = 0,159292 + 4,783186 x_3 \end{cases}$$

$$0 \leq x_3 \leq 0,145371$$

Infinitas soluções factíveis

Visualizar essa solução no Excel

x_1 = milho, x_2 = farelo de soja, x_3 = óleo de soja. x_1, x_2 e $x_3 \geq 0$.

15

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 4

✓ Encontre uma mistura de milho, sorgo baixo tanino e farelo algodão com 35% de proteína bruta na MN utilizando o **Método da Eliminação**.

Composição nutricional na matéria natural.

Ingredientes		Proteína bruta (%)
Milho grão	x_1	8
Sorgo baixo tanino	x_2	10
Farelo de algodão	x_3	25

Representação matemática

$$\begin{cases} 8x_1 + 10x_2 + 25x_3 = 35 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \quad \text{com } x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$$

16

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 4

Resposta ([resolva pelo matrixcalc.org](https://www.matrixcalc.org))

$$\begin{cases} x_1 = -12,5 + 7,5 x_3 \\ x_2 = 13,5 - 8,5 x_3 \end{cases}$$

Deve-se verificar a restrição de não negatividade

x_1 = milho, x_2 = sorgo, x_3 = farelo de algodão. x_1, x_2 e $x_3 \geq 0$.

17

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 4

A restrição de não negatividade

$$\begin{cases} x_1 = -12,5 + 7,5 x_3 \\ x_2 = 13,5 - 8,5 x_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0 \\ -12,5 + 7,5 x_3 &\geq 0 \\ 7,5 x_3 &\geq 12,5 \\ x_3 &\geq 1,666667 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &\geq 0 \\ 13,5 - 8,5 x_3 &\geq 0 \\ -8,5 x_3 &\geq -13,5 \\ x_3 &\leq 1,588235 \end{aligned}$$

x_1 = milho, x_2 = sorgo, x_3 = farelo de algodão. x_1, x_2 e $x_3 \geq 0$.

18

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 4

Resposta

$$\begin{cases} x_1 & = -12,5 + 7,5 x_3 \\ x_2 & = 13,5 - 8,5 x_3 \end{cases}$$

$$x_3 \geq 1,666667 \text{ (nesse caso } x_1 \geq 0)$$

$$x_3 \leq 1,588235 \text{ (nesse caso } x_2 \geq 0)$$

Infinitas soluções Infactíveis

--- Visualizar solução no Excel ---

$x_1 = \text{milho}$, $x_2 = \text{sorgo}$, $x_3 = \text{farelo de algodão}$. $x_1, x_2 \text{ e } x_3 \geq 0$.

19

Álgebra Linear | Parte 2

Exercício 5

✓ Encontre uma mistura de milho, farelo de soja e óleo de soja com 3150 kcal/kg de energia metabolizável na MN utilizando o **Método da Eliminação**.

Composição nutricional na matéria natural.

Ingredientes		Energia metabolizável (kcal/kg)
Milho grão	x_1	3350
Farelo de soja	x_2	2200
Óleo de soja	x_3	8700

Entregar:

- A resolução manual; e
- A implementação da solução no Excel.

20

Obrigado!

Prof. Daniel Emygdio de Faria Filho
fariafilho@usp.br

21