

# 7600018 - Mecânica Clássica (2023)

## Lista 2 - Movimento em Três Dimensões

### Problemas

1. Problemas do Marion (quinta edição): 1.1, 1.7, 1.9, 1.15, 1.22, 1.25, 1.36, 1.41.
9. Problemas do Symon (terceira edição): 3.4, 3.5, 3.10, 3.11, 3.23, 3.25, 3.27, 3.34, 3.36, 3.38, 3.40, 3.43, 3.46, 3.60, 3.61, 3.66.
25. Problemas do Kibble (quinta edição): 3.4, 3.5, 3.11, 3.19, 3.22, 4.9, 4.10, 4.12, 4.31, B.1
35. Encontre a matriz  $R$  correspondente a “rodar” o vetor  $\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{k}}$ . Demonstre que ela é ortogonal, i.e. que  $R^T = R^{-1}$ . **Dica:** você pode rodar o vetor primeiro por um ângulo  $\theta$  no plano  $xz$  e depois aplicar, ao vetor resultante, uma rotação por um ângulo  $\phi$  no plano  $xy$ .
36. Encontre o ângulo entre (quaisquer) duas diagonais de um cubo. **Dica:** tome uma das diagonais como o vetor de componentes  $(a, a, a)$  (sendo  $a$  o lado do cubo) e a outra de forma análoga; o ângulo pode então ser obtido a partir do produto escalar dos dois vetores.
37. Um inseto voa em uma trajetória espiral com coordenadas polares dadas por

$$r = be^{\Omega t} \quad \text{e} \quad \theta = \Omega t,$$

onde  $b$  e  $\Omega$  são constantes positivas. Encontre os vetores velocidade e aceleração do inseto para qualquer tempo  $t$ , e mostre que o ângulo entre eles é fixo e igual a  $\pi/4$ .

38. Um objeto se move de acordo com a equação diferencial

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{c} \times \mathbf{r},$$

onde  $\mathbf{c}$  é um vetor constante. Qual a trajetória do objeto? **Dica:** para obter a forma da trajetória, tome o produto escalar da equação, separadamente, com  $\mathbf{r}$  e com  $\mathbf{c}$  e integre as equações resultantes. O que você pode dizer sobre o módulo da velocidade? note que a variação  $d(v^2)/dt$  está relacionada à equação acima!

39. Obtenha a equação do movimento de um objeto de massa  $m$  sob ação da força central

$$\mathbf{F} = -\frac{m\gamma}{r^2}\hat{\mathbf{r}},$$

onde  $\gamma$  é uma constante positiva. (Lembre-se de que teremos movimento em um plano, dado por coordenadas polares  $r$  e  $\theta$ ; escreva sua equação para  $u = 1/r$  como função de  $\theta$ .) Na situação inicial, o objeto é lançado com velocidade  $(3\gamma/c)^{1/2}$  a partir de um ponto  $P$ , a distância  $c$  do centro de força  $O$ , em direção perpendicular à linha  $OP$ . Integre a equação e obtenha  $r(\theta)$ . Faça um gráfico da órbita. Qual o ângulo entre a direção final do movimento e a linha  $OP$ ?

40. Mostre que a máxima velocidade radial de um satélite em órbita elíptica de período  $\tau$ , excentricidade  $e$  e semi-eixo maior  $a$  é dada por

$$\frac{2\pi a e}{\tau\sqrt{1-e^2}}.$$