4300326 - Introdução à Física de Plasmas e Fusão Nuclear

Ministrado por

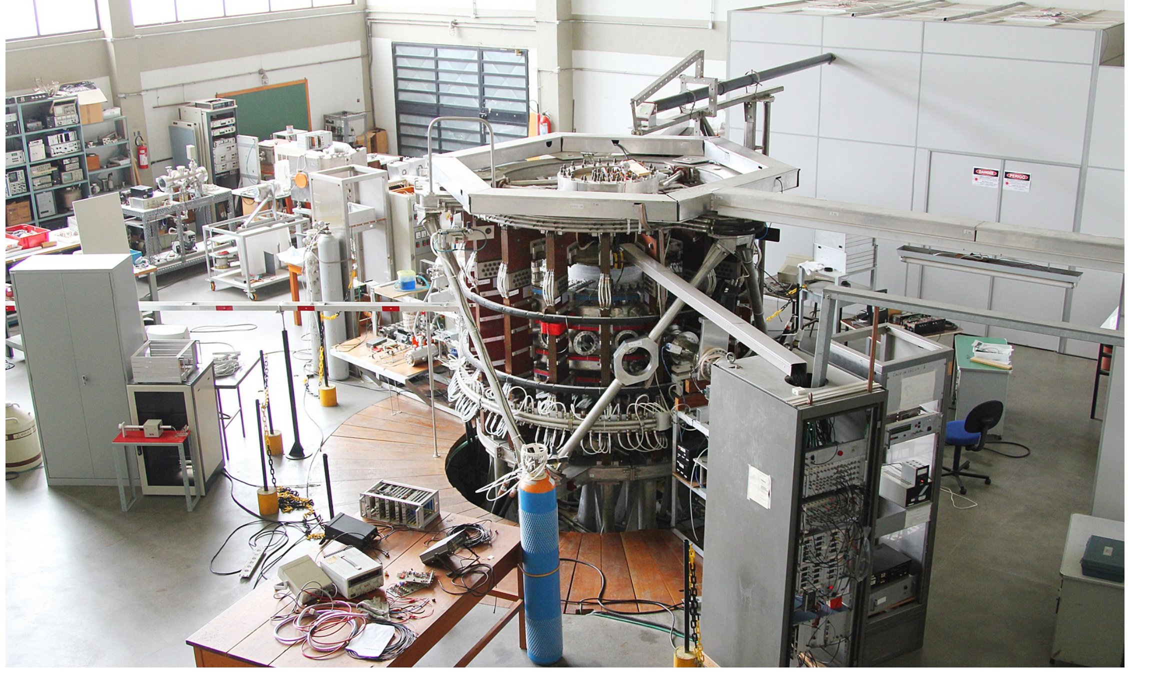
Prof. Gustavo Paganini Canal

Laboratório de Física de Plasmas

Departamento de Física Aplicada

Instituto de Física

Universidade de São Paulo



Curso de graduação oferecido pelo

Instituto de Física da Universidade de São Paulo

IFUSP
Instituto de Física da USP

e-mail: canal@if.usp.br

São Paulo - SP, 23 de agosto de 2023

- **O modelo de fluidos**
  - *Introdução*
  - *A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico*

- **O modelo de fluidos**
  - *Introdução*
  - *A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico*

O modelo de fluidos: introdução

- **No modelo de órbita de partículas, os campos EMs eram prescritos, ou seja, não eram alterados pela presença/movimento das partículas**

- **Em plasmas, a situação é muito mais complicada, pois as trajetórias das partículas e os campos EMs precisam ser determinados de forma auto-consistente**
  - *A posição e o movimento de partículas geram campos EM*
  - *Campos EMs fazem com que partículas se movam nessas mesmas órbitas*
  - *Além do mais, tudo isso precisa ser calculado numa situação com dinâmica temporal*

- **Se cada partícula num plasma (10^{12} partículas por cm^{-3}) se move numa trajetória complicada, prever o comportamento desse plasma é uma tarefa sem esperança**

O modelo de fluidos: introdução

- **Geralmente, não precisamos conhecer a trajetória de todas as partículas**

- **A maioria dos fenômenos de plasma observados em experimentos (talvez uns 80% deles) podem ser explicados por um modelo mais simples**
  - *Esse é o modelo usado em mecânica dos fluidos, no qual a identidade de partículas individuais é desprezada e apenas o movimento de elementos de fluido são considerados*
  - *No caso de plasmas, esses elementos contém cargas elétricas*

- **Em fluidos ordinários, colisões frequentes entre partículas mantém as partículas em um elemento de fluido se movendo juntas**

- **É surpreendente que um modelo de fluido seja capaz de descrever o comportamento de plasmas, nos quais colisões entre partículas são raras**
  - *Veremos mais adiante que há uma razão física para isso*

O modelo de fluidos: introdução

- **Na maior parte desse curso, usaremos o modelo de fluidos para extrair informações sobre o comportamento de plasmas**

- **Existe um modelo de plasmas mais refinado, chamado de teoria cinética de plasmas, porém esse modelo requer cálculos matemáticos mais complexos e não apropriados para o nível deste curso**

- **Em alguns casos, nem o modelo de fluidos nem a teoria cinética são suficientes para descrever o comportamento de plasmas**
  - *Nesses casos, temos que voltar ao tedioso problema de calcular a trajetória de partículas individuais que compõe o plasma*

- **Computadores modernos tem memória para armazenar a posição e a velocidade de, talvez, até 10^8 partículas**
  - *Nos últimos anos, a utilização de códigos computacionais tem crescido significativamente no avanço da modelagem de plasmas*

- **O modelo de fluidos**
  - *Introdução*
  - *A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico*

A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico

- **Equações de Maxwell no vácuo**

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \rho = \rho_\mathrm{f} - \nabla \cdot \mathbf{P}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \mathbf{J} = \mathbf{J}_\mathrm{f} + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$$

  - *Note que há 6 incógnitas e 8 equações*

- **As duas equações de Gauss (para so campos elétrico e magnético) são, na verdade, condições iniciais**
  - *Tomando o divergente das equações vetoriais, temos*

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \mathbf{B}) = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = \mathrm{const}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \left[\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E}\right) \right] = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} - \rho\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E} - \frac{\rho}{\epsilon_0} = \mathrm{const}$$

$$\uparrow$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

(Equação da conservação da carga elétrica)

A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico

- **Equações de Maxwell em um meio material**

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_\mathrm{f} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_\mathrm{f}$$

  – *Relações constitutivas*

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \qquad \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{H} + \mathbf{M}\right)$$

  – *Em materiais lineares, os vetores polarização e magnetização podem ser escritos como*

$$\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \qquad \mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

  de modo que as relações constitutivas tornam-se

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \qquad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

  com

$$\epsilon = \left(1 + \chi_e\right) \epsilon_0 \qquad \mu = \left(1 + \chi_m\right) \mu_0$$

Tratamento clássico de materiais magnéticos

- **Como cada partícula num plasma magnetizado possui um momento magnético**

$$\mathbf{M} = -\frac{nW_{\perp}}{B^2}\mathbf{B}$$

parece óbvio que plasmas devem ser tratados com meios magnéticos

  - *No entanto, note que, em módulo, a magnetização é inversamente proporcional à magnitude do campo magnético*

$$|\mathbf{M}| = -\frac{nW_{\perp}}{|\mathbf{B}|}$$

  - *Dessa forma, não é possível escrever o campo magnético como*

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$$

e, por isso, não é vantajoso tratar plasmas como meios magnéticos

Tratamento clássico de materiais dielétricos

- **Para calcular a constante dielétrica de um plasma, vamos inserir a corrente de polarização na equação de Ampère-Maxwell**

$$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\left(\mathbf{J_P}+\epsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right)=\mu_0\left(\frac{\rho_m}{B^2}\frac{\partial\mathbf{E}_\perp}{\partial t}+\epsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right)=\mu_0\epsilon_0\left(1+\frac{\rho_m}{\epsilon_0B^2}\right)\frac{\partial\mathbf{E}_\perp}{\partial t}+\epsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}_\parallel}{\partial t}$$

- **Portanto, a corrente dielétrica perpendicular será**

$$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\overleftrightarrow{\epsilon}\cdot\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=\mu_0\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\quad \textit{where}\quad \overleftrightarrow{\epsilon}=\begin{pmatrix}\epsilon_\perp & 0 & 0\\ 0 & \epsilon_\perp & 0\\ 0 & 0 & \epsilon_\parallel\end{pmatrix}\ \textit{with}\ \ \epsilon_\parallel=\epsilon_0\quad \textit{and}\quad \epsilon_\perp=\epsilon_0\left(1+\frac{\rho_m}{\epsilon_0B^2}\right)$$

- **A densidade de carga resultante do acumulo devido à deriva de polarização deve satisfazer a equação de continuidade de carga**

$$\frac{\partial\rho_P}{\partial t}+\nabla\cdot\mathbf{J_P}=0\quad\rightarrow\quad\frac{\partial\rho_P}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\frac{\rho_m}{B_0^2}\frac{\partial\mathbf{E}_\perp}{\partial t}\right)=0\quad\rightarrow\quad\rho_P=-\frac{\rho_m}{B_0^2}\nabla\cdot\mathbf{E}_\perp$$

- **Escrevendo a densidade de carga total como** $\rho=\rho_f+\rho_P$ **temos que**

$$\nabla\cdot\mathbf{E}_\parallel+\nabla\cdot\mathbf{E}_\perp=\frac{\rho_f}{\epsilon_0}-\frac{\rho_m}{\epsilon_0B^2}\nabla\cdot\mathbf{E}_\perp\rightarrow\ \nabla\cdot\left[\epsilon_0\mathbf{E}_\parallel+\epsilon_0\left(1+\frac{\rho_m}{\epsilon_0B^2}\right)\mathbf{E}_\perp\right]=\nabla\cdot\left(\overleftrightarrow{\epsilon}\cdot\mathbf{E}\right)=\rho_f\rightarrow\ \nabla\cdot\mathbf{D}=\rho_f$$

Tratamento clássico de materiais dielétricos

- **Vamos estimar a magnitude da permissividade elétrica de um plasma de fusão de hidrogênio com parâmetros:**
  - *Densidade de plasma: 1 x 10^{20} m^{-3}*
  - *Temperatura do plasma: 1 x 10^{8} K ($W_\perp = 1/2mv_\perp^2 \approx k_BT/2 =$ 7 x 10^{-16} J)*
  - *Campo magnético: 1 T*
  - *Constantes físicas: m_i =1.67x10^{-27} kg, ϵ_0 = 8.85x10^{-12} F/m e μ_0 = 4π x10^{-7} H/m*

- **Permissividade elétrica do plasma perpendicular ao campo magnético**

$$\epsilon_\perp/\epsilon_0 = 1 + \frac{1.67\times10^{-27}\times1\times10^{20}}{8.85\times10^{-12}\times1^2} = 1 + 1.89\times10^4 \approx 1.89\times10^4 \gg 1$$

  - *Isso significa que o campo elétrico no interior do plasma, devido às próprias partículas do plasma, altera de forma significativa o campo elétrico aplicado externamente*
  - *Plasmas com altos valores de ϵ blindam campos alternados da mesma forma que um plasma com pequeno λ_D blinda campos elétricos DC*

Exercícios

- **Exercício do F.F. Chen:**
  - *3.1 e 3.2*

Referências

- **F.F. Chen**
  - *Capítulo 3, seções 3.1 e 3.2*