

SLC 642 – Laboratório de Óptica

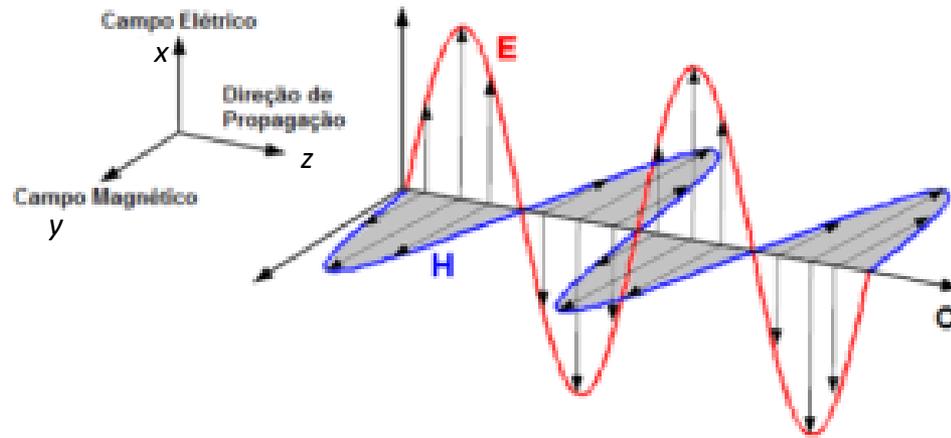
Licenciatura em Ciências Exatas – São Carlos

Prática 3:

Polarização: Lei de Malus, Atividade óptica e Birrefringência

13/09/2023

Onda eletromagnética



$$E_x(z, t) = E_{0,x} \text{sen}(kz - \omega t) \quad \longrightarrow \quad \text{Componente elétrico}$$

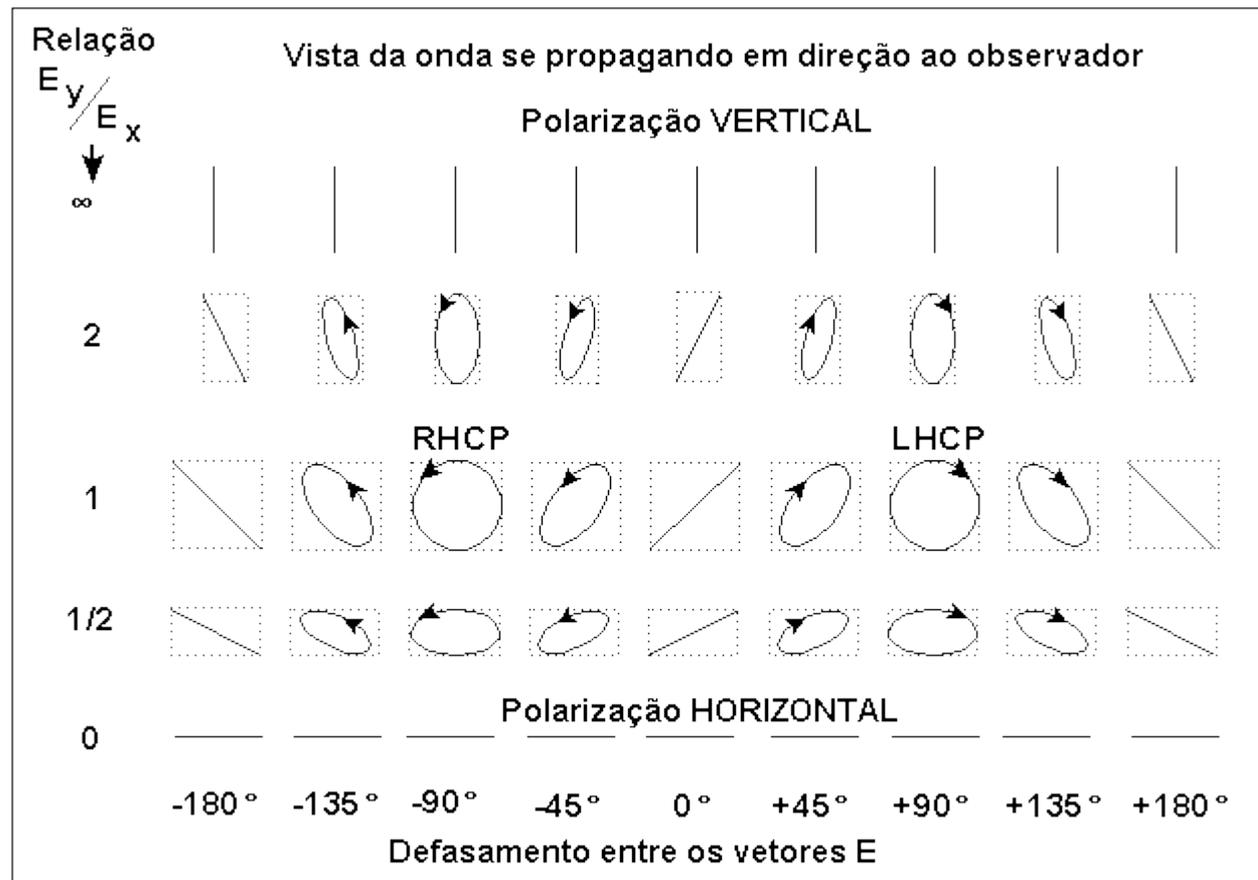
$$B_y(z, t) = B_{0,y} \text{sen}(kz - \omega t) \quad \longrightarrow \quad \text{Componente magnético}$$

Onda plana com polarização linear na direção x , propagação em z
(Olha-se apenas o campo elétrico)

Outros tipos de polarização da luz

$$\vec{E}(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi) \hat{y}$$

Olhando a evolução temporal numa posição fixa z \rightarrow $\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(\omega t - \phi) \hat{y}$



Polarização da onda resultante em função de E_y/E_x e do defasamento

Outros tipos de polarização da luz

$$\vec{E}(t) = E_{0x} \cos(\omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(\omega t - \phi) \hat{y} \quad \left\{ \begin{array}{l} E_x(t) = E_{0x} \cos(\omega t) \\ E_y(t) = E_{0y} \cos(\omega t - \phi) \end{array} \right. \quad \longrightarrow \quad \boxed{\frac{E_x(t)}{E_{0x}} = \cos(\omega t)}$$

$$\boxed{\frac{E_y(t)}{E_{0y}} = \cos(\omega t) \cos \phi + \sin(\omega t) \sin \phi}$$

$$\frac{E_y(t)}{E_{0y}} = \frac{E_x(t)}{E_{0x}} \cos \phi + \sqrt{1 - \left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2} \sin \phi$$

$$\frac{E_y(t)}{E_{0y}} - \frac{E_x(t)}{E_{0x}} \cos \phi = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2} \sin \phi$$

Quadrando os 2 termos:

$$\left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right) \cos \phi + \left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2 \cos^2 \phi = \left(1 - \left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2\right) \sin^2 \phi$$

$$\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right) \cos \phi = \sin^2 \phi$$

Equação geral de uma elipse!
(ϕ define o estado de polarização)

Como controlar o estado de polarização da luz

$$\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)\cos\phi = \text{sen}^2\phi$$

Mudança de fase: $\phi=0$

$$\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}} - \frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{E_x(t)}{E_{0x}} - \frac{E_y(t)}{E_{0y}} = 0$$

$$\frac{E_x(t)}{E_{0x}} = \frac{E_y(t)}{E_{0y}}$$

$E_x(t)$ em fase com $E_y(t)$

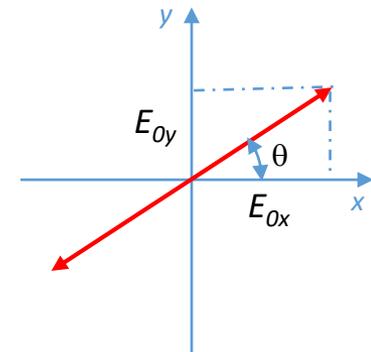


Polarização linear

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right)$$



$$\theta = 45^\circ (E_{0x} = E_{0y})$$

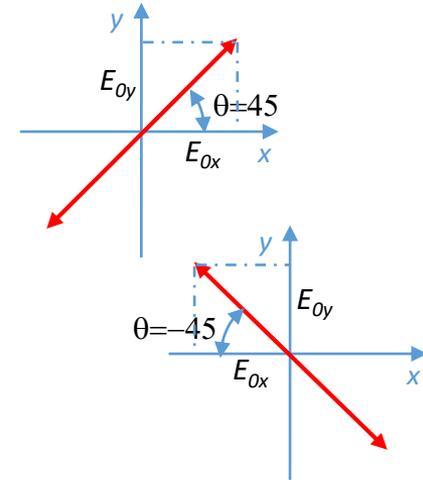


Como controlar o estado de polarização da luz

Outros casos de ϕ

$$\phi=0, E_{0x}=E_{0y} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}} = 0$$

Polarização linear inclinada à 45°



$$\phi=\pm\pi, E_{0x}=E_{0y} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_x}{E_{0x}} + \frac{E_y}{E_{0y}} = 0$$

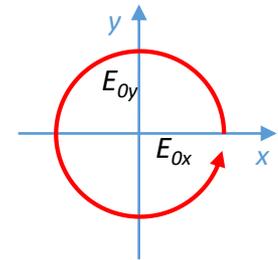
Polarização linear inclinada à -45°

$$\phi=\pi/2, E_{0x}=E_{0y} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$$

Polarização circular à esquerda

$$E_x(t) = E_{0x} \cos(\omega t)$$

$$E_y(t) = E_{0y} \sin(\omega t)$$

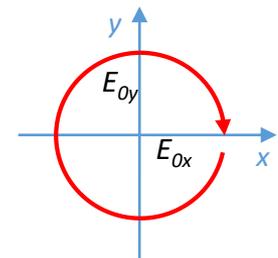


$$\phi=-\pi/2, E_{0x}=E_{0y} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$$

Polarização circular à direita

$$E_x(t) = E_{0x} \cos(\omega t)$$

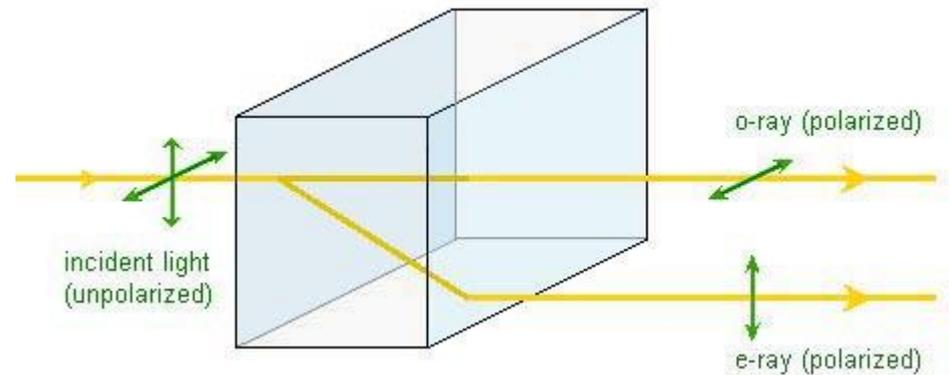
$$E_y(t) = -E_{0y} \sin(\omega t)$$



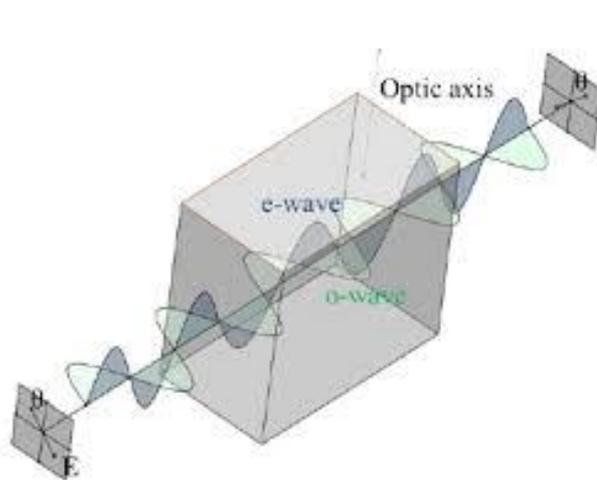
Birrefringência

Como controlar a diferença de fase, ϕ ?

Calcita: Material altamente birrefringente (duas refrações)



Lâminas de onda: Onda-o e Onda-e, propagam-se com velocidades diferentes!

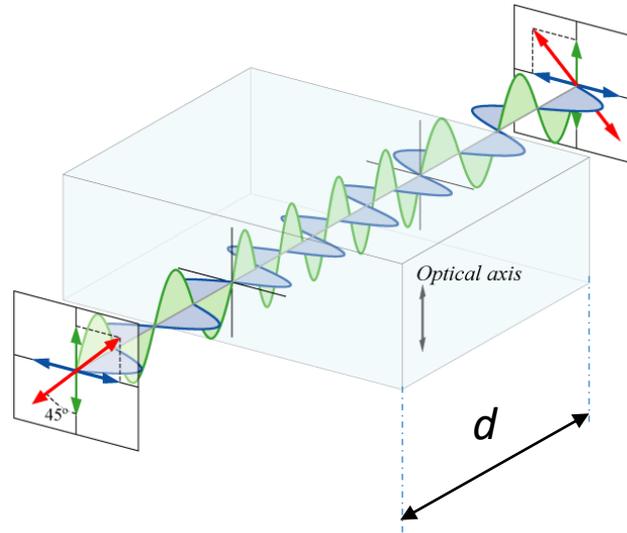


Ordinário e extraordinário

As amplitudes relativas dos campos elétricos podem ser controlada pelo ângulo de incidência na lâmina de onda!

Birrefringência

Lâminas de onda: Onda-o e onda-e, propagam-se com velocidades diferentes!



$$E_x = E_{0x} \cos(k_r d - \omega t)$$

$$k_r = n_r \frac{2\pi}{\lambda}$$

Rápida (menor índice de refração)

$$E_y = E_{0y} \cos(k_l d - \omega t)$$

$$k_l = n_l \frac{2\pi}{\lambda}$$

Lenta (maior índice de refração)

$$\phi = (k_l - k_r)d = \frac{2\pi}{\lambda}(n_l - n_r)d$$

$$\phi = \pm \frac{\pi}{2} + m(2\pi) \Leftrightarrow \frac{\lambda}{4}$$

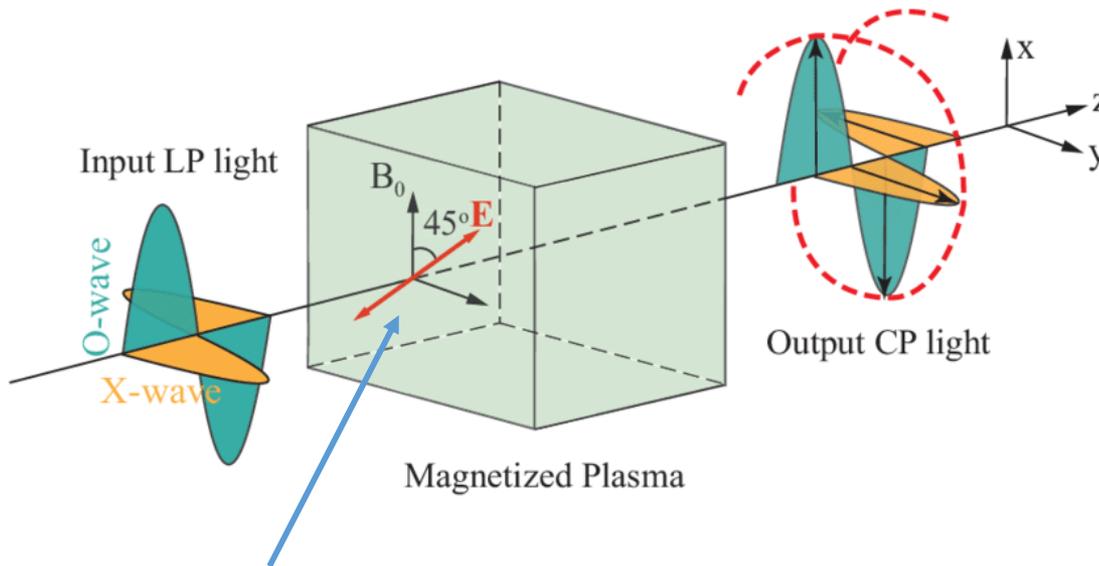
Quarto de onda

$$\phi = \pm \pi + m(2\pi) \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2}$$

Meia de onda

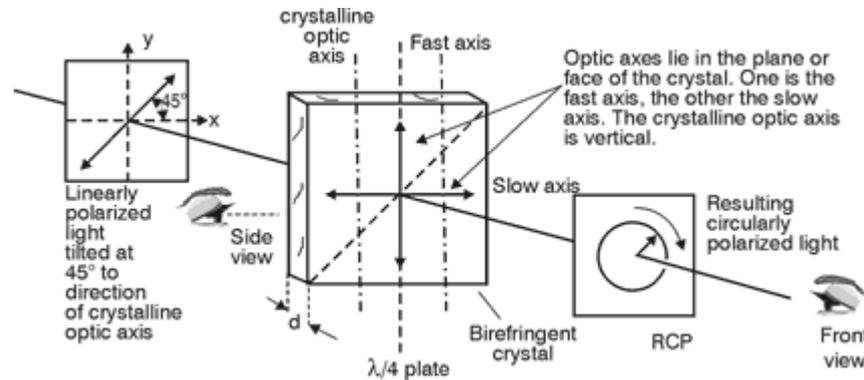
Lâmina de quarto de onda ($\phi = \pi/2$)

Luz circularmente polarizada



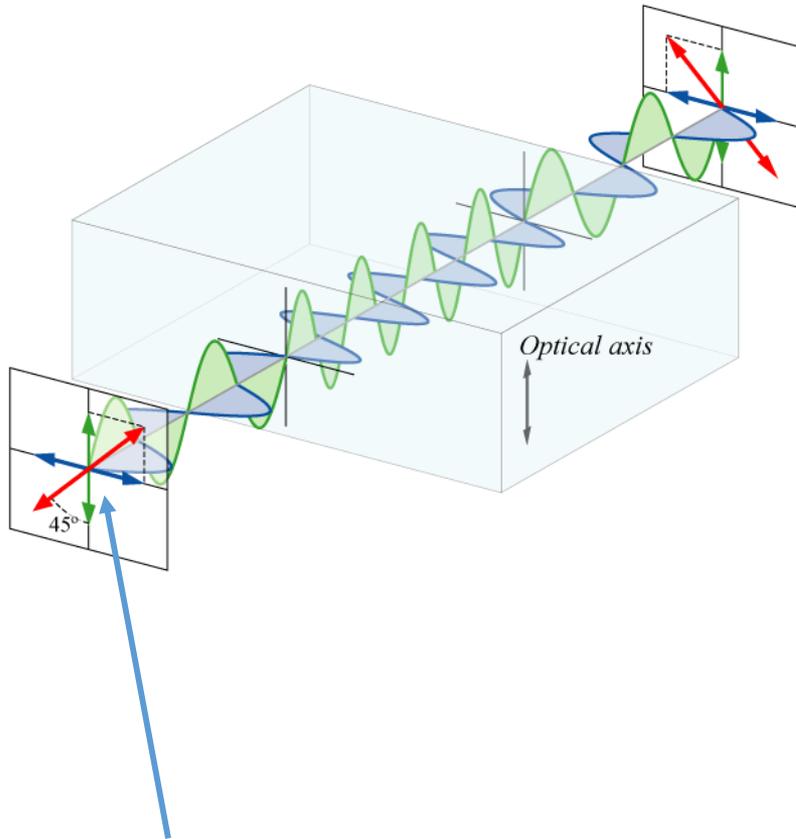
Há um atraso de $\lambda/4$,
entre as duas ondas
ortogonais

Ângulo de 45°: $E_{0x} = E_{0y}$



Lâmina de meia onda ($\phi=\pi$)

Gira uma luz linearmente polarizada



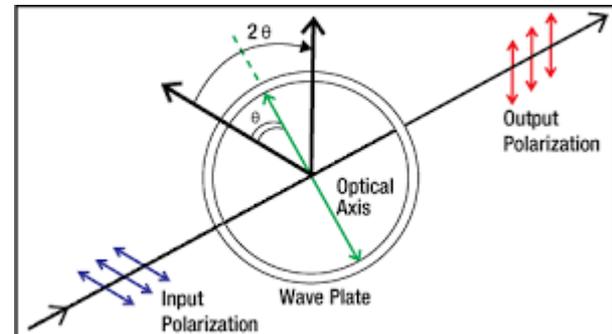
Ângulo de 45°: $E_{0x} = E_{0y}$

A fase da onda azul avança de $\lambda/2$,
com relação a onda verde

$$n_{vertical} > n_{horizontal}$$

Eixo lento

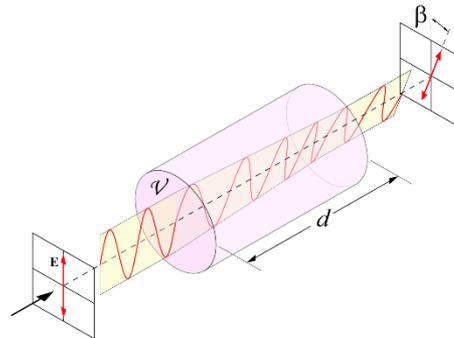
Eixo rápido



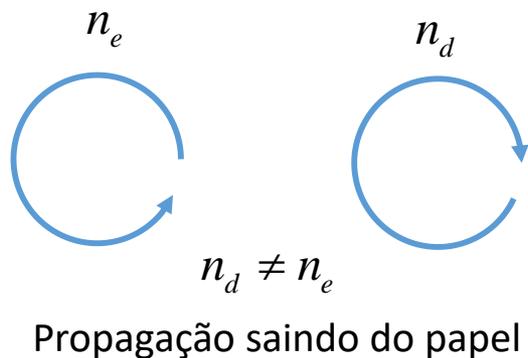
$$\theta_{Polarização} = 2\theta_{Lâmina}$$

Atividade óptica

Existem substância que tem o poder de rotacionar uma polarização linear.



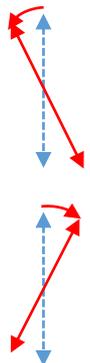
O efeito é explicado pela existência de um índice de refração a polarização para luz circularmente à esquerda (n_e) e outra para a direita (n_d). Substâncias quirais.



$$\beta = \theta = \frac{\Delta\phi}{2} = (n_d - n_e) \frac{\pi L}{\lambda}$$

$$\frac{\theta}{L} = (n_d - n_e) \frac{\pi}{\lambda}$$

$\left\{ \begin{array}{l} n_d > n_e \quad \text{Levógira} \\ n_d < n_e \quad \text{Destrógira} \end{array} \right.$



Experimentos

1-) Lei de Malus

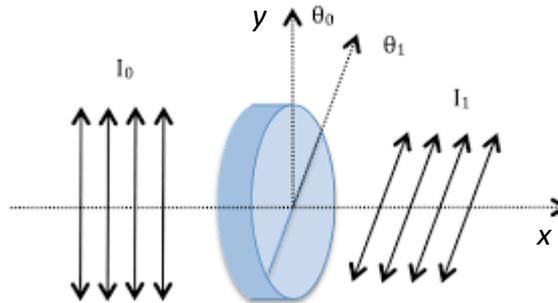
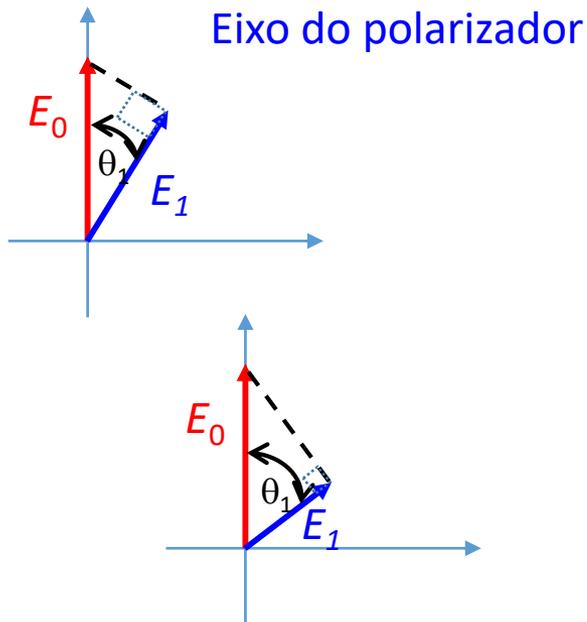
2-) Atividade óptica

3-) Lâmina de meia onda

4-) Lâmina de quarto de onda

Experimentos

1-) Lei de Malus

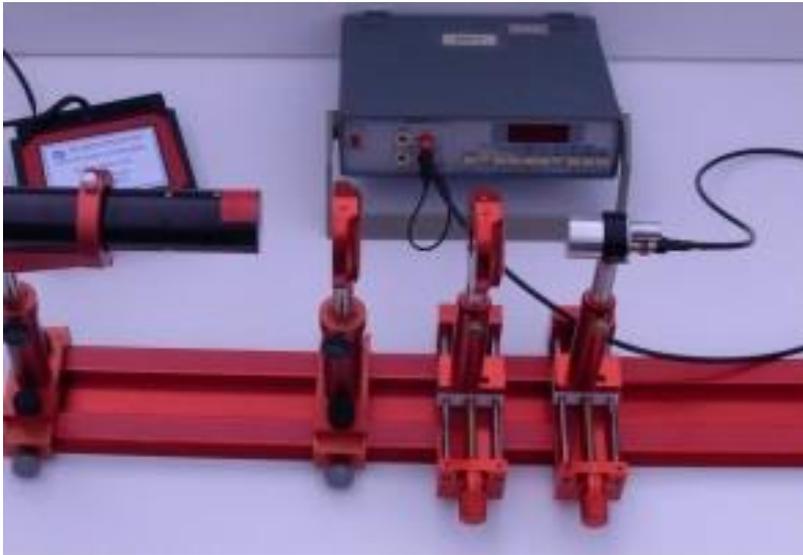


$$\cos(\theta_1) = \frac{E_1}{E_0} \quad \Rightarrow \quad E_1 = E_0 \cos(\theta_1)$$

Só que a intensidade (mensurável) é proporcional ao campo elétrico ao quadrado!

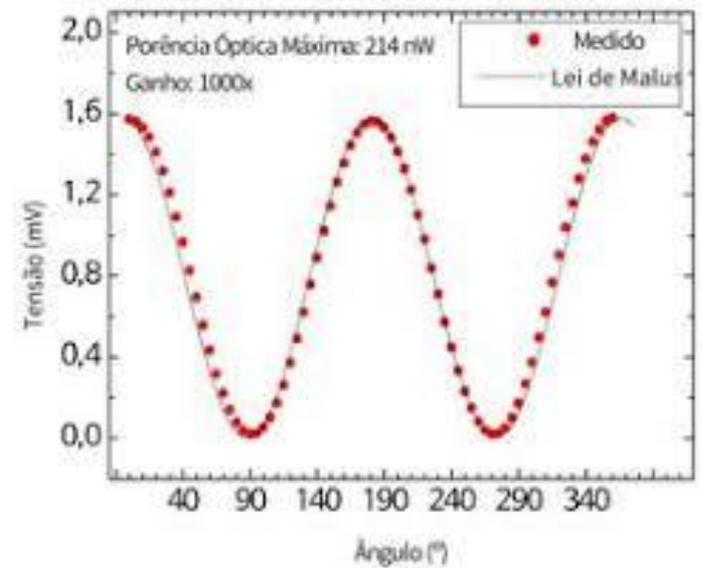
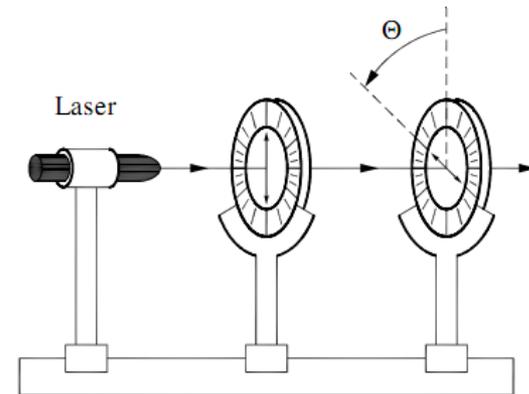
$$I_1 = I_0 \cos^2(\theta_1)$$

Experimentos



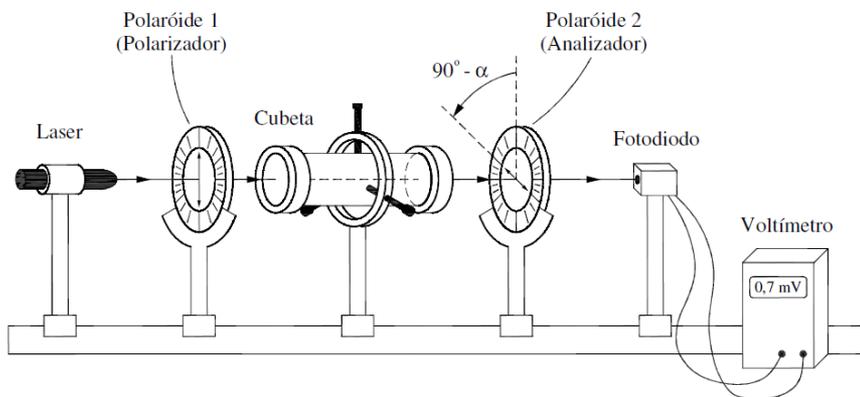
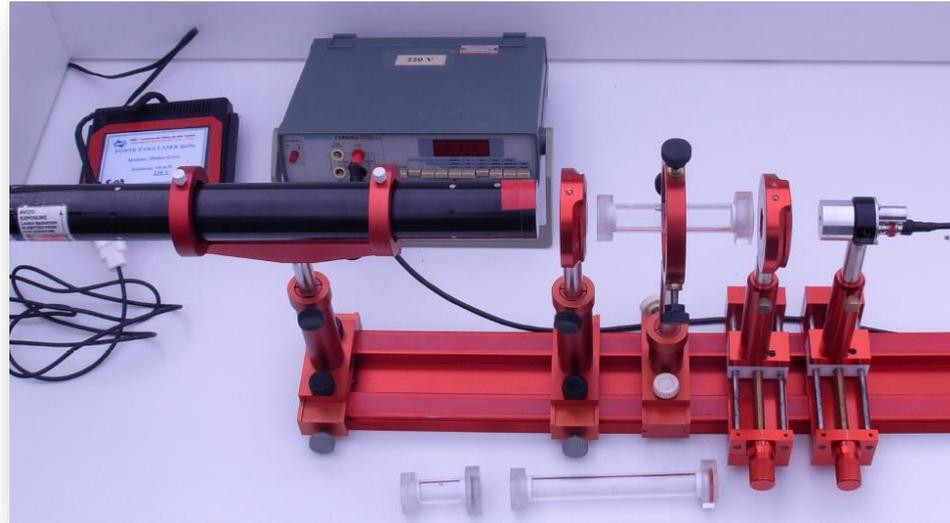
Verificação da lei de Malus

$$I(\theta) = I_0 \cos^2(\theta)$$



Experimentos

2-) Atividade óptica



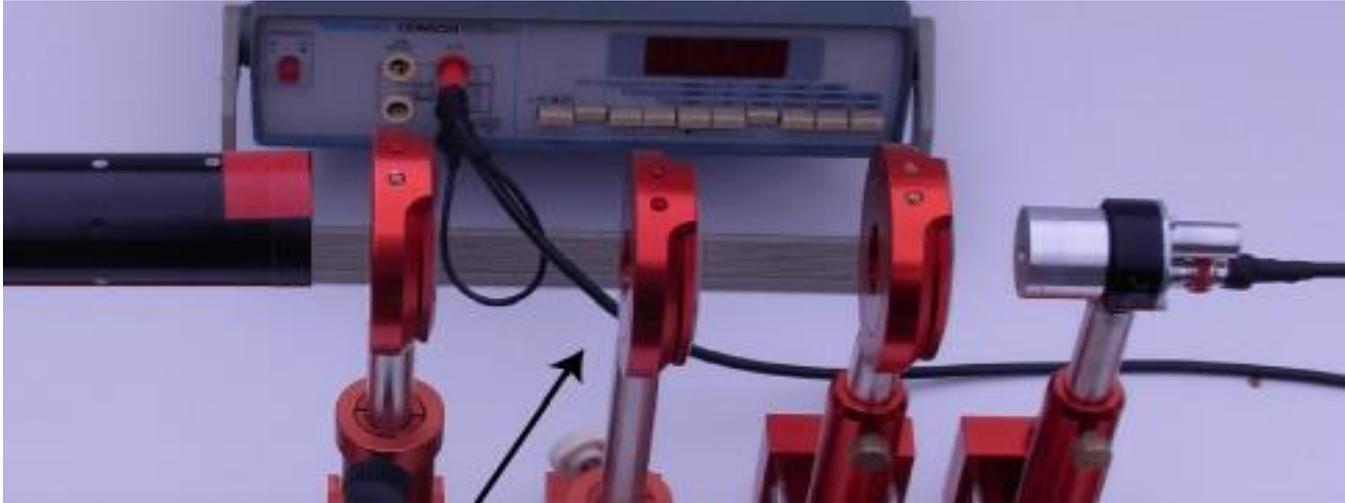
Medida em soluções de água com açúcar:
Poder de rotação, destrógira ou levogira.

Três cubetas com comprimento
diferentes: 5, 10 e 15 cm

Dois açúcares: Sacarose e frutose

Experimentos

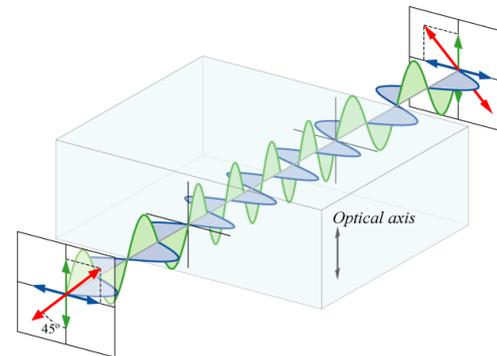
3-) Lâmina de meia onda



$$\lambda/2 \Leftrightarrow 180^\circ = \pi$$

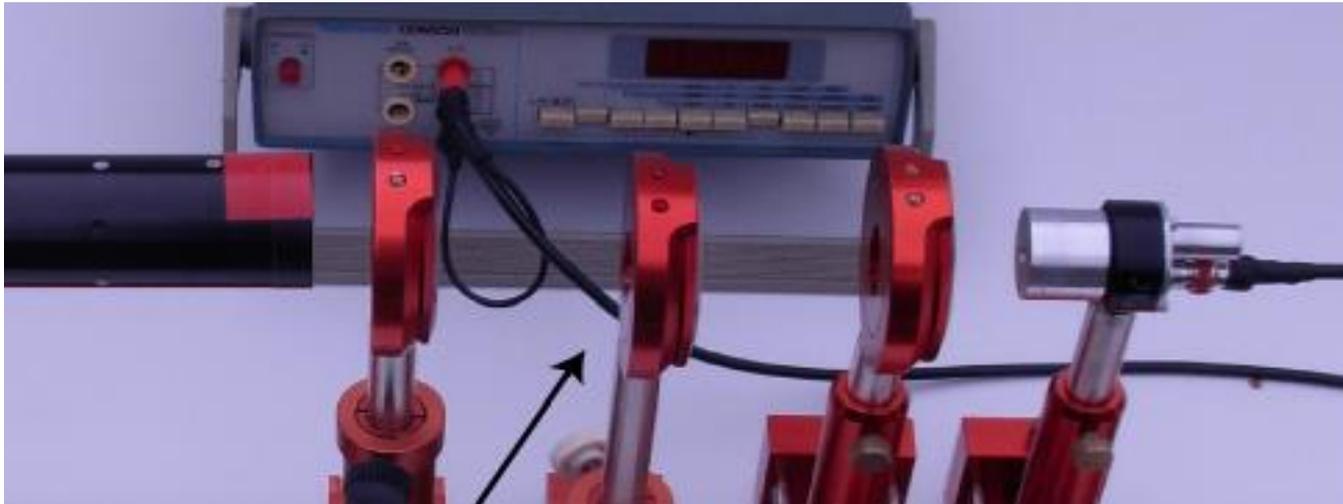
Lâmina de meia onda é capaz de rotacionar uma polarização linear:

$$\theta_{\text{Polarização}} = 2\theta_{\text{Lâmina}}$$



Experimentos

4-) Lâmina de quarto de onda



$$\lambda/4 \leftrightarrow 90^\circ = \pi/2$$

Lâmina de quarto onda é capaz de produzir uma polarização elíptica ou circular:

