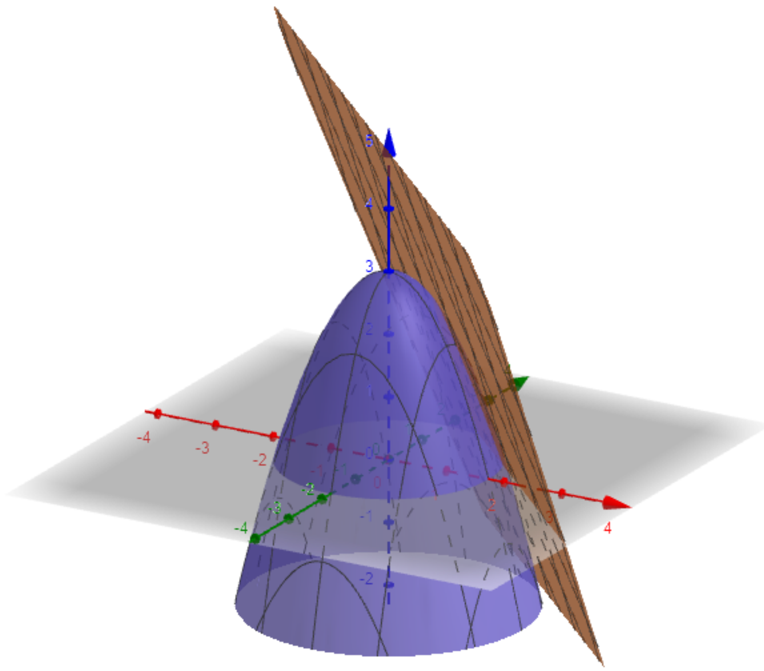
Lista 8 - MAT-2454



Seja $z = f(x, y)$, $(x, y) \in D$, uma função diferenciável no ponto $(x_0, y_0) \in D$.
O plano tangente ao gráfico de f no ponto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ possui equação

$$z = f(x_0, y_0) + \alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0)$$

ou, equivalentemente,

$$\alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0) + (-1)(z - f(x_0, y_0)) = 0$$

onde $\alpha = \dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ e $\beta = \dfrac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$

O vetor $\vec{n} = (\alpha, \beta, -1)$ é perpendicular ao plano e a reta r que passa pelo ponto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ e tem a direção do vetor $\vec{n}$ é a reta normal ao gráfico de f neste ponto. Sua equação vetorial é

$$X = (x_0, y_o, f(x_0, y_0)) + t(\alpha, \beta, -1),\ t \in \mathbb{R}.$$

Exercícios:

(1) Determine o plano tangente e a reta normal ao gráfico da função $f(x, y) = 4xy^2$ no ponto $(1, -1, f(1, -1)$.

(2) Determine o plano tangente e a reta normal ao gráfico da função $f(x, y) = 2x - y + 5$ no ponto $(1, 3, f(1, 3)$.

(3) Determine o plano tangente e a reta normal ao gráfico da função $f(x, y) = xy$ no ponto $(0, 0, f(0, 0))$.

(4) Determine o plano que passa pelos pontos $(1, 1, 2)$ e $(-1, 1, 1)$ e é tangente ao gráfico da função $f(x, y) = xy$.

(5) Determine o plano que seja paralelo ao plano $4x + 2y - 3z + 2 = 0$ e que seja tangente ao gráfico da função $f(x, y) = x^2 + y^2$.

(6) Determine os planos que sejam tangentes ao gráfico da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ e que contenham a interseção dos planos $x + y + z = 3$ e $z = 0$.

(7) Determine $a \in \mathbb{R}$ tal que o plano tangente ao gráfico da função $f(x, y) = ln(ax^2 + y^2)$, no ponto $(1, 2, f(1, 2))$ seja perpendicular ao plano $3y + z = 0$.