

Transformadores

1 INTRODUÇÃO

Transformador é um dispositivo que transfere potência através de bobinas acopladas indutivamente.

Indução magnética descoberta em 1830 em trabalhos independentes por:



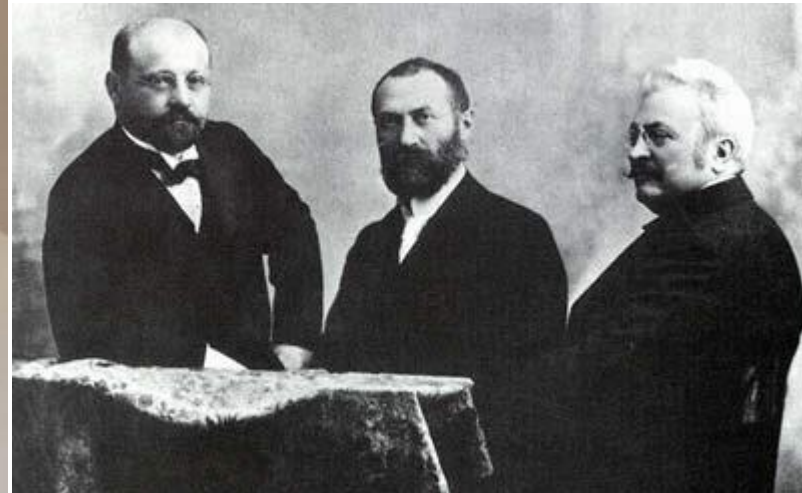
Joseph Henry (EUA) e Michael Faraday (Inglaterra)

- Transformadores são essenciais num sistema de transmissão em CA ou CC
- Fazem a adequação dos valores de corrente e de isolamento
- São parte integrante de retificadores e inversores
- São utilizados na proteção: medição de corrente em alta tensão (TC's)

História do Transformador

Primeiro transformador, 1885:

Miksa Déri (Hungria), Ottó Bláthy (Hungria), Károly Zipernowsky (Hungria)



<http://edisontechcenter.org/Transformers.html>

História do Transformador

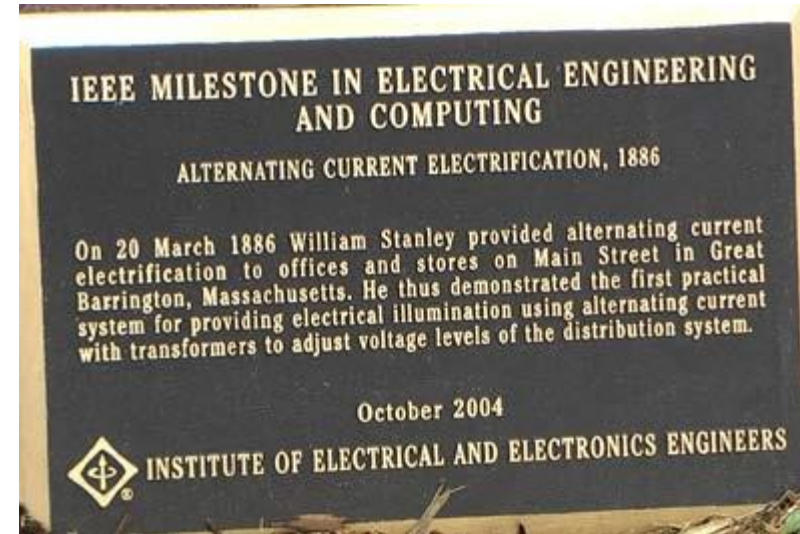
Primeiro transformador com eficiência suficiente para uso comercial: William Stanley (EUA)



Primeiro transformador eficiente construído, 1885, William Stanley (EUA), Westinghouse

<http://edisontechcenter.org/Transformers.html>

História do Transformador



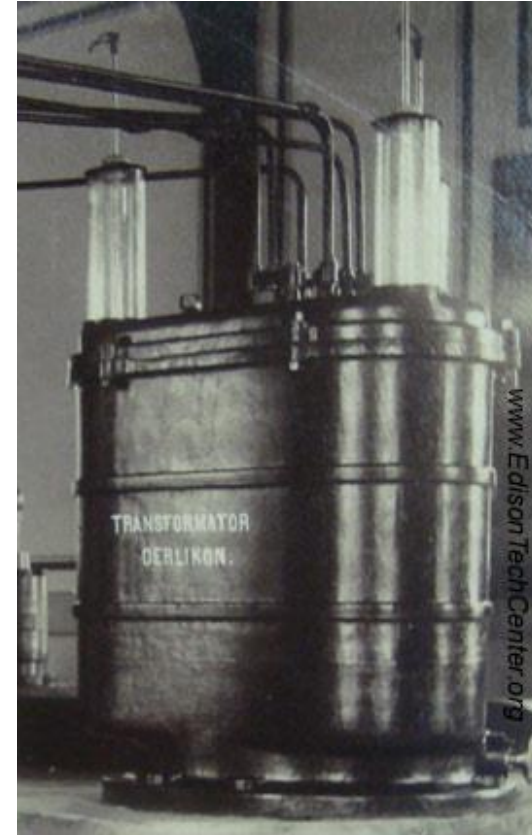
Primeiro transformador usado comercialmente, 1886, William Stanley (USA), Westinghouse
Eletrificação de Great Barrington, Massachusetts

<http://edisontechcenter.org/Transformers.html>

História do Transformador



1891, Transformador trifásico (núcleo circular)
Siemens and Halske company
5.7 kVA 1000/100 V



1891, Transformador trifásico, Oerlikon
8 kV e 25 kV transmissão de Lauffen am Neckar
a Frankfurt, na Alemanha, 175 km
<http://edisontechcenter.org/Transformers.html>

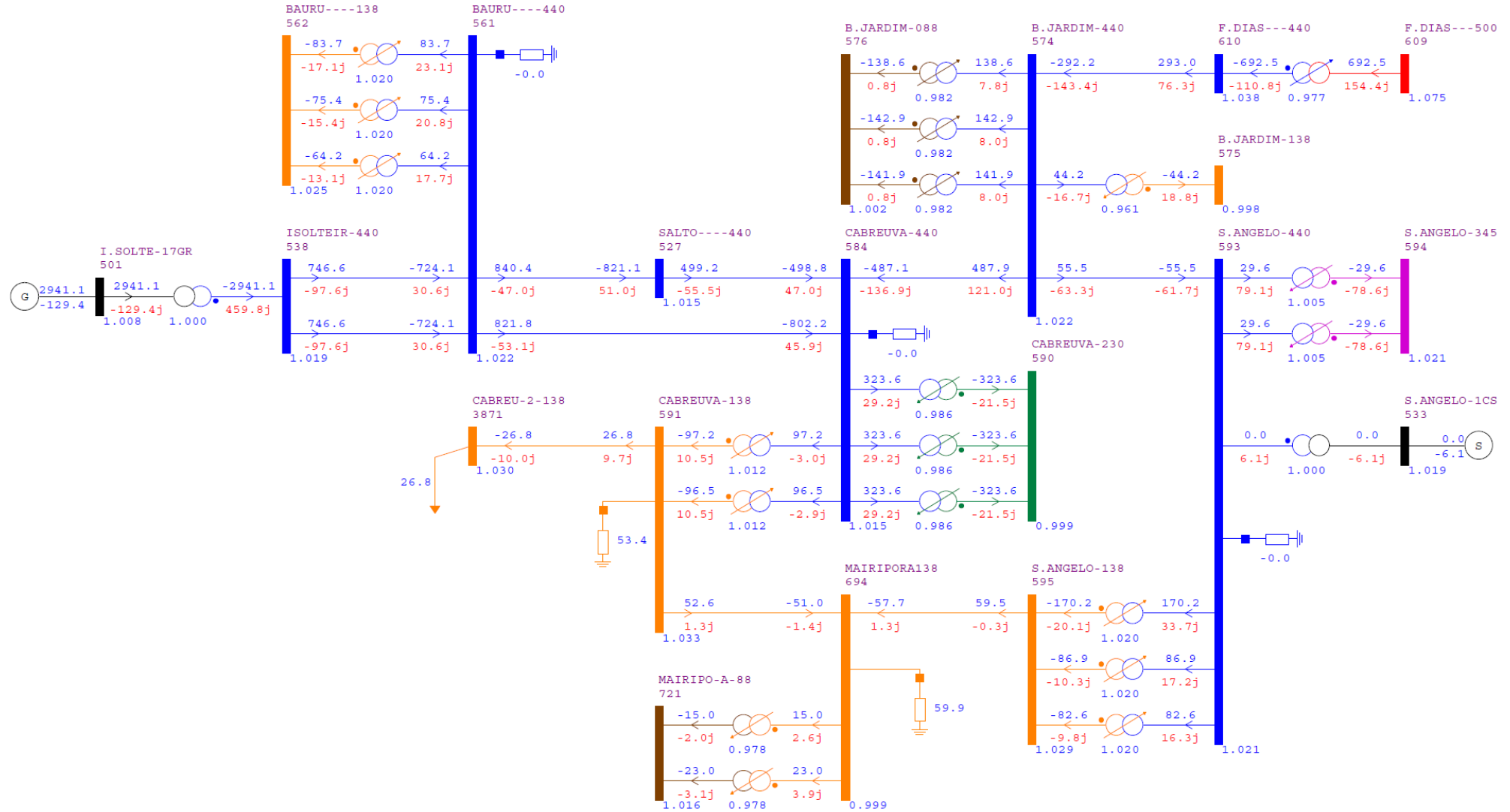
História do Transformador



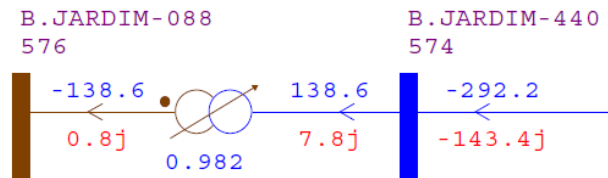
1917, Transformadores de grande porte, Westinghouse, planta de energia hidrelétrica em Folsom, Califórnia

<http://edisontechcenter.org/Transformers.html>

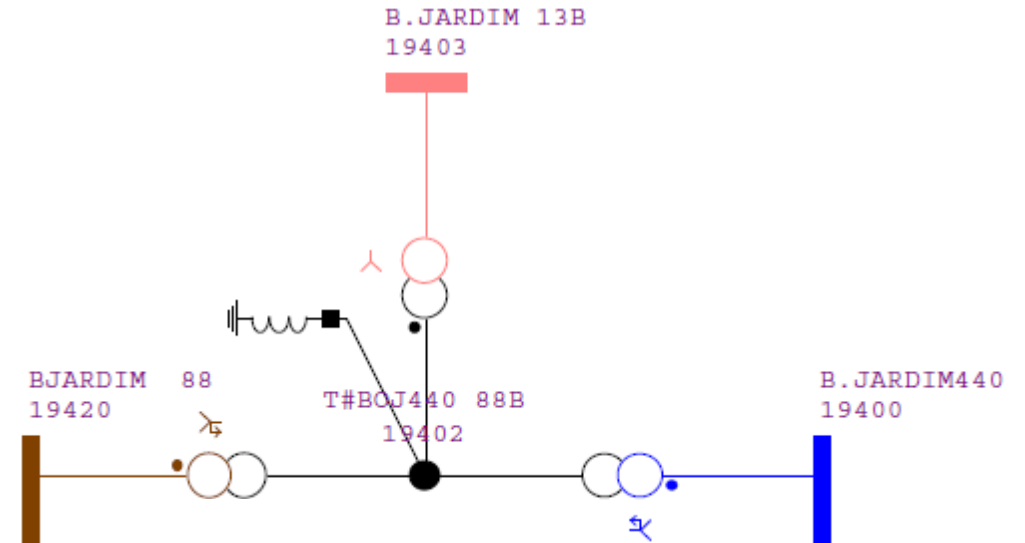
Transformadores numa rede real



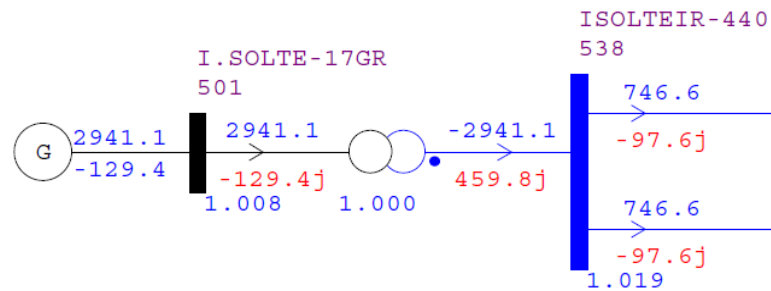
Comparação: Modelos de transformador para fluxo e curto



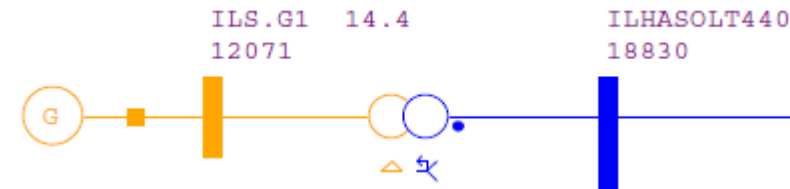
Bom Jardim - Anarede



Bom Jardim - Anafas



Ilha Solteira - Anarede



Ilha Solteira - Anafas

Comparação: Modelos de transformador para fluxo e curto

Dados de Circuito CA (DLIN)

Circuito
 Barra De: 538 Nome: ISOLTEIR-440 Ligado
 Barra Para: 501 Nome: I.SOLTE-17GR Ligado
 Número: 1 Circuitos existentes

Barra Proprietária
 De
 Para

Barra Controlada
 Direção De
 Direção Para
 Ligado

Capacidade
 Normal: 3560 MVA
 Emergência: 3560 MVA
 Equipamento: 3560 MVA
 Resistência: %
 Reatância: .38706 %
 Susceptância: Mvar

Tap
 Especificado: 1.
 Mínimo:
 Máximo:
 Defasamento: graus
 Steps:
 Controle Congelado

Agregadores

Tensão Barra
 p.u.

Tensão Especificada

Shunt Equivalente
 Injeção De: Mvar
 Injeção Para: Mvar

Shunt Individualizado (DBSH)
 Injeção De: Mvar
 Injeção Para: Mvar

Inserir Alterar Remover Limpar Fechar

Ilha Solteira - Anarede - 17 unidades

Dados de Transformador

Identificação
 Primário: 18830 Nome: ILHASOLT440
 Secundário: 12071 Nome: ILS.G1 14.4
 Número do Circuito: 1 Área: 55 Ligado

Sequência Positiva
 Resistência (R1 %): 0 Reatância (X1 %): 5.864

Sequência Zero
 Resistência (R0 %): 0 Reatância (X0 %): 4.985

Tipo de Conexão do Primário
 Delta Δ
 Estrela não aterrado Y
 Estrela aterrado Y

Resistência de Aterramento (Rn %): 0
 Reatância de Aterramento (Xn %): 0

Tipo de Conexão do Secundário
 Delta Δ
 Estrela não aterrado Y
 Estrela aterrado Y

Resistência de Aterramento (Rn %): 0
 Reatância de Aterramento (Xn %): 0

Defasamento (°) -30 ΔY
 Explícito

Tap (pu): 1

Obs: def. do secundário em relação ao primário.

Capacidade de Interrupção (kA)
 Terminal De: Terminal Para:

Inserir Alterar Remover Fechar

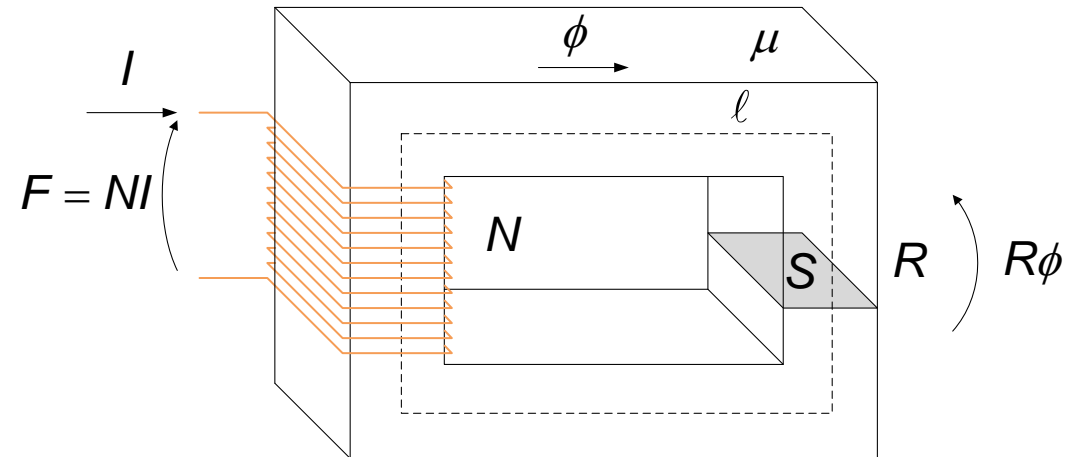
Ilha Solteira - Anafas - 1 unidade

$x1(\text{curto})=5,864\%$, $0,38706\% \times 17 = 6,58$ (valores diferentes)

2 PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

2.1 Circuitos magnéticos

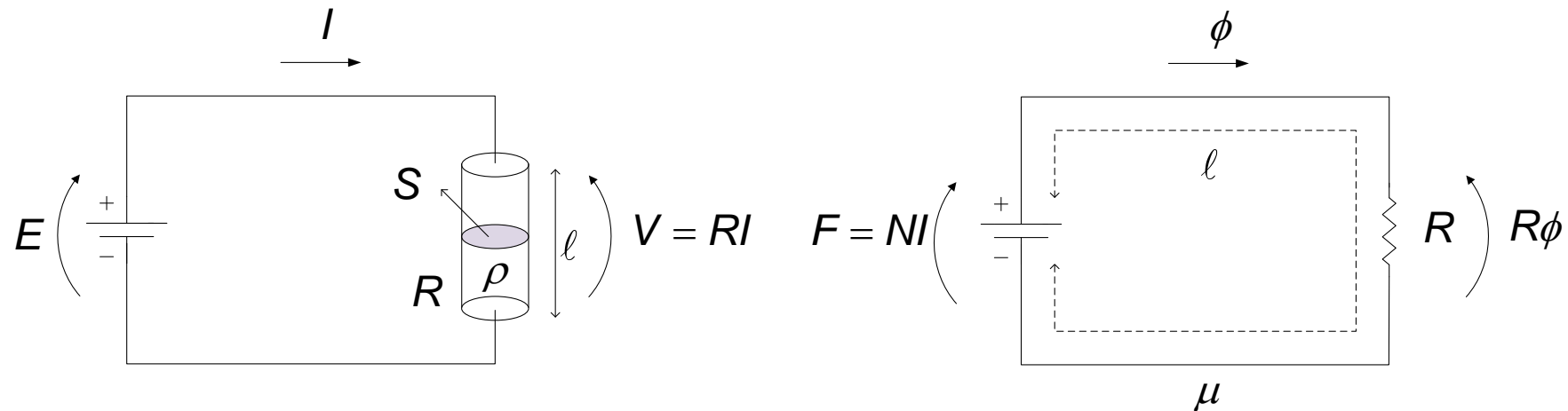
O transformador é um circuito magnético.



Exemplo mínimo de circuito magnético

Circuitos magnéticos são análogos a circuitos elétricos.

Comparação circuito magnético x circuito elétrico



E : Força eletromotriz ou tensão interna (V)

I : corrente (A)

R : resistência $R = \frac{\rho l}{S}$ (Ω)

ρ : resistividade (Ωm)

S : seção transversal (m^2)

l : comprimento (m)

$F = NI$: Força magnetomotriz (Aesp)

ϕ : fluxo magnético (Wb)

R : relutância $R = \frac{l}{\mu S}$ (Aesp/Wb)

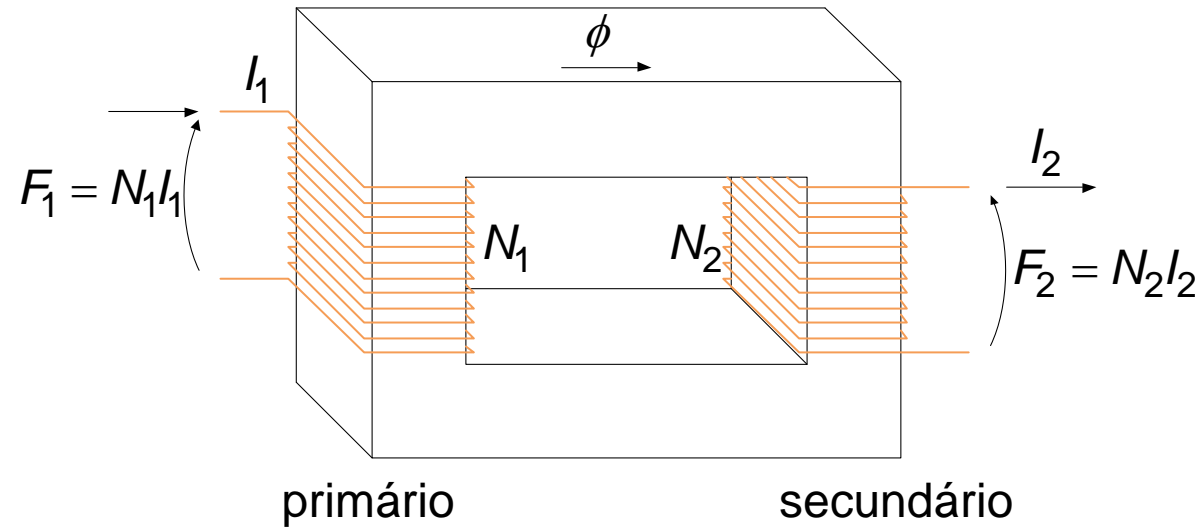
μ : permeabilidade magnética (H/m)

S : seção transversal (m^2)

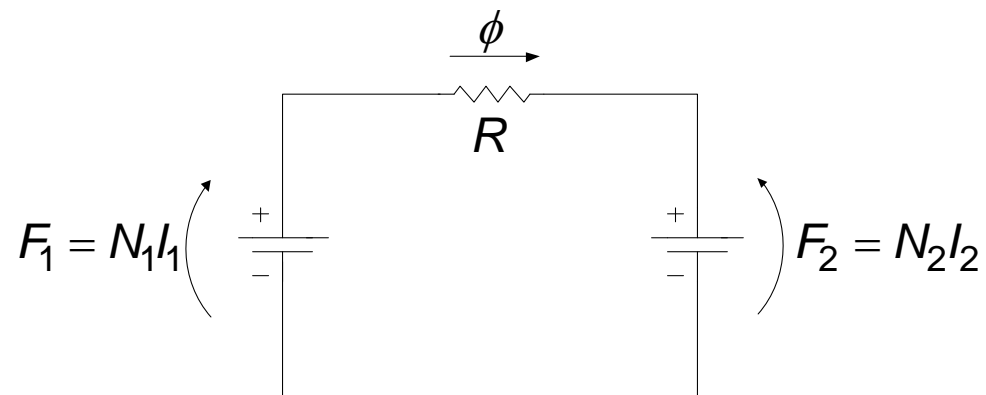
l : comprimento do circuito (m)

3 TRANSFORMADOR IDEAL

Construção básica:



Circuito magnético:



Equação:

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 - R \phi = 0$$

Hipóteses:

- Núcleo com relutância nula ($\mu = \infty$)
- Bobinas com resistência nula ($\rho = 0$)

Equação do transformador ideal:

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0 \text{ ou } N_1 I_1 = N_2 I_2 \text{ ou } \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Pela lei de Faraday:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} : \text{tensão induzida no primário}$$

$$e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} : \text{tensão induzida no secundário}$$

Como a relutância é considerada nula, não há fluxo de dispersão pelo ar, então o fluxo ϕ é o mesmo no primário e no secundário.

Dividindo as duas tensões:

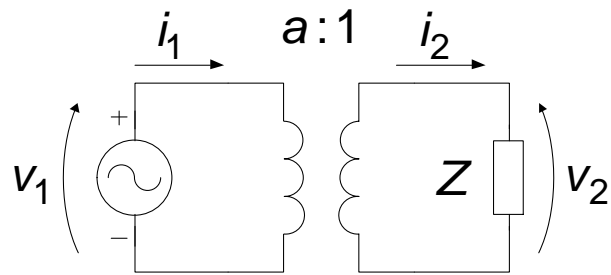
$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\text{Relação de transformação: } a = \frac{N_1}{N_2}$$

A relação $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$ pode ser obtida por conservação de potência:

$$P_1 = P_2, \quad V_1 I_1 = V_2 I_2, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Transformador ideal em carga:



$$I_2 = \frac{V_2}{Z}, \quad V_2 = \frac{V_1}{a}, \quad I_2 = \frac{V_1}{aZ},$$

$$I_2 = aI_1, \quad aI_1 = \frac{V_1}{aZ}, \quad I_1 = \frac{V_1}{a^2Z}$$

Para o cálculo da corrente no primário pode ser usada a impedância: $Z' = a^2Z$

Usando conservação de potência chega-se à mesma relação:

$$\frac{V_1^2}{Z'} = \frac{V_2^2}{Z}, \quad V_2 = \frac{V_1}{a}, \quad \frac{V_1^2}{Z'} = \frac{V_1^2}{a^2Z}$$

4 TRANSFORMADOR REAL

O transformador real tem o núcleo ferro e bobinas de cobre:



Características:

Potência: 30000/37500 kVA

Norma de Fabricação: NBR 5356

Refrigeração: ONAN/ONAF - Óleo Natural, Ar Natural com segundo estágio com Óleo Natural, Ar Forçado imerso em óleo isolante mineral

Classe de Tensão (kV): 145 kV

Tensão Primária: 138,0 kV $\pm 2 \times 2,5\%$

Tensão Secundária: 13800/7967 V

Primário: Triângulo (delta)

Secundário: Estrela com neutro acessível

Deslocamento Angular: 30°

Frequência nominal: 60 Hz

Elevação de Temperatura: 65° C no ponto médio dos enrolamentos

NBI - Primário: 550kV

NBI Secundário: 110 kV

Pintura externa anticorrosiva com acabamento na cor cinza claro Munsell N6.5

Perdas em vazio (perdas no ferro): Sob Consulta

Perdas totais: Sob Consulta

Corrente de excitação: 0.5 %

Impedância a 75° C: 11 %


Comprimento (C) : 5100 mm

Largura (L) : 3900 mm

Altura (A) : 5250 mm

Peso: 44800 kg

http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp

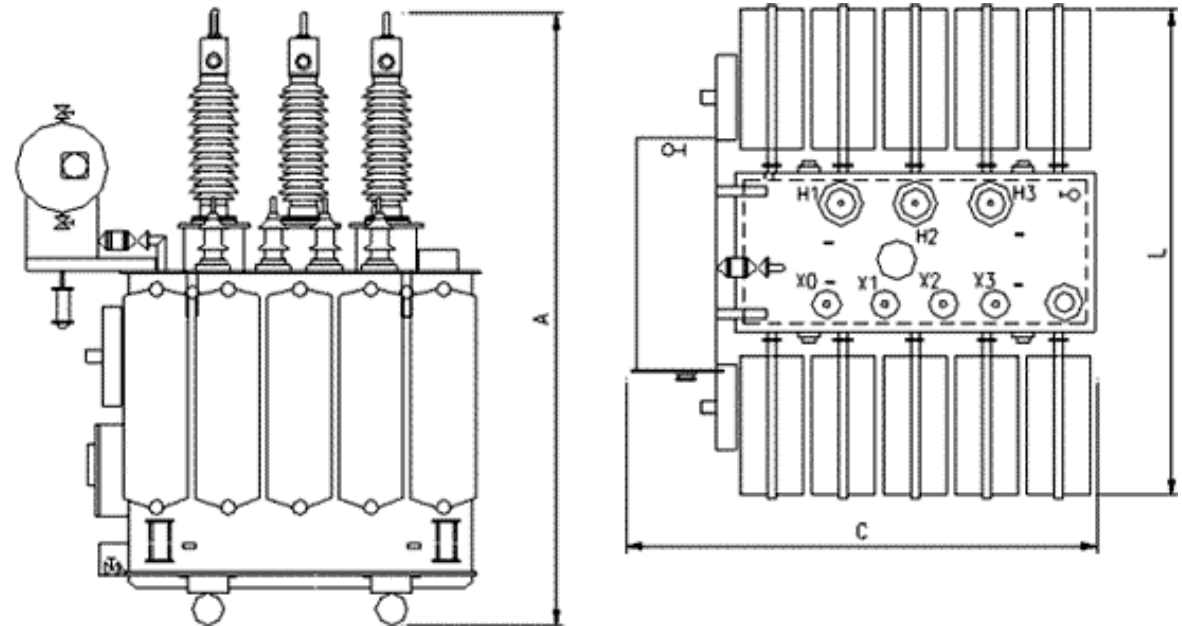
	FOLHA DE DADOS	Data : 16 / fev / 2014
Linha de Produto: Transformadores de Força		
Características		
<p> Potência: 30000/37500 kVA Norma de Fabricação: NBR 5356 Refrigeração: ONAN/ONAF - Óleo Natural, Ar Natural com segundo estágio com Óleo Natural, Ar Forçado imerso em óleo isolante mineral Classe de Tensão (kV): 145 kV Tensão Primária: 138,0 kV ± 2 x 2,5% Tensão Secundária: 13800/7967 V </p> <p> Primário: Triângulo (delta) Secundário: Estrela com neutro acessível Deslocamento Angular: 30° </p>	<p> Freqüência nominal: 60 Hz Elevação de Temperatura: 65° C no ponto médio dos enrolamentos NBI - Primário: 550kV NBI Secundário: 110 kV Pintura externa anticorrosiva com acabamento na cor cinza claro Munsell N6.5 Perdas em vazio (perdas no ferro): Sob Consulta Perdas totais: Sob Consulta Corrente de excitação: 0.5 % Impedância a 75° C: 11 % Comprimento (C) : 5100 mm Largura (L) : 3900 mm Altura (A) : 5250 mm Peso: 44800 kg </p> <p> Valores garantidos potência nominal no tap de maior tensão </p>	

Folha de dados - transformador de força 30/37,5 MVA - parte 1.

http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp

Acessórios Incluídos

Acionamento externo do comutador
 Conservador com bujão de drenagem e niple de enchimento
 Rodas bidirecionais lisas
 Placa de identificação e diagramática
 Apoio para macaco
 Olhal para suspensão do transformador montado
 Olhal para suspensão da tampa e da parte ativa
 Secador de ar com sílica gel
 Indicador magnético de nível de óleo com 2 contatos
 Niple para enchimento
 Válvula de drenagem, conexão para filtro-prensa e amostragem
 Dispositivo de alívio de pressão
 Caixa de terminais dos aparelhos auxiliares
 Relé detector de gás com 2 contatos
 Termômetro do óleo com 2 contatos
 Abertura para inspeção
 Bucha AT condensiva
 Bucha BT com terminal 10 a 70mm²
 Radiadores destacáveis com válvula inferior
 Terminal de aterramento para cabo de 50 a 120 mm²
 Indicador de temperatura do enrolamento com 3 contatos
 Moto-ventiladores para ventilação forçada



Folha de dados - transformador de força 30/37,5 MVA - parte 2, desenho.

http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp


Os transformadores de força (ou potência) costumam ter tanque de aço com sistemas de refrigeração a óleo, que também funcionam como isolante das espiras das bobinas.

Transformador a seco



Transformador a seco 3 MVA.

http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp

	FOLHA DE DADOS	Data : 16 / fev / 2014
Linha de Produto: Transformadores a Seco		
Características		
<p> Potência: 3000 kVA Norma de Fabricação: NBR 5356/93 Refrigeração: ANAN - Ar Natural, Ar Natural Atmosfera: Não é Agressiva Proteção: IP20 Classe do Material Isolante (155°C) F Classe de Tensão (kV): 15 kV Tensão Primária: 13,8/13,2/12,6/12,0/11,4 kV Tensão Secundária: 380/220 V </p> <p> Primário: Triângulo (delta) Secundário: Estrela com neutro acessível Deslocamento Angular: 30° </p>	<p> Frequência nominal: 60 Hz Perdas em vazio (perdas no ferro): Sob Consulta Perdas totais: Sob Consulta Corrente de excitação: 0,6 % Impedância a 75° C: 6 % Comprimento (C) : 2350 mm Largura (L) : 1400 mm Altura (A) : 2650 mm Peso: 6800 kg </p> <p> Valores garantidos potência nominal no tap de maior tensão, à temperatura de 115°C </p>	
Acessórios Incluídos	Acessórios Opcionais	
<p> Sistema de comutação a vazio (links) Ganchos de suspensão Olhais para tração Placa de identificação Rodas bidirecionais Base de apoio Conector de aterramento para cabo de 10 a 70 mm² Terminais AT e BT - Nema 4 furos (tipo Bandeira) </p>	<p> Monitor de temperatura sem indicador Monitor de temperatura com indicador Sensores de temperatura </p>	

Folha de dados - transformador a seco 3 MVA.


http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp

Transformador de distribuição



Transformador de distribuição 300 kVA.

http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp

	FOLHA DE DADOS	Data : 16 / fev / 2014
Linha de Produto: Transformadores de Distribuição		
Características		
<p> Potência: 300 kVA Norma de Fabricação: NBR 5440 Refrigeração: ONAN - Óleo Natural, Ar Natural - Imerso em óleo isolante mineral Classe de Tensão (kV): 15 kV Tensão Primária: 13,8/13,2/12,6 kV Tensão Secundária: 220/127 V </p> <p> Primário: Triângulo (delta) Secundário: Estrela com neutro acessível Deslocamento Angular: 30° </p>	<p> Freqüência nominal: 60 Hz Elevação de Temperatura: 65° C no ponto médio dos enrolamentos 60° C no topo do óleo Pintura externa anticorrosiva com acabamento na cor cinza claro Munsell N6.5 Perdas em vazio (perdas no ferro): 810 W Perdas totais: 4060 W Corrente de excitação: 1,9 % Impedância a 75° C: 4,5 % Comprimento (C) : Consultar Vendas T&D Largura (L) : Consultar Vendas T&D Altura (A) : Consultar Vendas T&D Peso: Consultar Vendas T&D </p> <p> Valores garantidos potência nominal no tap de maior tensão </p>	

Folha de dados - transformador de distribuição 300 kVA.

http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp

Dados de placa

Cemec CONSTRUÇÕES ELETROMECÂNICAS S.A.
 COC63594589/0001-18 FORTALEZA-CEARA INDÚSTRIA BRASILEIRA

TRANSFORMADOR REGULADOR

TIPO CTF Nº DE FASES 3 FREQUÊNCIA 60 Hz INSTALAÇÃO INTERIOR EXTERIOR NORMAS NBR 5356

Nº DE SÉRIE ANO DE FABRICAÇÃO MANUAL DE INSTRUÇÕES | ENROLAMENTOS | POTÊNCIA NOMINAL (kVA) | | TENSÃO NOMINAL (V) | CORRENTE NOMINAL (A) | | TENSÃO SUPORTÁVEL DE IMPULSO ATMOSFÉRICO ONDA PLENIA (KV CRISTA) | | TENSÃO SUPORTÁVEL A FREQUÊNCIA INDUSTRIAL (KV EFICAZ) | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ONAN | ONAF | ONAN | ONAF | LINHA | NEUTRO | APLICADA | REDUZIDA |
| ALTA TENSÃO | 15000 | 18750 | 69000 | 125.5 | 156.9 | 350 | — | 140 | 151.4 |
| BAIXA TENSÃO | 15000 | 18750 | 13800 | 627.6 | 784.4 | 110 | 110 | 34 | 27.6 |

IMPEDÂNCIA DE CURTO-CIRCUITO A 75°C

BASE (kVA)	RELAÇÃO (V)	Z (%)
15000	7500 - 13800	1.00/0.0
	6500 - 13800	0.0/0.7
	62100 - 13800	5.6/2

ELEVACÃO DE TEMPERATURA EM REGIME PERMANENTE

ENROLAMENTO	OLEO	MÉDIA	MÁXIMA	MÁXIMA
		55°C	65°C	55°C

CORRENTES MÁXIMAS DE CURTO-CIRCUITO (kA)

TERMINAL	DURAÇÃO	SIMÉTRICA	ASSIMÉTRICA
AT	2(s)	10 x I _n	2.55 x I _n
BT	2(s)	10 x I _n	2.55 x I _n

CORRENTE DE EXCITAÇÃO A TENSÃO NOMINAL (BASE 15000 kVA) (%)

TANQUE, CONSERVADOR E RADIADORES RESISTENTES A PLENÔ VÁCUO

COMUTADOR DE DERIVAÇÕES EM CARGA DAT

TENSÃO (V)	CORRENTE (A)	COMUTADOR	PRÉ-SELETOR
75900	114.1	142.6	1 (1-2)-15
75036	115.4	144.3	2 3-15
74175	116.8	145.9	3 4-15
73313	118.1	147.7	4 5-15
72450	119.5	149.4	5 6-15
71588	121.0	151.2	6 7-15
70725	122.4	153.1	7 8-15
69863	124.0	155.0	8 9-15
69000	125.5	156.9	9A (10-11)-15
68138	125.5	156.9	9B (10-11)-15
67275	125.5	156.9	9C (1-2)-15
66413	125.5	156.9	9E
65550	127.1	158.9	10 3-15
64688	128.7	160.9	11 4-15
63825	130.4	163.0	12 5-15
62963	132.1	165.1	13 6-15
62100	133.9	167.3	14 7-15
61238	135.7	169.6	15 8-15
60375	137.5	171.9	16 9-15
59513	139.5	174.3	17 (10-11)-15

TRANSFORMADORES DE CORRENTE TIPO BUCHA

REF.	BUCHA	EXATIDÃO	RELAÇÃO (A)	TERMINAIS	USO	FT
T11	H1		100-5	S1-S2		
T12	H2	180/30	250-5	S1-S3	PROTEÇÃO	1,2
T13	H3		400-5	S1-S4		
T21	X1		400-5	S1-S2		
T22	X2	180/30	800-5	S1-S3	PROTEÇÃO	1,2
T23	X3		400-5	S1-S4		
T31	H1	130/30	250-5	S1-S2	CONEXÃO DO CDO	1,3
T32	X2	30/25	1500-3	S1-S2	IMAGEM TÉRMICA	1,2

COMUTADOR DE DERIVAÇÕES EM CARGA - AÇÃO MOTOZADO

DIAGRAMA FASORIAL - Dyn1

DISPOSIÇÃO DAS BUCHAS

COMUTADOR DE DERIVAÇÕES EM CARGA - AÇÃO MOTOZADO

MASSA DO OLEO, MASSA DA PARTE ATIVA, MASSA DO TANQUE E ACESSÓRIOS, MASSA TOTAL, MASSA DA MAIOR PEÇA PARA TRANSPORTE, MASSA DA MAIOR PEÇA PARA LEVANTAMENTO

DIMENSÃO DA MAIOR PEÇA PARA TRANSPORTE, VOLUME DO OLEO, TIPO DO OLEO, ALTURA PARA LEVANTAMENTO DA PARTE ATIVA

COMPIMENTO, LARGURA, ALTURA

PLACA DE IDENTIFICAÇÃO Nº 0152011302

Cemec CONSTRUÇÕES ELETROMECÂNICAS S.A.
 COC63594589/0001-18 FORTALEZA-CEARA INDÚSTRIA BRASILEIRA

TRANSFORMADOR

Nº Fases 3 Freq. 60 Hz Norma NBR5356

Potência kVA Impedância % 85°C a V

Tensões suportáveis (kV) AT BT Ano de fabr.

Frequência industrial 10 Resfriamento

Impulso atmosférico — Elev. temp. enrol. °C

ALTA TENSÃO		TERMINAIS	
V	A	H1	H2 H3
13800	62.76	1	10-13 11-14 12-15
13200	65.81	2	13-7 14-8 15-9
12600	68.73	3	7-16 8-17 9-18
12000	72.17	4	16-4 17-5 18-6
11400	75.97	5	4-19 5-20 6-21

BAIXA TENSÃO		TERMINAIS	
V	A	X0	X1 X2 X3
480/277	1804		Y

Massas aproximadas em kg

Parte ativa Instruções

Líquido isolante Tipo

Tanque e aces.

Total

Vol. liq. isolante

Tipo liq. isolante

Corrente - kA AT BT

Curto-circuito 1,046 30,07

Duração - s 2 2

PI Nº DN20021303

Nº de identificação

Diagrama fasorial Dyn1

ABB Made in New Zealand

ONAN TRANSFORMER TO **BS EN 60076-1:1997**

PHASE FREQUENCY Hz

POWER kVA H. VOLTS V OIL l

VECTOR L. VOLTS V OIL MASS kg

IMP. (Z) % HV AMPS A CORE WDG kg

DIAG No. LV AMPS A TOTAL kg

S/Nº MFPD

TAPPING SEQUENCE

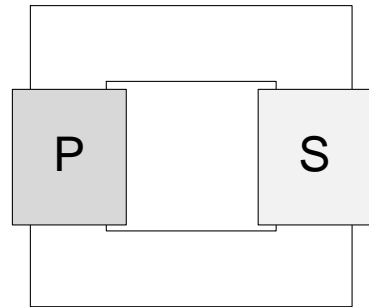
11275 11000 10725 10450 10175

1 2 3 4 5

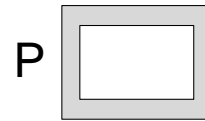
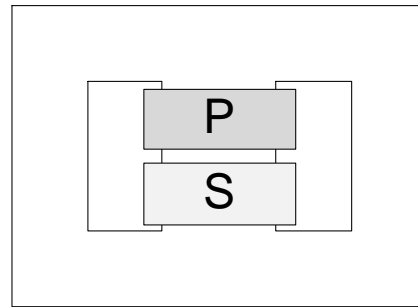
TAPPING SWITCH POSITION

Internal HV Exulsion Fuses Type 59285 & 6008 & 6009

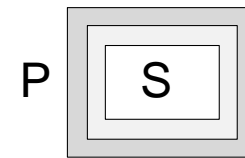
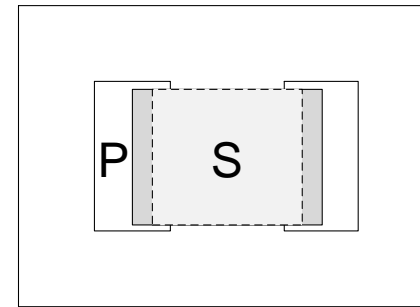
Tipos de núcleo e construção - transformadores monofásicos



Envolvido



Envolvente



Envolvente
(bobinas sobrepostas)

4.1 Perdas

O transformador real apresenta:

- Núcleo com relutância baixa mas não nula: permeabilidade $\mu \cong 6000\mu_0$ $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$
- Limite de densidade de fluxo magnético no núcleo sem saturação (de 1,2 a 1,3 T ou Wb/m²)
- Fluxo de dispersão pelo ar
- Histerese
- Correntes parasitas no núcleo
- Perdas nos fios dos enrolamentos

Perdas Joule (cobre): Aquecimento dos enrolamentos de cobre devido à sua resistência

Perdas por histerese (ferro): Aquecimento devido à alternância do campo magnético do núcleo. Energia devolvida para o campo voltar a zero é menor que a necessária para gerar o campo.

$$P_h = K_1 V f B_{max}^n$$

k_1 : coeficiente dependente do material

V : volume do núcleo (m³)

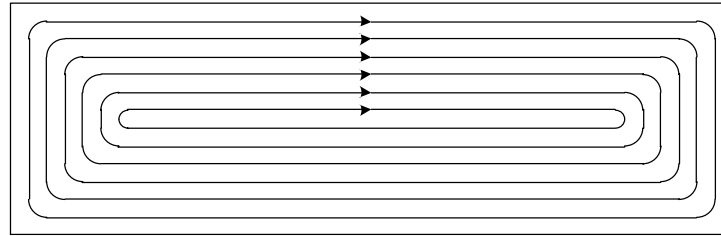
f : frequência (Hz)

B_{max} : campo máximo (T ou Wb/m²)

n : coeficiente dependente de B_{max} (1,6 para $B_{max} = 1,2 \text{ Wb/m}^2$)

Perdas

Perdas Foulcault (ferro): Campo magnético variável induz correntes no núcleo, quanto menor a espessura das chapas que formam o núcleo, menores são essas correntes.



$$P_{fh} = K_2 V (efB_{max})^2$$

k_2 : coeficiente dependente do material

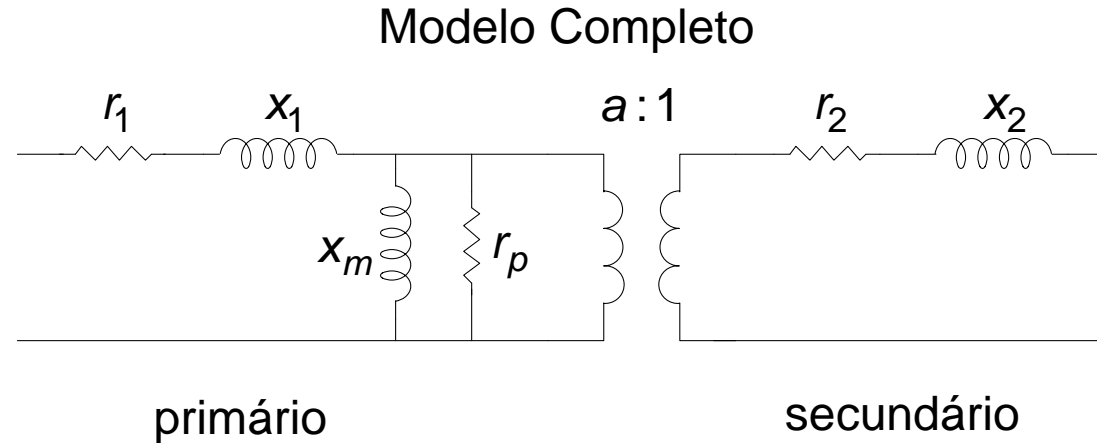
V : volume do núcleo (m^3)

e : espessura da chapa (m)

f : frequência (Hz)

B_{max} : campo máximo (T ou Wb/ m^2)

4.2 Modelo do transformador real



Perdas no cobre: r_1 e r_2

Reatância de dispersão: x_1 x_2

Perdas no ferro: r_p

r_1 , r_2 : resistências das bobinas do primário e do secundário

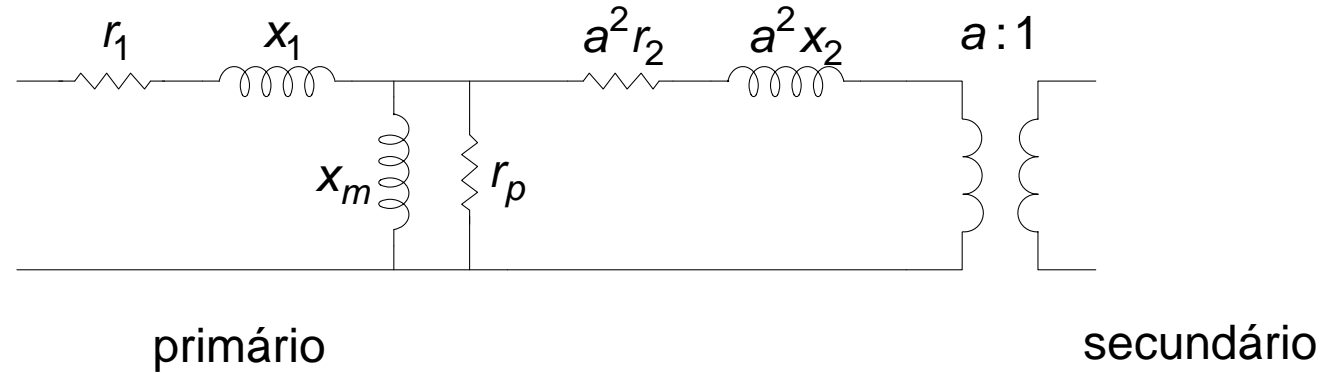
x_1 , x_2 : reatância de dispersão pelo ar, dividida entre o primário e o secundário

x_m : reatância de magnetização, não linear, devido a saturação e histerese, representa a relutância do núcleo

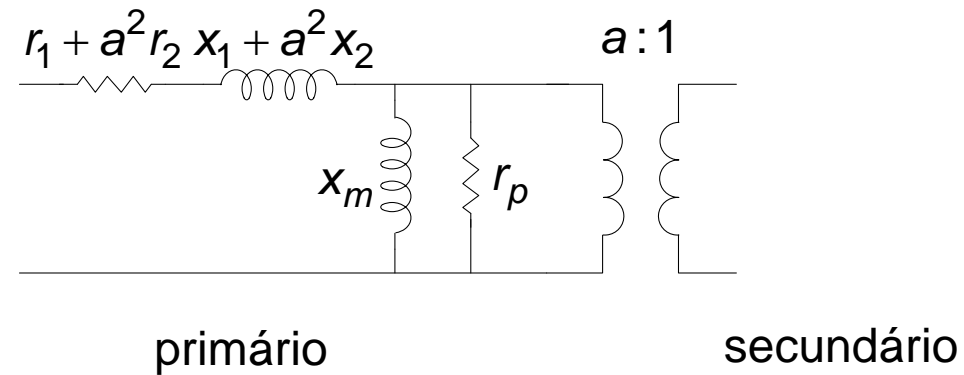
r_p : resistência para representação das perdas por histerese e Foucault (correntes parasitas) do núcleo

Simplificações do modelo completo

1) Representação de r_2 e x_2 no primário (refletidos no primário)

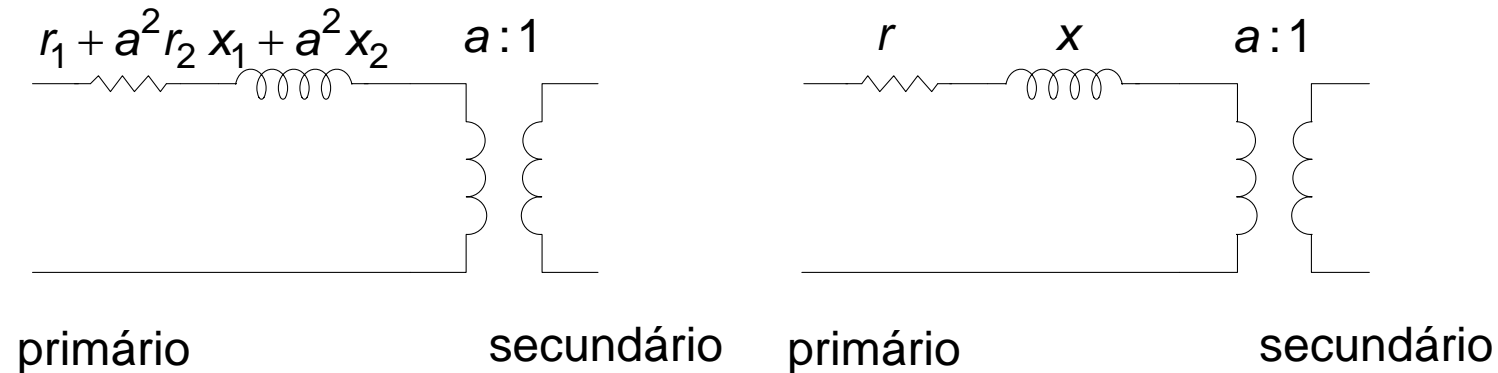


ou



Simplificações do modelo completo

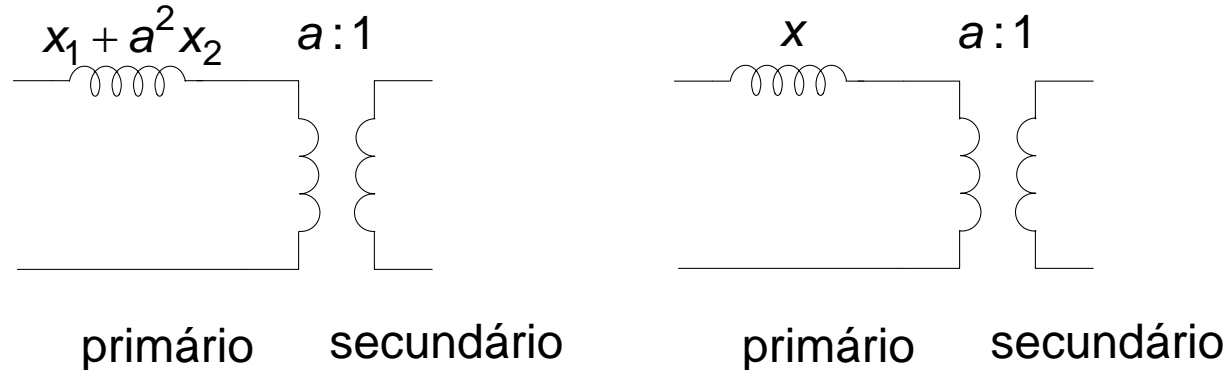
2) Desconsideração do ramo de magnetização



Como a reatância de magnetização x_m é grande assim como a resistência de perdas r_p , os mesmos podem ser desprezados em estudos que requerem menos detalhamento de modelos, como fluxo de potência e curto circuito, e também estudos de estabilidade e alguns estudos de transitórios em que não há saturação do transformador.

Simplificações do modelo completo

3) Desconsideração do ramo de magnetização e das perdas no cobre



Para transformadores comerciais, a relação entre a reatância de dispersão e a resistência da bobina é da ordem de 25 a 50, podendo, portanto, a resistência ser desprezada em estudos de fluxo de potência, estabilidade e curto circuito sem prejuízo considerável na precisão dos resultados.

Ensaio para obtenção dos parâmetros do modelo

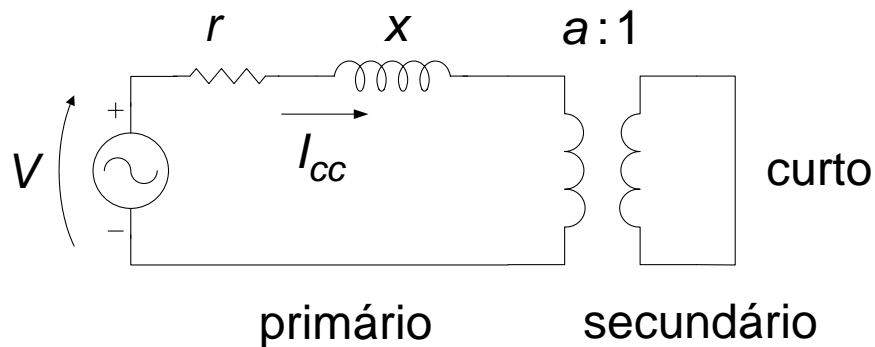
- Ensaio de curto circuito

Medição da reatância de dispersão e das perdas no cobre

- Ensaio em vazio

Medição da reatância de magnetização e das perdas no ferro

4.3 Ensaio de curto circuito



- Fecha-se o secundário em curto
- Aplica-se tensão reduzida no primário +/-10% da tensão nominal
- Mede-se V , I e P no primário

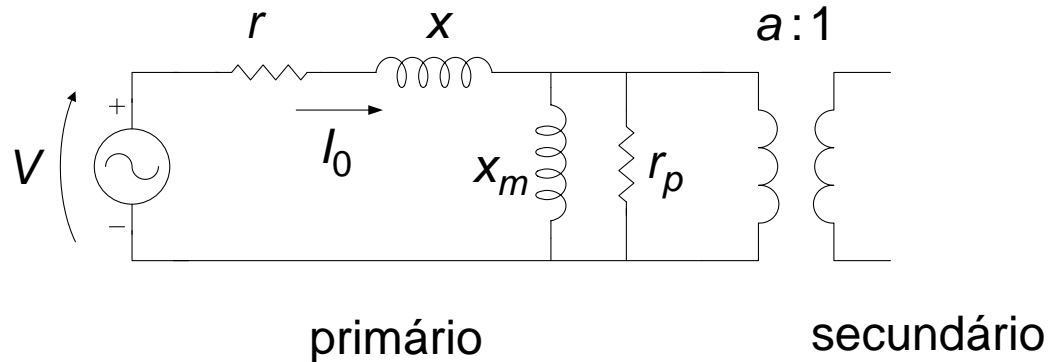
OBS – O curto refletido no primário faz o bypass do ramo de magnetização r_p e x_m

$$\bar{Z} = r + jx$$

$$Z = \frac{V}{I_{cc}} \quad P = rI_{cc}^2 \quad r = \frac{P}{I_{cc}^2} (\Omega) \quad x = \sqrt{Z^2 - r^2} (\Omega)$$

Ensaio para obtenção dos parâmetros do modelo

4.4 Ensaio em vazio



- Deixa-se o secundário em vazio
- Aplica-se vários valores de tensão no primário, de cerca de 80% até 120 ou 130% da tensão nominal
- Mede-se V , I e P no primário

OBS – Pode-se desprezar r e x pois são muito menores que r_p e x_m

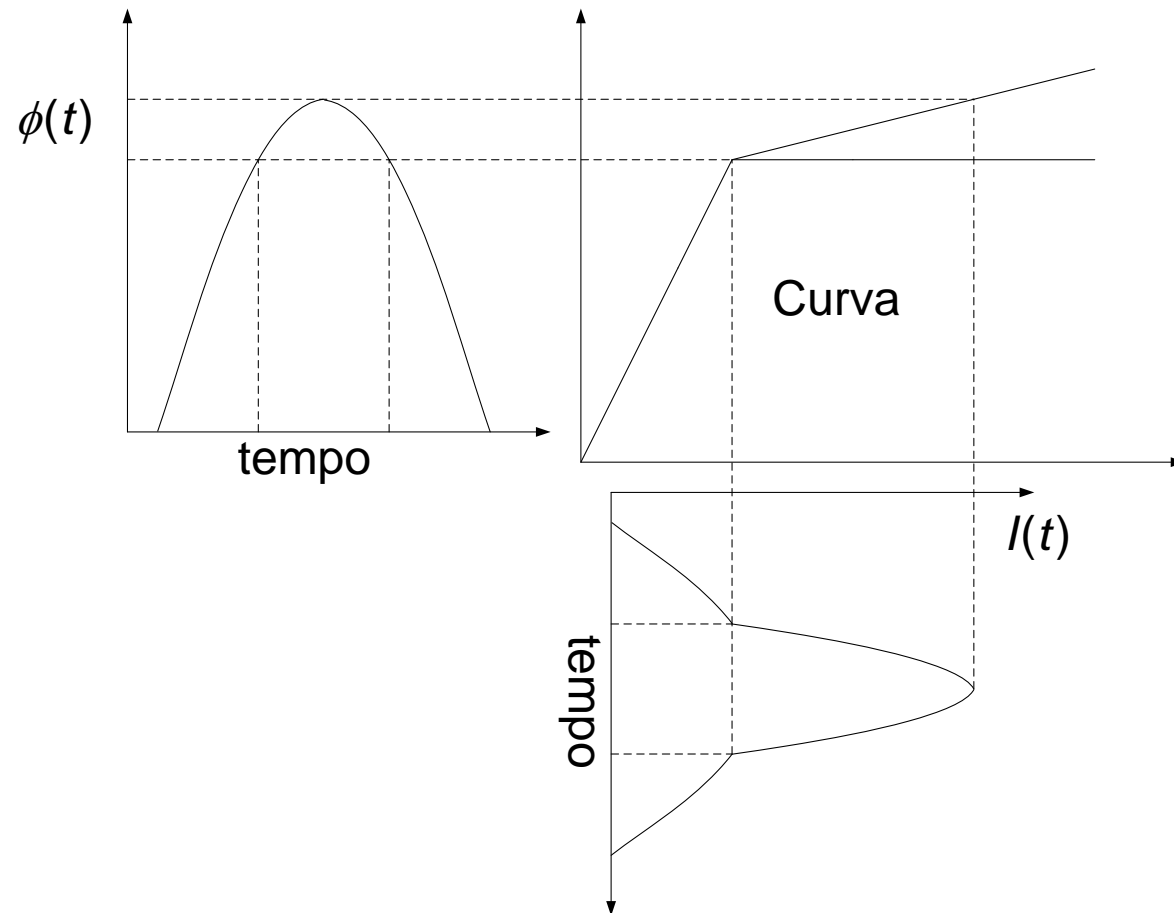
$$\bar{Z} = \frac{r_p j \cdot x_m}{r_p + j \cdot x_m} \quad \text{ou} \quad \bar{Y} = y_p + j \cdot y_m, \quad \text{então} \quad y_m = \sqrt{Y - y_p^2}$$

$$Z = \frac{V}{I_0} \quad P = \frac{V^2}{r_p} \quad r_p = \frac{V^2}{P} (\Omega) \quad \text{ou} \quad Y = \frac{I_0}{V} \quad \text{e} \quad y_p = \frac{P}{V^2}$$

Para obter os valores nominais de r_p e x_m usam-se as medições para tensão nominal.

Com as demais tensões monta-se a curva de saturação do transformador.

Efeito da curva de saturação na corrente



Para uma tensão senoidal (consequentemente um fluxo senoidal), a curva de saturação gera uma corrente não senoidal.

O valor eficaz de corrente medida no ensaio em vazio, quando há saturação, é obtido a partir dessa corrente não senoidal.

Curva de saturação - Exemplos reais

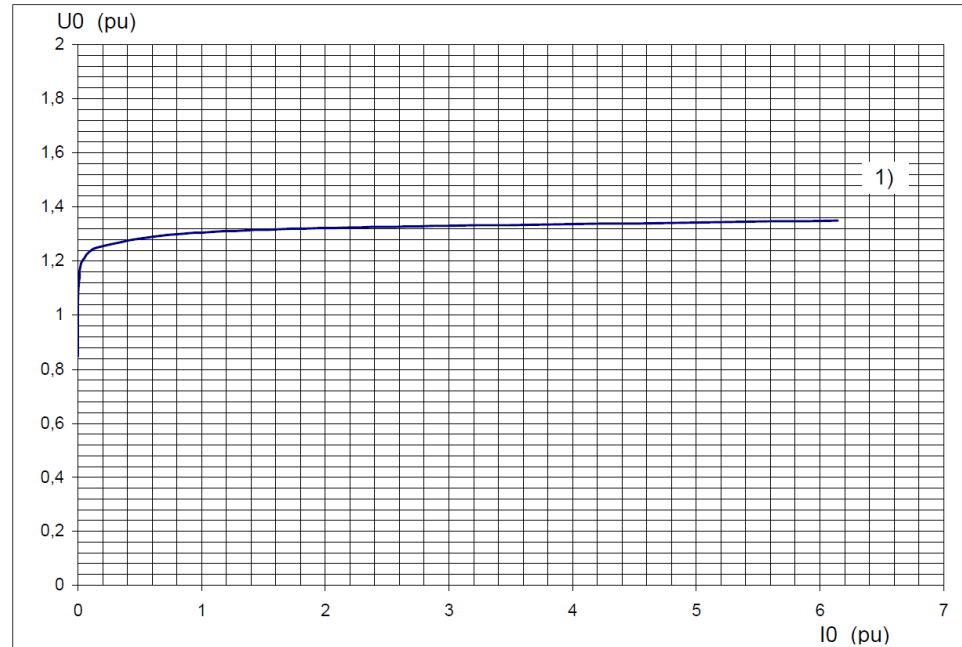
CURVA DE SATURAÇÃO
DO NÚCLEO

ANEEL
AUTOTRANSFORMADOR
MONOFÁSICO

OF00204
60/80/100 MVA
440/√3 / 138/√3 - 13,8KV

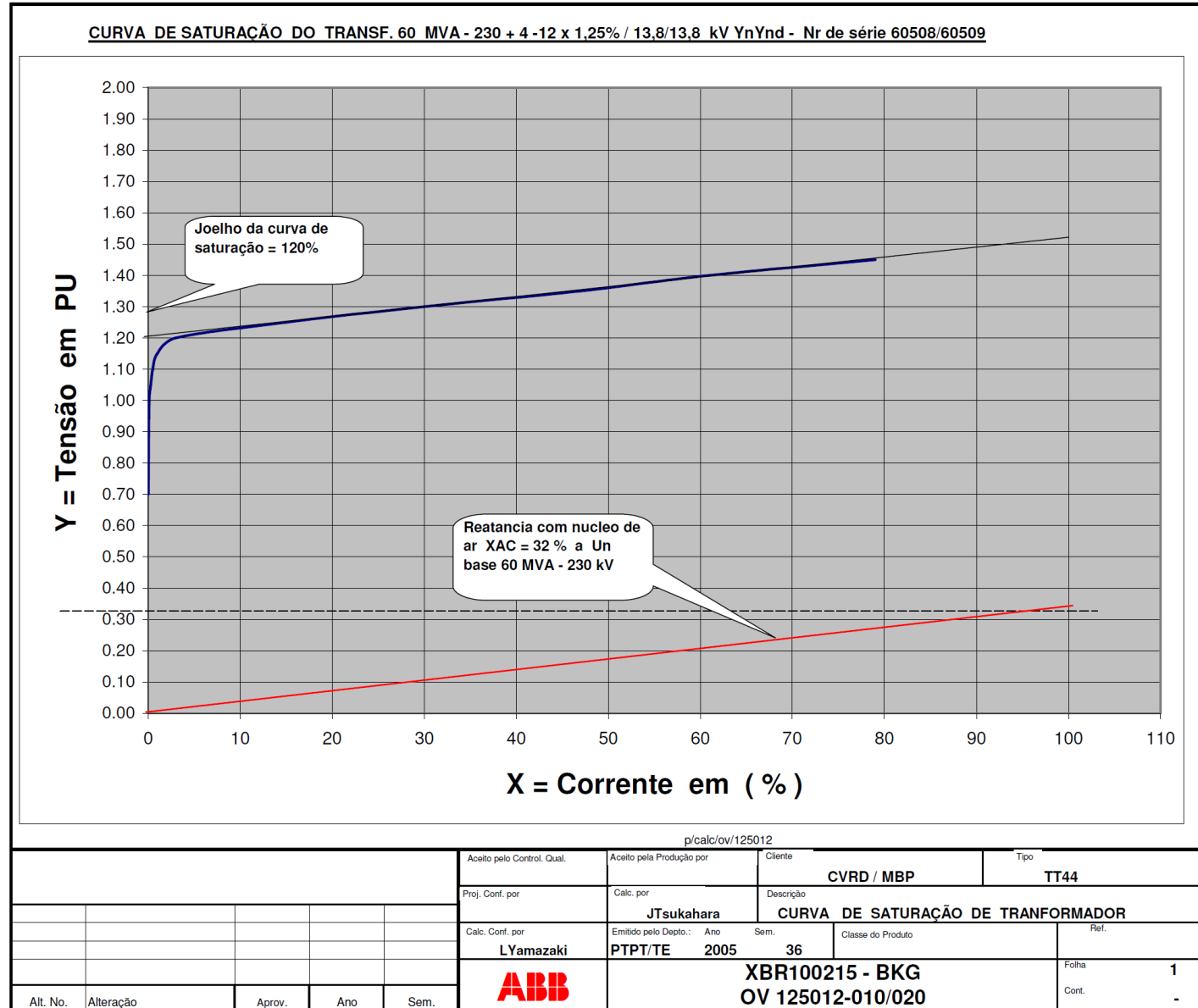
Valore principais

- Joelho: ponto de encontro entre as retas ajustadas às regiões lineares (corrente baixa) e saturadas (corrente alta) da curva de saturação (ou magnetização)
- Reatância de núcleo de ar:
Inclinação da reta ajustada à região saturada



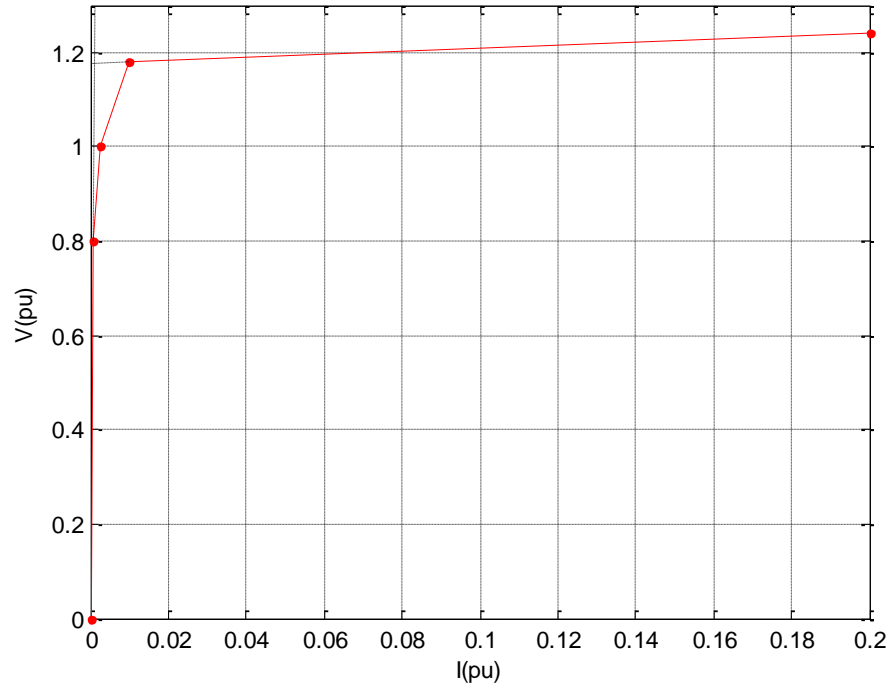
- 1) CURVA DE SATURAÇÃO DO NÚCLEO
VALOR MÉDIO - INFORMATIVO
- 2) REATÂNCIA DE NUCLEO DE AR :
 $X_{acr} = 22,11 \%$ - INFORMATIVO
- 3) VALORES REFERIDOS AO LADO BT
POS 138,0/√3 KV - BASE 100 MVA

Curva de saturação - Exemplos reais

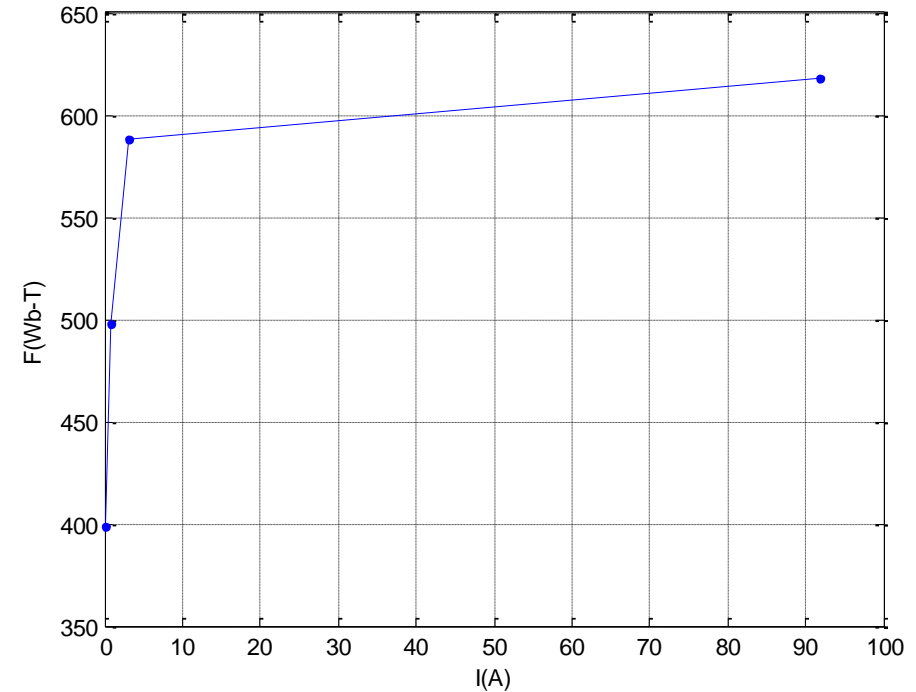


Curva de saturação - Exemplos reais

Trafo 230:34,5 kV, 60 MVA – Ynd1 (estrela-delta) - curva no 230 kV



Curva de saturação $v(\text{pu}) \times i(\text{pu})$
valores eficazes (medição)



Curva de saturação $\phi(\text{Wb}) \times I(\text{A})$
valores de pico instantâneos (calculada)

$$v\sqrt{2} \frac{V_{nom}}{\sqrt{3}} = 2\pi f N \phi \quad \phi = \frac{v\sqrt{2}V_{nom}}{2\pi f\sqrt{3}} \quad I = \sqrt{2}iI_{nom}, \text{ aproximadamente, pois é usado algoritmo para}$$
 conversão da curva $v(\text{pu}) \times i(\text{pu})$ para a curva $\phi(\text{Wb}) \times I(\text{A})$.

Transformadores trifásicos

Nos sistemas de potência os transformadores são trifásicos, podendo ser constituídos por uma única unidade (transformador trifásico) ou por 3 unidades (banco de transformadores)



www.thedailysheep.com



www.fotosdobrasil.fot.br Leonardo Dacile

Exemplos de bancos reais

Transformadores trifásicos

Transformador trifásico

Vantagens

- Menor espaço ocupado
- Menor custo
- Peça única

Desvantagens

- Menor confiabilidade
- Maior custo de manutenção

Banco de Transformadores

Vantagens

- Maior confiabilidade
- Menor custo de manutenção

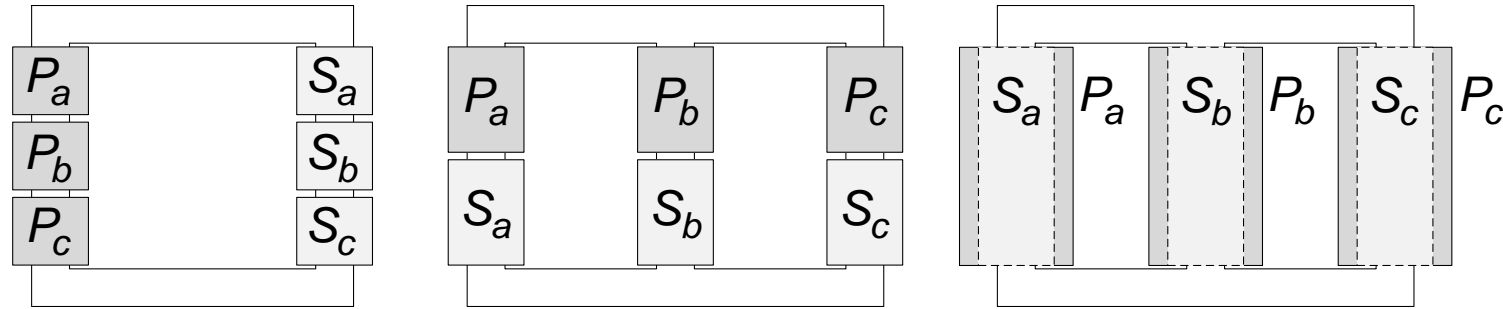
Desvantagens

- Maior espaço ocupado
- Maior custo
- Três peças

OBS - É comum haver uma unidade monofásica reserva para substituição e rápido restabelecimento em caso de problema em uma das unidades monofásicas

Formas de construção (Transformadores trifásicos)

Transformadores de 2 enrolamentos (primário e secundário)

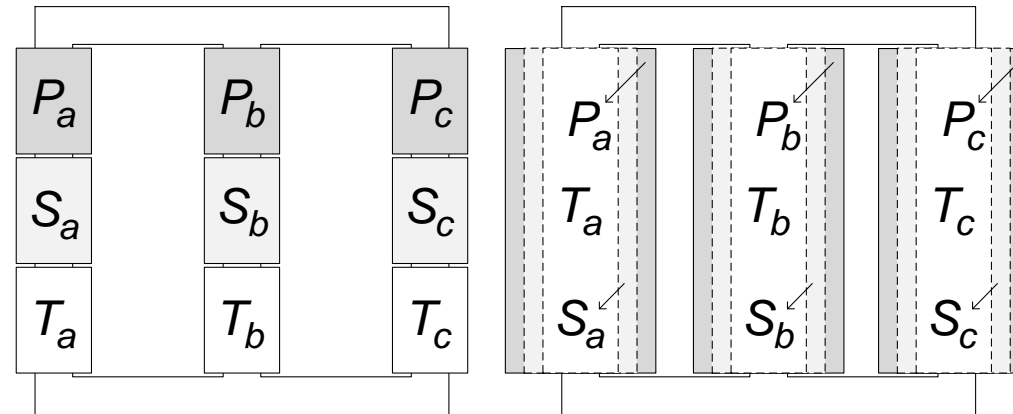


bobinas justapostas

bobinas justapostas

bobinas sobrepostas

Transformadores de 3 enrolamentos (primário, secundário e terciário)



bobinas justapostas

bobinas sobrepostas

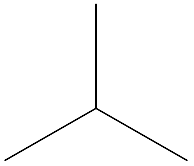
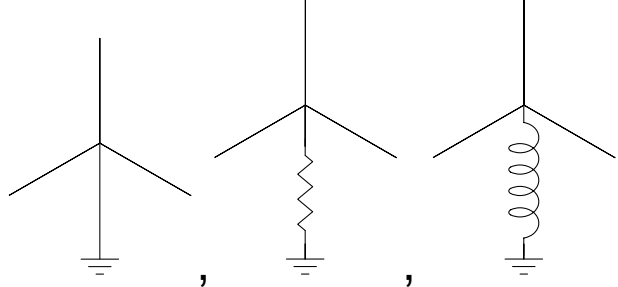
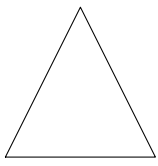
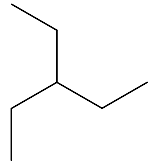
Tipos de ligação

Os tipos de ligação nos terminais de um transformador trifásico ou de um banco trifásico de transformadores podem ser:

- Estrela não aterrada (pouco usado)
- Estrela solidamente aterrada, ou centro estrela aterrado diretamente (usado algumas vezes)
- Estrela aterrada, com impedância, normalmente resistência (usado na maioria das vezes)
- Triângulo ou delta (usado na maioria das vezes)

Transformadores de aterramento tem um tipo de ligação especial (zig-zag) que será visto adiante.

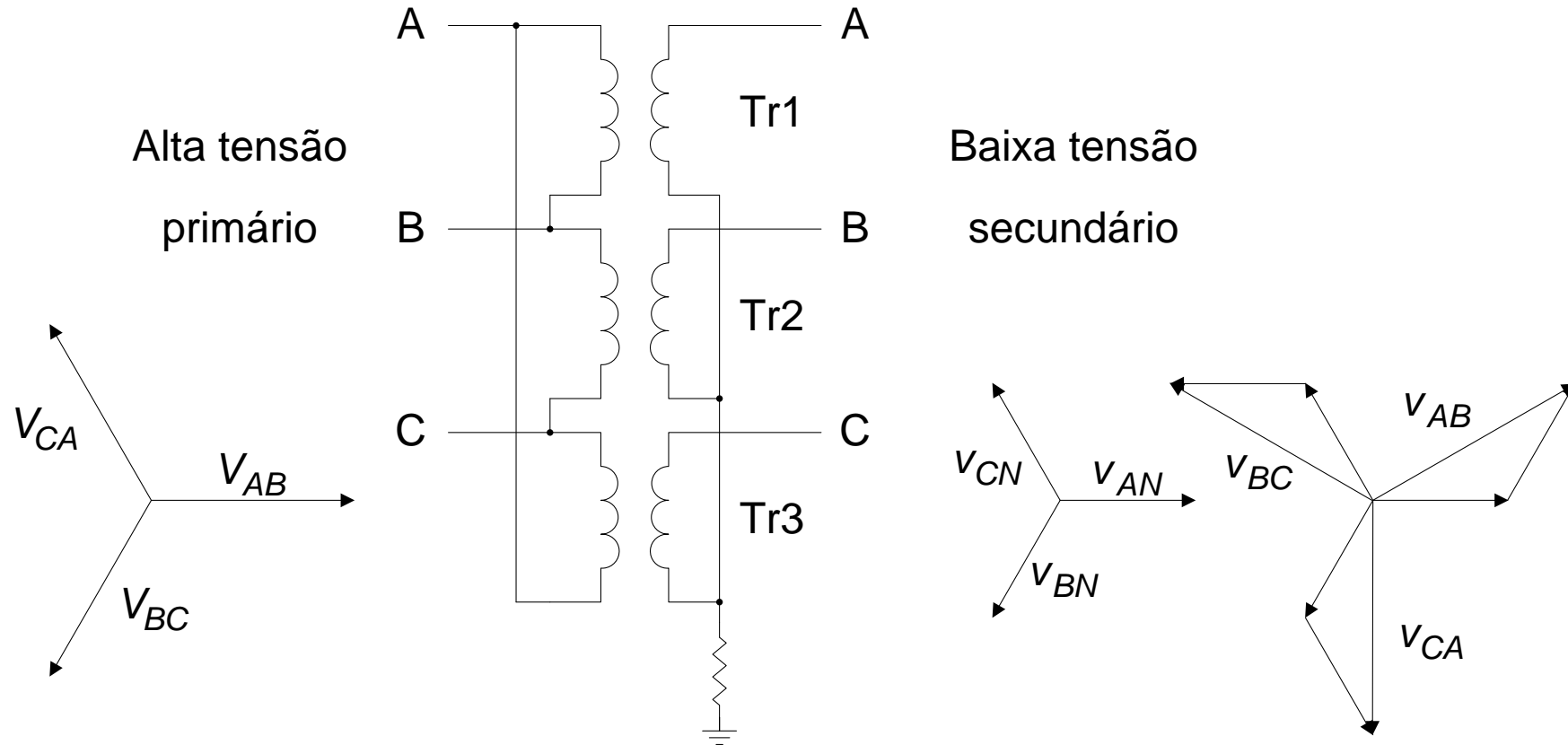
A tabela a seguir indica a simbologia usada normalmente e o código.

ligação	Estrela não aterrada	Estrela aterrada	Triângulo	Zig-Zag
símbolo				
código	Y ou y	YN ou yn	D ou d	Z

OBS - Código em maiúsculo é para o primário (alta tensão)

Tipos de ligação

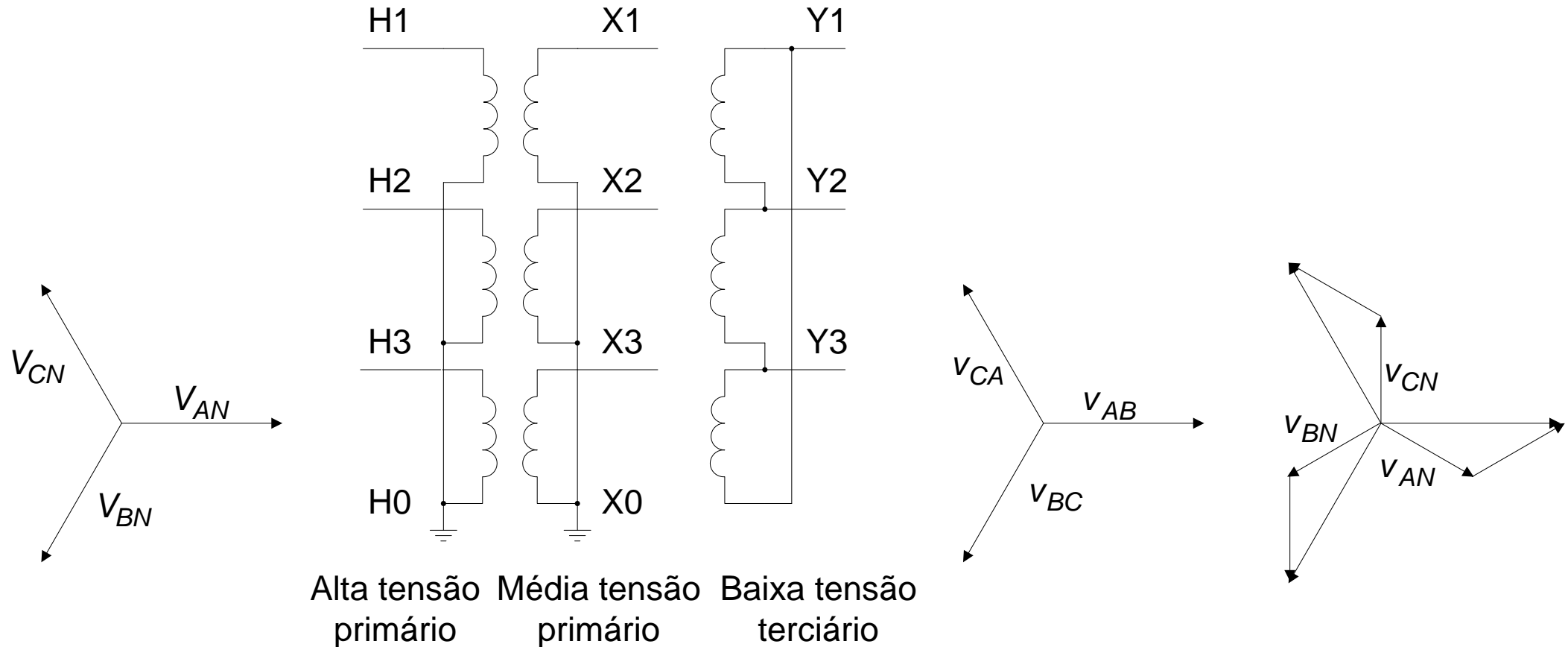
Exemplo: Banco de transformadores ligados em delta na alta e estrela na baixa (Dyn11)



A alta está com a tensão atrasada 30 graus. O número final do código indica a defasagem do primário como as horas de um relógio (1 hora equivale a 30 graus, $360/12=30$). Se a defasagem fosse 30° adiantado o código seria Dyn1. A nomenclatura da ligação em inglês é *vector group*.

Tipos de ligação

Exemplo: Transformador trifásico de 3 enrolamentos com ligação estrela-estrela-delta (YNyn0d1)



O secundário tem defasagem nula, ou seja, yn0.

O terciário está com a tensão fase-terra adiantada 30 graus (defasagem de 30°), ligação d1.

5 VALORES POR UNIDADE (PU)

Assim como grande dos componentes dos sistemas de potência, o transformador costuma ter os parâmetros dados em porcentagem de um valor de referência (valor de base).

Vantagens ao se utilizar valores pu nos cálculos de redes com transformadores:

- Não é necessário fazer a correção da tensão do primário para o secundário
- Não é necessário refletir impedâncias do primário para o secundário e vice-versa
- Não é necessária preocupação com a defasagem em transformadores trifásicos
- Impedâncias em pu tem valores típicos definidos

Tensões de base:

primário: $V_{base}^{prim} = V_{nom}^{prim}$ (é a tensão nominal do primário)

secundário: $V_{base}^{sec} = V_{nom}^{sec}$ (é a tensão nominal do secundário)

OBS

A tensão nominal para transformador monofásico é fase-neutro eficaz.

A tensão nominal para transformador trifásico (e outros equipamentos trifásicos) é fase-fase eficaz (tensão de linha).

Potência de base:

É a potência nominal do transformador, ONAF (óleo natural ar/ventilação forçada) ou ONAN (óleo natural ventilação natural)

$$S_{base} = S_{nom}$$

Correntes de base:

Para transformador monofásico

$$\text{primário: } I_{base}^{prim} = \frac{S_{base}}{V_{base}^{prim}}$$

$$\text{secundário: } I_{base}^{sec} = \frac{S_{base}}{V_{base}^{sec}}$$

Para transformador trifásico

$$\text{primário: } I_{base}^{prim} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3}V_{base}^{prim}}$$

$$\text{secundário: } I_{base}^{sec} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3}V_{base}^{sec}}$$

Impedância de base:

$$\text{primário: } Z_{base}^{prim} = \frac{(V_{base}^{prim})^2}{S_{base}}$$

$$\text{secundário: } Z_{base}^{sec} = \frac{(V_{base}^{sec})^2}{S_{base}}$$

5.1 Passagem de valores absolutos para valores pu

- Tensões

$V_{pu} = \frac{V_{kV}}{V_{base}}$, a tensão em pu é calculada como uma fração entre a tensão medida em kV (ou em V)

e a tensão de base (do primário ou do secundário).

Em programas de curto circuito normalmente se considera a tensão em todas as barras com 1 pu, ou seja, as tensões são nominais.

- Potência

$S_{pu} = \frac{S_{MVA}}{S_{base}}$, a potência em pu, que está passando pelo transformador (ou qualquer outro

elemento) é uma fração entre a potência (normalmente dada em MVA) e potência de base.

Não é usual calcular a potência em pu, a potência de base é utilizada normalmente para o cálculo da impedância em pu ou passagem de pu para valor absoluto.

- Correntes

$I_{pu} = \frac{I_{kA}}{I_{base}}$, a corrente no primário ou no secundário é relação entre a corrente medida (kA) e a

corrente de base (que é diferente no primário ou no secundário, se $a \neq 1$ $a = \frac{N_1}{N_2}$)

- Impedâncias

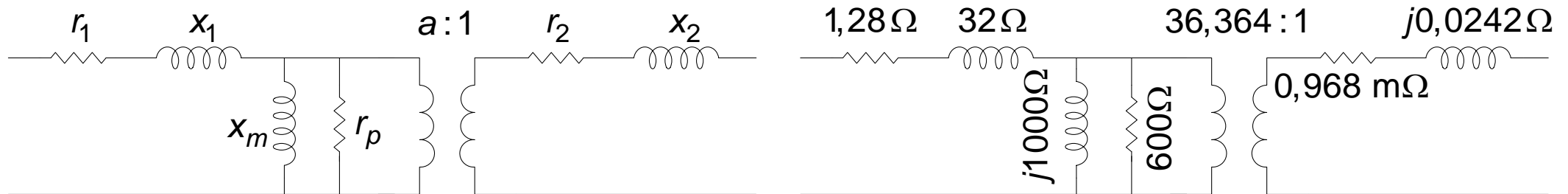
$Z_{pu} = \frac{Z_{\Omega}}{Z_{base}}$, a impedância no primário ou no secundário é relação entre a impedância absoluta (Ω) e a impedância de base (do primário ou do secundário)

Exemplo 1

Um transformador monofásico tem os seguintes valores nominais:

100 kVA, 8:0,22 kV

O modelo completo tem os seguintes parâmetros:



Pede-se calcular o modelo completo em pu.

Resolução

a) Definição dos valores de base adotados

$$V_b^1 = 8 \text{ kV}, \quad V_b^2 = 0,22 \text{ kV}, \quad S_b = 0,1 \text{ MVA}$$

b) Cálculo dos demais valores de base

$$Z_b^1 = \frac{(V_b^1)^2}{S_b} = \frac{8^2}{0,1} = 640 \Omega, \quad Z_b^2 = \frac{(V_b^2)^2}{S_b} = \frac{0,22^2}{0,1} = 0,484 \Omega$$

As correntes de base não são necessárias nesse exemplo, mas tem os seguintes valores:

$$I_b^1 = \frac{S_b}{V_b^1} = \frac{0,1\text{MVA}}{8\text{kV}} = 12,5 \text{ A}, \quad I_b^2 = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_b^2} = \frac{0,1\text{MVA}}{0,22\text{kV}} = 454,55 \text{ A}$$

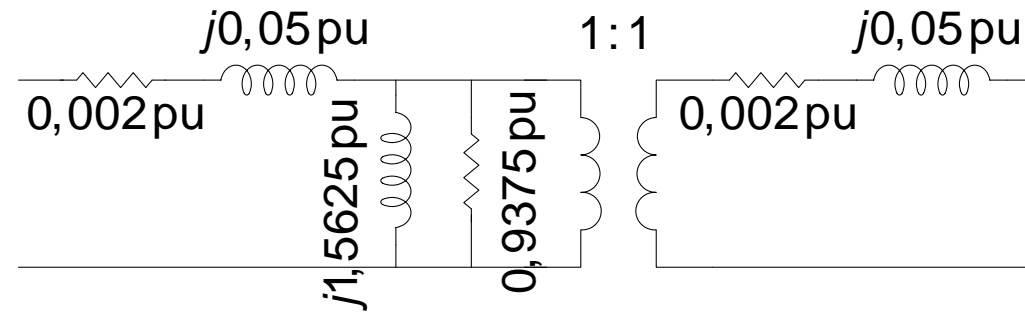
c) Cálculo das impedâncias em pu

$$r_1' = \frac{r_1}{Z_b^1} = \frac{1,28}{640} = 0,002 \text{ pu} \quad x_1' = \frac{x_1}{Z_b^1} = \frac{32}{640} = 0,05 \text{ pu}$$

$$r_2' = \frac{r_2}{Z_b^2} = \frac{0,00097}{0,484} = 0,002 \text{ pu} \quad x_2' = \frac{x_2}{Z_b^2} = \frac{0,0242}{0,484} = 0,05 \text{ pu}$$

$$r_p' = \frac{r_p}{Z_b^1} = \frac{600}{640} = 0,9375 \text{ pu} \quad x_m' = \frac{x_m}{Z_b^1} = \frac{1000}{640} = 1,5625 \text{ pu}$$

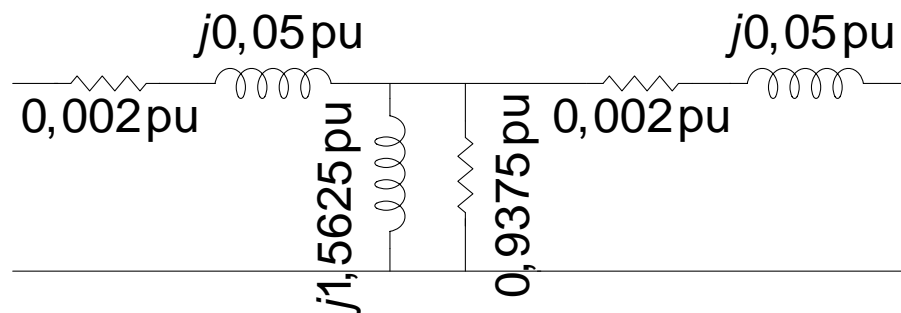
d) Modelo em pu



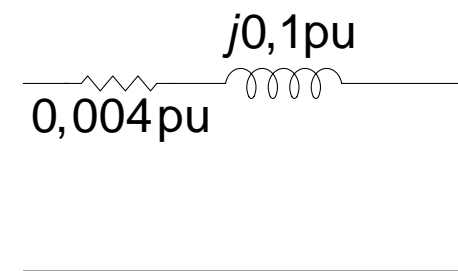
Em pu a relação de transformação é 1:1, e para refletir os valores do secundário para o primário não é necessário corrigir os valores:

O transformador ideal central não precisa ser representado.

O modelo simplificado fica da seguinte forma:



Com ramo de magnetização



Sem ramo de magnetização

5.2 Passagem de valores pu para valores absolutos

- Tensões

$$V_{kV} = V_{pu} V_{base}, \text{ (valores de base diferentes no primário ou no secundário)}$$

- Potência

$$S_{MVA} = S_{pu} S_{base}$$

- Correntes

$$I_{kA} = I_{pu} I_{base}, \text{ (valores de base diferentes no primário ou no secundário)}$$

- Impedâncias

$$Z_{\Omega} = Z_{pu} Z_{base}, \text{ (valores de base diferentes no primário ou no secundário)}$$

Exemplo 2

Um transformador monofásico tem os seguintes valores nominais:

100 kVA, 8:0,22 kV, $x=10\%$, $k=x/r=25$ (fator de qualidade)

Não será considerado o ramo de magnetização

Pede-se desenhar o modelo em valores absolutos

Resolução

O transformador é o mesmo do exemplo 1, então os valores de impedância de base são:

$$Z_b^1 = 640 \Omega, Z_b^2 = 0,484 \Omega$$

A resistência é obtida a partir da reatância e do fator de qualidade.

$$x_{pu} = 10\% = 0,1 \text{ pu}, \quad r_{pu} = \frac{0,1}{25} = 0,004 \text{ pu}$$

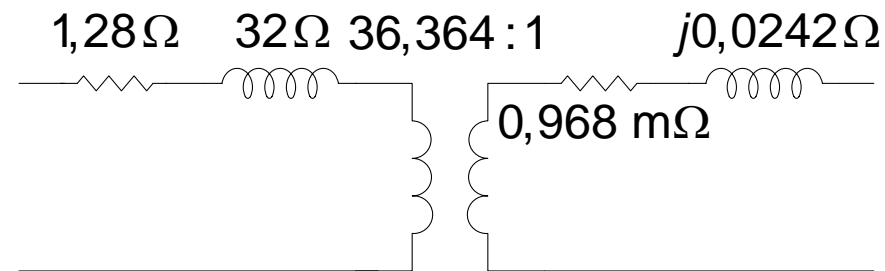
A reatância e a resistência em pu podem ser distribuídas igualmente no primário e no secundário:

$$x' = 0,05 \text{ pu}, \quad r' = 0,002 \text{ pu}$$

As impedâncias em Ω são:

$$r_1 = r' Z_b^1 = 0,002 \times 640 = 1,28 \Omega \quad x_1 = x' Z_b^1 = 0,05 \times 640 = 32 \Omega$$

$$r_2 = r' Z_b^2 = 0,002 \times 0,484 = 0,000968 \Omega \quad x_2 = x' Z_b^2 = 0,05 \times 0,484 = 0,0242 \Omega$$



Modelo em valores absolutos

5.3 Mudança de base

Programas de fluxo de potência e curto-circuito trabalham com uma base fixa de potência para toda a rede, normalmente 100 MVA por padrão.

Sendo assim, todos os componentes da rede devem ter seus valores em pu (impedâncias) calculados para essa potência de base padrão:

- Mudança de base de potência

$$Z_{pu}^{S_1} = \frac{Z}{Z_b^{S_1}}, \quad Z_{pu}^{S_2} = \frac{Z}{Z_b^{S_2}}$$

$$Z_b^{S_1} = \frac{V_b^2}{S_1}, \quad Z_b^{S_2} = \frac{V_b^2}{S_2}$$

$$Z_{pu}^{S_1} = \frac{Z}{V_b^2} S_1, \quad Z_{pu}^{S_2} = \frac{Z}{V_b^2} S_2$$

$$\frac{Z_{pu}^{S_2}}{Z_{pu}^{S_1}} = \frac{\frac{Z}{V_b^2} S_2}{\frac{Z}{V_b^2} S_1} = \frac{S_2}{S_1} \quad \text{ou} \quad Z_{pu}^{S_2} = Z_{pu}^{S_1} \frac{S_2}{S_1}$$

Exemplo 3

Dado um transformador 138:440 kV, 300 MVA, $x=8\%$ e $k=50$, calcular sua impedância na base de 100 MVA.

Resolução

$$r = \frac{8}{50} = 0,16\% = 0,0016 \text{ pu}, \quad z(S_1) = 0,0016 + j0,08 \text{ pu},$$

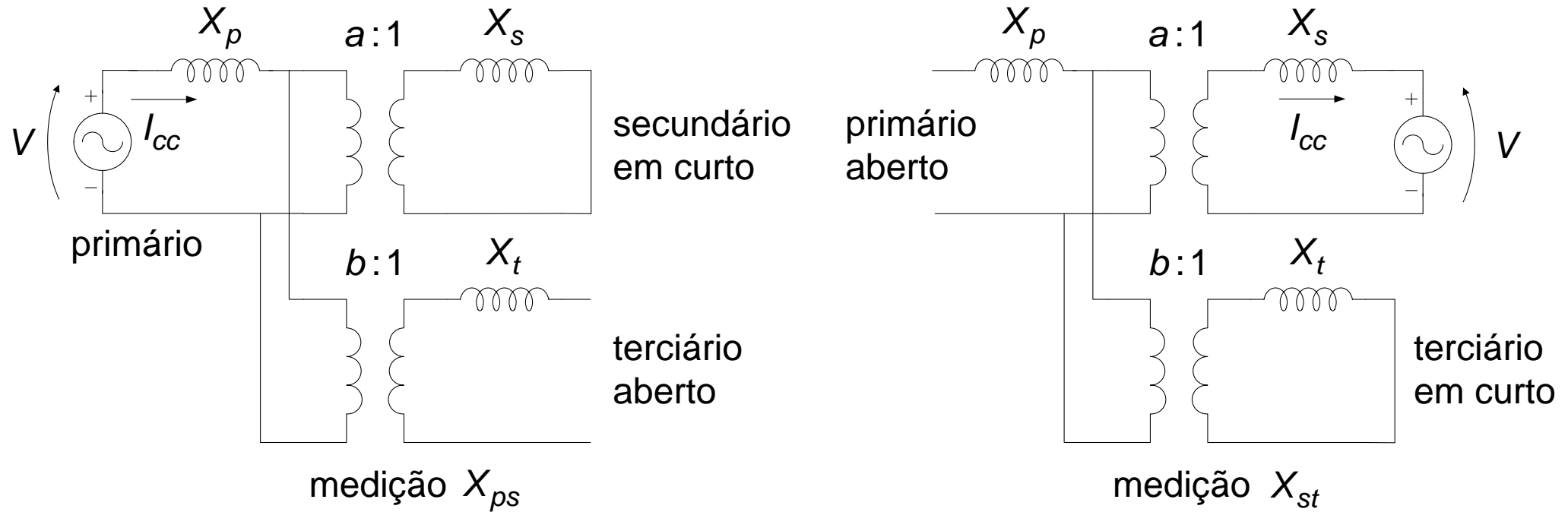
$$S_1 = 300 \text{ MVA}, \quad S_2 = 100 \text{ MVA}$$

$$z(S_2) = z(S_1) \frac{S_2}{S_1} = (0,0016 + j0,08) \frac{100}{300} = 0,0005333 + j0,02666 \text{ pu}$$

$$\text{ou } z' = 0,0533 + j2,6667\%$$

Mudança de base de tensão não é utilizada nesses casos.

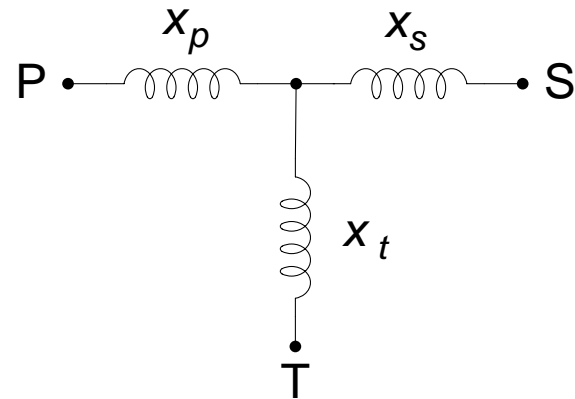
6 ENSAIO DE CURTO CIRCUITO PARA TRANSFORMADOR DE TRÊS ENROLAMENTOS



Medição X_{pt} , tensão no primário, secundário em vazio, terciário em curto.

Ensaio de curto circuito para transformador de três enrolamentos

O modelo em pu é o seguinte:



Medição 1: $x_{ps} = x_p + x_s$

Medição 2: $x_{pt} = x_p + x_t$

Medição 3: $x_{st} = x_s + x_t$

OBS - $x_{st} = x'_{st} S_p / S_s$ mudança de x'_{st} para S_{base} do primário

Na configuração para medição x_{ps} é medido o valor $X_p + x'_s$ em Ohms, onde $x'_s = a^2 x_s$.

Para se obter os valores x_p , x_s e x_t pode-se resolver esse sistema de 3 equações:

$$x_{st} - x_{ps} - x_{pt} = x_s + x_t - x_p - x_s - x_p - x_t = -2x_p \quad x_p = \frac{x_{ps} + x_{pt} - x_{st}}{2}$$

$$x_{pt} - x_{st} - x_{ps} = x_p + x_t - x_s - x_t - x_p - x_s = -2x_s \quad x_s = \frac{x_{ps} + x_{st} - x_{pt}}{2}$$

$$x_{ps} - x_{pt} - x_{st} = x_p + x_s - x_p - x_t - x_s - x_t = -2x_t \quad x_t = \frac{x_{pt} + x_{st} - x_{ps}}{2}$$

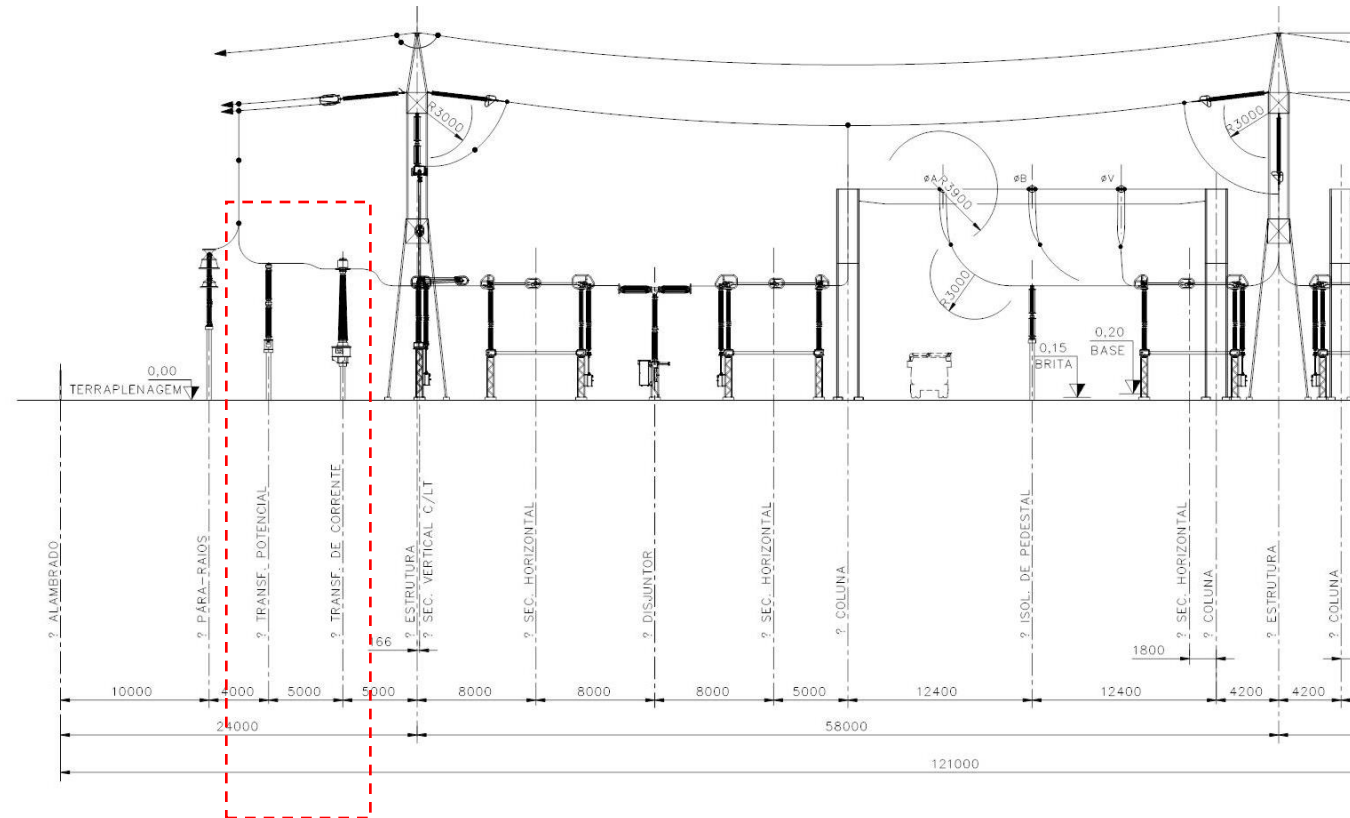
O que é semelhante a fazer a conversão estrela triângulo.

7 TRANSFORMADORES DE MEDIÇÃO TP E TC

Em alta tensão é inviável a medição de tensões e correntes diretamente, por exemplo nos condutores de uma linha ou na bucha de alta de tensão de um transformador.

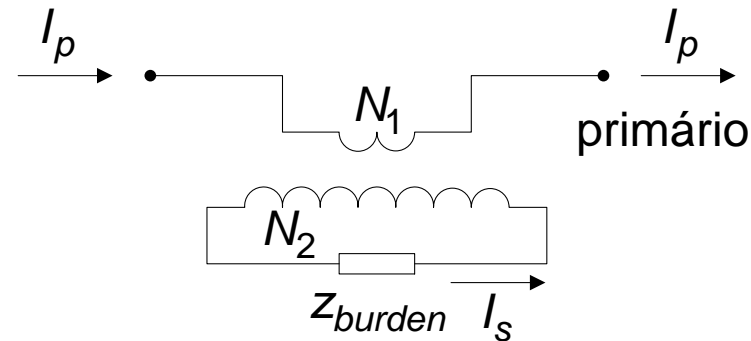
Os transformadores de medição reduzem o valor de tensões e correntes para patamares reduzidos adequados aos transdutores.

Esses transformadores só costumam ser modelados em casos específicos de simulação de transitórios eletromagnéticos, em que é importante verificar o efeito da imprecisão do TP ou TC.



7.1 Transformador de corrente - TC

O transformador de corrente tem os terminais externos ligados em série com o equipamento de alta tensão que vai ter a corrente medida. Essa corrente passa pelo núcleo com uma ou duas espiras e no secundário, que tem várias espiras, a corrente é reduzida ao valor desejado. Para circulação de corrente no secundário é necessário que exista uma impedância, denominada burden.



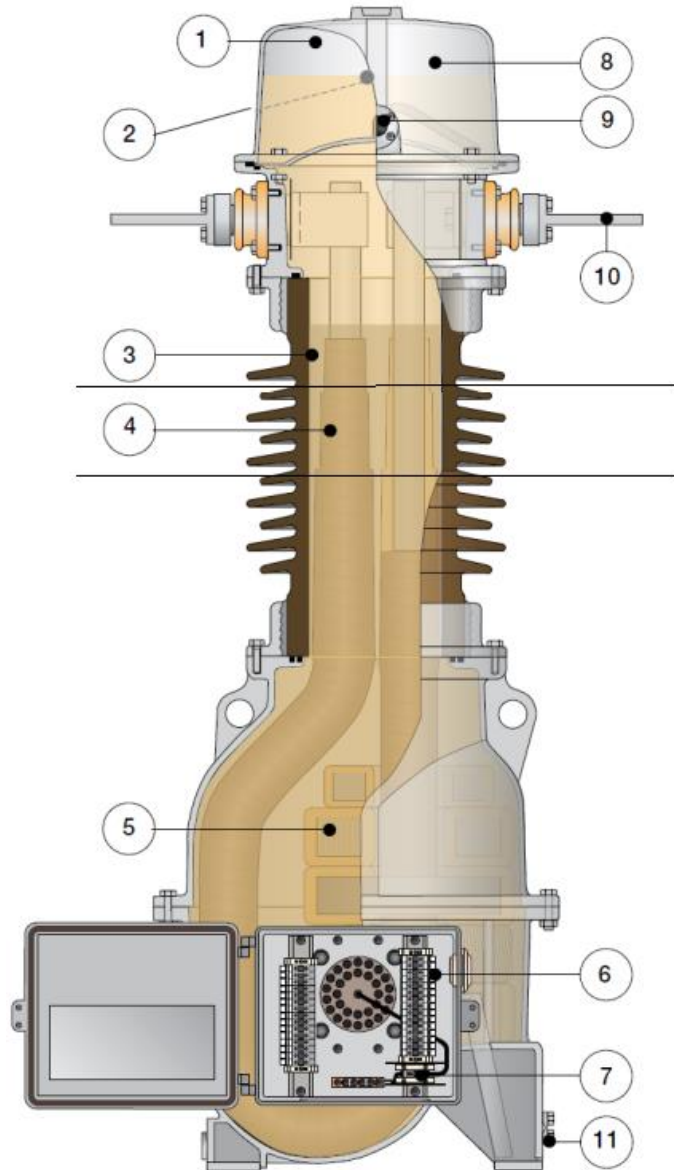
Uma classificação básica dos TC's é:

- TC de medição: são mais precisos (erro de 0,2 a 1%) mas saturam com altas correntes.
- TC de proteção: são menos precisos (erro de 5 a 10%) mas saturam pouco com altas correntes.

Transformador de corrente - TC

Exemplo: Transformador de corrente ABB 36-800 kV, I_p até 4kA,
 I_{CC} até 63 kA.

Fonte: ABB: Buyers Guide Oil Insulated Outdoor Instrument Transformers Ed 7 en.pdf



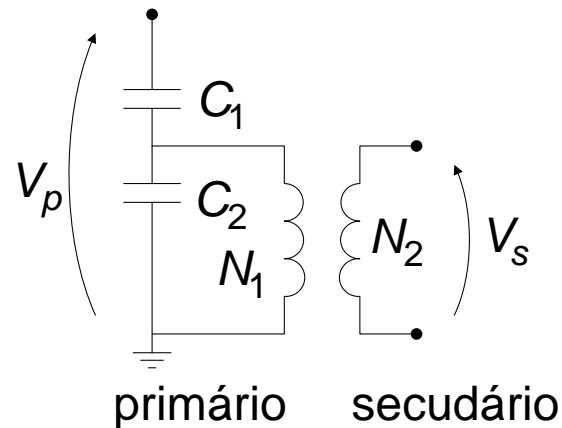
1	Gas cushion	7	Capacitive voltage tap (on request)
2	Oil filling unit (hidden)	8	Expansion vessel
3	Quartz filling	9	Oil sight glass
4	Paper-insulated primary conductor	10	Primary terminal
5	Cores/secondary windings	11	Ground terminal
6	Secondary terminal box		

7.2 Transformador de potencial

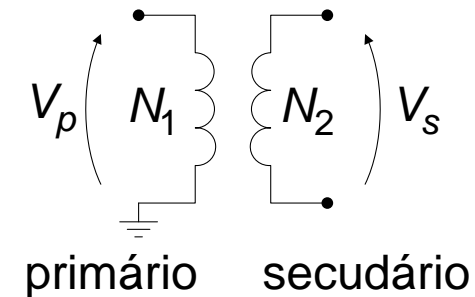
O transformador de potencial pode ser do tipo capacitivo (TPC ou CVT/CCVT em inglês) ou indutivo (TPI).

No TPC a tensão a ser medida é reduzida através de um divisor de tensão capacitivo antes de ser ligada a um transformador que fará o ajuste final entre a tensão primária e a secundária. O TPC costuma ser utilizado para tensões mais altas, até 800 kV.

No TPI não é usado o divisor de tensão capacitivo. O TPI normalmente é usado para tensões até cerca de 170 kV.



TPC - transformador de potencial capacitivo

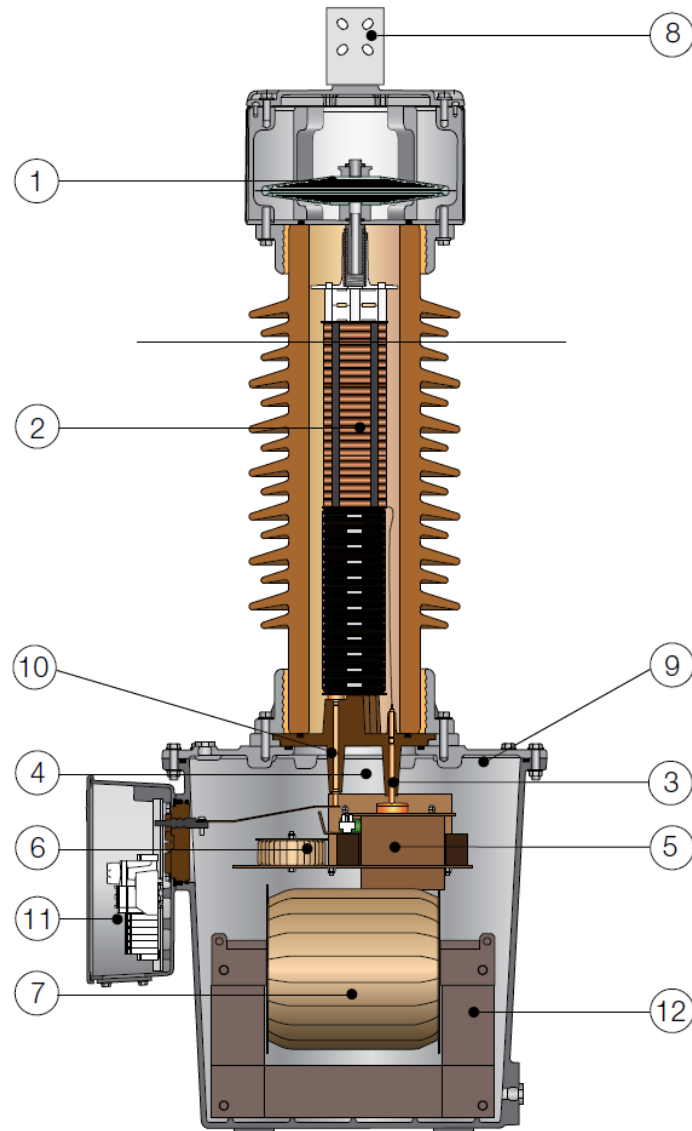


TPI - transformador de potencial indutivo

Uma classificação também usada para os TP's é:

- TP de medição: são mais precisos (erro de 0,3 a 1,2%).
- TP de proteção: são menos precisos (erro de 3 ou 6%).

Transformador de potencial capacitivo



Exemplo: Transformador de potencial capacitivo ABB 72-800 kV

Fonte: ABB: Buyers Guide Oil Insulated Outdoor Instrument Transformers Ed 7 en.pdf

Capacitor Voltage Divider

- 1 Expansion system
- 2 Capacitor elements
- 3 Intermediate voltage bushing
- 8 Primary terminal, flat 4-hole Al-pad
- 10 Low voltage terminal (for carrier frequency use)

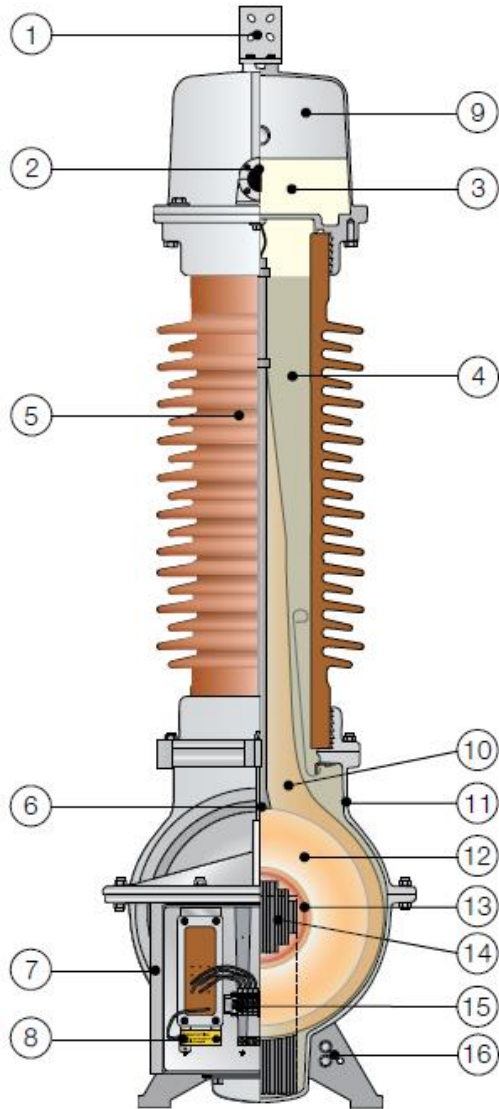
Electromagnetic unit

- 4 Oil level glass
- 5 Compensating reactor
- 6 Ferro-resonance damping circuit
- 7 Primary and secondary windings
- 9 Gas cushion
- 11 Secondary terminal box
- 12 Core

Transformador de potencial inductivo

Exemplo: Transformador de potencial inductivo ABB 52-170 kV

Fonte: ABB: Buyers Guide Oil Insulated Outdoor Instrument Transformers Ed 7 en.pdf



1	Primary terminal	9	Expansion system
2	Oil level sight glass	10	Paper insulation
3	Oil	11	Tank
4	Quartz filling	12	Primary winding
5	Insulator	13	Secondary windings
6	Lifting lug	14	Core
7	Secondary terminal box	15	Secondary terminals
8	Neutral end terminal	16	Ground connection

8 MODELOS SEQUENCIAIS

Para simplificação da representação e cálculo de redes o primeiro passo é a representação com diagrama unifilar.

O segundo passo é fazer os cálculos usando a representação trifásica, que diminui em 3 vezes a ordem dos sistemas de equação.

O terceiro passo é a representação de redes com diagramas sequenciais para cálculos com desequilíbrios.

- Importância

Facilitar os cálculos em redes elétricas trifásicas tanto para cálculos manuais quanto para cálculos computacionais.

- Idéia central das componentes simétricas

Mudança de base na representação de tensões e correntes.

COMPONENTES SIMÉTRICAS

Dado um sistema trifásico definido em componentes de fase:

$$[V_{abc}] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

É possível transformá-lo em um outro sistema de coordenadas, denominadas de componentes simétricas, por meio de uma matriz T definida como:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}, \quad [T] = [S_0, S_1, S_2], \text{ onde } [S_0] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad [S_1] = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad [S_2] = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^2 \end{bmatrix}$$

A matriz T é chamada de matriz de decomposição em componentes simétricas, na qual:

$$\alpha = 1 \angle 120^\circ, \quad \alpha^2 = 1 \angle 240^\circ \text{ ou } \alpha^2 = 1 \angle -120^\circ:$$

As componentes de fase podem ser obtidas da seguinte forma:

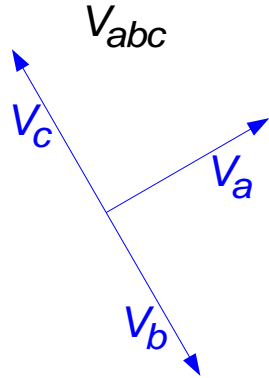
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ onde } [V_{012}] = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \text{ são as componentes simétricas.}$$

Pode-se obter as componentes simétricas a partir das componentes de fase, pela transformação inversa:

$$[V_{012}] = [T]^{-1} [V_{abc}] \quad [T]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}$$

Exemplo 1:

Dada o sistema trifásico, obter as componentes simétricas:



$$[V_{abc}] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 \angle 30^\circ \\ 200 \angle -60^\circ \\ 200 \angle 120^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \text{ ou } [V_{012}] = [T]^{-1} [V_{abc}]$$

$$V_0 = \frac{1}{3} (200 \angle 30^\circ + 200 \angle -60^\circ + 200 \angle 120^\circ) = 66,67 \angle 30^\circ;$$

$$V_1 = \frac{1}{3} (200 \angle 30^\circ + \alpha 200 \angle -60^\circ + \alpha^2 200 \angle 120^\circ) =$$

$$\frac{1}{3} (200 \angle 30^\circ + 200 \angle 60^\circ + 200 \angle 0^\circ) = 182,14 \angle 30^\circ$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \left(200 \angle 30^\circ + \alpha^2 200 \angle -60^\circ + \alpha 200 \angle 120^\circ \right) =$$

$$\frac{1}{3} \left(200 \angle 30^\circ + 200 \angle -180^\circ + 200 \angle 240^\circ \right) = 48,80 \angle -150^\circ$$

A decomposição em componentes simétricas pode ser reescrita da seguinte forma:

$$[V_{abc}] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = 66,67 \angle 30^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 182,14 \angle 30^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} + 48,80 \angle -150^\circ \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^2 \end{bmatrix}$$