Lista 9 - MAT-2464

(1) Seja $f(x,y) = sen(xy)$, $x(t) = 3t$, $y(t) = t^2$. Considere a função $z(t) = f(x(t), y(t))$.

(i) Calcule $z'(t)$ diretamente.

(ii) Calcule $z'(t)$ utilizando a regra da cadeia.

(2) Seja $z = f(x,y)$ uma função de classe $C^{(1)}$ tal que $f(2,1) = 4$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 3$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(2,1) = -2$. Considere a função $g(t) = t^2 f(2t^2, 3t^3 - 2)$. Calcule $g'(1)$.

(3) Seja $z = f(x,y)$ uma função diferenciável tal que $f(2,1) = 4$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 1$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(2,1) = -1$. Sabe-se que o traço da curva $\gamma(t) = (2t, t^2, z(t))$ está contido no gráfico de f. Determine a reta tangente à curva γ no ponto $\gamma(1)$.

(4) Sabe-se que $z = f(x,y)$ é uma função diferenciável tal que $x\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) - y\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0$, para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Prove que a função $g(t) = f(t, \frac{2}{t})$, $t > 0$, é constante.

(5) Seja $z = f(x,y)$ uma função diferenciável tal que $f(t^2+2t, 4-t^3) = 2t+3t^4$, $\forall\, t \in \mathbb{R}$. Sabe-se que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(3,3) = 1$. Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial y}(3,3)$ e determine o plano tangente ao gráfico da função f no ponto $(3,3,f(3,3))$.