

Interferência de Ondas Planas

Nesta prática estudaremos a interferência entre duas ondas planas. Utilizaremos um aparato capaz de produzir uma diferença do caminho percorrido por dois feixes coerentes e sobrepô-los, provocando um padrão de interferência. A análise deste padrão permite a determinação do comprimento de onda da fonte de radiação. Além disso, apresentaremos alguns exemplos de processos de interferência.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, o aluno deverá consultar o professor, o monitor ou o técnico do laboratório para esclarecimentos.

Importante: Neste experimento será utilizado um laser. Cuidado para não direcioná-lo para seu próprio olho ou para o olho dos demais em sala!!!

1. A interferência de ondas

As equações de Maxwell, que governam o eletromagnetismo e a óptica, são lineares em relação aos campos elétrico e magnético. Logo, vale o princípio da superposição, isto é, quando há mais de uma fonte de campo elétrico (ou magnético), o campo resultante é a soma vetorial dos campos gerados por cada fonte individualmente. Uma vez que a luz é formada por campos elétricos e magnéticos que oscilam no tempo, quando dois feixes coincidem espacialmente, os campos associados a cada onda se somam. O resultado dessa soma depende da relação entre as fases dos feixes em cada ponto. Como resultado, forma-se uma região de máximos e mínimos de campo elétrico conhecido como padrão de interferência.

Para que duas fontes de luz possam apresentar um padrão de interferência estático, é preciso que elas sejam *coerentes* entre si, ou seja, a diferença de fase entre elas deve ser fixa no tempo. Uma maneira de conseguir isso é usando feixes provenientes de uma única fonte. Por exemplo, no famoso experimento de dupla fenda, de 1803, Young ressaltou que o padrão de interferência só era obtido quando as duas fendas eram iluminadas com luz proveniente da mesma fonte. Quando ele iluminava cada fenda com uma fonte diferente, a

intensidade no anteparo era simplesmente a soma das intensidades vinda de cada fenda, ou seja, não havia padrão de interferência. A razão de não se observar padrão de interferência entre feixes gerado por fontes distintas é que os fótons emitidos pelas duas fontes não guardam nenhuma relação de fase na oscilação de seus campos elétricos, isto é, não existe coerência de fase entre os dois feixes.

Mesmo que dois feixes sejam oriundos de uma mesma fonte podem não apresentar um padrão de interferência estático quando forem superpostos. O que define a observação ou não deste padrão estático é o que denominamos de *comprimento de coerência*. Para entender o que significa o comprimento de coerência de um feixe de luz, vamos considerar que um feixe proveniente de uma certa fonte seja dividido em dois e que após a divisão eles percorram individualmente distâncias distintas, se encontrando posteriormente em outro pontos do espaço. Como mencionado anteriormente, só será observado um padrão de interferência estático no reencontro dos dois feixes, se a relação de fase entre os campos dos feixes for constante. No entanto, para que isso ocorra, a diferença de percurso entre os dois feixes não pode ser maior que o comprimento de coerência. Portanto, o comprimento de coerência é a máxima diferença de percurso entre os dois feixes sem que haja perda da relação de fase entre os campos elétricos das ondas que os constituem. Pode-se definir também um *tempo de coerência* que é igual ao comprimento de coerência dividido pela velocidade da luz.

A luz térmica (a luz de uma lâmpada incandescente, ou a luz do Sol, por exemplo) é uma fonte de comprimento de coerência nulo, pois é resultado de processos microscópicos que são independentes uns dos outros (vibrações eletrônicas independentes). Um outro aspecto que contribui para a nulidade do comprimento de coerência da luz térmica é que ela possui grande largura espectral (o tempo de coerência de uma fonte não monocromática é aproximadamente o inverso da largura espectral). Já a luz de transições eletrônicas (uma lâmpada de vapor de gás a baixa pressão, por exemplo) pode apresentar um comprimento de coerência mensurável. Isso ocorre por as emissões de um átomo podem estimular a emissão de outro (fenômeno conhecido como emissão estimulada) e quando isso acontece o fóton emitido é idêntico (inclusive como mesma fase) daquele que estimulou a emissão. Porém, há também muitas emissões que não são correlacionados, os que faz com que o

sistema tenha um comprimento de coerência finito e usualmente da ordem de alguns cm. Além disso, esse tipo de fonte de luz apresenta um espectro discreto (com frequências de emissão bem definidas).

A situação é diferente para os lasers, onde os processos de emissão estimulada são amplificados pelo efeito da cavidade, fazendo com que os fótons sejam emitidos em fase uns com os outros. No laser, o tempo de coerência é muitas ordens de grandeza maior do que a duração da emissão de um fóton e o comprimento de coerência pode chegar a quilômetros.

É importante notar que não é possível observar interferência devida a duas fontes luminosas independentes, mesmo duas fontes de laser, que, embora produzam individualmente luz coerente, não apresentam coerência entre si.

2. Interferência construtiva e destrutiva

Duas ondas coerentes possuem diferença de fase fixa no tempo. Se essa diferença de fase for nula ou um múltiplo par de π , as ondas são ditas em fase: os máximos e os mínimos de cada uma coincidem. O campo resultante oscila com a mesma frequência e com amplitude igual à soma das amplitudes de cada onda. A intensidade é maior do que a soma das intensidades de cada onda (se forem iguais, a intensidade resultante é quatro vezes a intensidade de cada onda).

Por outro lado, se a diferença de fase for um múltiplo ímpar de π , os mínimos de uma onda coincidem com os máximos da outra onda. A onda resultante tem amplitude igual à diferença entre as amplitudes individuais (e em fase com a onda de maior amplitude). Se as amplitudes são iguais, a amplitude da onda resultante é nula.

No primeiro caso, quando as amplitudes se somam, a interferência é dita *construtiva*; no segundo caso, quando as amplitudes se subtraem, a interferência é dita *destrutiva*. A figura 1a ilustra um exemplo de interferência construtiva, e a figura 1b, um exemplo de interferência destrutiva. Na figura 1c está mostrado um experimento mecânico da interferência de duas ondas geradas na superfície de um tanque de água (cuba de ondas). Nos pontos brilhantes ocorre interferência construtiva, e nos pontos escuros ocorre interferência destrutiva.

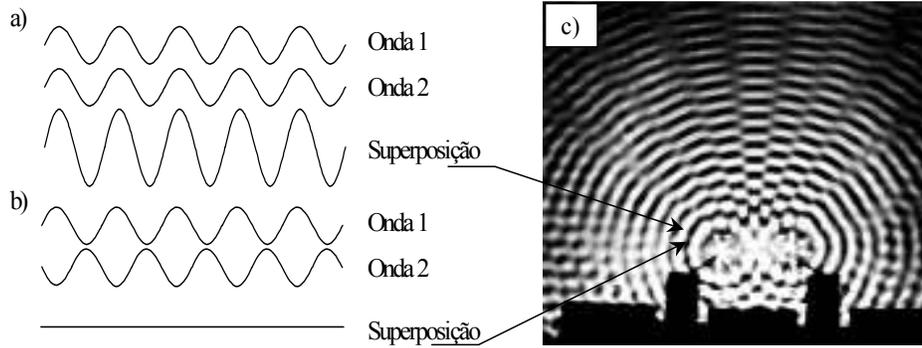


Figura 1 – (a) Interferência construtiva; (b) interferência destrutiva; (c) Interferência devido a duas fontes pontuais idênticas. Padrão de interferência observado numa cuba de ondas, com duas fontes pontuais.

3. Interferência de duas ondas planas

Consideremos agora dois feixes de ondas planas monocromáticas de mesma frequência e coerentes entre si, cujos vetores de propagação formam entre si um ângulo θ , como mostrado na figura 2, cujos campos elétricos estejam na mesma direção.

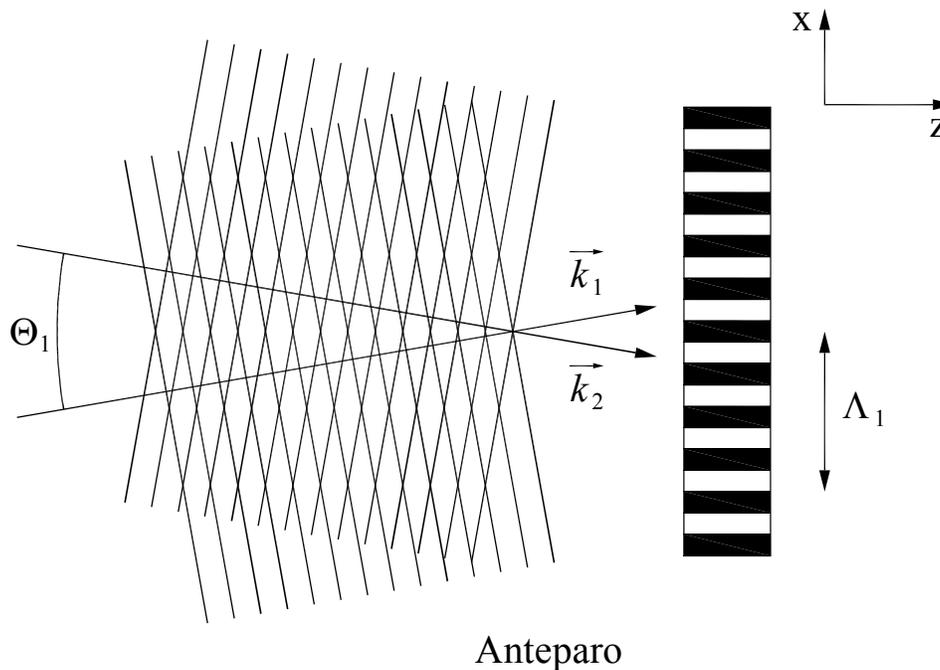


Figura 2 – Interferência de ondas planas

Como os campos elétricos têm mesma direção, eles podem ser descritos da seguinte forma:

$$E_1 = E_{o1} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \quad (1a)$$

$$E_2 = E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (1b)$$

De acordo com o princípio da superposição, o campo resultante será dado por:

$$E = E_{o1} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (2)$$

A intensidade da onda é proporcional ao quadrado do campo:

$$E^2 = E_{o1}^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + E_{o2}^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) + 2E_{o1}E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (3)$$

O último termo pode ser escrito como:

$$2E_{o1}E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) = E_{o1}E_{o2} \cos(2\omega t - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) + E_{o1}E_{o2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (4)$$

Na equação 4, foi usada a seguinte identidade trigonométrica:

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a + b) + \cos(a - b)}{2} \quad (5)$$

Para a luz visível, a frequência ω é muito alta, de modo que as variações rápidas em E^2 não podem ser percebidas. O que se pode medir é a média temporal, ou $\langle E^2 \rangle$. Nas expressões 3 e 4 combinadas, os dois primeiros termos têm média $1/2$, o terceiro tem média nula e o quarto é constante. Portanto:

$$\langle E^2 \rangle = \frac{E_{o1}^2}{2} + \frac{E_{o2}^2}{2} + E_{o1}E_{o2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (6)$$

Em termos das intensidades, ficamos com:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (7)$$

O último termo é conhecido como *termo de interferência*, pois é o que caracteriza esse fenômeno: a intensidade resultante não é igual à soma das intensidades de cada onda.

De acordo com a figura 2, os vetores de propagação são:

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{r} = kz \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8a)$$

$$\vec{k}_2 \cdot \vec{r} = kz \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8b)$$

Combinando as equações 7 e 8, chegamos a:

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (9)$$

No caso especial em que $I_1 = I_2 = I_o$, a equação acima se reduz a:

$$I(x) = 2I_o \left(1 + \cos\left(2kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right) \quad (10)$$

O termo entre parênteses pode ser simplificado usando a identidade $1 + \cos 2\theta = \cos^2 \theta$:

$$I(x) = 4I_o \cos^2\left(kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (11)$$

Esse padrão de interferência é observado em um anteparo (colocado na posição onde os feixes se encontram). A intensidade média sobre o anteparo é $2I_o$, igual à soma das intensidades de cada onda. Esse resultado é esperado pela lei de conservação da energia.

Os máximos ocorrem quando o argumento do cosseno da equação 11 é igual a $n\pi$ (onde n é um número inteiro), ou seja:

$$kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = n\pi \quad (12)$$

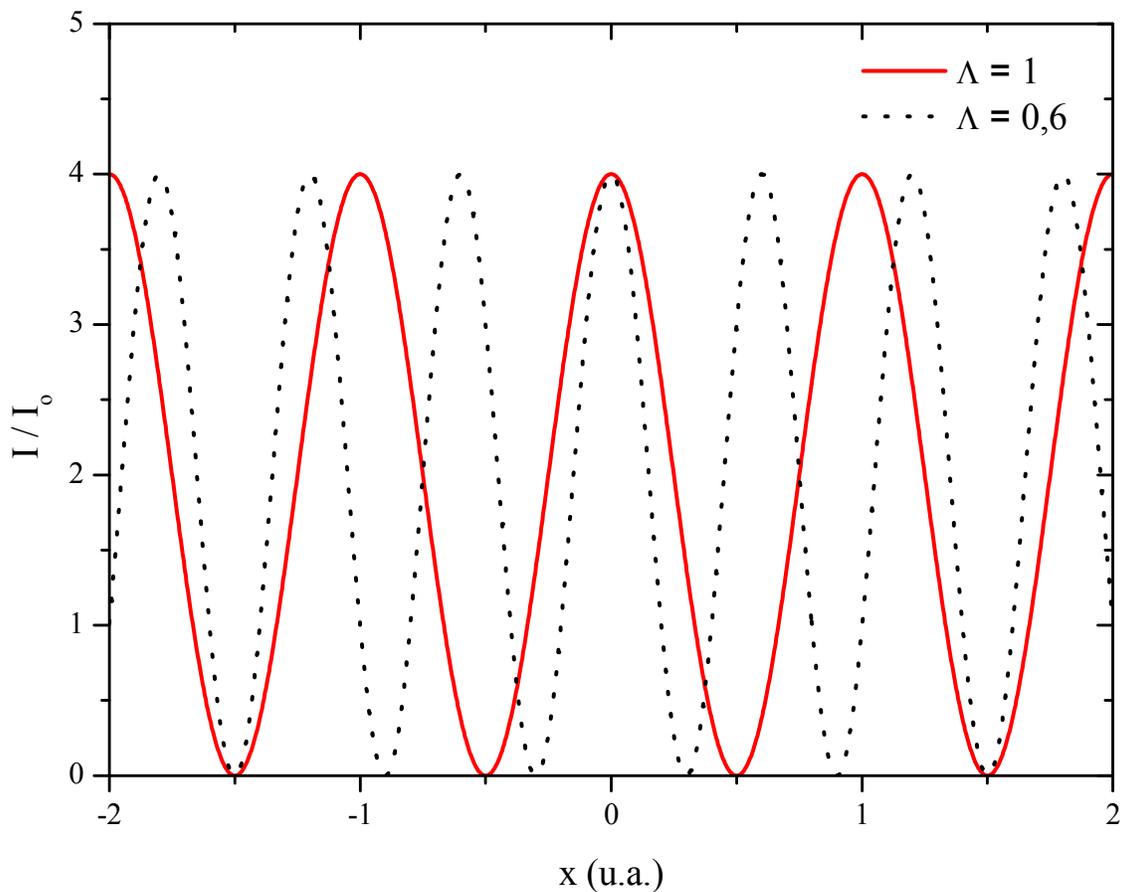


Figura 3 – Gráfico do padrão de interferência (equação 11) para dois valores de θ (a linha pontilhada representa um ângulo θ maior do que o da linha cheia)

A distância Λ entre dois máximos consecutivos é dada por:

$$\Lambda = \frac{\pi}{k \sin(\theta/2)} = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} \quad (13)$$

No experimento, vamos ajustar o ângulo θ e medir o parâmetro Λ , e assim determinar o comprimento de onda de um laser. Para que a distância entre os máximos seja suficientemente grande para ser medida, é preciso que o ângulo θ seja pequeno.

4. Interferômetro de Michelson

Os interferômetros são configurações experimentais que usam a interferência entre dois feixes para fazer medidas bastante precisas de comprimentos de onda ou outras grandezas. O mais comum é o de Michelson, ilustrado na figura 4. Um feixe de luz atinge um bloco de vidro onde uma das superfícies é coberta com um filme refletor que aumenta a refletividade da interface. Essa interface atua como um divisor de feixes. Um segundo bloco de vidro (idêntico ao primeiro, mas sem o filme refletor) e dois espelhos completam o interferômetro de Michelson.

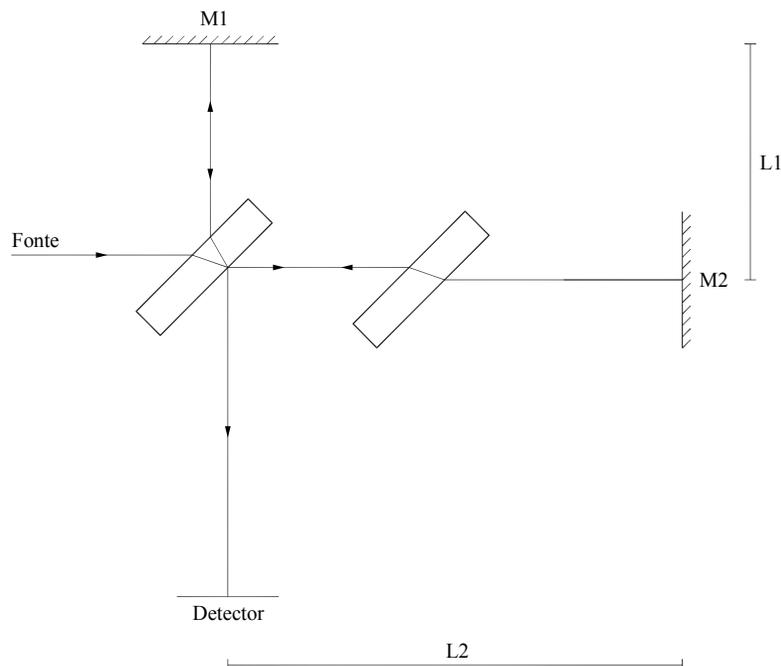


Figura 4 – Interferômetro de Michelson

O feixe da fonte é dividido em dois na interface com a superfície refletora. Um dos raios sai em direção a M1, é refletido sobre si mesmo e depois atravessa o bloco central. Outro raio vai na direção de M2, é refletido sobre si mesmo e é refletido na superfície refletora, em direção ao detector. Como o primeiro raio atravessa o bloco de vidro duas vezes, o segundo bloco de vidro é colocado no caminho do segundo raio para compensar os efeitos da propagação no divisor de feixe.

A diferença de fase entre os dois raios é causada pela diferença de caminho óptico percorrido. A distância percorrida no vidro é igual para os dois raios, portanto a diferença é somente devido à diferença de caminho geométrico no ar. Além disso, há também os ganhos de fase de π devido às reflexões toda vez que a incidência for de um meio de menor para outro de maior índice de refração (ver seção III da apostila sobre relações de Fresnell). Assim, o primeiro raio sofre duas reflexões, mas somente ganha π de fase na reflexão em M1. Por outro lado, o segundo raio sofre um ganho de fase 2π , ou seja, π na reflexão no espelho M2 e mais π na reflexão na parte externa no separador de feixe. Portanto, a diferença de fase no centro do detector é:

$$\phi_2 - \phi_1 = \pi + 2k(L_2 - L_1) \quad (14)$$

Uma das aplicações usuais do interferômetro de Michelson é a sua utilização na medida do comprimento de coerência de uma dada fonte de luz. À medida que a diferença de caminho aumente, as franjas de interferência ficam menos nítidas. O comprimento de coerência da fonte é definido como a diferença de caminho entre os braços ($L_2 - L_1$) quando a nitidez das franjas diminui de 50%. A nitidez é definida como:

$$V = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{I_{máx} + I_{mín}} \quad (15)$$

Onde $I_{máx}$ e $I_{mín}$ são as intensidades máxima e mínima no padrão de interferência formado no detector.

5. Interferência em filmes finos

Muito provavelmente você já deve ter observado um padrão de cores em uma mancha de óleo sobre o asfalto ou em uma bolha de sabão. A origem desse padrão de cores está relacionada com fenômeno de interferência, em particular com o que usualmente denomina-se interferência de filmes finos.

Para entender o fenômeno, vamos considerar um material de espessura d e índice de refração n imerso no ar, e um feixe incidente de comprimento de onda λ e fazendo um ângulo de incidência θ com a normal ao filme, como na figura 5:

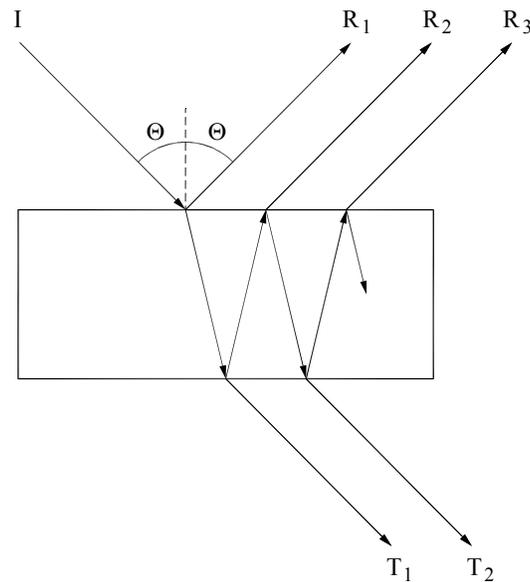


Figura 5 – Interferência de filme fino. I é o raio incidente, R são os raios refletidos e T os raios transmitidos

No filme fino (por exemplo, uma camada de óleo sobre o asfalto ou a parede da bolha de sabão), o raio incidente sofre múltiplas reflexões. A interferência envolve múltiplos raios, e não apenas dois como foi tratado até aqui. Os diversos raios transmitidos (dois deles mostrados na figura 5) são paralelos e separados lateralmente por uma distância da ordem de d (a espessura do filme). Se o ponto de observação for muito mais distante do que d (o que normalmente é), podemos considerar que todos os raios interferem no ponto de observação. O mesmo pode ser dito quanto aos raios refletidos.

A diferença de caminho óptico entre dois raios transmitidos consecutivos (por exemplo, entre T_2 e T_1 na figura 5), devido à distância extra a caminhar dentro do filme, é:

$$\Delta l = 2nd \cos \theta_2 \quad (16)$$

Onde θ_2 é o ângulo de refração dentro do filme (dado pela lei de Snell). Além disso, a intensidade é diminuída por um fator R^2 (R é o coeficiente de reflexão), devido às duas reflexões extras. Conseqüentemente, a amplitude é diminuída por R .

A intensidade total transmitida será máxima quando todos os raios transmitidos interferirem construtivamente. Para isso, é preciso que a interferência entre dois consecutivos seja construtiva, ou seja, que a equação 16 seja igual a um número inteiro de comprimentos de onda:

$$2nd \cos \theta_2 = m\lambda \quad (17)$$

A equação 16 é válida para a diferença de caminho óptico entre dois raios refletidos consecutivos (R_2 e R_1 , por exemplo), então segundo o mesmo raciocínio a condição 17 deveria ser também a condição de máximo de reflexão. Mas, pela lei da conservação de energia, a soma das intensidades refletida e transmitida deve ser igual à intensidade incidente, de modo então que a equação 17 deve ser a condição para um mínimo de reflexão.

A solução dessa aparente contradição está no fato de que a reflexão inverte a fase de uma onda se ela ocorrer de um meio de menor índice de refração para um meio de maior índice (do ar para o filme, por exemplo). A reflexão que o raio R_1 sofre é com inversão de fase, enquanto R_2 sofre uma reflexão sem inversão de fase. O raio R_3 sofre duas reflexões sem inversão de fase a mais do que o raio R_2 , assim como o raio R_4 em relação a R_3 , etc. Quando a condição 17 é satisfeita, os raios R_2 , R_3 , R_4 , etc, estão em fase e interferem construtivamente, enquanto o raio R_1 tem fase oposta e interfere destrutivamente. Como o raio R_1 tem a maior amplitude, é preciso que todos os outros interfiram construtivamente para anular R_1 e causar um mínimo de reflexão.

A origem do padrão de cores observado em uma mancha de óleo ou em uma bolha de sabão é que a condição de máximo/mínimo de transmissão/reflexão (equação 17) depende do comprimento de onda. O índice de refração do filme varia com o comprimento de onda. Logo, a diferença de caminho óptico (equação 17) também depende do comprimento de onda. Portanto, cada cor tem o seu máximo de intensidade em um ângulo de observação distinto dando origem ao padrão de cores observado. Além disso, é fácil ver que, se espessura do filme não for uniforme o padrão de cores, ou de interferência no caso de luz monocromática, será distorcido espacialmente. Logo, a observação do padrão de interferência pode ser usada como um método para avaliar o grau de planicidade do filme.

Podemos prosseguir calculando quantitativamente a porcentagem de luz transmitida. Para isso, primeiro escrevemos a soma dos campos das ondas transmitidas:

$$E_T = E_o(1-R) \sum_{j=0}^{\infty} R^j \exp(j.ik2nd \cos \theta_2) \quad (18)$$

Onde E_o é a amplitude da onda incidente, R é o coeficiente de reflexão, $E_o(1-R)$ é a amplitude da primeira onda transmitida e k é o número de onda (no vácuo). A soma é de uma PG, de primeiro termo 1 e razão $\exp(ik2nd \cos \theta_2)$, portanto:

$$E_T = \frac{E_o(1-R)}{1 - R \exp(i4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (19)$$

A razão de transmissão (em termos de intensidade) é:

$$\frac{I_T}{I_o} = \frac{(1-R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos(4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (20)$$

A representação gráfica da função está mostrada na figura 6, para o caso de incidência normal e um material de espessura variável.

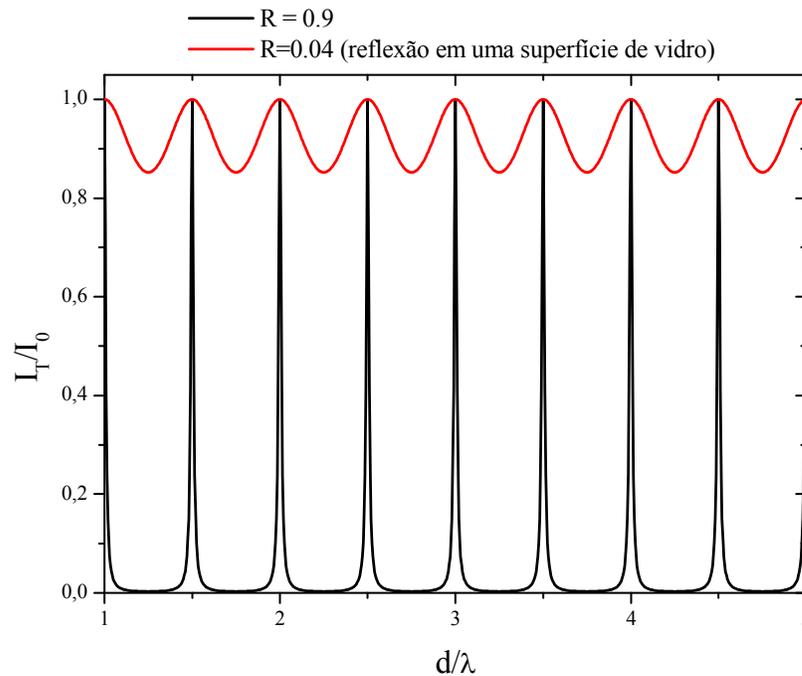


Figura 6 – Gráfico da transmissão de um filme fino em função da espessura, para dois valores do coeficiente de reflexão, na incidência normal e com $n = 1.5$.

Se a equação 17 for obedecida, $I_T = I_o$ na equação 20, ou seja, *toda a luz é transmitida*. Conseqüentemente, nenhuma luz é refletida. O mínimo de transmissão ocorre quando o fator co-seno do denominador da equação 20 é -1 , e vale:

$$\left(\frac{I_T}{I_o}\right)_{\min} = \left(\frac{1-R}{1+R}\right)^2 \quad (21)$$

Se o coeficiente de reflexão for próximo de 1, o valor acima será pequeno, e o padrão de transmissão será bem definido (haverá bom contraste entre os máximos e os mínimos), como pode ser visto na figura 6. Se o coeficiente de reflexão for pequeno, esse contraste será pequeno. Isso não é difícil de entender, se lembrarmos que a interferência de filme fino é devido a múltiplos feixes. Se o coeficiente de reflexão for baixo, cada feixe refletido ou transmitido é muito mais fraco do que o anterior, e o padrão é dominado pelos primeiros poucos feixes. Quando o coeficiente de reflexão é próximo de 1, muitos feixes

vizinhos têm praticamente a mesma intensidade, fazendo com que o efeito da diferença de fase seja mais importante do que o efeito da diferença de intensidades entre os raios.

Podemos também calcular a porcentagem de luz refletida:

$$E_R = E_o \sqrt{R} - E_o (1-R) \sqrt{R} \sum_{j=0}^{\infty} R^j \exp(j.ik2nd \cos \theta_2) \quad (22)$$

$$E_R = E_o \sqrt{R} \left(1 - \frac{1-R}{1-R \exp(ik2nd \cos \theta_2)} \right) \quad (23)$$

$$\frac{I_R}{I_o} = \frac{4R \sin^2(2\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)}{1 + R^2 - 2R \cos(4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (24)$$

Na condição da equação 17, a intensidade refletida é zero. A intensidade refletida máxima ocorre quando $\sin^2(2\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda) = 1$, ou seja, $\cos(4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda) = -1$. Portanto:

$$\left(\frac{I_R}{I_o} \right)_{máx} = \frac{4R}{(1+R)^2} \quad (25)$$

É fácil ver que $(I_T / I_o)_{min} + (I_R / I_o)_{máx} = 1$, como é esperado pela lei de conservação de energia.

6. Filme anti-refletor

Os filmes anti-refletores têm uma grande aplicação prática: por exemplo, diminuir a intensidade de luz refletida por uma lente. Ele consiste de uma fina camada de uma substância de índice de refração intermediário entre o do ar e o material da lente depositada na superfície da lente, formando um filme fino como o estudado anteriormente, mas com uma diferença importante: os meios de cada lado do filme são diferentes (ar e vidro).

Os raios \mathbf{R}_1 e \mathbf{R}_2 sofrem uma reflexão com inversão de fase, portanto não há nenhuma diferença entre eles devido à reflexão. O raio refletido \mathbf{R}_3 sofre duas reflexões a mais do que o raio \mathbf{R}_2 , uma com e outra sem inversão de fase, e portanto tem uma fase de meia onda a mais do que o raio \mathbf{R}_2 devido à reflexão. Conforme foi notado anteriormente, para haver um mínimo de reflexão, é preciso que os raios \mathbf{R}_2 , \mathbf{R}_3 , etc. interfiram construtivamente e com fase oposta à do raio \mathbf{R}_1 . Para isso acontecer, a diferença de caminho óptico entre os dois raios deve ser equivalente a meia onda, ou seja:

$$2nd \cos \theta_2 = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (26)$$

Para um cálculo quantitativo, seguimos um procedimento similar ao anterior, mas com duas diferenças: quanto às reflexões com inversão de fase, e quanto à diferença no coeficiente de reflexão em cada uma das interfaces (ar-filme e filme-vidro). Como antes, é mais fácil calcular o campo total transmitido:

$$E_T = E_o \sqrt{1-R_1} \sqrt{1-R_2} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left(\sqrt{R_1 R_2} \right)^j \exp(j.ik2nd \cos \theta_2) \quad (27)$$

Onde R_1 e R_2 são os coeficientes de reflexão na interface ar-filme e filme-vidro, respectivamente. O fator $(-1)^j$ representa a contribuição das inversões de fase de cada reflexão na interface filme-vidro.

Desenvolvendo como feito anteriormente:

$$E_T = \frac{E_o \sqrt{1-R_1} \sqrt{1-R_2}}{1 + \sqrt{R_1 R_2} \exp(i4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (28)$$

$$\frac{I_T}{I_o} = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{1 + R_1 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (29)$$

O máximo de transmissão ocorre quando o denominador é mínimo, ou seja, quando o fator co-seno vale -1 . Isso é equivalente à equação 26 para o máximo de reflexão. A transmissão máxima vale:

$$\left(\frac{I_T}{I_o}\right)_{máx} = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{1+R_1R_2-2\sqrt{R_1R_2}} \quad (30)$$

Observe que, se for $R_1 = R_2$, tem-se que $(I_T/I_o)_{máx} = 1$ e, conseqüentemente, $(I_R/I_o)_{mín} = 0$ (ou seja, toda a luz é transmitida).

A intensidade refletida é fácil de ser calculada pela conservação de energia:

$$\frac{I_R}{I_o} = 1 - \frac{I_T}{I_o} = \frac{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1R_2} \cos(4\pi nd \cos \theta_2 / \lambda)}{1 + R_1R_2 + 2\sqrt{R_1R_2} \cos(4\pi nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (31)$$

Se for $R_1 = R_2 = R$, então:

$$\frac{I_R}{I_o} = \frac{4R \cos^2(2\pi nd \cos \theta_2 / \lambda)}{1 + R^2 + 2R \cos(4\pi nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (32)$$

Na condição da equação 26, a intensidade refletida é nula.

Sendo o índice de refração do ar igual a n_1 , do vidro igual a n_2 e do filme igual a n , e considerando incidência normal, tem-se:

$$R_1 = \left(\frac{n-n_1}{n+n_1}\right)^2 \quad (33a)$$

$$R_2 = \left(\frac{n_2-n}{n_2+n}\right)^2 \quad (33b)$$

Como o índice de refração do filme é intermediário entre os índices do ar e do vidro, a condição $R_1 = R_2$ é equivalente a:

$$\frac{n - n_1}{n + n_1} = \frac{n_2 - n}{n_2 + n} \quad (34)$$

Resolvendo essa equação, chegamos a:

$$n = \sqrt{n_1 n_2} \quad (35)$$

Essa é a condição sobre o índice de refração do filme. A condição sobre a espessura é dada pela equação 26, que na incidência normal dá:

$$d = \frac{\lambda}{4n} + m \frac{\lambda}{2n} \quad (36)$$

A espessura mínima do filme é igual a um quarto do comprimento de onda (no filme), e por isso o nome *filme de quarto de onda*. Obviamente, essa condição vale para um comprimento de onda específico.

Vamos considerar um caso prático, de uma lente de vidro ($n = 1,5$) imersa em ar ($n = 1$). O coeficiente de reflexão, sem um filme anti-refletor, é:

$$R' = \left(\frac{1,5 - 1}{1,5 + 1} \right)^2 = 0,04 \quad (37)$$

O índice de refração do filme deve ser:

$$n = \sqrt{1,5} = 1,22 \quad (38)$$

Os coeficientes de reflexão R_1 e R_2 valem:

$$R_1 = R_2 = \left(\frac{1,22 - 1}{1,22 + 1} \right)^2 = \left(\frac{1,5 - 1,22}{1,5 + 1,22} \right)^2 = 0,01 \quad (39)$$

O filme anti-refletor deve ser fabricado para se obter o mínimo de reflexão em 600 nm, que é próximo do máximo de emissão da luz do sol. Para isso, sua espessura precisa ser:

$$d = \frac{600.nm}{4.\sqrt{1,5}} = 123 \text{ nm} \quad (40)$$

Finalmente, substituindo esses valores de R_1 , R_2 e d na equação 32 (na condição de incidência normal), chegamos a:

$$\frac{I_R}{I_o} = \frac{0,04 \cos^2(\pi.300.nm / \lambda)}{1,0001 + 0,02 \cos(\pi.600.nm / \lambda)} \quad (41)$$

Essa função está representada na figura 7. Note que, em qualquer comprimento de onda, a intensidade refletida é menor de que aquela que seria sem a presença do filme.

Os zeros de reflexão ocorrem quando $\pi.300.nm / \lambda = \pi(m + 1/2)$, ou seja:

$$\lambda = \frac{600.nm}{2m + 1} \quad (42)$$

Os máximos de reflexão ocorrem quando $\pi.300.nm / \lambda = \pi.m$, ou seja:

$$\lambda = \frac{600.nm}{2m} \quad (43)$$

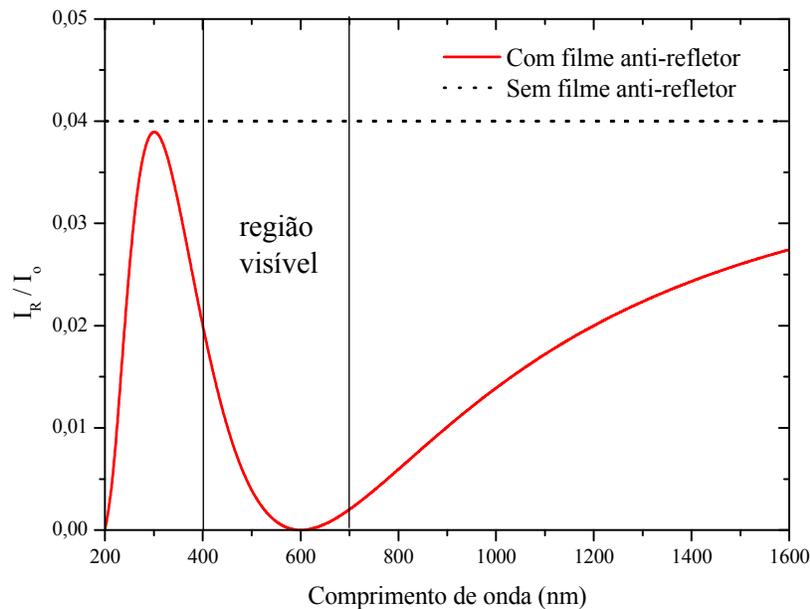


Figura 7 – Intensidade refletida por um filme anti-refletor ($n = 1,22$, $d = 123 \text{ nm}$) posicionado entre ar ($n = 1$) e vidro ($n = 1,5$), com e sem o filme anti-refletor.

Experimentos

1. Interferência de ondas planas

Conforme ilustrado na Figura 8, um feixe de luz laser será separado em dois por um divisor de feixes e novamente sobre uma escala micrométrica. Uma vez que os feixes percorrem caminhos ópticos distintos produzirão um padrão de interferência. Uma lente de curta distância focal é colocada à frente da escala de modo a produzir uma imagem ampliada do conjunto padrão de interferência e escala micrométrica, de modo que a distância entre máximos possa ser facilmente medida.

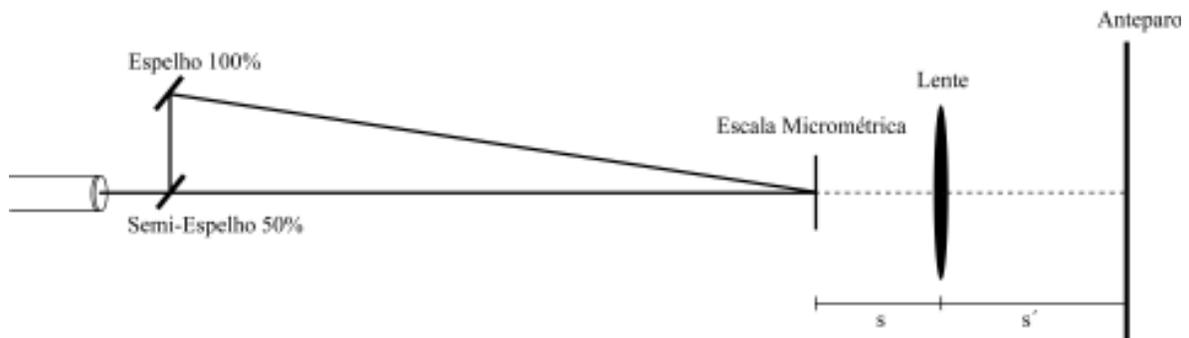


Figura 8 – Esquema da montagem para visualização do padrão de interferência entre dois feixes e determinação do comprimento de onda do laser de He/Ne.

a) Utilize um laser e um divisor de feixe (sistema formado por um semi-espelho e um espelho) e ajuste-o de tal forma que os dois feixes emergentes estejam separados por ~ 1 cm.. Com isso, produziremos uma diferença de caminho óptico entre dois feixes provenientes de uma mesma fonte coerente (laser de He/Ne).

b) Com o objetivo de minimizar o ângulo entre os dois feixes mostrados no esquema da figura 8, o caminho óptico percorrido pelos mesmos deve ser muito mais que a separação entre os feixes. Parta tal, posicione 4 espelhos (planos) sobre a bancada para que o feixe principal percorra ~ 5 m antes de iluminar o centro de uma escala micrométrica, posicionada no centro da bancada, figura 9.

c) Posicione uma lente de distância focal 5 cm a aproximadamente 10 cm da escala micrométrica. Ajuste lateralmente a lente, de modo que o feixe do laser passe pelo seu centro.

d) Posicione dois espelhos planos para que o feixe percorra ~ 2 m entre a lente e um anteparo, figura 9. Você deve observar a imagem da escala micrométrica projetada no anteparo, figura 10a. Caso a imagem não esteja nítida, ajuste a posição da lente de modo a tornar essa imagem nítida.

e) Ajuste a orientação do espelho 100% refletor do divisor de feixes de modo que os dois feixes se superponham na escala micrométrica. Faça o ajuste fino observando o aparecimento de um padrão de interferência nítido no anteparo, figura 10b.

f) Meça a distância percorrida pelo feixe entre o divisor de feixes e a escala micrométrica e a separação entre os feixes no divisor. Com isso, determine o ângulo θ entre os feixes.

g) Neste experimento a escala micrométrica é utilizada para medir a separação entre máximos consecutivos sem a necessidade de calcular o fator de ampliação introduzido pela lente. Para realizar a medida com a escala micrométrica é necessário somente contar o número de máximos (ou mínimos) em um determinado comprimento medido diretamente na imagem da escala. Assim, a distância entre máximos (ou mínimos) é dada pelo número de franjas dividido pelo comprimento. Realize essa medida e use a equação 13 para calcular o comprimento de onda do laser.

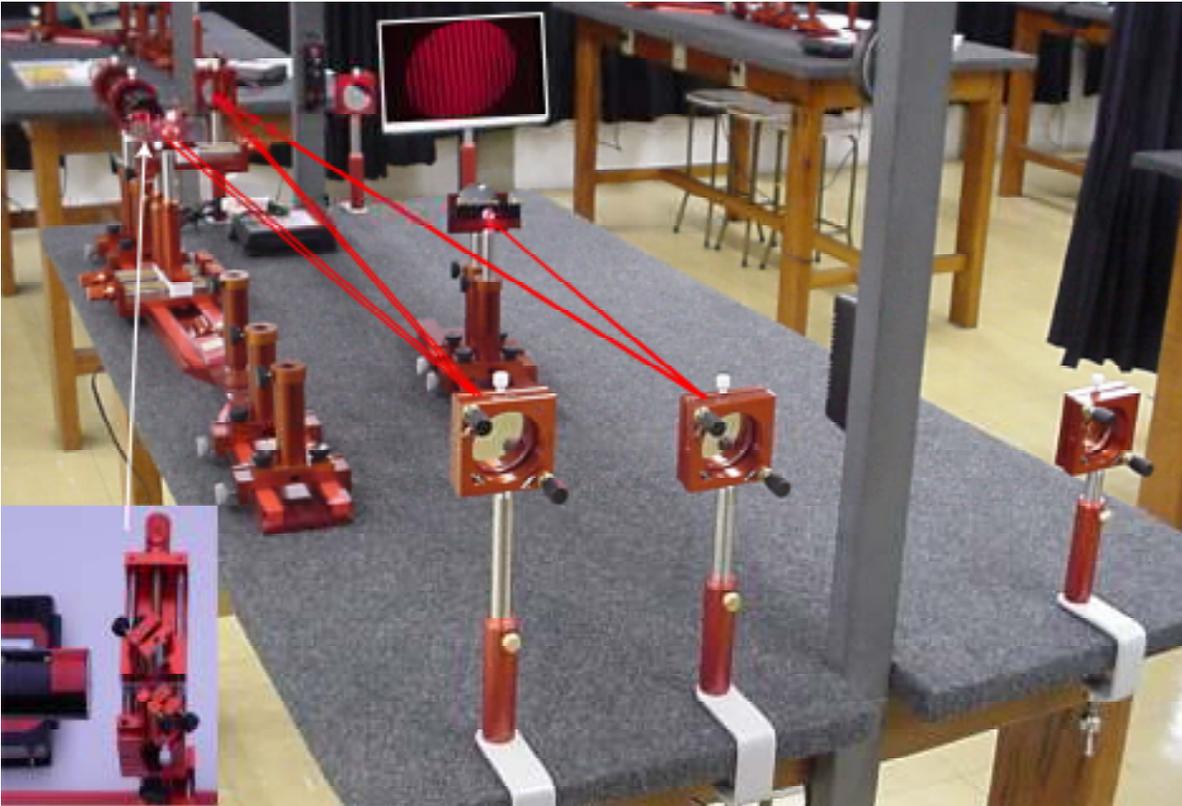


Figura 9 – Foto da montagem experimental, mostrando o laser e o divisor de feixes (ao fundo), a escala micrométrica e a lente (no centro da bancada), o anteparo (papel branco no lado direito) e os espelhos (um no lado direito, dois no lado esquerdo) posicionados para aumentar o caminho óptico.

(a)



(b)

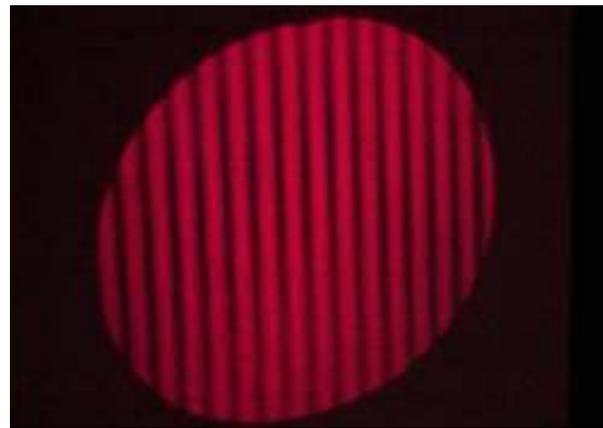


Figura 10 – Padrão de interferência observado no anteparo

Um outra forma de determinar a distância entre máximos de interferência à partir do padrão projeto é utilizando a equação de formação de imagens. Assim sendo focalize nitidamente o retículo, meça a distância lente-retículo (S) e lente anteparo (S'), e a distância entre máximos no anteparo. Com esses dados e usando o fator de ampliação da lente calcule a separação entre máximos no retículo e determine o comprimento de onda do laser. Compare esse resultado com o do item g) e discuta qual deles é mais preciso, justificando a razão.

Repita o experimento para uma separação entre os feixes de 3 cm.

Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a escala do retículo.

Separação lateral entre os feixes (cm)	Distância entre máximos (mm)	Comprimento de onda (nm)
1 cm		
3cm		
Caminho óptico entre o divisor de feixes e a escala micrométrica:		

Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a ampliação da lente

Separação lateral entre os feixes (cm)	Distância entre máximos (mm)	S/S'	Comprimento de onda (nm)
1 cm			
3cm			
Caminho óptico entre o divisor de feixes e a escala micrométrica:			