



**IFSC USP**  
Instituto de Física de São Carlos

**Laboratório de Física IV**  
**Livro de Práticas**



Universidade de São Paulo  
Instituto de Física de São Carlos  
Laboratório de Ensino de Física

Laboratório de Física IV: livro de práticas

São Carlos  
2013

© 2013 IFSC/USP

Todos os direitos reservados ao Instituto de Física de São Carlos

Ficha catalográfica elaborada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do IFSC

Universidade de São Paulo. Instituto de Física de São Carlos. Laboratório de Ensino de Física.

Laboratório de Física IV: livro de práticas/ compilado por Tiago Barbim Batalhão [et al]. São Carlos: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

264p.

ISBN 978-85-61958-08-4

1. Física. I. Batalhão, Tiago B. comp. II. Cobo, Marcio F., comp. III. Azevedo, Eduardo Ribeiro de, comp. IV. Nunes, Luiz Antonio de Oliveira, comp. V. Marcassa, Luis Gustavo, comp. VI. Título.

CDD 530

---

## *Agradecimentos*

Esse livro de práticas foi elaborado com base na disciplina de Laboratório de Física IV – Óptica, oferecida pelo Instituto de Física de São Carlos. Nesse sentido, os compiladores agradecem aos técnicos, do laboratório de ensino do Instituto de Física de São Carlos, Ércio Santoni, Hélio Nineli, Jae Antônio de Castro Filho e Antenor Fabbri Petrilli Filho e aos técnicos da oficina mecânica e de óptica do Instituto de Física de São Carlos pela ajuda com a elaboração dos equipamentos e testes dos experimentos explorados neste livro. Os autores também são gratos pelo apoio dos Profs. Lidério Citrângulo Ioriatti Jr., Valmor Roberto Mastelaro e Antonio José da Costa Filho, respectivamente, presidentes da comissão de graduação e coordenador dos lab. de ensino do IFSC no período de elaboração deste material. Agradecemos, também, ao Prof. Antonio Carlos Hernandes que, enquanto diretor do IFSC, apoiou efetivamente a confecção deste material. Os compiladores também agradecem à biblioteca do IFSC pelo excelente trabalho de normatização.



---

## *Lista de Figuras*

Figura 1.1 - Reflexão e refração de um feixe de luz na interface de dois meios transparentes.....	25
Figura 1.2 - Esquema de reflexão de frentes de onda segundo o princípio de Huygens .....	26
Figura 1.3 - Diagrama geométrico mostrando o uso do princípio de Huygens para deduzir a lei de reflexão .....	27
Figura 1.4 - Diagrama geométrico mostrando o uso do princípio de Huygens para deduzir a lei de refração (lei de Snell) .....	28
Figura 1.5 - Diagrama geométrico mostrando o uso do princípio de Fermat para deduzir a lei de reflexão .....	30
Figura 1.6 - Uso do princípio de Fermat para deduzir a lei de refração (lei de Snell) .....	31
Figura 1.7 - Fotografia mostrando a refração e reflexão de raios de luz <i>laser</i> em um prisma.....	33
Figura 1.8 - Esquema de refração da luz em um prisma isósceles.....	34
Figura 1.9 - Esquematização do fenômeno de reflexão interna e reflexão interna frustrada.....	38
Figura 1.10 - Esquema mostrando a ordem de fixação dos alfinetes em um bloco de vidro e definição dos parâmetros $\alpha$ , $\beta$ e $D$ .....	41
Figura 1.11 - Fotografia do experimento, mostrando os alfinetes que permitem determinar a direção dos raios.....	44
Figura 1.12 - (a) Fixação do bloco semicircular na mesa goniométrica; (b) Trajetória do feixe de luz; (c)	

---

Trajétória no caso de refração rasante. Para ângulos de incidência, ligeiramente maiores que o indicado em (c), observa-se a reflexão interna total. ....	46
Figura 2.1 - Dois raios paralelos ao eixo óptico se encontrando no foco de um espelho esférico. ....	50
Figura 2.2 - Objeto AB colocado na frente de um espelho côncavo de vértice O, centro C e foco $f$ , formando a imagem A'B'.....	53
Figura 2.3 - Imagens formadas por espelhos. (a) Espelho côncavo com objeto localizado entre o foco e o vértice do espelho; (b) Espelho côncavo com objeto localizado entre o centro de curvatura e o foco do espelho; (c) Espelho côncavo com objeto localizado fora do centro de curvatura do espelho; (d) espelho convexo ....	57
Figura 2.4 - Montagem do experimento para determinação do raio de curvatura de um espelho esférico. Da esquerda para a direita: <i>laser</i> , divisor de feixe, régua milimetrada e suporte com espelho .....	61
Figura 2.5 - Montagem para determinar o raio de curvatura de um espelho convexo. ....	63
Figura 2.6 - Montagem experimental para determinação da posição da imagem gerada por um espelho côncavo .....	65
Figura 2.7 - Montagem experimental para determinação da posição da imagem gerada por uma lente convergente .....	67
Figura 2.8 - Fotografia da montagem experimental para observação de imagens formadas por um espelho côncavo utilizando uma lanterna. ....	68
Figura 2.9 - Montagens experimentais para experimentos com imagens reais formadas por espelhos côncavos utilizando uma lanterna.....	70

---

Figura 3.1 - Dedução da equação dos fabricantes.....	74
Figura 3.2 - Formação de imagem em lentes. (a) Lente convergente. (b) Lente divergente.....	78
Figura 3.3 - Imagens formadas por lentes delgadas. Objeto localizado antes do foco de uma lente convergente (a) e (b); entre o foco e o vértice de uma lente convergente(c); (d) antes do foco de uma lente divergente .....	80
Figura 3.4 - Fotografia da montagem experimental, mostrando, da direita para a esquerda, o <i>laser</i> , o divisor de feixes, o suporte com a lente e a régua transparente .....	84
Figura 3.5 - Montagem experimental para determinação do raio de curvatura de uma lente convergente.....	85
Figura 3.6 - Montagem experimental para determinação do raio de curvatura de uma lente divergente .....	87
Figura 3.7 - Montagem experimental para determinação da posição da imagem gerada por uma lente convergente.....	90
Figura 3.8- Montagem experimental para experimentos envolvendo formação de imagens por lentes convergentes.....	92
Figura 3.9 - Fotografia da montagem experimental, mostrando, da esquerda para a direita, a lanterna com a seta, a lente e o anteparo. ....	92
Figura 4.1 - Representação esquemática de uma onda eletromagnética plana .....	97
Figura 4.2 - Representação esquemática de dois polarizadores com eixos de transmissão deslocados de um ângulo $\Theta$ .....	105
Figura 4.3 - Mudança na direção de polarização da luz provocada por um cristal dextrogiro .....	107

---

Figura 4.4 - Efeito de uma diferença de fase entre as componentes circulares da onda.....	109
Figura 4.5 - Polarizador com suporte e escala angular .....	114
Figura 4.6 - Esquema utilizado para determinar a percentagem de polarização de um <i>laser</i> .....	117
Figura 4.7 - Esquema (a) e Fotografia (b) do aparato utilizado na verificação da Lei de Malus com dois polarizadores.....	118
Figura 4.8 - Esquema do aparato utilizado na determinação do ângulo de transmissão de um polarizador utilizando polarizadores cruzados. ....	121
Figura 4.9 - Polarizador rotativo.....	123
Figura 4.10 - Montagem experimental com a cubeta entre os polarizadores .....	126
Figura 5.1 - Incidência de uma onda em uma interface plana, com ângulo de incidência $\theta_1$ , gerando uma onda refletida (com ângulo de reflexão $\theta_2$ ) e uma onda refratada (com ângulo de refração $\theta_3$ ). ....	133
Figura 5.2 - Coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para cada componente da polarização, para uma onda vinda do ar e incidindo em um vidro ( $n = 1,5$ ).....	140
Figura 5.3 - Coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para cada componente da polarização, para uma onda vinda de um vidro ( $n = 1,5$ ) e indo para o ar ( $n = 1$ ).....	141
Figura 5.4 - a) Experimento para determinação dos coeficientes de reflexão, b) Experimento para determinação dos coeficientes de transmissão. c) Montagem experimental para determinação dos coeficientes de reflexão.....	144

---

Figura 6.1- Representação do vetor campo elétrico e de suas componentes ortogonais para uma onda que se propaga para fora da página. ....	150
Figura 6.2 - Trajetória elíptica da extremidade do vetor campo elétrico no plano xy.....	152
Figura 6.3 - Representação da trajetória do vetor campo elétrico para diferentes modos de polarização definida pelo ângulo $\phi$ , que representa a defasagem da componente y em relação a componente x. As flechas indicam a direção de rotação do campo elétrico. ....	156
Figura 6.4 - Feixe luminoso incidindo perpendicularmente em uma placa birrefringente.....	158
Figura 6.5 - Fotografia da montagem experimental. A lâmina de meia onda é posicionada entre dois polarizadores.....	164
Figura 6.6 - Sinal observado na tela do osciloscópio quando a luz está elipticamente polarizada. ....	165
Figura 7.1 - (a) Interferência construtiva; (b) interferência destrutiva; (c) Interferência devido a duas fontes pontuais idênticas. Padrão de interferência observado numa cuba de ondas, com duas fontes pontuais. ....	173
Figura 7.2 - Representação esquemática da Interferência entre dois feixes de ondas planas coerentes. ....	174
Figura 7.3 - Gráfico do padrão de interferência (equação 11) para dois valores de $\Lambda$ (a linha pontilhada representa um ângulo $\theta$ maior do que o da linha cheia).....	177
Figura 7.4 - Diagrama de um interferômetro de Michelson. ...	179
Figura 7.5 - Interferência de filme fino. I é o raio incidente, R são os raios refletidos e T os raios transmitidos.....	182

---

Figura 7.6 - Gráfico da transmissão de um filme fino em função da espessura, para dois valores do coeficiente de reflexão, na incidência normal e com $n = 1,5$ .....	186
Figura 7.7 - Esquema de feixes de luz incidentes e refletidos na formação dos anéis de Newton .....	189
Figura 7.8 - Esquema da montagem para visualização do padrão de interferência entre dois feixes e determinação do comprimento de onda do <i>laser</i> de HeNe.....	191
Figura 7.9 - Foto da montagem experimental, mostrando o <i>laser</i> e o divisor de feixes (ao fundo), a escala micrométrica e a lente (no centro da bancada), o anteparo (papel branco no lado direito) e os espelhos (um no lado direito, dois no lado esquerdo) posicionados para aumentar o caminho óptico.....	193
Figura 7.10 - Padrão tipicamente observado na interferência de duas ondas planas .....	193
Figura 7.11 - Esquema da montagem para visualização dos Anéis de Newton.....	195
Figura 8.1 - a) Diagrama esquemático da decomposição de um feixe de luz em $n$ raios partindo de fontes pontuais de Huygens. b) aproximação de feixes paralelos quando $L \gg a$ .....	205
Figura 8.2 - Padrão de difração de uma fenda simples e para cinco fendas idênticas. ....	209
Figura 8.3 - a) Diagrama esquemático de $N$ raios partindo de fontes pontuais no centro das fendas. B) aproximação de raios paralelos. ....	210
Figura 8.4 – Aspecto geral do Software de aquisição desenvolvido.....	216

---

Figura 8.5 - Esquema experimental para medida do padrão de difração por redes e fenda utilizando a projeção .....	217
Figura 8.6 - Fotografia da montagem experimental para medida do padrão de difração por redes e fenda utilizando a projeção .....	218
Figura 8.7 - Esquema da montagem experimental para observação e quantificação do perfil de intensidades da difração por fendas.....	224
Figura 9.1 - Espectro da luz solar observado da Terra .....	229
Figura 9.2 - (a) Esquema do primeiro espectroscópio construído por Bunsen e Kirchhof. (b) Robert Bunsen. (c) Gustav Kirchhoff.....	230
Figura 9.3 - Espectros de emissão (linhas claras) e absorção (linhas escuras) do vapor de mercúrio .....	231
Figura 9.4 - Grandes cientistas que colaboraram para o desenvolvimento da Mecânica Quântica. Da esquerda para a direita: Max Planck (Nobel em 1918), Albert Einstein (Nobel em 1921), Niels Bohr (Nobel em 1922), Werner Heisenberg (Nobel em 1932) e Erwin Schrödinger (Nobel em 1933) .....	235
Figura 9.5 - Padrão de difração de uma grade de difração (com $N = 20$ , $d = 1/600$ mm, $a = d/5$ , $L = 1$ m, $\lambda = 600$ nm), e o padrão de difração de uma fenda simples de mesma abertura $a$ . .....	238
Figura 9.6 - Padrão de difração para dois comprimentos de onda distintos (os outros parâmetros são idênticos aos usados na figura 9.5). Repare que o máximo de ordem zero coincide, mas os demais ocorrem em pontos distintos. Repare também que o pico de segunda ordem para 600 nm coincide com o pico de terceira ordem para 400 nm. ....	239

- 
- Figura 9.7 - Ilustração do critério de Rayleigh. ....241
- Figura 9.8 - Padrão de difração nas três primeiras ordens do dubleto do sódio (588,9 nm e 589,5 nm), observado com uma grade de 600 linhas/mm e 400 linhas iluminadas. A linha cheia mostra a intensidade total e as linhas tracejadas mostram a intensidade em cada comprimento de onda. Repare que apenas na terceira ordem é possível identificar as duas linhas. ....243
- Figura 9.9 - Fotografia da montagem experimental, mostrando, à esquerda, o suporte para a lâmpada, a lente e a rede de difração, e o anteparo. À direita (em cima) detalhe mostrando os soquetes para conexão das lâmpadas de filamento de tungstênio e das lâmpadas de vapores metálicos. À direita (em baixo) espectros típicos de uma lâmpada de filamento de tungstênio e de vapor de mercúrio.....246
- Figura 9.10 - Fotografia do espectro de uma lâmpada de mercúrio.....248

---

## *Lista de Tabelas*

Tabela 1.1 - Desvio lateral em um bloco de faces paralelas.....	42
Tabela 1.2 - Ângulo de desvio mínimo em prismas.....	44
Tabela 1.3 - Determinação dos ângulos de incidência e refração .....	47
Tabela 1.4 - Determinação do ângulo crítico.....	47
Tabela 2.1 - Resultados da medida da distância focal de um espelho côncavo .....	61
Tabela 2.2 - Resultados da medida da distância focal de um espelho convexo. ....	63
Tabela 2.3 - Determinação da posição das imagens geradas por um espelho côncavo utilizando um <i>laser</i> . ....	66
Tabela 2.4 - Resultados da medida da distância focal de um espelho côncavo .....	70
Tabela 2.5 - Determinação da posição das imagens geradas por um espelho côncavo usando uma lanterna .....	70
Tabela 3.1 - Resultados da medida do raio de uma lente convergente (face 1) .....	86
Tabela 3.2 - Resultados da medida do raio de uma lente convergente (face 2) .....	86
Tabela 3.3 - Resultados da medida do raio de uma lente divergente (face 1) .....	87
Tabela 3.4 - Resultados da medida do raio de uma lente divergente (face 2) .....	88
Tabela 3.5 - Resultados referentes à formação de imagens em lentes .....	90

---

Tabela 3.6 - Determinação da posição das imagens geradas por uma lente convergente usando uma lanterna.....	93
Tabela 4.1 - Determinação dos eixos de transmissão de polarizadores .....	114
Tabela 4.2 - Determinação da percentagem de polarização da luz .....	117
Tabela 4.3 - Verificação da lei de Malus com dois polarizadores.....	119
Tabela 4.4 - Determinação do ângulo de transmissão de um polarizador utilizando polarizadores cruzados.....	122
Tabela 4.5 - Verificação da lei de Malus com polarizador rotativo.....	124
Tabela 4.6 - Atividade óptica de uma solução de sacarose...	127
Tabela 5.1 - Intensidade do raio refletido em função do ângulo de incidência.....	146
Tabela 5.2 - Intensidade do raio transmitido em função do ângulo de incidência.....	146
Tabela 6.1 - Efeito de uma lâmina de meia onda na polarização linear. ....	163
Tabela 6.2 - Efeito de uma lâmina de quarto de onda na polarização da luz.....	166
Tabela 6.3 - Efeito combinado de duas lâminas de quarto de onda na polarização da luz.....	167
Tabela 7.1 - Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a escala do retículo.....	194
Tabela 7.2 - Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a ampliação da lente.....	194

---

Tabela 7.3 - Determinação do comprimento de onda de uma fonte de luz utilizando os anéis de Newton.....	197
Tabela 8.1 - Resultados da difração por uma fenda simples desconhecida (fenda 1) .....	219
Tabela 8.2 - Resultados da difração por uma fenda simples desconhecida (fenda 2) .....	219
Tabela 8.3 - Resultados da difração por uma fenda dupla desconhecida .....	220
Tabela 8.4 - Resultados da difração por uma rede de difração com número de linhas desconhecido ....	221
Tabela 9.1 - Linhas espectrais do mercúrio observadas com grade de 600 linhas / mm.....	248
Tabela 9.2 - Linhas espectrais do mercúrio observadas com grade de 300 linhas / mm.....	249
Tabela 9.3 - Linhas espectrais de uma lâmpada desconhecida observadas com grade de 600 linhas / mm.....	251



## Sumário

<b>Apresentação.....</b>	<b>21</b>
<b>Capítulo 1 Reflexão e refração da luz em superfícies planas.....</b>	<b>23</b>
1.1 Leis da refração e reflexão.....	23
1.2 Princípio de Huygens.....	25
1.3 Princípio de Fermat.....	29
1.4 Desvio angular provocado por prismas.....	32
1.5 Reflexão interna total (e reflexão interna total frustrada).....	36
1.6 Experimentos.....	39
1.6.1 Reflexão e refração em um bloco de vidro.....	39
1.7 Ângulo de desvio mínimo em um prisma.....	42
1.8 Reflexão interna total em um bloco de acrílico semicircular.....	45
<b>Capítulo 2 Reflexão da luz em superfícies curvas: espelhos.....</b>	<b>49</b>
2.1 Espelhos côncavos e convexos.....	49
2.2 Distância focal de um espelho esférico.....	50
2.3 Determinação da imagem formada por um espelho esférico (método geométrico).....	51
2.4 Determinação da imagem formada por um espelho esférico (método algébrico).....	52
2.5 Tipos de imagens formadas.....	55
2.6 Experimentos.....	57
2.6.1 Medida do raio de curvatura e da distância focal de um espelho côncavo.....	58
2.6.2 Medida do raio de curvatura e da distância focal de um espelho convexo.....	61
2.6.3 Determinação da posição das imagens geradas por um espelho côncavo.....	63
2.6.4 Observação da formação de imagens geradas por um espelho côncavo.....	66

---

<b>Capítulo 3 Refração da luz em superfícies curvas: lentes .....</b>	<b>73</b>
3.1 Lentes esféricas convergentes e divergentes .....	73
3.2 Distância focal de uma lente (equação dos fabricantes).....	74
3.3 Determinação da imagem formada por uma lente esférica (método geométrico).....	77
3.4 Determinação da imagem formada por uma lente esférica (método algébrico) .....	78
3.5 Tipos de imagens formadas .....	79
3.6 Experimentos .....	81
3.6.1 Medida da distância focal de uma lente convergente .....	81
3.6.2 Medida da distância focal de uma lente divergente.....	86
3.6.3 Determinação da posição de imagens geradas por uma lente convergente.....	88
3.6.4 Observação da formação de imagens geradas por lentes convergentes .....	90
<b>Capítulo 4 Polarização linear, Lei de Malus e atividade óptica .....</b>	<b>95</b>
4.1 Descrição da luz como onda eletromagnética.....	95
4.2 Polarização por absorção e Lei de Malus.....	101
4.3 Atividade óptica natural .....	106
4.4 Experimentos .....	112
4.4.1 Determinação do eixo óptico dos polarizadores.....	113
4.4.2 Determinação da porcentagem de polarização de um feixe de luz .....	115
4.4.3 Verificação da Lei de Malus .....	117
4.4.4 Determinação do ângulo de transmissão de um polarizador utilizando polarizadores cruzados .....	119
4.4.5 Verificação da Lei de Malus com polarizador rotativo .....	122
4.4.6 Atividade óptica .....	124
<b>Capítulo 5 Equações de Fresnel e Ângulo de Brewster ..</b>	<b>129</b>
5.1 Polarização por reflexão e ângulo de Brewster .....	129
5.2 Relações de Fresnel (incidência oblíqua).....	131
5.3 Relações de Fresnel (incidência normal) .....	141

---

5.4 Experimentos.....	142
5.4.1 Polarização da luz por reflexão – Ângulo de Brewster.....	143
<b>Capítulo 6 Polarização circular e elíptica e birrefringência.....</b>	<b>149</b>
6.1 Polarização da luz.....	149
6.1.1 Casos particulares (polarização linear e circular) .....	153
6.2 Birrefringência e mudanças na polarização da luz.....	156
6.2.1 Lâminas defasadoras de quarto de onda.....	159
6.2.2 Lâminas de meia onda.....	160
6.3 Experimentos.....	161
6.3.1 Lâmina de meia onda .....	161
6.3.2 Lâmina de quarto de onda – polarização circular .....	164
6.3.3 Efeito de duas lâminas de quarto de onda.....	166
<b>Capítulo 7 Interferometria.....</b>	<b>169</b>
7.1 A interferência de ondas .....	169
7.1.1 Interferência construtiva e destrutiva .....	172
7.2 Interferência de duas ondas planas .....	173
7.3 Interferômetro de Michelson .....	178
7.4 Interferência em filmes finos .....	181
7.5 Anéis de Newton.....	188
7.6 Experimentos.....	190
7.6.1 Interferência de ondas planas.....	190
7.6.2 Anéis de Newton.....	195
<b>Capítulo 8 Difração.....</b>	<b>199</b>
8.1 História.....	199
8.2 Difração da Luz por Fendas.....	203
8.3 Detecção da distribuição espacial de intensidade de luz .....	214
8.4 Experimentos.....	216
8.4.1 Difração por fenda simples e duplas utilizando o método de projeção .....	217
8.4.2 Medida do perfil de intensidade do padrão de difração por fendas .....	222

---

<b>Capítulo 9 Espectroscopia óptica .....</b>	<b>227</b>
9.1 História .....	227
9.1.1 As origens da espectroscopia .....	227
9.1.2 O papel da espectroscopia óptica no desenvolvimento da teoria quântica .....	232
9.1.3 A importância atual da espectroscopia óptica .....	235
9.2 Redes de difração, dispersão e poder de resolução. ....	236
9.3 Experimentos .....	244
9.3.1 Espectro de uma lâmpada de vapor de mercúrio.....	245
9.3.2 Espectro de uma lâmpada de vapores desconhecidos .....	249
9.3.3 Espectro de absorção de uma solução .....	251
<b>Apêndice Filme antirrefletor .....</b>	<b>255</b>

---

## *Apresentação*

Este livro de práticas é destinado a cursos de óptica básica com enfoque experimental, incluindo sugestões de roteiros de experimentos e o suporte teórico necessário para a sua realização. É indicado para cursos de ciências básicas e engenharias. Esse material foi escrito, baseado na apostila escrita, inicialmente, pelos Profs. Luis Gustavo Marcassa e Fernando Fernandes Paiva, em 2004. Desde então, a apostila passou por inúmeras reformulações, que incluíram a reformulação completa dos roteiros existentes e a inclusão de novos. Tais atividades fizeram parte da reformulação do laboratório de Física IV do IFSC, realizada pelos Profs. Eduardo Azevedo e Luiz Antonio de Oliveira Nunes e, também, pelos técnicos Ércio Santoni, Hélio Nineli, Jae Antônio de Castro Filho e Antenor F. Petrilli Filho, entre 2005 e 2009. Além disso, um conjunto de introduções teóricas foi adicionado em 2007 e revisado em 2010 por Tiago Barbim Batalhão. Finalmente, em 2013, os professores Luiz Gustavo Marcassa e Eduardo Ribeiro de Azevedo, juntamente com o Dr. Marcio Fernando Cobo, realizaram uma nova revisão dos roteiros e introduções. Em 2014, foi feita mais uma revisão de introduções e roteiros e a biblioteca do IFSC realizou o trabalho de normatização e editoração. O conteúdo corresponde a um curso de 9 experimentos, o qual se encaixa em um semestre letivo com aulas semanais. Na visão dos compiladores, os experimentos e conceitos, discutidos neste material, formam a base de conhecimentos em óptica em nível básico de graduação, a qual estudantes das áreas de ciências exatas devem adquirir para se capacitar adequadamente e atuarem, tanto na área científica, quanto na tecnológica.

Por fim, gostaríamos de receber comentários, atualizações, sugestões e correções de todos aqueles que usarem esse material para que possamos melhorar as futuras edições.

*Tiago Barbim Batalhão  
Marcio Fernando Cobo  
Eduardo Ribeiro de Azevedo  
Luiz Antônio de Oliveira Nunes  
Luiz Gustavo Marcassa*

---

## ***Capítulo 1 Reflexão e refração da luz em superfícies planas***

Neste capítulo serão estudados os fenômenos de reflexão e refração da luz em superfícies planas utilizando as leis da óptica geométrica. Serão abordados os princípios fundamentais (de Huygens e de Fermat), as leis de Reflexão e Refração (lei de Snell), reflexão interna total e a óptica de um prisma.

**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência.**

### **1.1 Leis da refração e reflexão**

Quando um feixe de luz passa de um meio material transparente para outro, parte da luz é refletida na interface entre os meios e parte entra no segundo meio. A figura 1.1 mostra dois meios transparentes e sua interface. Cada um dos meios é caracterizado por um parâmetro adimensional, denominado índice de refração. Os ângulos de reflexão  $\alpha$  e refração  $\beta$  são obtidos a partir de leis que garantem que:

a) O raio refletido e o refratado estão no mesmo plano definido, o qual é definido pelo raio incidente e pela reta normal à

interface no ponto de incidência. Esse plano é chamado de plano de incidência.

b) O ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

c) Os ângulos de incidência e refração estão relacionados pela lei de Snell:

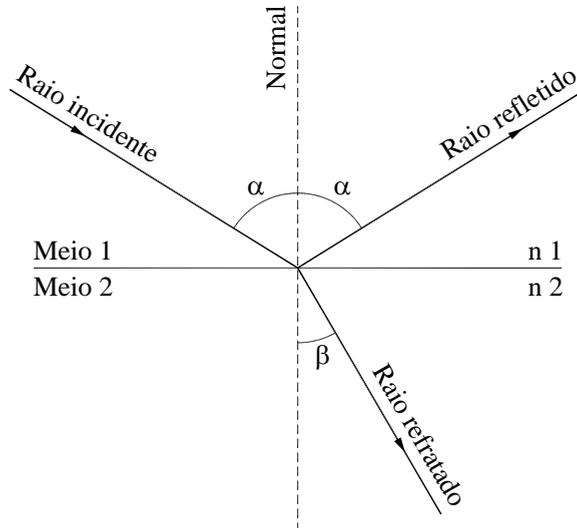
$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (1)$$

d) A intensidade da luz, refletida ou refratada, depende da diferença de índices de refração entre os meios e do ângulo de incidência (os coeficientes de transmissão e reflexão são dados pelas equações de Fresnel). Um caso particular simples é o de incidência normal em um meio não absorvedor; a fração de luz refletida na interface é dada por:

$$R = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad (2)$$

A fração de luz transmitida é obviamente  $T = 1 - R$ , uma vez que não há absorção. Para o caso do vidro ( $n \approx 1,5$ ), a intensidade refletida é cerca de 4 % do total.

Figura 1.1 - Reflexão e refração de um feixe de luz na interface de dois meios transparentes.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

As leis de reflexão e refração, do modo como estão expostas aqui, foram baseadas em resultados experimentais. Entretanto, elas podem ser deduzidas a partir de princípios mais fundamentais da óptica, que são o princípio de Huygens e o princípio de Fermat. Veremos, a seguir, esses princípios (que são equivalentes) e mostraremos como as leis de reflexão e refração podem ser deduzidas a partir deles.

## 1.2 Princípio de Huygens

Ainda no século XVII, o holandês Christian Huygens formulou uma teoria ondulatória para explicar os fenômenos envolvendo a luz. Sua hipótese fundamental é conhecida como princípio de Huygens,

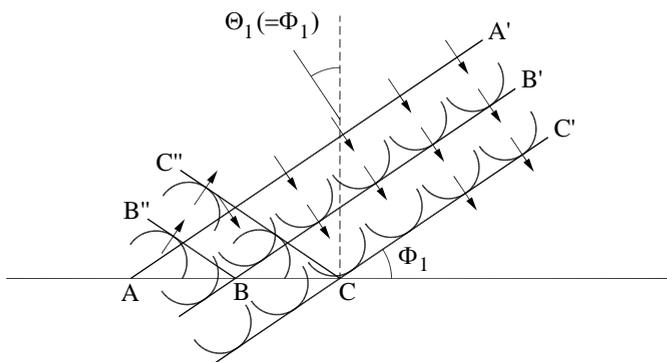
que alega como a frente de onda pode ser calculada, em cada instante no futuro, conhecendo a sua posição atual:

“Cada ponto de uma frente de onda atua como uma fonte de ondas secundárias que se propagam com a mesma velocidade e frequência. A envoltória das frentes de onda secundárias é a nova frente de onda, num instante posterior.”

Com esse princípio, é possível demonstrar as leis de reflexão e refração.

Vamos considerar inicialmente a reflexão. Na figura 1.2, a frente de onda  $AA'$  se aproxima do espelho com ângulo de incidência  $\theta_1$  (entre a normal da frente de onda e a normal ao espelho), que é igual ao ângulo  $\phi_1$ , entre a frente de onda e o espelho. Pelo princípio de Huygens, os pontos da frente de onda  $AA'$  geram ondas secundárias, cuja envoltória forma a frente de onda  $B'BB''$  que, por sua vez, leva a nova frente de onda  $C'CC''$ .

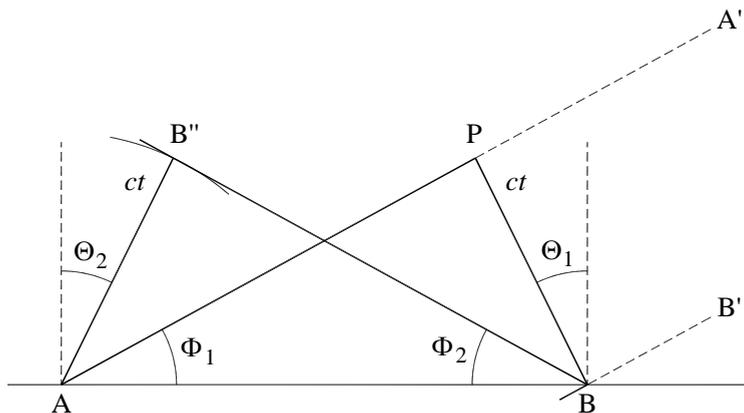
Figura 1.2 - Esquema de reflexão de frentes de onda segundo o princípio de Huygens.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

No esquema da figura 1.3, AP representa uma parte da frente de onda AA'. Em um tempo  $t$ , a onda secundária, centrada em A, chega ao ponto B'' e a frente de onda, centrada em P, chega a B. A nova frente de onda é BB''. Os ângulos entre a frente de onda e o espelho são  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  para as frentes de onda AA' e BB'', respectivamente. Os triângulos  $\Delta ABB''$  e  $\Delta ABP$  são retângulos com hipotenusa comum e um cateto igual ( $AB'' = BP$ ), logo, são congruentes, portanto,  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  são iguais. Os ângulos de incidência são iguais aos ângulos  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  e são, também, iguais para as ondas incidente e refletida, provando a lei de reflexão.

Figura 1.3 - Diagrama geométrico mostrando o uso do princípio de Huygens para deduzir a lei de reflexão.

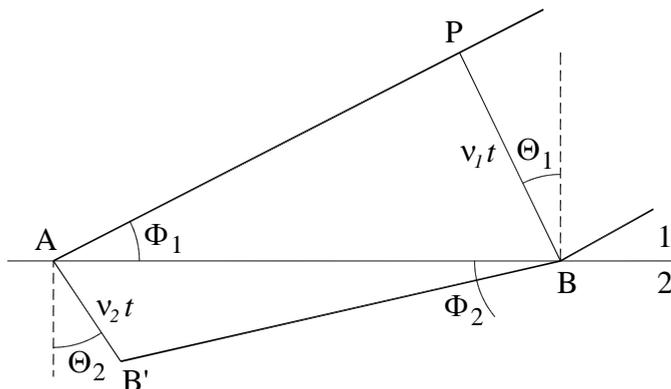


Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Para provar a lei de Snell, vamos usar a figura 1.4. A frente de onda incidente é AP. A onda secundária, gerada em A, percorre uma distância  $v_2t$  no meio 2 e, aquela gerada em P, percorre a distância  $v_1t$  no meio 1. Isso faz com que a nova frente de onda B'B não seja

paralela à frente AP. O ângulo de incidência é  $\theta_1$ , igual a  $\varphi_1$ ; o ângulo de refração é  $\theta_2$ , igual a  $\varphi_2$ .

Figura 1.4 - Diagrama geométrico mostrando o uso do princípio de Huygens para deduzir a lei de refração (lei de Snell).



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Dois relações podem ser percebidas pela figura:

$$\sin \Phi_1 = \frac{v_1 t}{AB} \quad (3a)$$

$$\sin \Phi_2 = \frac{v_2 t}{AB} \quad (3b)$$

As duas equações apresentam o fator  $t / AB$ . Igualando a expressão para  $t / AB$  em cada equação, chegamos a:

$$\frac{1}{v_1} \sin \Phi_1 = \frac{1}{v_2} \sin \Phi_2 \quad (4)$$

Lembrando que  $v = c / n$  e cancelando o fator comum  $c$ , chega-se a lei de Snell.

### 1.3 Princípio de Fermat

O princípio de Fermat também é conhecido como “princípio do menor tempo”. O conteúdo do princípio é:

“A luz, para caminhar de um ponto A até um ponto B, o faz por um caminho tal que o tempo gasto é um extremo (mínimo, máximo ou um ponto de inflexão)”.

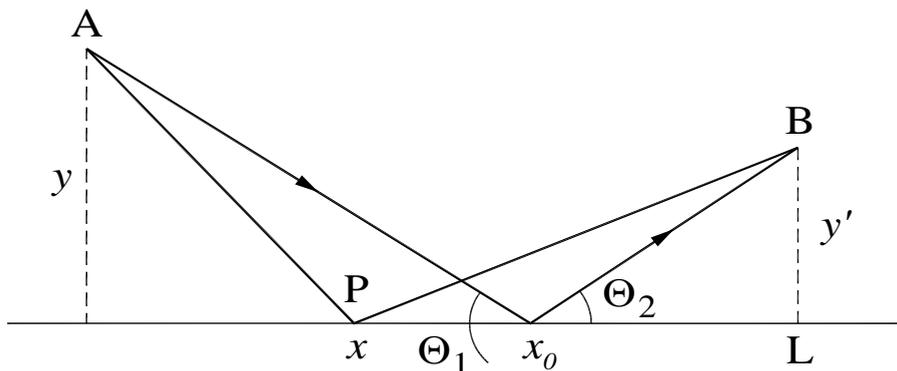
Esse princípio está intimamente ligado à técnica matemática do cálculo variacional; o caminho percorrido pela luz é aquele cujo tempo gasto não se altera (em primeira ordem) se o caminho for levemente alterado. Nas situações usuais de reflexão e refração, o extremo será um mínimo, o que justifica o termo “princípio do menor tempo”. É útil introduzir, aqui, o conceito de caminho óptico, que é igual ao produto entre a distância percorrida pela luz e o índice de refração local. Minimizar (ou de forma geral, extremar) o tempo equivale a minimizar (ou extremar) o caminho óptico.

O princípio de Fermat pode ser relacionado ao princípio de Huygens. Quando o tempo não é afetado por pequenas mudanças, as ondas secundárias geradas em pontos próximos interferem construtivamente, pois chegam com a mesma fase. Se o tempo não é um extremo, ocorre interferência destrutiva e não se forma uma nova frente de onda.

Para ver como esse princípio leva às leis de reflexão, vamos considerar a figura 1.5 e calcular o caminho óptico para ir do ponto A

ao observador B, em função da variável  $x$  (o ponto em que há a reflexão), e achar o valor  $x_0$  que o minimiza.

Figura 1.5 - Diagrama geométrico mostrando o uso do princípio de Fermat para deduzir a lei de reflexão.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

O caminho óptico de A a B, passando por P (ou seja, sofrendo uma reflexão), é:

$$[APB] = n \left( \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(L-x)^2 + y'^2} \right) \quad (5)$$

O princípio de Fermat diz que a derivada (com relação a  $x$ ) dessa expressão, calculada para  $x = x_0$ , é igual à zero:

$$\frac{d}{dx} [APB] = n \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + y'^2}} \right) \quad (6)$$

Para essa derivada ser igual a zero, é preciso que:

$$\frac{x_o}{y} = \frac{L - x_o}{y'} \quad (7)$$

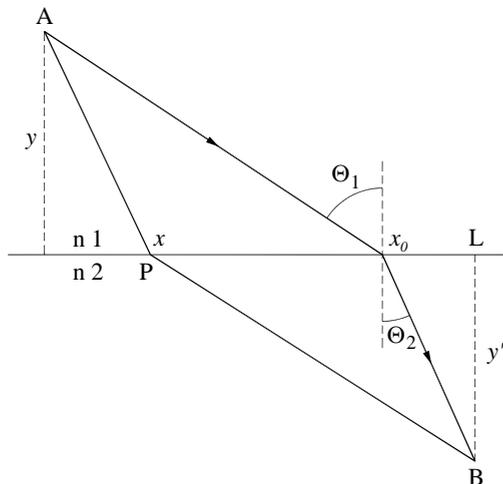
Pela figura, vemos que o lado esquerdo é igual a  $\tan \theta_1$  e o lado direito, igual a  $\tan \theta_2$ . Ou seja,  $\tan \theta_1 = \tan \theta_2$ . Logo, como  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são do primeiro quadrante:

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (8)$$

Isso demonstra a lei de reflexão.

Para demonstrar a lei de refração (lei de Snell), será utilizado o esquema da figura 1.6:

Figura 1.6 - Uso do princípio de Fermat para deduzir a lei de refração (lei de Snell).



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

O caminho óptico entre A e B, passando por P (ou seja, sofrendo uma refração), é:

$$[APB] = n_1 \sqrt{x^2 + y^2} + n_2 \sqrt{(L-x)^2 + y'^2} \quad (9)$$

Seguindo o mesmo procedimento anterior:

$$\frac{d}{dx} [APB] = \frac{n_1 x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{n_2 (L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + y'^2}} \quad (10)$$

A equação 10 só pode ser igual a zero se:

$$n_1 \left( \frac{x_o}{\sqrt{x_o^2 + y^2}} \right) = n_2 \left( \frac{L-x_o}{\sqrt{(L-x_o)^2 + y'^2}} \right) \quad (11)$$

O parêntesis do lado esquerdo é igual a  $\sin \theta_1$  e o parêntesis do lado direito, igual a  $\sin \theta_2$ . Ou seja:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (12)$$

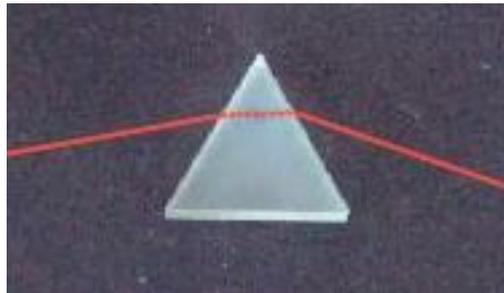
Isso prova a lei de Snell.

## 1.4 Desvio angular provocado por prismas

Ao passar por um prisma, um raio luminoso sofre uma refração ao penetrar na face em que está incidindo e outra ao emergir na outra face. Essas duas faces são inclinadas por um certo

ângulo, de forma que o desvio, produzido pela refração na primeira face, seja ampliado pela refração na segunda, conforme mostra a figura 1.7.

Figura 1.7 - Fotografia mostrando a refração e reflexão de raios de luz *laser* em um prisma.



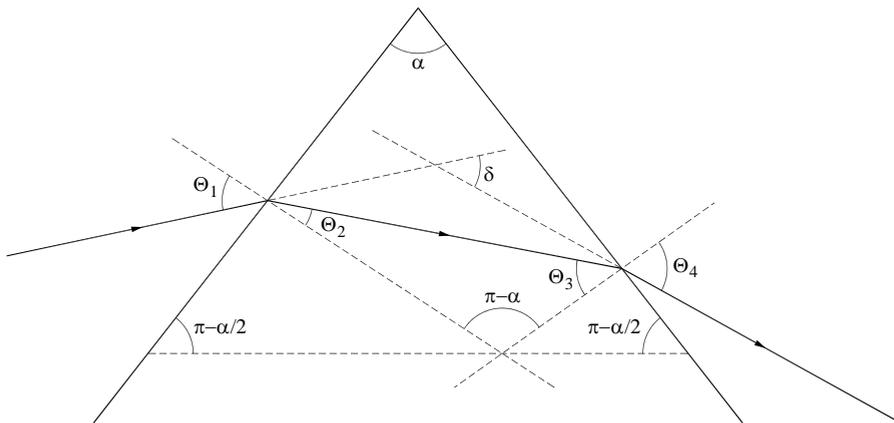
Fonte: Elaborada pelos compiladores.

O raio emergente apresenta um desvio, dado pelo ângulo  $\delta$ , com relação ao raio incidente, como a figura 1.8 ilustra. Girando o prisma, continuamente, em torno de um eixo normal ao prisma, esse ângulo  $\delta$  decresce até alcançar um valor mínimo e, então, volta a aumentar. O ângulo de incidência, para o qual  $\delta$  assume seu menor valor, é conhecido como ângulo de desvio mínimo,  $\theta_m$ . Assim, o nosso objetivo seria, em princípio, relacionar o desvio do feixe  $\delta$  com o ângulo de incidência  $\theta_1$  e, em seguida, achar para qual ângulo de incidência esse desvio é mínimo. No entanto, é mais simples relacionar  $\delta$  com o ângulo de refração na primeira superfície  $\theta_2$  e, como  $\theta_1$  e  $\theta_2$  estão relacionados diretamente por uma relação constante, dada pela lei de Snell, minimizar  $\delta$  em relação a  $\theta_2$ , é o mesmo que minimizá-lo em relação a  $\theta_1$ . Portanto, a seguir iremos relacionar  $\delta$  com o ângulo  $\theta_2$  e, então, minimizá-lo em relação a esse ângulo.

A figura 1.8 mostra um prisma isósceles. O desvio sofrido pelo feixe é dado pelo ângulo entre as direções inicial e final do raio, o ângulo de desvio  $\delta$  vale:

$$\delta = \theta_1 + \theta_4 - \theta_2 - \theta_3 \quad (13)$$

Figura 1.8 - Esquema de refração da luz em um prisma isósceles.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Vemos também que:

$$\theta_2 + \theta_3 = \alpha \quad (14)$$

Ou seja:

$$\delta = \theta_1 + \theta_4 - \alpha \quad (15)$$

Aplicando a lei de Snell nas duas refrações:

$$\sin \theta_2 = \frac{1}{n} \sin \theta_1 \quad (16a)$$

$$\sin \theta_4 = n \sin \theta_3 \quad (16b)$$

Substituindo  $\theta_3$ , da equação 14, na equação 16b:

$$\sin \theta_4 = n \sin(\alpha - \theta_2) \quad (17)$$

O desvio total agora se escreve como:

$$\delta = \arcsin(n \sin \theta_2) + \arcsin(n \sin(\alpha - \theta_2)) - \alpha \quad (18)$$

A derivada dessa expressão, com relação a  $\theta_2$ , é:

$$\frac{d\delta}{d\theta_2} = \frac{n \cos \theta_2}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_2}} - \frac{n \cos(\alpha - \theta_2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\alpha - \theta_2)}} \quad (19)$$

O desvio mínimo ocorre quando a derivada acima for igual a zero. Para que isso aconteça, é preciso que  $\theta_2 = \alpha - \theta_2$ , ou seja,  $\theta_2 = \alpha / 2$ . Logo:

$$\sin \theta_1 = n \sin(\alpha / 2) \quad (20)$$

Logo, a equação 14 resulta em  $\theta_3 = \alpha / 2$ , ou seja,  $\theta_2 = \theta_3$ . Utilizando esse resultado nas equações 16a e b, conclui-se que:

$$\theta_1 = \theta_4 \quad (21)$$

Na situação de desvio mínimo, os ângulos de incidência e de saída são iguais, isto é, o feixe atravessa o prisma paralelamente a uma das faces.

É importante mencionar que a principal aplicação de prismas é na dispersão da luz (separação em comprimentos de onda, que será discutida no capítulo sobre espectroscopia óptica) para uso, por exemplo, em espectroscopia óptica. Nesse sentido, deseja-se que a dispersão seja a maior possível, já que isso acarreta em maior resolução. Porém, nessas aplicações, a condição de desvio mínimo é geralmente utilizada, o que pode parecer antagônico, pois, se o desvio é mínimo, a dispersão é, também, a mínima possível para um determinado prisma. No entanto, há outro fator que influencia na qualidade do prisma, que é a distorção que ele provoca na forma do feixe desviado, a qual também deve ser minimizada para evitar aberrações no padrão espectral da luz dispersa. A situação de desvio mínimo é aquela que provoca a menor alteração na forma do feixe ao atravessar o prisma e, por isso, o uso dessa condição acarreta em menos aberrações no padrão da luz dispersa, justificando o uso dessa condição em uma grande parte das aplicações envolvendo prismas.

## **1.5 Reflexão interna total (e reflexão interna total frustrada)**

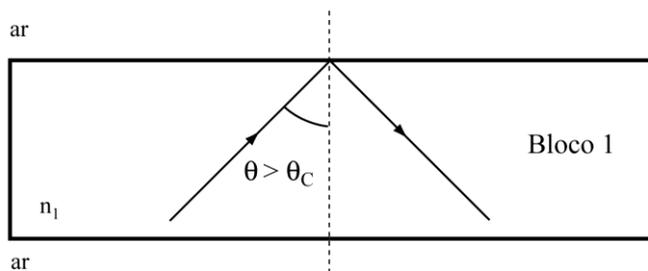
Pela lei de Snell, se tivermos  $n_i > n_r$  (ou seja, o raio está passando de um meio mais refratário a outro menos refratário), pode-se ter  $\sin \theta_r > 1$ . Nesse caso, não há raio refratado; toda a luz é refletida, como ilustra a figura 1.9a, para o caso de uma interface de um material de índice de refração  $n_1$  com o ar. Esse efeito é chamado de reflexão interna total. A reflexão interna total ocorre quando o ângulo de incidência é maior que o ângulo crítico ( $\theta_c$ ),

definido como:  $\sin \theta_c = n_r / n_i$ . Entre outras muitas aplicações, a reflexão interna total é utilizada para guiar feixes de luz através de múltiplas reflexões, como ilustra a figura 1.9b.

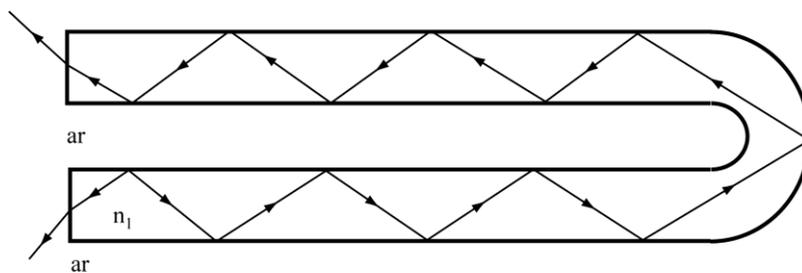
Considere, agora, dois blocos de vidro (indicados como 1 e 2 na figura 1.9c) sendo colocados muito próximos com uma fina camada de ar entre eles. Assuma que o feixe de luz parte do bloco 1 e incide na sua interface com o ar na condição de reflexão total ( $n_2 > n_{ar}$ ). Se a espessura da camada de ar entre os blocos for de alguns poucos comprimentos de onda da luz (há uma relação matemática que estabelece a condição entre a espessura do bloco e o comprimento de onda, que pode ser verificada nas bibliografias indicadas), haverá luz transmitida para o bloco 2. Esse fenômeno ocorre porque, mesmo na condição de reflexão interna total, a onda penetra ligeiramente no menor índice de refração. Porém, nesse meio, a amplitude dessa onda, usualmente denominada de onda evanescente, decai exponencialmente e não transporta energia (toda energia é refletida). Apesar disso, com os dois blocos muito juntos, a onda pode alcançar um novo meio na qual pode se propagar e se converte numa onda propagante, no bloco 2. Assim, nessa situação, a luz que se irradiava dentro do bloco 1 e atinge a interface com ângulo maior que o ângulo crítico, tem parte de sua energia refletida e parte atravessada para o bloco 2, intermediada pela onda evanescente, tal como mostra a figura 1.9c. Esse fato é conhecido como reflexão interna total frustrada e é um exemplo do que os Físicos costumam denominar tunelamento (nesse caso, tunelamento clássico).

Figura 1.9 - Esquematização do fenômeno de reflexão interna e reflexão interna frustrada.

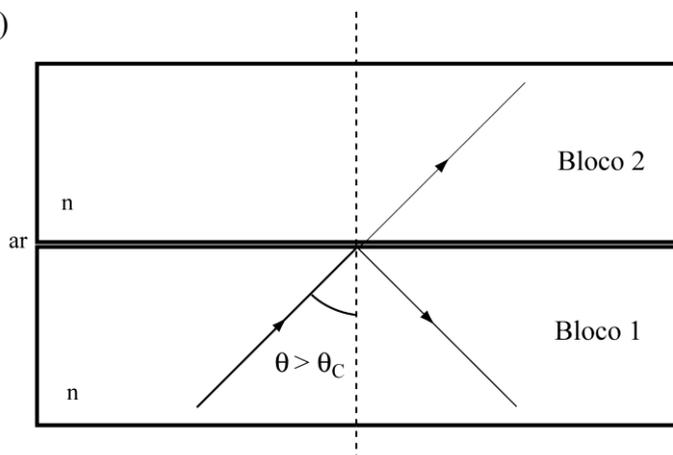
a)



b)



c)



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

## 1.6 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos!

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

### 1.6.1 Reflexão e refração em um bloco de vidro

a) Nesta parte do experimento, vamos estudar a reflexão e a refração da luz, utilizando um bloco retangular de vidro BK7. Com isso, será possível verificar o desvio do feixe quando passa pelo vidro, o qual pode ser estimado utilizando a lei de Snell.

b) Coloque uma folha de papel sobre a plataforma goniométrica e fixe-a usando alfinetes. Marque o centro da mesa (ponto O) com um alfinete (alfinete [5] na figura 1.11) e incida um raio de luz *laser*, de modo a interceptá-lo.

c) Remova o alfinete do ponto O e coloque o alfinete [1] (ver figura 1.10) na trajetória do feixe de luz, de modo que haja espaço suficiente para colocar um bloco de vidro entre o *laser* e o alfinete [1]. Essa trajetória está marcada com uma linha tracejada na figura 1.10.

d) Coloque o bloco de vidro formando um ângulo entre  $35^\circ$  e  $55^\circ$  com o feixe de luz incidente, tal como ilustra a figura 1.10. A face de incidência do bloco deve estar sobre o diâmetro da mesa. Fixe-o com alfinetes e trace seu perímetro na folha de papel. Isso permitirá a determinação da reta normal à face. Dica: posicione o bloco de vidro de modo que corresponda à segunda maior aresta do bloco.

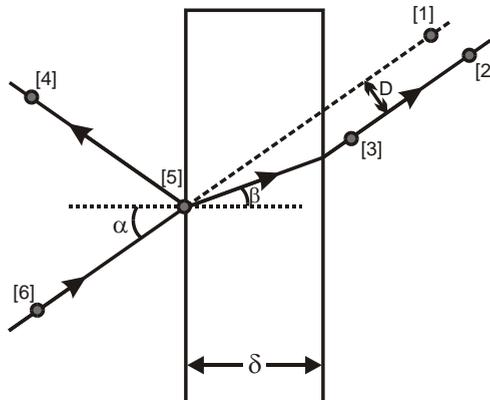
e) Coloque os demais alfinetes, como mostra a figura 1.10, na seguinte ordem: [2], [3], [4], [5] e [6], anotando a posição de cada um. **Importante: Siga a sugestão de ordem para colocação dos alfinetes, indicada por [1], [2], ..., [6]!**

f) Remova todos os alfinetes e o bloco de vidro. Una os furos deixados pelos alfinetes com linhas, determinando, dessa forma, os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  e o deslocamento lateral  $D$  entre o feixe incidente e o emergente.

g) Repita esse procedimento para 4 ângulos de incidência diferentes.

h) Com os dados obtidos, determine o índice de refração do bloco (valor médio) e o erro associado (desvio padrão). Compare com o valor padrão do índice de refração do vidro BK7.

Figura 1.10 - Esquema mostrando a ordem de fixação dos alfinetes em um bloco de vidro e definição dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $D$ .



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

i) Com esses dados, mostre que seus resultados são consistentes com:

$$D = \delta \sin \alpha \left( 1 - \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \right) \quad , \quad (23)$$

no qual  $\delta$  é, como mostrado na figura 1.10, a espessura do bloco de vidro. Calcule  $D$  utilizando essa relação, determine seu erro a partir do desvio padrão das medidas de  $\alpha$  e  $\beta$  e compare com o valor medido experimentalmente.

j) Mostre que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão. Para isso, faça um gráfico de  $\alpha_{\text{incidente}}$  versus  $\alpha_{\text{refletido}}$  e verifique se é obtida uma reta, que passe pela origem, cuja inclinação seja  $45^\circ$ . Discuta o grau de confiança de suas medidas.

k) A principal fonte de erros, nessa medida, é causada pela largura do feixe de *laser*. Estime esses erros e discuta-os em seu relatório.

Tabela 1.1 - Desvio lateral em um bloco de faces paralelas

$\alpha_{\text{incidente}}$	$\alpha_{\text{refletido}}$	$\beta$	$D_{\text{medido}} \text{ (cm)}$	$D_{\text{esperado}} \text{ (cm)}$
$n \pm \Delta n =$				

## 1.7 Ângulo de desvio mínimo em um prisma

a) Coloque uma folha de papel sobre a plataforma goniométrica e fixe-a usando alfinetes. Marque o centro da mesa com um alfinete (ponto O) e incida um raio de luz *laser*, de modo a interceptá-lo.

b) Retire o alfinete que marca o ponto O e coloque um prisma equilátero sobre a folha de papel. Fixe-o com alfinetes e trace os contornos do prisma no papel. A marca existente na superfície opaca do prisma deve coincidir com o centro de rotação da mesa (ponto O). Em seguida, gire a plataforma, de forma que o feixe de luz incidente reflita na primeira face do prisma sobre si mesmo (retrorreflexão). Quando isso acontece, a incidência do feixe é perpendicular à face.

c) Gire a plataforma de modo a ter um ângulo de incidência  $\theta$ . Identifique o feixe emergente na superfície oposta à incidência, conforme a figura 1.11. Gire a plataforma de modo a variar o ângulo  $\theta$ . Assim, você verá o feixe emergente do prisma mover-se em uma determinada direção. Em um determinado instante, esse movimento

cessará e, embora você continue girando a plataforma na mesma direção, o feixe de luz começará a se mover na direção contrária.

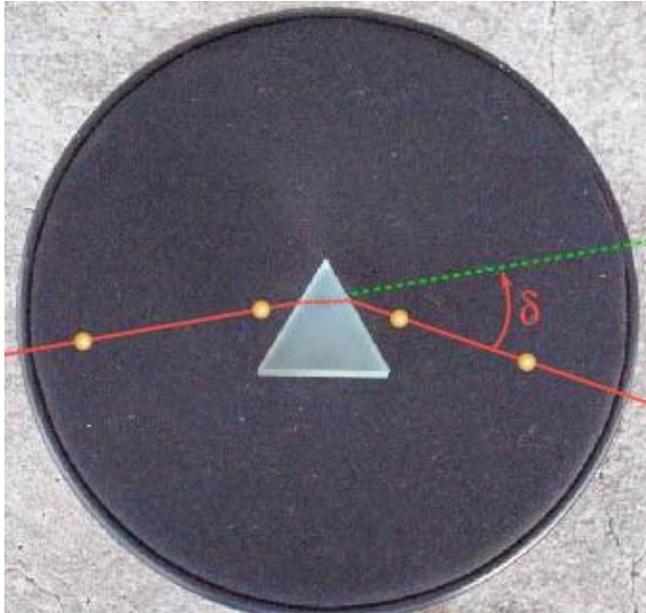
O momento em que o movimento cessa define o ângulo de desvio mínimo,  $\delta_m$ . É importante notar que, uma vez cessado o movimento do feixe emergente, é possível girar a plataforma de alguns graus, sem que se perceba nenhum deslocamento do feixe – o que reflete uma fonte de erro para suas medidas.

Para obter uma medida mais precisa, meça o ângulo para o qual o movimento cessa,  $\theta_m^1$ , e o ângulo para o qual o movimento recomeça,  $\theta_m^2$ . O ângulo  $\theta_m$  será determinado, então, pelo valor médio dos ângulos  $\theta_m^1$  e  $\theta_m^2$ , ou seja:

$$\theta_m = \frac{\theta_m^1 + \theta_m^2}{2} \quad (24)$$

d) Use alfinetes para determinar a direção do feixe emergente, no prisma, nas condições onde são obtidos os ângulos  $\theta_m^1$  e  $\theta_m^2$ . Após isso, trace a trajetória dos raios no papel (como mostra a figura 1.11) e a reta normal à superfície do prisma e determine os ângulos  $\theta_m^1$  e  $\theta_m^2$ . A partir desses resultados, utilize a equação 20 (com  $\theta_1 = \theta_m$ ) para determinar o índice de refração do prisma. Estime os erros em seus cálculos, considerando o erro na determinação do ângulo como sendo  $\Delta\theta_m = \frac{\theta_m^1 - \theta_m^2}{2}$ .

Figura 1.11 - Fotografia do experimento, mostrando os alfinetes que permitem determinar a direção dos raios.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 1.2 - Ângulo de desvio mínimo em prismas.

Prisma de vidro		Prisma oco com líquido	
$\theta_m$		$\theta_m$	
$\theta_m$		$\theta_m$	
$\theta_m$		$\theta_m$	
$\theta_m$ médio		$\theta_m$ médio	
<b><math>n</math></b>		<b><math>N</math></b>	

e) O método anterior pode ser utilizado para determinar o índice de refração de líquidos. Para isso, basta que o prisma seja

substituído por um prisma oco, de paredes delgadas, preenchido com o líquido em questão. Realize essas medidas com o prisma oco, preenchido com água, e determine o seu índice de refração. Compare com os valores da literatura.

## 1.8 Reflexão interna total em um bloco de acrílico semicircular

Neste experimento, vamos considerar a luz se propagando de um meio com maior índice de refração para outro de menor índice de refração. Nesse caso, conforme o ângulo de incidência aumenta, atinge-se um ponto onde nenhuma luz é transmitida para o meio de índice de refração menor. Este ângulo, em particular, é chamado ângulo crítico ( $\theta_C$ ). Para ângulos maiores que  $\theta_C$ , toda luz é refletida de volta ao meio incidente, com um ângulo igual ao ângulo de incidência, como ilustra a figura 1.12.

a) Coloque uma folha de papel sobre a mesa goniométrica fixando-a com a ajuda de alfinetes. Em seguida, coloque um bloco de vidro semicircular sobre a folha, de modo que o centro da mesa goniométrica coincida com o centro da face plana do bloco (ponto O da figura 1.12a). Desenhe o contorno do bloco no papel e fixe-o utilizando alfinetes. Posicione, então, o *laser*, de modo que o feixe incida perpendicularmente à face plana do bloco exatamente em O, tal como mostra a figura 1.12a. Na condição ideal, o raio refletido pela face plana volta na mesma trajetória do raio incidente (retroreflexão). Utilize alfinetes para acompanhar a trajetória do feixe de luz *laser*.

b) Gire o bloco e faça o feixe do *laser* incidir, como na figura 1.12b. Determine, então, a trajetória do raio incidente e refratado pelo

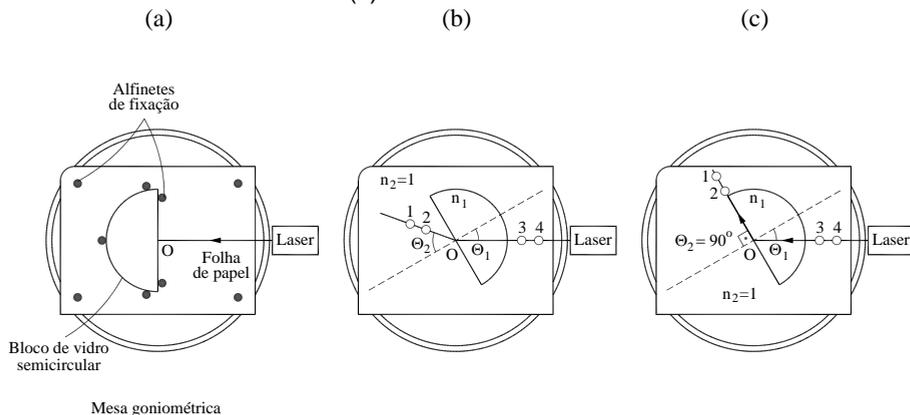
bloco; para fazer isso, marque a trajetória dos raios no papel com a ajuda de alfinetes, tal como ilustra a figura 1.12b (que mostra quatro alfinetes). Analise a trajetória seguida pelos raios utilizando a lei de refração.

c) Faça o traçado de raios no papel e determine os ângulos de incidência e refração,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , para 4 ângulos de incidência distintos.

d) Determine o índice de refração do bloco de acrílico através de um gráfico de  $\sin \theta_1$  versus  $\sin \theta_2$ . Utilize esse valor para calcular o ângulo crítico e estime seu erro.

e) Gire lentamente o bloco até que o feixe refratado saia rasante à face plana do bloco semicircular (como na figura 1.12c). Determine as trajetórias dos raios para essa situação. Observe e discuta a reflexão interna total que acontece se o bloco é girado além deste ponto.

Figura 1.12 - (a) Fixação do bloco semicircular na mesa goniométrica; (b) Trajetória do feixe de luz; (c) Trajetória no caso de refração rasante. Para ângulos de incidência ligeiramente maiores que o indicado em (c) observa-se a reflexão interna total.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Na condição em que se atinge o ângulo crítico  $\theta_1 = \theta_C$ , tem-se que o ângulo de refração  $\theta_2$  é  $90^\circ$ . Assim, na situação ilustrada na figura 1.12c, o ângulo crítico é dado por:

$$\sin \theta_C = 1/n \quad , \quad (25)$$

no qual  $n$  é o índice de refração do bloco de acrílico.

f) Faça uma medida direta do ângulo crítico,  $\theta_C$ , e estime o seu erro. A partir desses dados estime o índice de refração do bloco. Compare os valores obtidos para o índice de refração medido através da lei da refração.

Tabela 1.3 - Determinação dos ângulos de incidência e refração.

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$
<b>n =</b>			

Tabela 1.4 - Determinação do ângulo crítico.

$\theta_C$ (medida direta)	<b>n</b>

## *Bibliografia*

EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. **Física**: fundamentos e aplicações. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica**: ótica, relatividade, física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v.4.

TIPPLER, P.A. **Física**: para cientistas e engenheiros. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991.v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV**: ótica e física moderna. São Paulo: Pearson, c2004.

---

## **Capítulo 2 Reflexão da luz em superfícies curvas: espelhos**

Neste capítulo, vamos continuar a explorar a ótica geométrica, estudando os espelhos esféricos, que podem ser côncavos ou convexos.

**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência.**

### **2.1 Espelhos côncavos e convexos**

Os espelhos esféricos podem ser de dois tipos: côncavos ou convexos. No espelho côncavo, a superfície refletora é a parte interna de uma esfera; no espelho convexo, é a parte externa. Todo espelho esférico é caracterizado pelo raio de curvatura, pelo centro de curvatura e pelo vértice (que é um ponto no próprio espelho). O eixo óptico liga o centro de curvatura ao vértice.

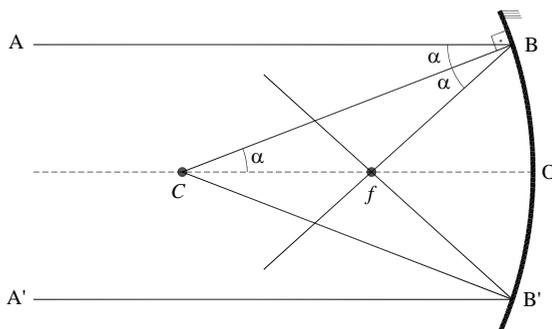
Todo raio de luz que incide no espelho paralelamente ao eixo óptico é refletido, passando por um ponto sobre o eixo óptico, entre o centro de curvatura e o vértice, chamado de foco, desde que a distância entre o raio incidente e o eixo óptico não seja muito grande, comparada com o raio de curvatura, sendo essa aproximação chamada de *aproximação paraxial*. Fora da aproximação paraxial, os

raios paralelos ao eixo óptico não se cruzam todos no mesmo ponto, gerando a aberração esférica, que é tanto pior quanto maior a distância entre o raio e o eixo óptico. Por isso, temos que limitar a abertura do espelho a não mais do que cerca de  $10^\circ$  (essa é a chamada condição de nitidez de Gauss).

## 2.2 Distância focal de um espelho esférico

A localização do foco é muito importante para a óptica, mais do que a localização do centro de curvatura. Vamos, então, deduzi-la para um espelho esférico. A figura 2.1 mostra dois raios ( $AB$  e  $A'B'$ ) paralelos ao eixo óptico. O centro de curvatura é  $C$ , o vértice é  $O$  e o foco é o ponto  $f$ . Os ângulos  $ABC$  e  $OCB$  são alternos internos, portanto, iguais. O segmento  $BC$  é normal ao espelho, assim sendo, decorre das leis de reflexão que os ângulos  $ABC$  e  $CBF$  também são iguais. Logo, o triângulo  $CBF$  é isóscele e os segmentos  $FC$  e  $FB$  têm o mesmo comprimento. Aplicamos, então, a lei dos cossenos nesse triângulo:

Figura 2.1 - Dois raios paralelos ao eixo óptico se encontrando no foco de um espelho esférico.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

$$2(FC)^2(1 + \cos 2\alpha) = (CB)^2 \quad (1)$$

Vemos claramente nessa expressão que a posição do foco depende de  $\alpha$  e, também, da distância do raio ao eixo óptico, o que gera a aberração esférica. Na aproximação paraxial, o ângulo  $\alpha$  é pequeno, então, fazemos  $\cos(2\alpha) \approx 1$  para chegar a:

$$2(FC) = CB \quad (2)$$

Mas  $CB$  é simplesmente o raio  $R$  de curvatura. A distância focal  $f$  é igual a  $OF$  (distância entre o espelho e o foco). Logo:

$$f = \frac{R}{2} \quad (3)$$

O foco é o ponto médio entre o centro de curvatura e o vértice.

### **2.3 Determinação da imagem formada por um espelho esférico (método geométrico)**

Para determinar a posição da imagem formada por um espelho esférico, um método é desenhar alguns raios de luz que saem desse objeto e verificar como esses raios são refletidos e onde eles voltam a se encontrar. Fazer isso com um raio em uma direção arbitrária não é prático, mas existem alguns raios que são simples de saber como serão refletidos:

- No regime de validade da aproximação paraxial, o raio que incide no espelho descrevendo uma trajetória paralela ao eixo óptico é refletido de forma a passar pelo foco.

- O raio focal, que incide no espelho passando pelo foco, é refletido paralelamente ao eixo óptico. Essa situação é oposta à primeira e deriva do princípio da reversibilidade dos raios de luz.

- O raio central, que incide no espelho passando pelo centro de curvatura, é refletido sobre si mesmo. Isso ocorre porque qualquer reta, passando pelo centro de curvatura, é normal ao espelho.

- O raio que incide sobre o vértice do espelho é refletido de forma que o ângulo de reflexão seja igual ao ângulo de incidência, tal como em um espelho plano.

Com essas regras, podemos determinar a imagem de qualquer ponto, traçando quaisquer desses dois raios. Algumas vezes, no entanto, os raios em si não se encontram; contudo, encontram-se apenas os seus prolongamentos na região atrás do espelho. Quando isso ocorre, a imagem é denominada *virtual*; caso contrário, a imagem é denominada *real*.

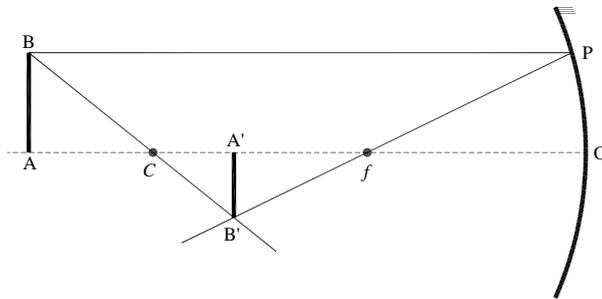
## **2.4 Determinação da imagem formada por um espelho esférico (método algébrico)**

Para se descobrir a posição e a imagem formada por um espelho esférico, também existe uma maneira algébrica, isto é, por meio de equações. Vamos inicialmente considerar o caso mostra a

figura 2.2, de um objeto colocado além do centro de curvatura de um espelho côncavo.

A distância  $AO$ , do objeto ao espelho, será simbolizada por  $s$ , a distância  $A'O$ , da imagem ao espelho, por  $s'$  e a distância  $FO$ , entre o foco e o espelho, por  $f$ . O tamanho  $AB$  do objeto será simbolizado por  $o$  e o da imagem  $A'B'$ , por  $o'$ . No entanto, como a imagem, nesse caso, é invertida, vamos considerar  $o'$  negativo.

Figura 2.2 - Objeto  $AB$  colocado na frente de um espelho côncavo de vértice  $O$ , centro  $C$  e foco  $f$ , formando a imagem  $A'B'$ .



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Na aproximação paraxial, podemos desprezar a curvatura do espelho e considerar que  $O$  e  $P$  estão na mesma vertical. Então, vemos que há dois pares de triângulos congruentes:  $\Delta BPB' \sim \Delta C/B'$  e  $\Delta fA'B' \sim \Delta fOP$ . Da congruência de cada um, obtemos as seguintes relações:

$$\frac{s}{o - o'} = \frac{f}{-o'} \quad (4a)$$

$$\frac{-o'}{s'-f} = \frac{o}{f} \quad (4b)$$

Essas duas equações podem ser resolvidas para  $s'$  em termos de  $s$  e  $f$ , eliminando  $o$  e  $o'$ . O resultado é:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} \quad (5)$$

Essa expressão é normalmente escrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (6)$$

Com esse resultado, podemos voltar na equação 4b e calcular o tamanho da imagem:

$$\frac{o'}{o} = -\frac{s'}{s} \quad (7)$$

As equações 6 e 7 permitem calcular a posição e o tamanho da imagem formada. Para utilizá-las, é necessário ter como modelo a seguinte convenção de sinais:

- A distância  $s$  de um objeto real ao espelho é sempre positiva.
- A distância  $s'$  entre a imagem e o espelho é positiva se a imagem é real (a imagem é formada pelo encontro dos raios de luz)

ou negativa se a imagem é virtual (a imagem é formada pelo prolongamento dos raios de luz).

- A distância focal  $f$  e o raio de curvatura  $R$  são positivos para espelhos côncavos e negativos para espelhos convexos.
- O tamanho  $o$  do objeto é sempre positivo.
- O tamanho  $o'$  da imagem é positivo se a imagem é direita (isto é, quando fica no mesmo sentido do objeto) ou negativa se a imagem é invertida (isto é, quando fica no sentido oposto ao do objeto).

Podemos sumarizar essa convenção na seguinte tabela:

Quadro 2.1 – Convenção de sinais para espelhos esféricos

<b>Parâmetro</b>	<b>Sinal positivo</b>	<b>Sinal negativo</b>
Raio ( $R$ ) e foco ( $f$ )	Espelho côncavo	<b>Espelho convexo</b>
Distância do objeto ( $s$ )	Objeto real	–
Distância da imagem ( $s'$ )	Imagem real	<b>Imagem virtual</b>
Tamanho do objeto ( $o$ )	Objeto	–
<b>Tamanho da imagem (<math>o'</math>)</b>	<b>Imagem direita</b>	<b>Imagem invertida</b>

Fonte: Elaborada pelos compiladores.

## 2.5 Tipos de imagens formadas

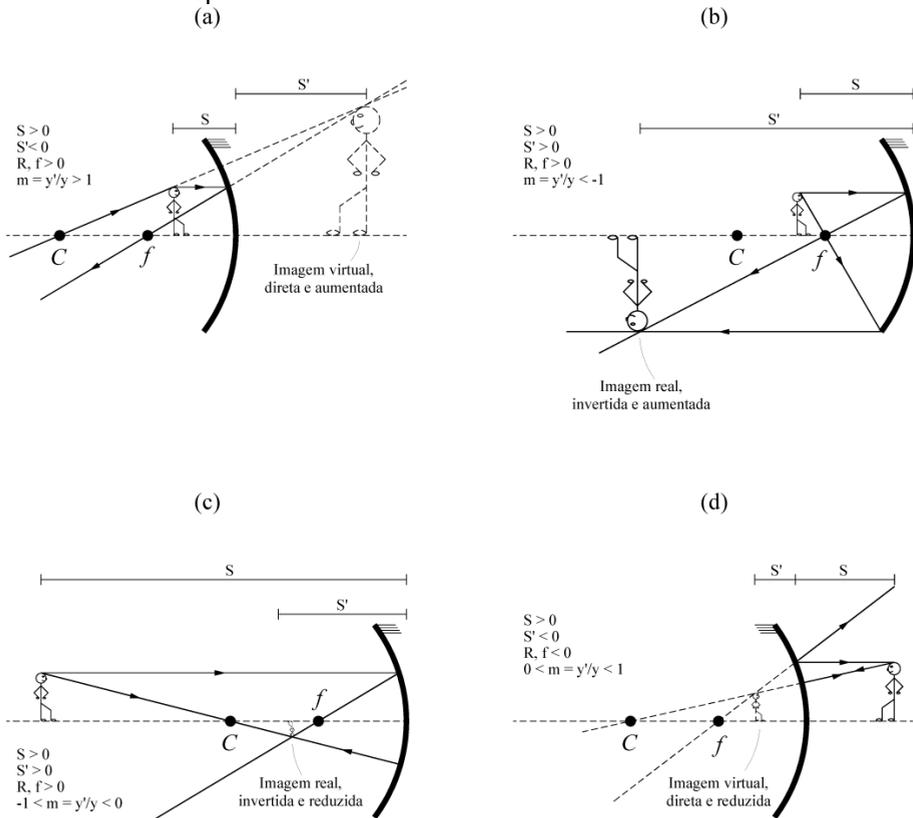
Agora que sabemos como formar imagens, vamos estudar as imagens que são formadas em alguns casos.

---

Para espelhos côncavos, há 5 casos a considerar quanto à posição do objeto:

- a) Objeto entre o espelho e o foco ( $s < f$ ). Nesse caso,  $s' < 0$  e  $o' > o > 0$ . A imagem é virtual, direita e ampliada (Fig. 2.3a).
- b) Objeto entre o foco e o centro de curvatura ( $f < s < 2f$ ). Nesse caso,  $s' > 0$  e  $o' < 0$ , com  $|o'| > o$ . A imagem é real, invertida e ampliada (Fig. 2.3b).
- c) Objeto após o centro de curvatura ( $s > 2f$ ). Nesse caso,  $s' > 0$  e  $o' < 0$ , com  $|o'| < o$ . A imagem é real, invertida e reduzida (Fig. 2.3c).
- d) Com espelhos convexos, a imagem será sempre virtual, direita e reduzida (Fig. 2.3d).
- e) Objeto sobre o foco ( $s = f$ ). Nesse caso,  $s'$  vai a infinito. Todos os raios são refletidos paralelamente e não há formação de imagem.
- f) Objeto sobre o centro de curvatura ( $s = 2f$ ). Nesse caso,  $s' > 0$  e  $o' < 0$ , com  $|o'| = o$ . A imagem é real, invertida e do mesmo tamanho do objeto.

Figura 2.3 - Imagens formadas por espelhos. (a) Espelho côncavo com objeto localizado entre o foco e o vértice do espelho; (b) Espelho côncavo com objeto localizado entre o centro de curvatura e o foco do espelho; (c) Espelho côncavo com objeto localizado fora do centro de curvatura do espelho; (d) espelho convexo.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

## 2.6 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não o direcionar para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos!

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

### **2.6.1 Medida do raio de curvatura e da distância focal de um espelho côncavo**

Neste experimento, vamos determinar o raio de curvatura e, por conseguinte, a distância focal de um espelho côncavo.

a) Antes de realizar os experimentos, é crucial que o feixe de luz *laser* esteja alinhado em relação ao trilho óptico. Para fazer o alinhamento, você deve utilizar os pinos disponíveis em sua bancada (arame metálico fino solidário a um poste de sustentação).

Coloque um pino no centro de articulação do trilho óptico. Mova o *laser* lateralmente (utilize o parafuso de ajuste do cavalete de sustentação do *laser*) até que o feixe intercepte o pino. Coloque um segundo pino de pesquisa em um cavalete e posicione-o entre o *laser* e o centro de articulação do trilho. Desloque o pino lateralmente até que o feixe de luz *laser* o intercepte. Mova o pino ao longo do trilho óptico e verifique se o feixe continua a interceptá-lo (independentemente de sua posição). Se isso ocorrer, o feixe está alinhado com o trilho, senão, você deverá mover o *laser* lateralmente ou rotacioná-lo em torno do seu poste de sustentação até que o alinhamento seja conseguido.

*Atenção: Uma vez que o feixe esteja alinhado, não mexa mais no laser (ou em seu suporte) durante todos os experimentos. Caso ocorra o desalinhamento do feixe, durante o experimento, você deverá realizar todo o procedimento de alinhamento novamente.*

b) Nos experimentos a seguir, também necessitaremos de dois feixes luminosos paralelos entre si, que serão usados para estudar os desvios em suas trajetórias, provocados pelas superfícies refletoras. Para obtermos esses dois feixes, a partir de uma única fonte de luz *laser*, utilizaremos o dispositivo que a figura 2.4 mostra. Ele é constituído de um semiespelho (50% de reflexão) que produz dois feixes a partir da reflexão e transmissão do feixe incidente.

Após a divisão do feixe do *laser* pelo semiespelho, a parte refletida do feixe incide em um espelho plano (100% de reflexão), cuja função é redirecioná-lo, de modo que fique paralelo ao feixe transmitido através do semiespelho.

c) Coloque o conjunto espelho e semiespelho (planos) em um cavalete com ajuste lateral, como mostra a figura 2.4 e posicione-o no trilho, de modo que o feixe de luz *laser* atravesse o semiespelho. Certifique-se que, após passar pelo semiespelho, o feixe transmitido continue alinhado com o trilho óptico. Certifique-se, também, de que o feixe refletido esteja aproximadamente perpendicular ao feixe incidente. Caso não esteja, utilize os parafusos micrométricos do suporte do semiespelho para conseguir essa condição.

Alinhe o espelho 100%, de modo que o feixe refletido pelo semiespelho siga uma trajetória paralela na mesma altura que o feixe transmitido. Dica: Com o auxílio de uma folha de papel, confirme que

os feixes não se cruzam ou se distanciam para distâncias de alguns metros, a partir do semiespelho.

d) Coloque o espelho côncavo em um suporte óptico que possui parafusos micrométricos, os quais permitem ajustar a sua orientação. Posicione o conjunto no trilho óptico, de maneira que o feixe de referência (feixe transmitido pelo semiespelho) incida aproximadamente em seu próprio centro. Para obter essa situação, você pode mover lateralmente e verticalmente o espelho côncavo.

Utilizando os parafusos micrométricos do suporte, ajuste o espelho de modo que o feixe de referência (feixe transmitido) reflita sobre si mesmo (retroreflexão). Dica: evite tocar na superfície refletora do espelho diretamente com os dedos. Caso o espelho apresente manchas, limpe-o com uma flanela. Caso esteja com dificuldade em determinar qual feixe refletido você está observando, interrompa o feixe vindo do espelho 100%, com o dedo (ou algum anteparo), assim, a única reflexão observada será do feixe transmitido.

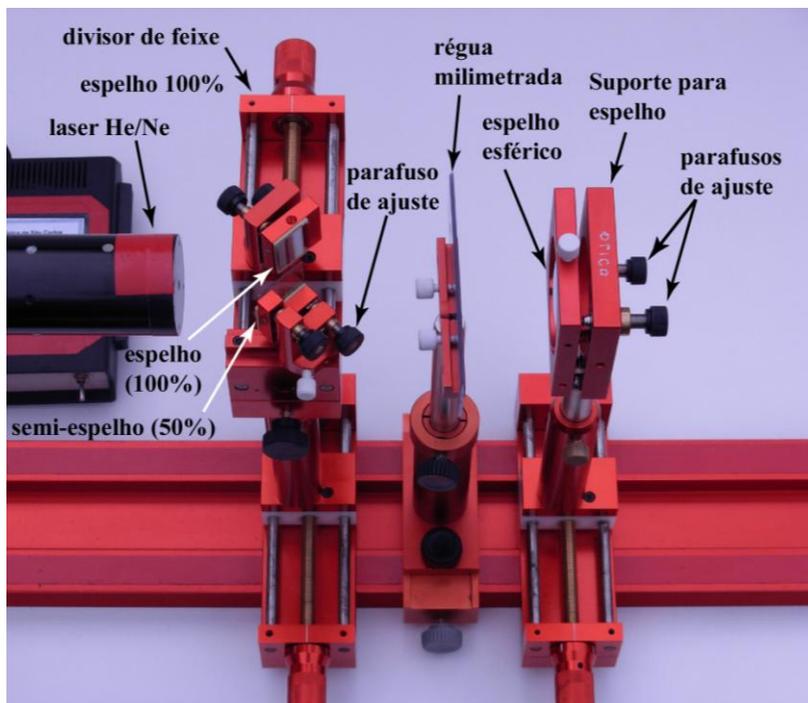
e) Em sua bancada existe um suporte onde se encontra fixa uma pequena régua transparente. Coloque-o em um cavalete e posicione-o entre o divisor de feixe e o espelho, como mostra a figura 2.4.

Translade o conjunto ao longo do trilho e observe a posição em que o feixe de referência (feixe transmitido pelo semiespelho) coincide espacialmente com o feixe lateral (feixe refletido pelo semiespelho). Esse ponto é o ponto focal e a distância entre esse ponto e o espelho é a distância focal.

Tabela 2.1 - Resultados da medida da distância focal de um espelho côncavo.

Distância focal	Raio de curvatura

Figura 2.4 - Montagem do experimento para determinação do raio de curvatura de um espelho esférico. Da esquerda para a direita: laser, divisor de feixe, régua milimetrada e suporte com espelho.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

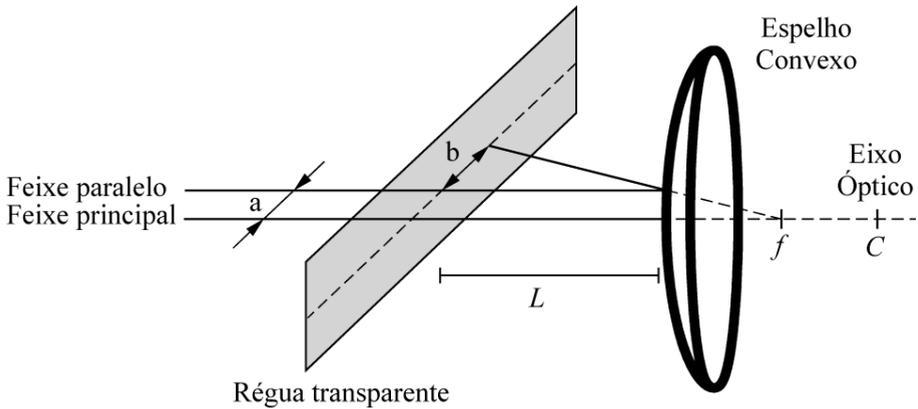
## 2.6.2 Medida do raio de curvatura e da distância focal de um espelho convexo

a) Mantendo o sistema alinhado, remova cuidadosamente o espelho esférico e reposicione-o no suporte, de modo que o lado convexo fique voltado para o *laser*. Usando o mesmo procedimento anterior, alinhe o espelho convexo, de maneira que o feixe de referência incida no centro do espelho e seja retrorefletido. Note que, agora, o feixe lateral não interceptará o feixe de referência.

b) Posicione a régua transparente a uma distância  $L$  do espelho, de forma a observar reflexão do feixe lateral sobre ela (ver figura 2.5 e fotografia na figura 2.4). Meça as distâncias  $a$ ,  $b$ , e  $L$  que são mostradas na figura 2.5 e determine o raio de curvatura do espelho utilizando a equação 8 (demonstre essa equação). Realize três medidas distintas e estime um desvio padrão para as medidas. Dica: minimize seus erros usando maiores valores de  $b$  (explique por quê). Para isso, ajuste os valores de  $L$  usados.

$$R = \frac{2a}{b} L \quad (8)$$

Figura 2.5 - Montagem para determinar o raio de curvatura de um espelho convexo.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 2.2 - Resultados da medida da distância focal de um espelho convexo.

<b>a (cm)</b>	<b>b (cm)</b>	<b>L (cm)</b>	<b>R (cm)</b>
<b>Distância focal:</b>			

### 2.6.3 Determinação da posição das imagens geradas por um espelho côncavo

Neste experimento vamos determinar a posição das imagens formadas pelo espelho côncavo já caracterizado.

a) Mantendo o alinhamento anterior, volte a usar a face côncava do espelho. Alinhe o espelho esférico como realizado anteriormente.

b) Utilize um segundo separador de feixe (semiespelho) para dividir o feixe lateral. Alinhe esse semiespelho, de forma que o feixe refletido por ele passe pelo foco do espelho côncavo (cruzamento entre o feixe lateral e o feixe de referência). Isso pode ser ajustado utilizando a régua transparente.

Note que, conforme ilustra a figura 2.6, com essa montagem criamos três raios principais: o primeiro incidindo sob o vértice do espelho (feixe de referência), o segundo passando pelo foco do espelho (feixe lateral refletido pelo segundo semiespelho) e o terceiro incidindo paralelamente ao feixe de referência (feixe lateral transmitido através do segundo semiespelho).

A posição do objeto,  $s$ , é a distância entre o ponto de intercessão do feixe lateral com o segundo semiespelho e o espelho. O tamanho do objeto,  $o$ , pode ser interpretado como a distância entre os feixes de referência e lateral. Meça a posição,  $s$ , e o tamanho desse objeto,  $o$ .

c) Utilizando a régua transparente, encontre a posição em que o feixe lateral, transmitido pelo segundo semiespelho, intercepta o feixe lateral refletido por ele. Nesse ponto, forma-se a imagem do objeto mencionado no item anterior, sendo a posição da imagem,  $s'$ , dada pela distância entre o vértice do espelho e o ponto de cruzamento dos feixes laterais.

Analogamente ao caso anterior, o tamanho da imagem é definido pela distância entre o ponto de cruzamento dos dois feixes laterais e o feixe de referência. Meça a posição,  $s'$ , e o tamanho,  $o'$ , dessa imagem. Compare os valores medidos àqueles calculados, utilizando as equações 6 e 7.

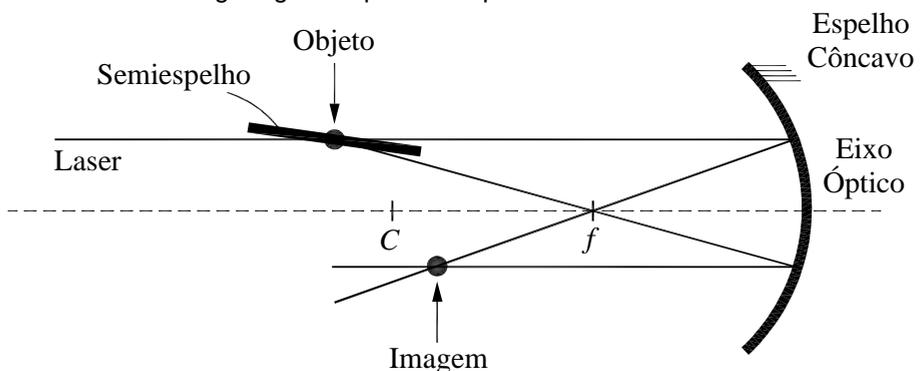
d) Repita o experimento para duas situações distintas:

Situação 1: Objeto localizado além do centro de curvatura do espelho;

Situação 2: Objeto localizado entre o centro de curvatura e o foco do espelho;

e) Explique, em seu relatório, por que esse método não se aplica aos casos de imagens virtuais.

Figura 2.6 - Montagem experimental para determinação da posição da imagem gerada por um espelho côncavo.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 2.3 - Determinação da posição das imagens geradas por um espelho côncavo utilizando um *laser*.

	<b>Situação 1</b>	<b>Situação 2</b>
<b>s (cm)</b>		
<b>Tamanho do objeto (cm)</b>		
<b>s' (cm) (medido)</b>		
<b>s' (cm) (calculado)</b>		
<b>h (cm) (medido)</b>		
<b>h (cm) (calculado)</b>		

#### 2.6.4 Observação da formação de imagens geradas por um espelho côncavo

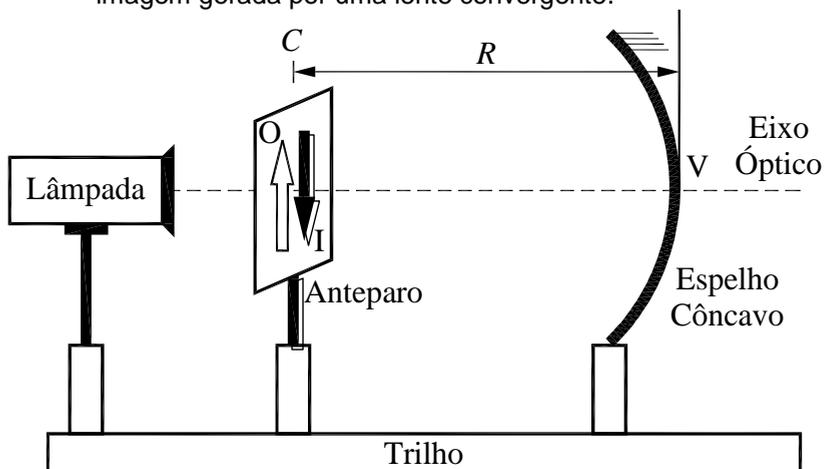
Neste experimento vamos observar as imagens extensas formadas por um espelho côncavo usando luz branca.

a) Com um espelho posicionado no trilho óptico, direcione o trilho para um objeto distante (uma janela, por exemplo). Coloque um anteparo – pode ser usado um pequeno cartão branco – entre o objeto e o espelho, de maneira que sua extremidade superior esteja aproximadamente alinhada com o eixo do espelho. Você deverá observar uma região iluminada no anteparo. Se necessário, reajuste a altura e a posição do anteparo para que a região esteja localizada

no seu centro. Varie a posição do anteparo ao longo do eixo do trilho óptico, até que esta região iluminada seja convertida em uma imagem nítida. Meça  $s'$  e verifique se esse valor é consistente com o previsto na equação 6.

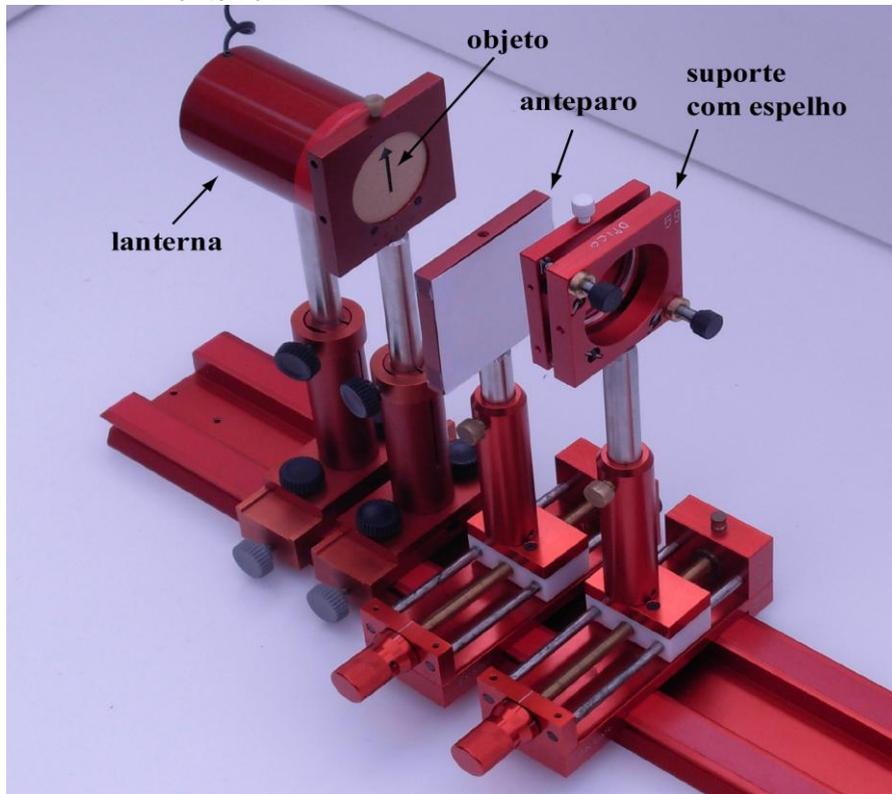
b) Faça a montagem indicada nas figuras 2.7 e 2.8. Coloque um objeto – fenda iluminada em forma de seta – perpendicularmente e próximo ao eixo óptico de um espelho. Mova o espelho até que sua imagem nítida seja formada no plano do objeto, i.e., e a posição da imagem coincida com a do objeto. Nessas condições, será encontrado o centro de curvatura do espelho (justifique essa afirmação). Esse valor é compatível com o valor determinado anteriormente para a distância focal?

Figura 2.7 - Montagem experimental para determinação da posição da imagem gerada por uma lente convergente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Figura 2.8 - Fotografia da montagem experimental para observação de imagens formadas por um espelho côncavo utilizando uma lanterna.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

c) Monte o aparato experimental que mostra a figura 2.9a da seguinte maneira: posicione um espelho côncavo no trilho óptico em frente à fenda iluminada (objeto), de modo que a distância  $s$  entre a fenda e o espelho seja a mesma que na montagem do experimento 3. Cuide para que o eixo óptico do espelho esteja perpendicular à fenda e passando aproximadamente pelo seu centro.

d) Coloque um pequeno anteparo em um suporte e posicione na mesma posição  $s'$  determinada para a imagem na

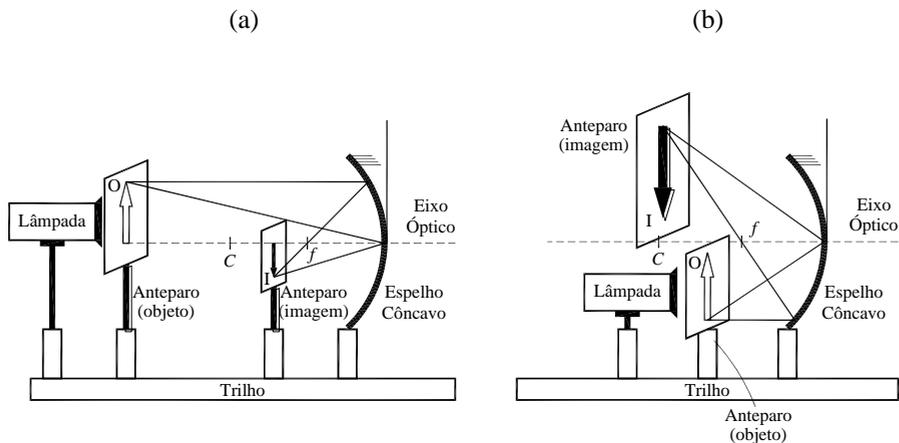
---

montagem do experimento 3. A borda superior do cartão deverá ficar logo abaixo do objeto. Você deverá observar uma imagem nítida se formar no cartão. Movendo ligeiramente o cartão ao longo do trilho, verifique se a focalização da imagem é melhorada.

e) Com a distância focal determinada nos itens anteriores e os valores de  $s$  e  $s'$  medidos nessa situação, verifique a validade da equação 6 e compare esse método com a montagem da figura 2.6. Determine o aumento da imagem e compare com o valor esperado teoricamente.

f) Mova o espelho (ou o objeto) de modo que o objeto esteja posicionado entre o seu centro de curvatura e o foco. Nesse caso, faça a borda inferior do espelho estar alinhada com o eixo óptico (como na figura 2.9b). Utilizando a equação 6, determine a posição da imagem e posicione o anteparo na posição encontrada. **Dica:** Para facilitar a visualização da imagem, incline levemente o espelho, de forma que ela seja formada na parte superior da lâmpada. Discuta as características da imagem – natureza, tamanho e orientação – de acordo com o previsto pela teoria.

Figura 2.9 - Montagens experimentais para experimentos com imagens reais formadas por espelhos côncavos utilizando uma lanterna.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 2.4 - Resultados da medida da distância focal de um espelho côncavo.

Distância focal (objeto distante)	Raio de curvatura (determinação direta)

Tabela 2.5 - Determinação da posição das imagens geradas por um espelho côncavo usando uma lanterna.

	Situação 1	Situação 2
$s$ (cm)		
Tamanho do objeto (cm)		
$s'$ (cm) (medido)		
$s'$ (cm) (calculado)		
$h$ (cm) (medido)		
$h$ (cm) (calculado)		

---

## *Bibliografia*

EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. **Física: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v. 4.

TIPPLER, P.A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV: ótica e física moderna**. São Paulo: Pearson, c2004.



---

## ***Capítulo 3 Refração da luz em superfícies curvas: lentes***

Neste capítulo, continuaremos a explorar a ótica geométrica estudando lentes delgadas convergentes e divergentes.

**Importante:** O conteúdo da introdução teórica desta apostila é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência.

### **3.1 Lentes esféricas convergentes e divergentes**

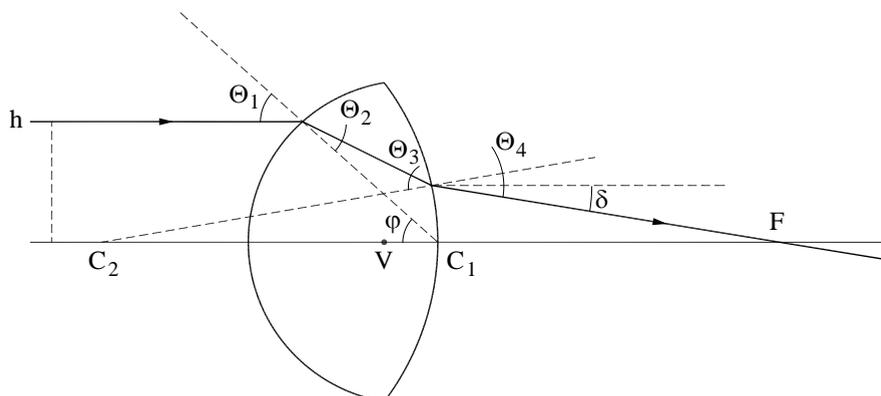
Uma lente esférica é composta de um material com índice de refração diferente do meio que o circunda, delimitado por duas superfícies esféricas (ou planas, em alguns casos). Vamos nos restringir ao caso de lentes delgadas (cuja espessura é muito menor do que a distância focal). Devido à diferença de curvatura entre as faces, o raio de luz sofre um desvio. Um feixe de luz paralelo, ao atingir a lente, se transforma em um feixe cônico, que pode ser convergente ou divergente. No primeiro caso, diz-se que a lente é convergente e, no segundo caso, que é divergente. A distância entre a lente e o vértice do cone é chamada de distância focal.

### 3.2 Distância focal de uma lente (equação dos fabricantes)

Quando estudamos espelhos, relacionamos a distância focal às propriedades geométricas (raio de curvatura). Faremos o mesmo para as lentes esféricas delgadas. Assim, como no caso do espelho, nos limitaremos a raios paraxiais (próximos ao eixo óptico).

A figura 3.1 mostra uma representação de uma lente delgada com duas faces convexas (em relação ao meio externo). Para facilitar a compreensão do desenho, a espessura da lente está exagerada e os raios de curvatura das duas faces estão representados muito menores do que os raios de curvaturas de lentes típicas. Os centros de curvatura são  $C_1$  e  $C_2$ , para a primeira e a segunda face, respectivamente. Um raio que incide paralelamente ao eixo óptico (a uma distância  $h$  deste) cruza esse eixo no foco (ponto  $F$ ); a distância focal é a distância  $VF$ , na qual  $V$  é o vértice da lente.

Figura 3.1 - Dedução da equação dos fabricantes.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

O ângulo de incidência, na primeira face, é dado por:

$$\theta_1 \approx \sin \theta_1 = \frac{h}{R_1} \quad (1)$$

A aproximação é possível porque estamos considerando que a distância  $h$ , do raio ao eixo óptico, é suficientemente pequena em comparação ao raio de curvatura. Pela lei de Snell:

$$\theta_2 \approx \sin \theta_2 = \frac{1}{n} \sin \theta_1 \approx \frac{1}{n} \theta_1 \quad (2)$$

Para calcular  $\theta_3$ , observamos que os ângulos  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e o ângulo formado pelo encontro das normais, nas duas faces ( $\varphi$ ), formam um triângulo, e as normais também formam um triângulo junto com o eixo óptico. Portanto:

$$\theta_3 = \pi - \theta_2 - \varphi \quad (3a)$$

$$\varphi = \pi - \frac{h}{R_1} - \frac{h}{R_2} \quad (3b)$$

Combinando essas equações, obtemos  $\theta_3$ :

$$\theta_3 = h \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{1}{n} \frac{h}{R_1} \quad (4)$$

A lei de Snell, aplicada à segunda refração, fornece:

$$\theta_4 \approx \sin \theta_4 = n \sin \theta_3 \approx n\theta_3 \quad (5)$$

Na figura, vemos que o desvio total sofrido pelo feixe é igual a  $\theta_4$  menos o ângulo formado pela normal na segunda face e o eixo óptico:

$$\delta = \theta_4 - \frac{h}{R_2} = nh \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{h}{R_1} - \frac{h}{R_2} = (n-1)h \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (6)$$

O raio refletido faz um ângulo  $\delta$  com o eixo óptico e sai da lente a uma distância  $h$  deste (desprezamos a variação ocorrida dentro da lente, devido à hipótese de que ela é delgada), e cruzará o eixo óptico a uma distância  $f$  da lente tal que:

$$\delta \approx \tan \delta = \frac{h}{f} \quad (7)$$

Podemos, agora, combinar as equações 6 e 7 para chegar a:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (8)$$

A equação 8 é conhecida como equação dos fabricantes de lentes, porque permite calcular a distância focal em função dos parâmetros geométricos e do material e, assim, poder projetar lentes para ter a distância focal desejada.

Nossa dedução foi feita para duas faces convexas, mas o mesmo argumento também pode ser aplicado para faces côncavas ou planas. No primeiro caso, o raio de curvatura deve ser considerado negativo e, no segundo caso, infinito.

### **3.3 Determinação da imagem formada por uma lente esférica (método geométrico)**

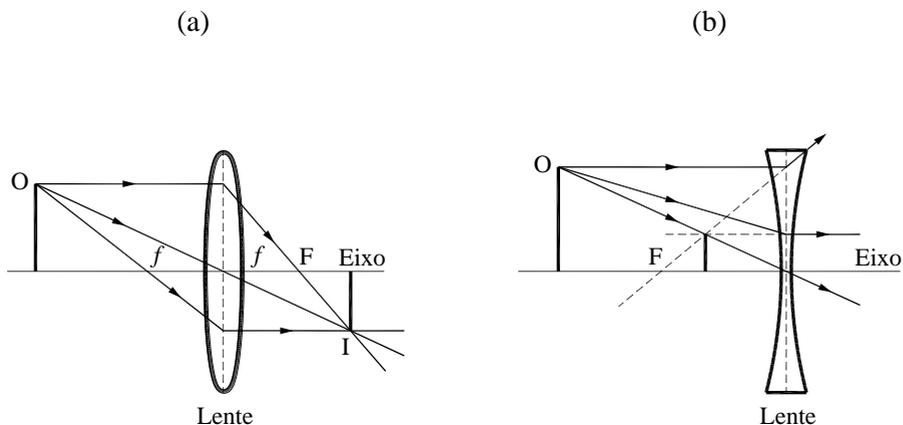
Para determinar a imagem formada por uma lente, precisamos traçar os raios de luz que saem de um ponto e verificar onde eles se encontrarão. Existem alguns raios que são fáceis de saber como serão refratados:

- O raio que incide na lente, descrevendo uma trajetória paralela ao eixo ótico, é refletido de forma a passar pelo foco.
- O raio focal, que incide na lente passando pelo foco, é refletido paralelamente ao eixo ótico. Essa situação é oposta à primeira e deriva do princípio da reversibilidade dos raios de luz.
- O raio que incide sobre o vértice da lente a atravessa sem sofrer desvio.

A imagem de cada ponto do objeto é formada na junção de quaisquer dois desses raios. A imagem pode ser real (quando os raios realmente se cruzam) ou virtual (quando apenas os prolongamentos dos raios se cruzam).

As figuras a seguir, mostram o método aplicado a uma lente convergente e outra divergente. No primeiro caso, a imagem é real e, no segundo caso, virtual.

Figura 3.2 - Formação de imagem em lentes. (a) Lente convergente. (b) Lente divergente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

### 3.4 Determinação da imagem formada por uma lente esférica (método algébrico)

Quando estudamos os espelhos esféricos, vimos que há duas equações que determinam a posição e o tamanho da imagem formada pelo espelho:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (9a)$$

$$\frac{o'}{o} = -\frac{s'}{s} \quad (9b)$$

Essas mesmas equações também podem ser usadas no caso de lentes, mas algumas modificações devem ser feitas. No caso de espelhos, o objeto e a imagem (real) se situam do mesmo lado do espelho e os eixos  $s$  e  $s'$  são no mesmo sentido. No caso de lentes, o

objeto e a imagem (real) ficam em lados opostos da lente, portanto, os eixos  $s$  e  $s'$  devem ser medidos em direções opostas. A convenção de sinais é:

Quadro 3.1 - Convenção de sinais para lentes esféricas.

Parâmetro	Sinal positivo	Sinal negativo
Foco ( $f$ )	Lente convergente	Lente divergente
Distância do objeto ( $s$ )	Objeto real	–
Distância da imagem ( $s'$ )	Imagem real (no lado oposto ao do objeto)	Imagem virtual (no mesmo lado do objeto)
Tamanho do objeto ( $o$ )	Objeto direito	Objeto invertido
Tamanho da imagem ( $o'$ )	Imagem direita	Imagem invertida

Fonte: Elaborada pelos compiladores.

### 3.5 Tipos de imagens formadas

Assim como no caso do espelho côncavo, a lente convergente também pode formar diferentes tipos de imagem conforme a posição do objeto.

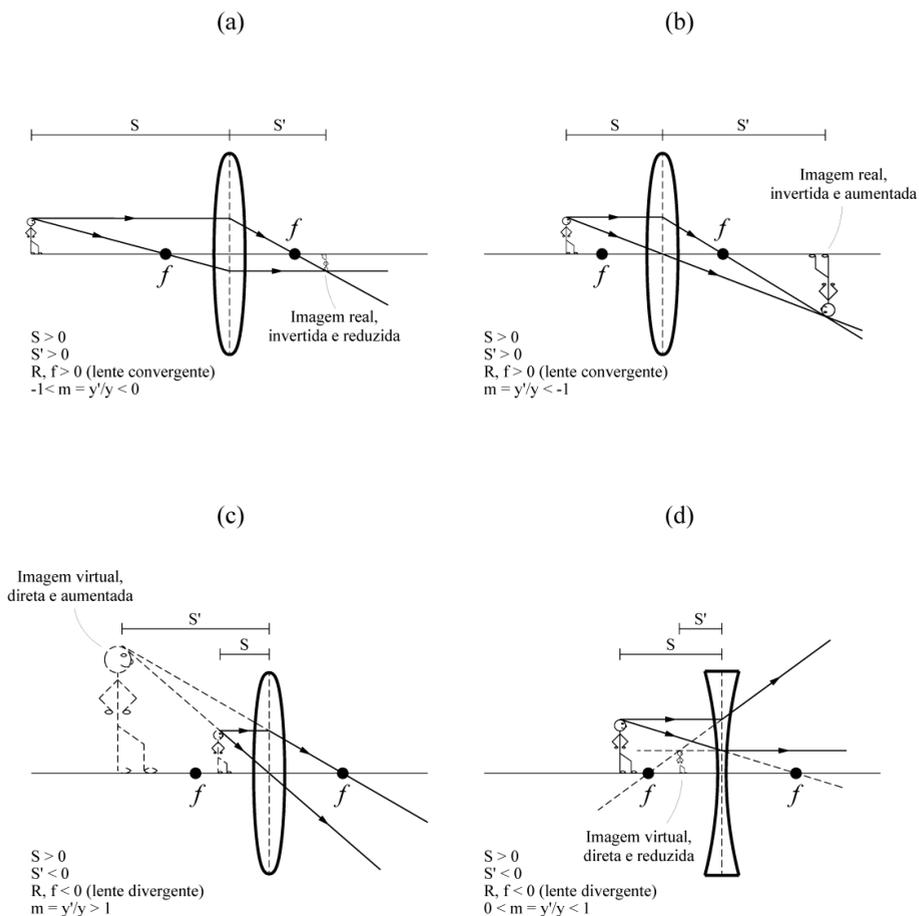
g) Objeto após o foco ( $s > f$ ). Nesse caso,  $s' > 0$  e  $o' < 0$ . A imagem é real e invertida. Será ampliada se  $s > 2f$  (Figura 3.3a) e reduzida se  $f < s < 2f$  (Figura 3.3b).

h) Objeto entre a lente e o foco ( $s < f$ ). Nesse caso,  $s' < 0$  e  $o' > o > 0$ . A imagem é virtual, direita e ampliada (Figura 3.3c).

i) Objeto sobre o foco ( $s = f$ ). Nesse caso,  $s'$  vai a infinito. Todos os raios são refratados paralelamente e não há formação de imagem.

Com lentes divergentes, a imagem será sempre virtual, direita e reduzida, da mesma forma que ocorre com espelhos convexos.

Figura 3.3 - Imagens formadas por lentes delgadas. Objeto localizado antes do foco de uma lente convergente (a) e (b); entre o foco e o vértice de uma lente convergente (c); (d) antes do foco de uma lente divergente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

## 3.6 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

### 3.6.1 Medida da distância focal de uma lente convergente

Neste experimento, vamos determinar a distância focal de uma lente convergente.

a) Antes de realizar os experimentos é crucial que o feixe de luz *laser* esteja alinhado em relação ao trilho óptico. Para fazer o alinhamento, você deve utilizar os pinos de pesquisa disponíveis em sua bancada. Um pino de pesquisa é constituído de um arame metálico fino solidário a um poste de sustentação. Coloque um pino de pesquisa (pino A) no centro de articulação do trilho óptico. Mova o *laser* lateralmente (utilize o parafuso de ajuste do cavalete de sustentação do *laser*) até que o feixe intercepte o pino A. Coloque um segundo pino de pesquisa (pino B) em um cavalete e posicione-o entre o *laser* e o centro de articulação do trilho. Desloque o pino B

lateralmente até que o feixe de luz *laser* o intercepte. Mova o pino B ao longo do trilho óptico e verifique se o feixe continua a interceptá-lo (independentemente de sua posição). Se isso ocorrer, o feixe está alinhado com o trilho; caso contrário, você deverá mover o *laser* lateralmente ou rotacioná-lo em torno do seu poste de sustentação até que o alinhamento seja alcançado. **Atenção:** *Uma vez que o feixe esteja alinhado, não mexa mais no laser (ou em seu suporte) durante todos os experimentos. Caso ocorra o desalinhamento do feixe, durante o experimento, você terá que realizar todo o procedimento de alinhamento novamente.*

b) Nos experimentos a seguir, também necessitaremos de dois feixes luminosos, paralelos entre si, que serão usados para estudar os desvios em suas trajetórias provocados pelas superfícies refratoras. Para obter esses dois feixes, a partir de uma única fonte de luz *laser*, utilizaremos os dispositivos que a figura 3.4 mostra. Ele é constituído de um semiespelho (50% de reflexão) que produz dois feixes a partir da reflexão e transmissão do feixe incidente.

Após a divisão do feixe do *laser* pelo semiespelho, a parte refletida do feixe incide em um espelho plano (100% de reflexão), cuja função é redirecioná-lo de maneira que fique paralelo ao feixe transmitido através do semiespelho.

c) Coloque o conjunto espelho e semiespelho (planos) em um cavalete com ajuste lateral, posicionando-o no trilho de modo que o feixe de luz *laser* atravesse o semiespelho. Certifique-se de que, após passar pelo semiespelho, o feixe transmitido continua alinhado com o trilho óptico. Certifique-se, também, de que o feixe refletido esteja aproximadamente perpendicular ao feixe incidente. Caso não esteja, utilize os parafusos micrométricos do suporte do semiespelho

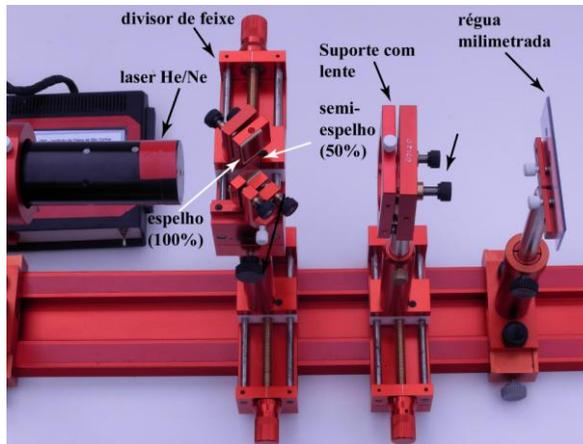
---

para conseguir essa condição. Alinhe o espelho 100%, de forma que o feixe, refletido pelo semiespelho, siga uma trajetória paralela na mesma altura que o feixe transmitido. Dica: certifique-se que, de fato, os dois feixes estão paralelos. Para isso, com o auxílio de uma folha de papel, siga ambos os feixes por alguns metros, confirmando que, em nenhum momento, esses se cruzam.

d) Coloque uma lente convergente em um suporte óptico que possua parafusos micrométricos, os quais permitem ajustar a sua orientação. Posicione o conjunto no trilho óptico, de modo que o feixe de referência (feixe transmitido pelo semiespelho) incida aproximadamente no centro dela (vértice da lente). Para obter essa situação, você pode mover lateralmente e verticalmente o suporte da lente. Dica: mantenha um pino de pesquisa (previamente alinhado com respeito ao trilho óptico) após a lente, de maneira que o ajuste inicial da posição da lente se baseie no fato de que o raio de luz, que passa pelo vértice da lente, deve, posteriormente, atingir o pino de pesquisa. Após isso, faça um ajuste fino da posição da lente utilizando os parafusos micrométricos do suporte, ajustando-a para que o feixe de referência reflita sobre si mesmo (retorreflexão).

e) Em sua bancada existe um suporte onde se encontra fixa uma pequena régua transparente. Coloque-o em um cavalete e posicione-o atrás da lente conforme mostra a figura 3.4. Translade o conjunto ao longo do trilho e observe a posição em que o feixe de referência – feixe transmitido pelo semiespelho – coincide espacialmente com o feixe lateral (feixe refletido pelo semiespelho). Esse ponto é o ponto focal, e a distância entre esse ponto e o centro da lente é a distância focal. Meça esse valor.

Figura 3.4 - Fotografia da montagem experimental, mostrando, da direita para a esquerda, o laser, o divisor de feixes, o suporte com a lente e a régua transparente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

f) Podemos, ainda, determinar o raio de curvatura de cada uma das faces da lente convergente, através da seguinte expressão (deduza essa expressão em seu relatório):

$$R = \frac{2a}{b} L \quad (10)$$

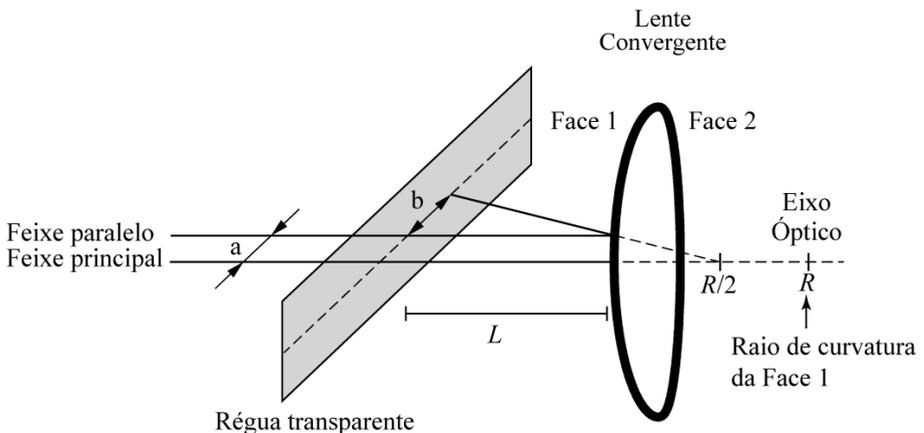
Como mostra a figura 3.5,  $a$  é a distância entre o feixe de referência e o feixe lateral;  $L$  é a distância entre a régua e a lente;  $b$  é a distância, medida na régua transparente, entre o feixe lateral incidente e o refletido na primeira superfície da lente. É importante lembrar que também há raios refletidos na segunda superfície da lente. Para diferenciar a origem do feixe refletido (primeira ou segunda superfície da lente) e medir  $b$  corretamente, repare que o raio refletido pela primeira superfície não se encontra com o feixe lateral em nenhuma posição, enquanto o raio refletido pela segunda superfície se encontra.

g) Faça 3 medidas distintas de  $a$ ,  $b$  e  $L$ , para uma das faces da lente, e determine o raio de curvatura, dessa face, utilizando a equação 10.

h) Posicione a lente, de modo que o *laser* incida na outra face. Repita todo o procedimento descrito anteriormente e determine o raio de curvatura da segunda face utilizando novamente a equação 10.

i) Com os resultados dos itens g e h e o índice de refração do vidro de 1,51, utilize a equação 8 para determinar a distância focal  $f$  da lente. Compare o resultado ao da medida direta, realizada no item e.

Figura 3.5 - Montagem experimental para determinação do raio de curvatura de uma lente convergente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 3.1 - Resultados da medida do raio de uma lente convergente (face 1).

<b>a (cm)</b>	<b>b (cm)</b>	<b>L (cm)</b>	<b>R (cm)</b>
<b>Raio de curvatura:</b>			

Tabela 3.2 - Resultados da medida do raio de uma lente convergente (face 2).

<b>a (cm)</b>	<b>b (cm)</b>	<b>L (cm)</b>	<b>R (cm)</b>
<b>Raio de curvatura:</b>			

### 3.6.2 Medida da distância focal de uma lente divergente

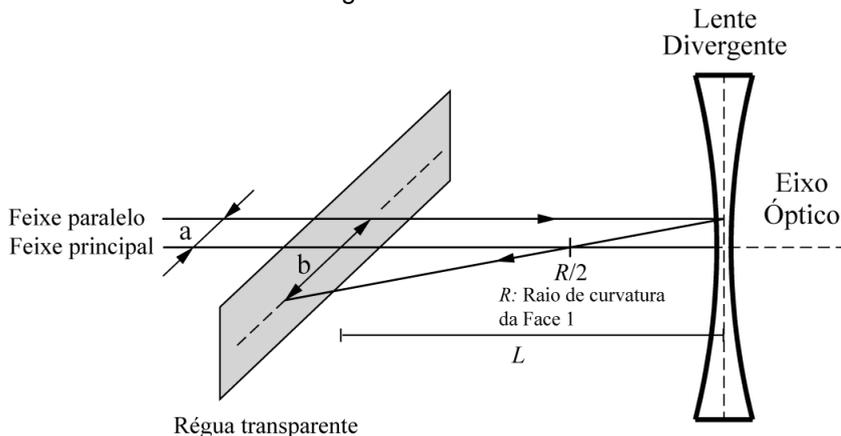
Utilizando uma lente divergente, vamos determinar a sua distância focal de forma análoga à utilizada anteriormente. Nesse caso, para pequenos ângulos, o raio de curvatura  $R$ , de cada uma das faces da lente divergente, é dado por (demonstre essa expressão no seu relatório)

$$R = \frac{2a}{b} L \quad , \quad (11)$$

em que  $a$ , como mostra a figura 3.6, é a distância entre o feixe de referência e o feixe lateral,  $b$  é a distância entre o feixe lateral antes e

após ser refletido pela lente e  $L$  é a distância entre o anteparo e a lente.

Figura 3.6 - Montagem experimental para determinação do raio de curvatura de uma lente divergente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

a) Faça 3 medidas distintas de  $a$ ,  $b$  e  $L$ , para cada uma das faces da lente, e utilize a equação 11 para determinar os raios de curvatura das duas faces.

b) Com os resultados do item anterior e o índice de refração do vidro de 1,51, utilize a equação 8 para determinar a distância focal  $f$  da lente.

Tabela 3.3 - Resultados da medida do raio de uma lente divergente (face 1).

$a$ (cm)	$b$ (cm)	$L$ (cm)	$R$ (cm)
<b>Raio de curvatura:</b>			

Tabela 3.4 - Resultados da medida do raio de uma lente divergente (face 2).

<b>a (cm)</b>	<b>b (cm)</b>	<b>L (cm)</b>	<b>R (cm)</b>
<b>Raio de curvatura:</b>			

### 3.6.3 Determinação da posição de imagens geradas por uma lente convergente

Neste experimento, vamos determinar a posição da imagem, gerada pela lente convergente, utilizada no item anterior. Para isso, utilizaremos um divisor de feixes (semiespelho) que, juntamente com o *laser*, simulará o objeto.

a) Mantendo o alinhamento, volte a usar a lente convergente devidamente alinhada como anteriormente.

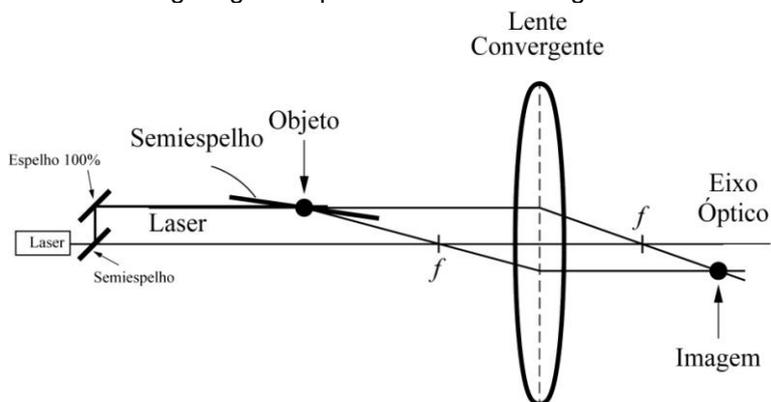
b) Utilize um segundo separador de feixe (semiespelho) para dividir o feixe lateral. Alinhe esse semiespelho, com a finalidade de que o feixe, após ser refratado pela lente, emergja paralelamente ao feixe de referência, conforme ilustra a figura 3.7. Nessa condição, o feixe refletido pelo segundo semiespelho deverá interceptar o feixe de referência antes da lente e a uma distância igual à sua distância focal. Verifique essa afirmação. Observação: mantenha o segundo semiespelho posicionado a uma distância superior à distância focal da lente, tal qual ilustra a figura 3.7. É conveniente mantê-lo em um suporte com parafuso micrométrico para ajuste da posição lateral do semiespelho.

---

Conforme ilustra a figura 3.7, com essa montagem criamos três raios principais: o primeiro, incidindo sob o vértice da lente (feixe de referência); o segundo, passando pelo foco da lente (feixe lateral transmitido pelo segundo semiespelho); e o terceiro, emergindo paralelamente ao feixe de referência (feixe lateral transmitido através do segundo semiespelho). A posição do objeto,  $s$ , é a distância entre o ponto de intercessão do feixe lateral com o segundo semiespelho e a lente. O tamanho do objeto,  $o$ , pode ser interpretado como a distância entre os feixes de referência e lateral. Meça a posição,  $s$ , e o tamanho desse objeto,  $o$ .

c) Utilizando a régua transparente, encontre a posição em que o feixe lateral, transmitido pelo segundo semiespelho, intercepta o feixe lateral refletido pelo mesmo. Nesse ponto, forma-se a imagem do objeto mencionado no item anterior, sendo a posição da imagem,  $s'$ , dada pela distância entre o vértice da lente e o ponto de cruzamento dos feixes laterais. Da mesma forma, o tamanho da imagem é definido pela distância entre o ponto de cruzamento dos dois feixes laterais e o feixe de referência. Meça a posição,  $s'$ , e o tamanho,  $o'$ , dessa imagem. Compare os valores medidos àqueles calculados, utilizando as equações 9a e 9b.

Figura 3.7 - Montagem experimental para determinação da posição da imagem gerada por uma lente convergente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 3.5 - Resultados referentes à formação de imagens em lentes.

<b><math>s</math> (cm)</b>	
<b>Tamanho do objeto (cm)</b>	
<b><math>s'</math> (cm) (medido)</b>	
<b><math>s'</math> (cm) (calculado)</b>	
<b><math>h</math> (cm) (medido)</b>	
<b><math>h</math> (cm) (calculado)</b>	

### 3.6.4 Observação da formação de imagens geradas por lentes convergentes

Neste experimento vamos observar as imagens extensas formadas por uma lente convergente usando uma fonte de luz extensa, isto é, não pontual.

a) Com uma lente convergente, corretamente posicionada e alinhada no trilho óptico, direcione o trilho para um objeto distante (uma janela, por exemplo). Coloque um anteparo de papel atrás da lente, alinhado com ela. Você deverá observar uma região iluminada no anteparo. Se necessário, reajuste a altura e a posição do anteparo para que essa região esteja localizada no seu centro. Varie a posição do anteparo até que a região iluminada seja convertida em uma imagem nítida. Meça  $s'$  e verifique se esse valor é consistente com o previsto na equação 9.

b) Utilizando uma fenda, iluminada por uma lanterna, e um anteparo de papel, faça a montagem que mostra a figura 3.8. Posicione os componentes, a fim de que as distâncias,  $s$ , do objeto (fenda iluminada) à lente e da lente ao anteparo,  $s'$ , sejam as mesmas que na montagem do experimento 3. Observe a formação de uma imagem nítida no anteparo e, caso isso não ocorra, mova ligeiramente o anteparo até obter a imagem mais nítida possível.

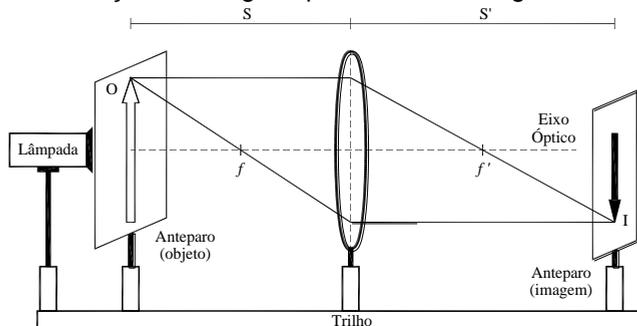
c) Descreva as características da imagem quanto ao tamanho, natureza e orientação. Calcule a magnificação. Compare esse método de projeção ao método com *laser* (experimento 3), indicando as vantagens e desvantagens de cada um.

d) Ainda nesse caso, confirme experimentalmente que, se  $s$  é maior que  $f$ , a imagem real será invertida. Caso contrário ( $s$  menor que  $f$ ), o objeto e sua imagem virtual direta serão formados do mesmo lado da lente (como mostrado na figura 3.3c). É possível determinar a posição da imagem utilizando esse método de projeção? Discuta em seu relatório.

e) Peça ao professor, monitor ou técnico de laboratório para discutir e demonstrar um método para determinação de imagens

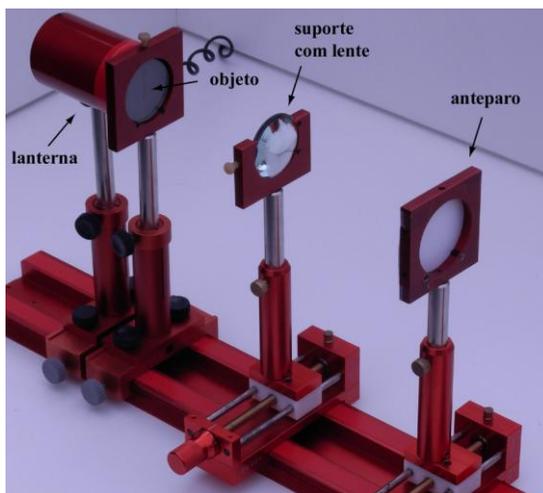
virtuais sem a utilização do *laser*, conhecido como método de paralaxe.

Figura 3.8- Montagem experimental para experimentos envolvendo formação de imagens por lentes convergentes.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Figura 3.9 - Fotografia da montagem experimental, mostrando, da esquerda para a direita, a lanterna com a seta, a lente e o anteparo.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

**Distância focal (objeto distante) =**

Tabela 3.6 - Determinação da posição das imagens geradas por uma lente convergente usando uma lanterna.

<b>s (cm)</b>	
<b>Tamanho do objeto (cm)</b>	
<b>s' (cm) (medido)</b>	
<b>s' (cm) (calculado)</b>	
<b>h (cm) (medido)</b>	
<b>h (cm) (calculado)</b>	

## *Bibliografia*

EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. **Física: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v. 4.

TIPPLER, P.A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV: ótica e física moderna**. São Paulo: Pearson, c2004.



---

## ***Capítulo 4 Polarização linear, Lei de Malus e atividade óptica***

Neste capítulo, iniciaremos o estudo da área da óptica usualmente denominada óptica física. Inicialmente, discutiremos o conceito de polarização da luz e os tipos de polarização existentes. Em seguida, apresentaremos as principais propriedades de ondas linearmente polarizadas e alguns métodos usados para se obter esse tipo de polarização. Finalmente, ilustraremos o fenômeno conhecido como birrefringência circular, que confere a alguns materiais a capacidade de induzir a rotação da polarização de um feixe de luz linearmente polarizado.

**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência.**

### **4.1 Descrição da luz como onda eletromagnética**

A luz é uma onda eletromagnética e, como tal, envolve oscilações de campos elétricos e magnéticos que se propagam ao longo de uma dada direção do espaço. As ondas eletromagnéticas são transversais, o que significa que a direção de oscilação dos campos é perpendicular à direção de propagação. Além disso, para satisfazer as leis do eletromagnetismo (equações de

Maxwell), o vetor campo elétrico e o vetor campo magnético também devem ser perpendiculares. Quando uma onda eletromagnética se propaga longe da sua fonte, ela pode ser representada como uma onda plana, ou seja, se propaga em uma direção específica com os vetores, campo elétrico e magnético, oscilando em um plano perpendicular à direção de propagação. A figura 4.1 ilustra o exemplo de uma onda eletromagnética plana.

Existem duas grandezas vetoriais importantes para especificar o modo de propagação de uma onda eletromagnética: o vetor de propagação  $\vec{k}$  e o vetor de um dos campos (elétrico ou magnético), sendo comumente usado o vetor do campo elétrico  $\vec{E}$ . O módulo do vetor de propagação é determinado pela velocidade de propagação da onda no meio ( $V = c/n$ ) e pela frequência angular da oscilação dos campos, sendo dado por  $k = (n/c)\omega$ . Nesse capítulo estamos interessados somente nas propriedades relacionadas à direção dos campos e, portanto, consideraremos, daqui em diante, ondas planas de frequência angular  $\omega$  e vetor de propagação  $\vec{k}$ .

Uma onda eletromagnética plana, propagando-se na direção  $z$  ( $\vec{k} = k\hat{z}$ ), com campo elétrico oscilando no plano  $xy$ , pode ser representada por:

$$\vec{E} = E_{ox} \cos(kz - \omega t)\hat{x} + E_{oy} \cos(kz - \omega t + \phi)\hat{y} \quad (1)$$

Na equação 1, a onda eletromagnética foi representada como uma superposição de duas ondas (ou componentes): uma, cujo campo elétrico aponta na direção  $\hat{x}$  e outra, cujo campo elétrico

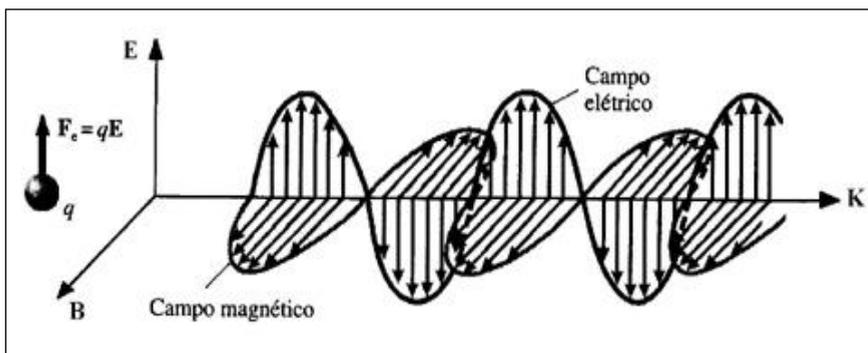
aponta no eixo  $\hat{y}$ . Note que a diferença de fase entre as duas componentes pode ser qualquer, ou seja, não há restrição sobre as fases para que a equação 1 seja uma solução válida das equações de Maxwell.

Se não existir diferença de fase entre as oscilações das componentes  $x$  e  $y$  do campo elétrico, ou seja,  $\phi = 0$  (ou um múltiplo de  $\pi$ ), o campo elétrico aponta sempre na mesma direção. Diz-se, então, que a luz é *linearmente polarizada* e a direção de polarização da onda é a direção de oscilação do campo elétrico. Nesse caso, a equação 1 pode ser reescrita como:

$$\vec{E} = (E_{ox}\hat{x} + E_{oy}\hat{y})\cos(kz - \omega t) \quad (2)$$

Na equação 2, o campo elétrico da onda é descrito por um vetor fixo no plano  $xy$  multiplicado por um fator oscilatório, que afeta apenas o módulo do vetor (mas não, a sua direção).

Figura 4.1 - Representação esquemática de uma onda eletromagnética plana.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Se a diferença de fase entre as componentes for de  $\phi = \pm \pi / 2$  e, além disso, as amplitudes forem iguais ( $E_{ox} = E_{oy} = E_o / \sqrt{2}$ ), a equação 1 pode ser reescrita como:

$$\vec{E} = \frac{E_o}{\sqrt{2}} (\cos(kz - \omega t) \hat{x} \pm \sin(kz - \omega t) \hat{y}) \quad (3)$$

O módulo desse vetor é constante, e o ângulo formado entre a sua direção e um dos eixos de coordenada varia linearmente no tempo. Em outras palavras, o vetor campo elétrico gira no plano xy, sendo que sua extremidade descreve uma trajetória circular, à medida que a onda se propaga. Essa onda é denominada de *circularmente polarizada*, uma vez que sentido de rotação do campo elétrico pode ser tanto à direita como à esquerda. A polarização à direita corresponde ao sinal positivo, na equação 3, e a polarização à esquerda, ao sinal negativo. Na figura 4.1, a onda polarizada à esquerda gira no sentido anti-horário e a onda polarizada à direita, no sentido horário. Nesse caso, o eixo z, que é a direção de propagação da onda, está saindo do papel. Portanto, se o observador olha para a fonte (isto é, como se a onda estivesse vindo de encontro ao observador), o campo elétrico da onda polarizada à esquerda gira no sentido anti-horário e o da onda polarizada à direita, no sentido horário.

A partir desse ponto, é útil introduzir a notação complexa, em que o campo elétrico é representado por um número complexo. A notação complexa permite substituir senos e cossenos por exponenciais, que são mais fáceis de serem manipuladas

algebricamente. Apenas é preciso lembrar que o valor, de fato, do campo elétrico é uma grandeza física, sendo, portanto, igual à parte real do valor complexo. Na notação complexa, a equação 1 é reescrita da seguinte forma (mostre que a parte real dessa equação corresponde exatamente à equação 1):

$$\vec{E} = (E_{ox}\hat{x} + E_{oy}e^{i\phi}\hat{y})e^{i(kz-\omega t)} \quad (4)$$

O termo entre parênteses é um vetor (complexo) que contém as informações sobre a direção do campo elétrico. Se  $\phi = 0$  ou  $\phi = \pm \pi$ , teremos

$$\vec{E} = (E_{ox}\hat{x} + E_{oy}\hat{y})e^{i(kz-\omega t)} \quad , \quad (5)$$

cuja parte real equivale à onda linearmente polarizada, como discutido anteriormente.

Se  $\phi = \pm \pi / 2$  e  $E_{ox} = E_{oy} = E_o / \sqrt{2}$  (onda circularmente polarizada), temos:

$$\vec{E} = E_o \left( \frac{\hat{x} \pm i\hat{y}}{\sqrt{2}} \right) e^{i(kz-\omega t)} \quad (6)$$

O termo entre parênteses é um versor complexo que representa uma onda circularmente polarizada. Esses versores são chamados de  $\hat{\varepsilon}_+$  e  $\hat{\varepsilon}_-$ , podendo ser expressos em termos dos versores  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ :

$$\hat{\varepsilon}_{\pm} = \frac{\hat{x} \pm i\hat{y}}{\sqrt{2}} \quad (7)$$

Da mesma forma que uma onda com polarização arbitrária pode ser descrita como a superposição de duas ondas linearmente polarizadas em direções perpendiculares, tal onda também pode ser descrita como a superposição de duas ondas circularmente polarizadas; uma à esquerda e outra à direita. Uma vez que os versores  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  podem ser escritos em termos de  $\hat{\varepsilon}_+$  e  $\hat{\varepsilon}_-$ :

$$\hat{x} = \frac{\hat{\varepsilon}_+ + \hat{\varepsilon}_-}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

$$\hat{y} = \frac{\hat{\varepsilon}_+ - \hat{\varepsilon}_-}{i\sqrt{2}} \quad (9)$$

Um campo elétrico qualquer no plano  $xy$  é escrito como:

$$\vec{E} = (E_+ \hat{\varepsilon}_+ + E_- e^{i\varphi} \hat{\varepsilon}_-) e^{i(kz - \omega t)} \quad (10)$$

Em particular, para uma onda linearmente polarizada, tem-se  $E_+ = E_-$ . A diferença de fase  $\phi$  contém a informação sobre a direção de polarização.

A convenção utilizada, até agora, considerou que a onda se propaga da fonte para o observador, definindo, então, a polarização circular à esquerda ou à direita. No entanto, usa-se também uma convenção na qual se especifica a direção do momentum angular da onda. Assim, se o momentum angular é positivo, diz-se que a onda tem helicidade positiva e se o momentum angular é negativo, a onda tem helicidade negativa. Note que a polarização à esquerda corresponde à helicidade positiva, sendo descrita pelo versor  $\hat{\epsilon}_+$ . Já a polarização à direita corresponde à helicidade negativa, sendo descrita pelo versor  $\hat{\epsilon}_-$ .

Por exemplo, uma onda do tipo  $\vec{E} = E_0 \hat{\epsilon}_+ e^{i(kz - \omega t)}$  tem helicidade positiva e é circularmente polarizada à esquerda. Mostre que a parte real dessa expressão corresponde a equação 3 com sinal negativo.

## 4.2 Polarização por absorção e Lei de Malus

A polarização por absorção ocorre em meios dicroicos, ou seja, meios nos quais o coeficiente de absorção depende da direção de vibração do campo elétrico. A direção em que a absorção é mínima é conhecida como eixo de transmissão, enquanto na direção perpendicular a absorção é máxima. Qualquer raio incidente pode ser expresso como a combinação de dois raios

linearmente polarizados nas direções de máxima e mínima absorção. Se a luz percorrer uma distância suficiente, a componente, na direção de máxima absorção, pode se tornar desprezível diante de outra componente e a direção do campo elétrico passa a ser a mesma do eixo de transmissão do material. Esse tipo de sistema pode ser, então, utilizado para obter luz linearmente polarizada a partir de luz não polarizada e, por isso, são denominados polarizadores por absorção.

Para entender como isso ocorre microscopicamente, vamos considerar um material formado por moléculas longas, alinhadas, condutoras e separadas por uma distância da ordem do comprimento da luz incidente. Um exemplo prático desse tipo polarizador são polímeros dopados com átomos de iodo (que tornam as cadeias condutoras nas frequências ópticas e estirados em uma certa direção). Quando a luz incide com o seu vetor campo elétrico paralelo às cadeias, correntes elétricas se estabelecem e a energia luminosa é absorvida. Se o campo elétrico for perpendicular às cadeias, a corrente não é estabelecida e a luz não é absorvida. Assim, devido à absorção de uma das componentes do campo, a luz transmitida será linearmente polarizada. Esse é o princípio de funcionamento do polarizador denominado Polaroid, que foi inventado por E. H. Land, em 1938. Atualmente, os polarizadores Polaroid, comumente utilizados, são formados por filmes de acetato de celulose, contendo cristais microscópicos de sulfeto de iodo.

O funcionamento do polarizador por absorção só é satisfatório se a distância entre as cadeias for muito menor do que o comprimento de onda da radiação eletromagnética, de modo que

o valor do campo elétrico é praticamente o mesmo para duas cadeias vizinhas (ou seja, não há diferença de potencial entre cadeias próximas, mas existe uma ddp ao longo da cadeia). Por exemplo, a radiação de micro-ondas (comprimento de onda da ordem de 10 cm) pode ser bloqueada por duas grades perpendiculares entre si e com separação de alguns milímetros. Esse é o motivo da existência de um reticulado condutor, com alguns milímetros de distância, na porta dos fornos de micro-ondas, que impede a saída da radiação de micro-ondas sem bloquear a luz visível, permitindo acompanhar o processo de cozimento.

Em um filme Polaroid, a direção perpendicular à do alinhamento das moléculas é o eixo de transmissão. Se uma onda linearmente polarizada incidir nessa direção, ela atravessa o Polaroid. No entanto, se a onda for linearmente polarizada na direção perpendicular, ela será quase que totalmente absorvida. Se a onda for linearmente polarizada em outra direção, a intensidade transmitida é dada pela equação conhecida como lei de Malus.

Para descrever a lei de Malus, vamos considerar uma onda eletromagnética com direção de polarização fazendo um ângulo  $\theta$  com relação ao eixo  $x$ . Essa onda pode ser decomposta em duas componentes ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ , com amplitudes  $E_{ox} = E_o \cos\theta$  e  $E_{oy} = E_o \sin\theta$ , respectivamente. Se a onda incidir em um polarizador, cujo eixo de transmissão está ao longo do eixo  $x$ , a componente em  $x$  não sofre perdas, enquanto a componente em  $y$  é totalmente absorvida. Como, a intensidade da

onda é proporcional ao quadrado do campo elétrico, a intensidade transmitida é:

$$I(\theta) = E_{ox}^2(\theta) = E_o^2 \cos^2 \theta = I_o \cos^2 \theta \quad (11)$$

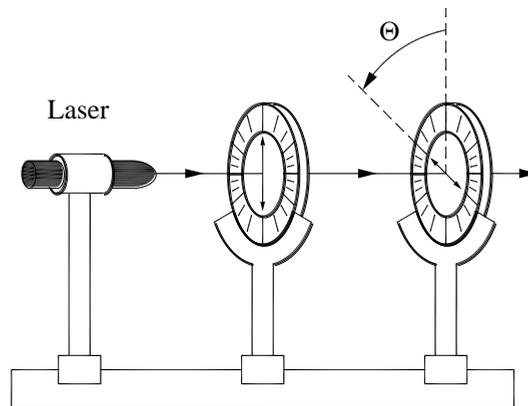
Esta é a expressão conhecida como Lei de Malus, em homenagem ao seu observador E. L. Malus, que viveu entre 1775 e 1812.

Se a luz incidente for não polarizada, as componentes em cada eixo têm, na média, a mesma amplitude e a intensidade transmitida é metade da intensidade original. Esse resultado também pode ser obtido pela equação 11, lembrando que o valor médio do cosseno quadrado é  $\frac{1}{2}$  (na luz não polarizada, a direção do campo elétrico varia aleatoriamente, portanto,  $\theta$  é uma variável aleatória e podemos fazer a média sobre todos os valores possíveis).

As fontes de luz mais comuns emitem luz não polarizada, e um polarizador pode ser usado para obter luz linearmente polarizada. Assim, para verificar a lei de Malus, deveremos ter dois polarizadores com eixos de transmissão rodados de um ângulo  $\theta$ , um em relação ao outro. Nesse caso, o ângulo  $\theta$ , da equação 11, é o ângulo entre os eixos de transmissão dos polarizadores, como mostra a figura 4.2. Quando os eixos de transmissão dos dois polarizadores forem perpendiculares, nenhuma luz é transmitida, porque a direção de transmissão para um é a direção de absorção

para o outro; é dito que, nessa situação, temos “polarizadores cruzados”.

Figura 4.2 - Representação esquemática de dois polarizadores com eixos de transmissão deslocados de um ângulo  $\Theta$ .



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Um fato interessante ocorre quando um terceiro polarizador é colocado entre dois polarizadores cruzados. Suponha que o eixo de transmissão desse polarizador faça um ângulo  $\theta$  com o eixo do primeiro e, um ângulo de  $\pi/2 - \theta$  com o segundo. Para obter a intensidade total, basta aplicar duas vezes a lei de Malus:

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta \cos^2(\pi/2 - \theta) = I_0 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

Ou seja, agora há luz transmitida, mesmo estando os dois polarizadores externos cruzados. Isso ocorre porque a polarização da luz, após atravessar o segundo polarizador, não é mais perpendicular ao eixo de transmissão do terceiro polarizador, visto

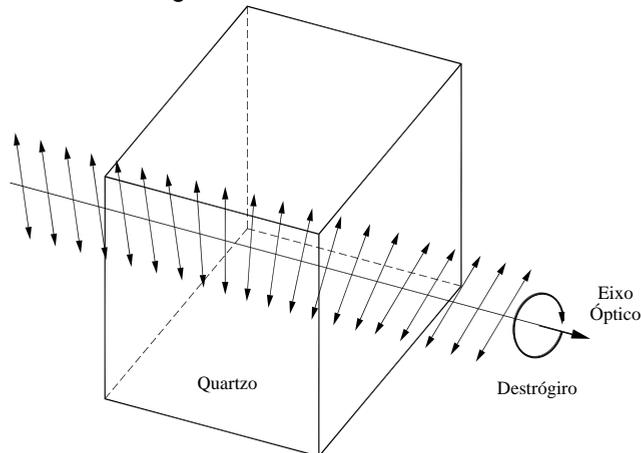
que a intensidade da luz, que emerge do conjunto, depende da orientação do eixo de transmissão do segundo polarizador em relação aos demais. Então, é como se o segundo polarizador alterasse a direção da polarização da luz, ou seja, ele se comporta como um meio capaz de alterar a direção de polarização da luz. De fato, existem materiais que possuem essa propriedade, isto é, de alterar o estado de polarização da luz, sendo usualmente denominados de materiais que apresentam atividade ótica. Um exemplo desses materiais são os cristais líquidos presentes, por exemplo, nos *displays* de relógios digitais. Nesse caso particular, o ângulo de rotação da polarização, induzido pelo material, depende do campo elétrico, logo, pode ser alterado aplicando-se uma tensão elétrica. Assim, colocando-se esse material entre dois polarizadores cruzados é possível controlar a intensidade da luz que atravessa o conjunto.

### 4.3 Atividade óptica natural

Como mencionado anteriormente, algumas substâncias possuem a propriedade de girar a direção de polarização da luz que as atravessa, o que é conhecido como *atividade óptica*. O ângulo de rotação por unidade de comprimento é conhecido como poder de rotação específica. Para determinar o sentido da rotação, a convenção é olhar no sentido contrário ao da propagação da onda (como se a onda estivesse vindo de encontro ao observador): se o plano de polarização é girado no sentido horário, a substância é dextrorrotatória (ou dextrogira). Caso contrário é levorrotatória (ou

levogira). A figura 4.3 mostra um exemplo de uma substância dextrógira e seu efeito na polarização.

Figura 4.3 - Mudança na direção de polarização da luz provocada por um cristal dextrógira.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

A atividade óptica ocorre para aqueles materiais, cujas moléculas interagem com radiação circularmente polarizada à esquerda e à direita, de forma diferente. Sendo assim, radiação linearmente polarizada, ao atravessar um material com essas características, pode ter sua direção de polarização alterada. Aqui, é bom lembrar que uma onda linearmente polarizada pode ser escrita como uma combinação de duas ondas circularmente polarizadas à direita e à esquerda. Portanto, essas duas componentes interagirão de forma distinta gerando o efeito de rotação da polarização.

Para compreender melhor o mecanismo da atividade óptica, admitamos que luz linearmente polarizada incida em um material que possua diferentes índices de refração para luz circularmente polarizada à direita e à esquerda. Vamos decompor a onda incidente em uma superposição de duas componentes circularmente

polarizadas (versores de polarização  $\hat{\varepsilon}_+$  e  $\hat{\varepsilon}_-$ , respectivamente) e de mesma amplitude. Desse modo, o campo elétrico da onda linearmente polarizada, que incide no material, pode ser escrita como:

$$\vec{E} = (E_+ \hat{\varepsilon}_+ + E_- \hat{\varepsilon}_-) e^{i(kz - \omega t)} \quad (13)$$

Como, para esse material, o índice de refração  $n_+$  para a componente em  $\hat{\varepsilon}_+$  é diferente do índice  $n_-$  para a componente em  $\hat{\varepsilon}_-$ , o vetor de propagação para cada um dos componentes,  $k_+ = n_+ \frac{2\pi}{\lambda}$  e  $k_- = n_- \frac{2\pi}{\lambda}$ , é diferente. Logo, após atravessar o material, o campo elétrico pode ser escrito como:

$$\vec{E} = (E_+ \hat{\varepsilon}_+ e^{i(k_+ L)} + E_- \hat{\varepsilon}_- e^{i(k_- L)}) e^{i(kz - \omega t)} \quad (14)$$

A diferença de fase  $\Delta\varphi$  entre as componentes do campo elétrico em  $\hat{\varepsilon}_+$  e  $\hat{\varepsilon}_-$ , ao percorrer uma distância  $L$  dentro do material, é:

$$\Delta\varphi = (k_+ - k_-)L = (n_+ - n_-) \frac{2\pi}{\lambda} L \quad (15)$$

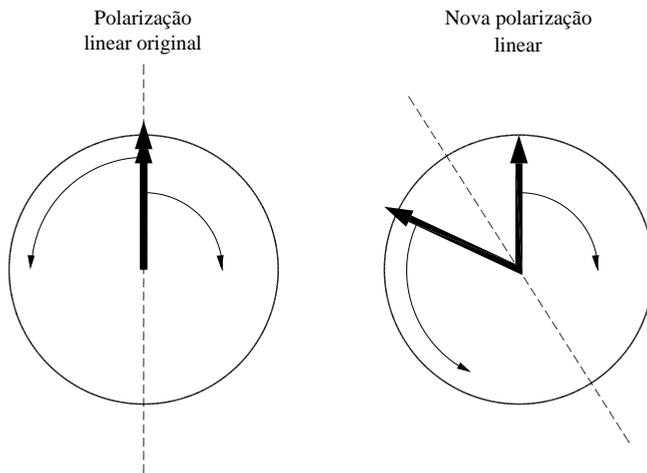
Portanto, se considerarmos que a onda incidente no material tinha direção de polarização no eixo  $x$ :

$$\vec{E}_o = E_o \hat{x} = E_o \frac{\hat{\varepsilon}_+ + \hat{\varepsilon}_-}{\sqrt{2}} \quad (16)$$

Após a propagação no material, a componente em  $\hat{\varepsilon}_+$  adquire uma fase  $\Delta\varphi$  em relação à componente em  $\hat{\varepsilon}_-$ , como mostra a figura 4.4. A onda que emerge pode ser escrita (a menos de um fator de fase) como:

$$\vec{E} = E_o \frac{e^{i\Delta\varphi} \hat{\varepsilon}_+ + \hat{\varepsilon}_-}{\sqrt{2}} \quad (17)$$

Figura 4.4 - Efeito de uma diferença de fase entre as componentes circulares da onda.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

O passo seguinte é reescrever a equação 17 em termos de  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ :

$$\vec{E} = \frac{E_o}{\sqrt{2}} e^{i\Delta\varphi/2} \left( \hat{x} \frac{e^{i\Delta\varphi/2} + e^{-i\Delta\varphi/2}}{\sqrt{2}} + i\hat{y} \frac{e^{i\Delta\varphi/2} - e^{-i\Delta\varphi/2}}{\sqrt{2}} \right) \quad (18)$$

A equação 18 pode ser reescrita de uma forma mais simples, lembrando as fórmulas para cosseno e seno, usando exponenciais imaginárias:

$$\cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \quad (19a)$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} \quad (19b)$$

O resultado é:

$$\vec{E} = E_o e^{i\Delta\varphi/2} \left( \hat{x} \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) - \hat{y} \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \right) \quad (20)$$

Perceba que não há diferença de fase entre a componente  $x$  e a componente  $y$  da onda. Isso significa que a polarização é linear, mas agora há uma componente em  $y$  que não havia anteriormente. Ou seja, o plano de polarização foi girado em um ângulo  $\theta$ , em relação ao eixo  $x$  (a direção inicial de polarização). Da equação 20, é possível concluir o valor de  $\theta$ :

$$\theta = -\frac{\Delta\varphi}{2} = -(n_+ - n_-) \frac{\pi}{\lambda} L \quad (21)$$

O poder de rotação específico da substância é definido como a rotação provocada no plano de polarização por unidade de comprimento:

$$\frac{\theta}{L} = -(n_+ - n_-) \frac{\pi}{\lambda} \quad (22)$$

Se  $n_+ > n_-$ , a substância é dextrorrotatória, ou dextrogira ( $\theta$ , nesse caso, é negativo) e se  $n_+ < n_-$ , a substância é levorrotatória, ou levogira ( $\theta$  positivo).

Como visto, a atividade óptica ocorre quando os índices de refração são diferentes para a luz circularmente polarizada à esquerda ou à direita. Isso está relacionado com uma propriedade de simetria das moléculas que compõem o material, que é a quiralidade. Uma molécula quiral é diferente de sua imagem especular (da mesma forma que uma mão direita é diferente da sua imagem especular, que é uma mão esquerda). Quando a simetria por reflexão especular existe, a polarização circular à esquerda e à direita provoca o mesmo tipo de resposta nas moléculas e não há atividade óptica; se a molécula é quiral, a resposta é diferente e a molécula é opticamente ativa. Boa parte das moléculas orgânicas, como aminoácidos e alguns açúcares, são quirais.

No caso em que a substância opticamente ativa está dissolvida, a atividade óptica também depende da concentração da substância na solução. Nesse caso, a equação 22 deve ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{\theta}{L} = \alpha(\lambda, T) \cdot \frac{m}{V} \quad , \quad (23)$$

na qual  $m$  é a massa do soluto,  $V$  é o volume da solução e  $\alpha$  é uma constante característica do soluto que depende do comprimento de onda  $\lambda$  da luz incidente e da temperatura.

Um exemplo típico de substância que apresenta atividade óptica é a sacarose. Em uma solução de sacarose em água, a rotação do plano de polarização ocorre de acordo com a equação 23, e, portanto, é proporcional ao comprimento da amostra e a sua concentração. Para a sacarose, à temperatura de 20° C e no comprimento de onda de 589 nm (linha amarela do sódio), o valor tabelado de  $\alpha$  é de 66,4 (°·ml)/(dm·g). Assim, conhecendo-se o ângulo de rotação específico de uma solução de sacarose e a constante  $\alpha$ , podemos determinar a concentração da solução. De fato, esse é um dos métodos padrões para avaliar a concentração de sacarose em cana de açúcar, o qual é utilizado para avaliar a qualidade produtiva da cana de açúcar. O instrumento comercial usado para fazer essa avaliação é denominado sacarímetro.

## 4.4 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados aos valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

#### **4.4.1 Determinação do eixo óptico dos polarizadores**

Para realizar os experimentos a seguir, é necessário conhecer a orientação dos eixos de transmissão dos polarizadores a serem utilizados. Isso pode ser facilmente realizado, observando a reflexão da luz em uma superfície dielétrica – piso do laboratório, por exemplo – através do polarizador.

a) Mantendo o suporte do polarizador na vertical, observe – à grande distância – a reflexão de uma das lâmpadas no piso do laboratório.

b) Gire lentamente o polarizador (através do goniômetro do suporte), de maneira a minimizar a reflexão observada. Como a luz refletida possui preferencialmente direção de polarização paralela ao piso – isso será mostrado na prática sobre Ângulo de Brewster –, quando for observada extinção dessa luz, o eixo de transmissão do polarizador será perpendicular ao plano do piso.

c) Veja qual é a indicação angular na escala do goniômetro do suporte do polarizador e anote esse valor. Repita esse procedimento para os demais polarizadores que se encontram sobre sua bancada.

Tabela 4.1 - Determinação dos eixos de transmissão de polarizadores.

<b>Polarizador</b>	<b>Identificação do Polarizador</b>	<b>Leitura angular (eixo de transmissão)</b>
1		
2		
3		

Figura 4.5 - Polarizador com suporte e escala angular.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

#### 4.4.2 Determinação da porcentagem de polarização de um feixe de luz

Um parâmetro importante para se especificar um feixe de luz, quanto à sua polarização, é a porcentagem de polarização. Para medir essa grandeza, faz-se o feixe atravessar um polarizador e mede-se a intensidade da luz na condição de mínima e máxima transmissão,  $I_{\min}$  e  $I_{\max}$ . Qual a relação entre a intensidade luminosa e a tensão medida? A partir dessa medida, a porcentagem de polarização pode ser calculada por:

$$\%P = \left( \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right) \cdot 100\% \quad (24)$$

a) Alinhe o feixe de *laser* horizontalmente e verticalmente com relação ao trilho óptico. Assegure-se de que o feixe esteja numa direção horizontal e paralela ao trilho.

b) Monte o aparato que é descrito na figura 4.6, com a direção de transmissão do polarizador ao longo da vertical. Gire o *laser* até obter máxima intensidade de luz na entrada do detector. Inicialmente, faça esse ajuste de maneira visual.

Observação: durante todas as medidas correlacionadas, utilizando-se o fotodetector, não altere a intensidade de luz da lâmpada acima de sua bancada. Além disso, posicione o polarizador, de modo que possa visualizar a marcação angular do polarizador sem olhar diretamente para o *laser*.

c) Conecte a saída do fotodiodo a um voltímetro ajustado para a escala de Volts. Ligue o fotodiodo. Provavelmente você irá

---

observar uma tensão de cerca de 12 V, que é a tensão de saturação do fotodiodo. Para evitar a saturação, adicione camadas de fita adesiva à entrada do fotodiodo até observar uma tensão de aproximadamente 7 V. Gire lentamente o *laser* e verifique se a tensão registrada no voltímetro não excede 8 V. Caso exceda, adicione mais camadas de fita adesiva até que a tensão máxima observada seja ~ 8 V. Utilizando a leitura do voltímetro, faça o ajuste fino da orientação angular do *laser*, com a finalidade de obter a maior intensidade de luz no fotodetector. Dica: feito esse ajuste, mantenha-o até o fim da prática.

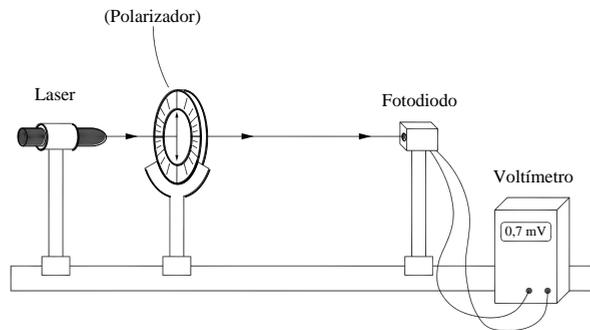
d) Gire o goniômetro do suporte do polarizador até obter o mínimo de tensão no voltímetro. Anote a leitura do voltímetro e da escala angular nessa condição.

e) Gire o goniômetro do suporte do polarizador de  $90^\circ$ . Nessa condição você deverá obter novamente um máximo de tensão. Anote a leitura do voltímetro.

f) Sabendo que a tensão mostrada pelo voltímetro é proporcional à intensidade da luz incidente no fotodiodo, determine a percentagem de polarização do feixe de *laser*.

g) Repita o procedimento anterior, colocando uma folha de papel fosco na frente do *laser*. Meça a percentagem de polarização da luz, após passar pelo papel, e discuta o resultado obtido. Provavelmente, nessa etapa, você pode retirar algumas fitas adesivas para aumentar a intensidade de luz que chega ao detector.

Figura 4.6 - Esquema utilizado para determinar a percentagem de polarização de um *laser*.



Fonte elaborada pelos compiladores.

Tabela 4.2 - Determinação da percentagem de polarização da luz.

<i>Laser</i>			<i>Laser com Difusor</i>		
$V_{\max}$	$V_{\min}$	%P	$V_{\max}$	$V_{\min}$	%P

#### 4.4.3 Verificação da Lei de Malus

a) Monte o aparato que é descrito na figura 4.7, inicialmente, utilizando apenas um polarizador. Lembre-se sempre de verificar o alinhamento do feixe *laser* – horizontal e paralelo ao trilho óptico – e a retroreflexão dos polarizadores.

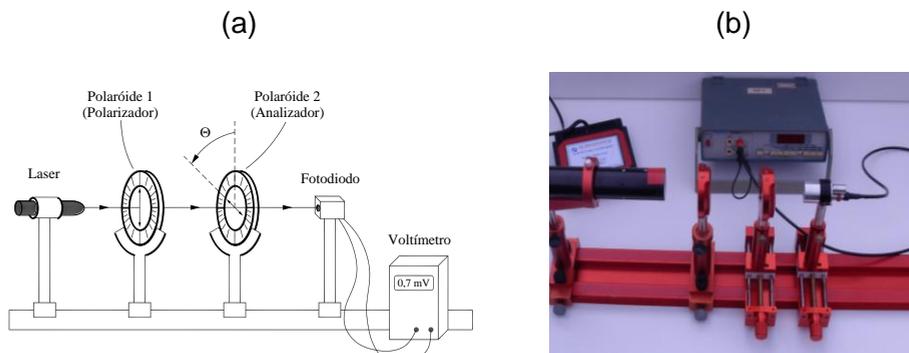
b) Ajuste o primeiro polarizador, na condição de maior transmissão, na vertical. Gire o *laser* até obter o máximo de intensidade no detector (caso seja necessário, utilize camadas de fita adesiva para evitar a saturação do detector).

c) Acrescente o segundo polarizador à montagem, cruzado com o primeiro (direção de transmissão horizontal). Faça o ajuste fino dessa situação, observando a mínima intensidade de luz no sinal do fotodetector. Gire o goniômetro do segundo polarizador de  $90^\circ$ . Nessa condição, os dois polarizadores devem estar com eixos de transmissão alinhados.

d) Verifique se o fotodetector não está saturado (procure trabalhar com a máxima medida do voltímetro sempre em  $\sim 8$  V).

e) Meça a intensidade de luz em função do ângulo entre os eixos dos dois polarizadores. Faça medidas girando o segundo polarizador em passos de  $15^\circ$  até atingir  $360^\circ$ . Qual é o período da curva obtida? Interprete o resultado com base na lei de Malus.

Figura 4.7 - Esquema (a) e Fotografia (b) do aparato utilizado na verificação da Lei de Malus com dois polarizadores.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 4.3 - Verificação da lei de Malus com dois polarizadores.

$\theta$ (°)	V (V)	$\theta$ (°)	V (V)	$\theta$ (°)	V (V)

#### 4.4.4 Determinação do ângulo de transmissão de um polarizador utilizando polarizadores cruzados

a) Monte o aparato que mostra a figura 4.8.

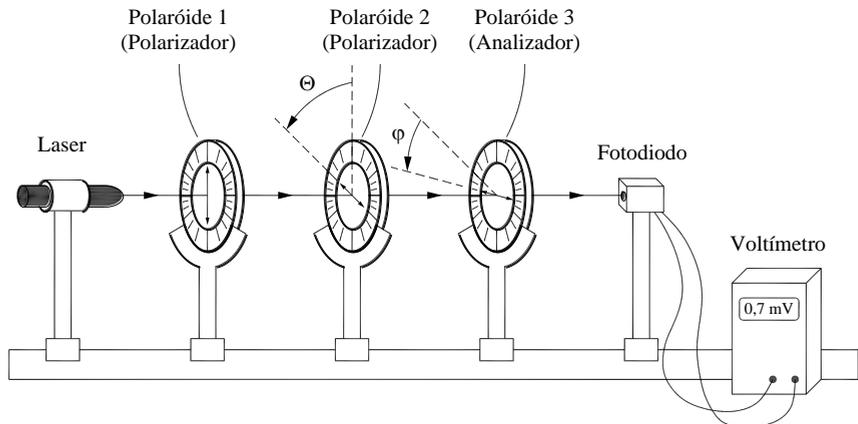
b) Coloque os três polarizadores com direções de transmissão na vertical. Certifique-se de que essa situação produz a máxima leitura no voltímetro e que não excede a tensão de saturação do detector. Faça um ajuste fino nas direções de transmissão dos três polarizadores para garantir que eles realmente possuam as mesmas direções de transmissão. Para isso, primeiramente coloque o primeiro polarizador e ajuste seu eixo de transmissão até obter máxima intensidade no fotodetector. Em

seguida, inclua o segundo polarizador na montagem e ajuste seu eixo para maximizar o valor medido no voltímetro. Após isso, inclua o terceiro fotodetector e faça o mesmo procedimento. Anote as posições angulares dos três polarizadores  $(\alpha_0, \theta_0, \varphi_0)$ , respectivamente.

c) Gire o polarizador 2 de um ângulo  $\theta$  qualquer. Anote a indicação angular.

d) Meça a intensidade da luz em função do ângulo entre os eixos dos polarizadores 1 e 3 (ângulo  $\varphi$ ). Faça medidas girando o polarizador 3 em passos de  $15^\circ$  até atingir  $360^\circ$ . Analise o gráfico da intensidade da luz transmitida, como função do ângulo  $\varphi$ , e determine qual o ângulo  $\theta$  pelo qual o eixo de transmissão do segundo polarizador foi rodado. Dica para análise dos dados: caso os ângulos  $(\theta_0, \varphi_0)$  sejam não nulos, faça o gráfico da intensidade como função de:  $(\varphi - \varphi_0)$  e determine  $\Delta\theta$ . Compare os valores obtidos por essa análise com os obtidos quando se considera apenas  $\varphi$  e  $\theta$ . Caso exista alguma discrepância, explique-a.

Figura 4.8 - Esquema do aparato utilizado na determinação do ângulo de transmissão de um polarizador, fazendo uso de polarizadores cruzados.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 4.4 - Determinação do ângulo de transmissão de um polarizador utilizando polarizadores cruzados.

$\varphi$ (°)	V (V)	$\varphi$ (°)	V (V)	$\varphi$ (°)	V (V)

#### 4.4.5 Verificação da Lei de Malus com polarizador rotativo

a) Utilizando um *laser* de HeNe e um polarizador, produza um feixe de luz linearmente polarizado na direção vertical.

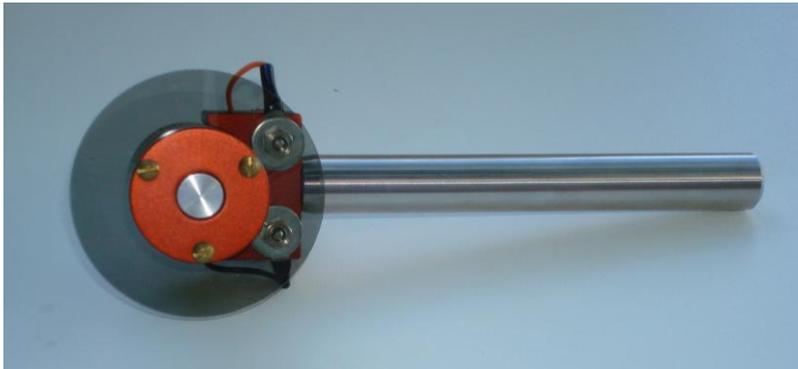
b) Faça esse feixe atravessar um polarizador rotativo (figura 4.9), que consiste em um polarizador acoplado ao eixo de um motor elétrico (utilize uma tensão de cerca de 5 V). Utilizando um fotodetector com a saída conectada a um osciloscópio, analise a intensidade da radiação (cuidado para o detector não saturar). Nesse

caso, o osciloscópio irá amostrar um gráfico da tensão de saída do detector como função do tempo.

c) Explique como esse gráfico, mostrado na tela do osciloscópio, relaciona-se com a lei de Malus.

d) Utilizando a lei de Malus, encontre uma relação entre o ângulo formado pelos eixos de transmissão dos dois polarizadores (fixo e rotativo) e a escala de tempo lida no osciloscópio. Para realizar uma medida mais precisa, ajuste a base de tempo do osciloscópio e a velocidade do motor (cuidado para não aplicar mais que 8 V de tensão ao motor), de modo a observar apenas um período de revolução do polarizador na tela do osciloscópio.

Figura 4.9 - Polarizador rotativo.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 4.5 - Verificação da lei de Malus com polarizador rotativo.

Tempo (s)	Ângulo (°)	Tensão (V)	Tempo (s)	Ângulo (°)	Tensão (V)

#### 4.4.6 Atividade óptica

Nesta parte do experimento verificaremos a propriedade de rotação da polarização por moléculas em uma solução aquosa de sacarose.

a) Alinhe o feixe de *laser* verticalmente e horizontalmente em relação ao trilho óptico.

b) Coloque dois polarizadores cruzados na frente do *laser*. Gire um dos polarizadores, de maneira a minimizar a intensidade sob o detector e garantir que os polarizadores estejam cruzados.

c) Em seguida, coloque uma cubeta de 5 cm com solução de sacarose de concentração de 2 kg/l (massa do soluto pelo volume total da solução) entre os polarizadores, como mostra a figura 10a. Verifique se a tensão registrada pelo voltímetro ligado ao detector é maior que 8 V. Caso isso aconteça, adicione camadas de

---

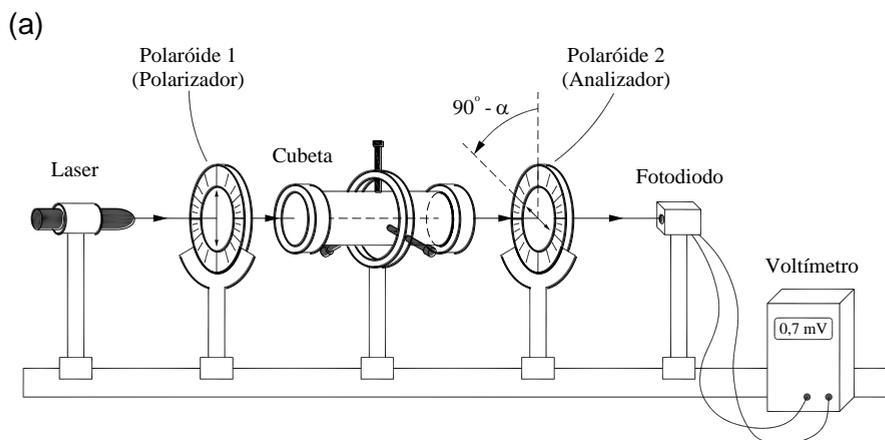
fita adesiva na entrada do detector até obter uma leitura menor que 8 V.

d) Anote a indicação angular do segundo polarizador e, então, gire-o de tal forma que se obtenha novamente um mínimo de intensidade. Anote essa nova indicação angular e subtraia daquela anterior. Assim, você estará determinando o ângulo de rotação da polarização da luz introduzido pela cubeta de sacarose. Indique também a direção de rotação da polarização (direita ou esquerda) em relação ao vetor de propagação.

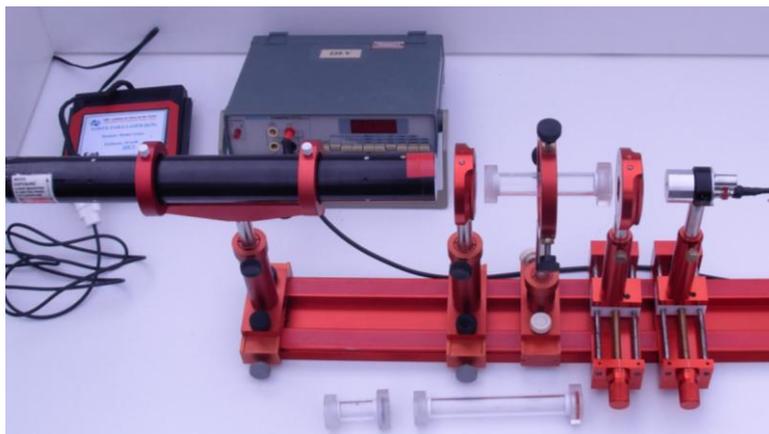
e) Repita o procedimento para diferentes comprimentos de cubetas 5, 10 e 15 cm (mantendo a concentração da solução em 2 kg/L), e para diferentes concentrações (mantendo o comprimento da cubeta).

f) Suponha que a lei fenomenológica para o ângulo rodado seja  $\theta = \alpha CL$ . Encontre o parâmetro  $\alpha$  e compare o seu valor com o valor tabelado.

Figura 4.10 - Montagem experimental com a cubeta entre os polarizadores.



(b)



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 4.6 - Atividade óptica de uma solução de sacarose.

Concentração em volume da solução (g / ml)	Comprimento da cubeta (cm)	Ângulo de rotação da polarização

g) Repita o procedimento e) para uma solução de frutose de concentração 2 kg/L.

h) Após desmontar todo o sistema e retirar o cabo detrás do fotodiodo, certifique-se que esse está desligado, assim como o multímetro.

## *Bibliografia*

AZEVEDO, E.R.; FARIA, G.C.; BATALHAO, T. B.; CASTRO FILHO, J. A.; SANTONI, E.; SARTORI, J. L.; NUNES, L. A.de O. Utilização de um espectrógrafo de projeção como uma ferramenta para demonstrações sobre polarização da luz. **Química Nova**, v. 33, n. 5, p.1204-1210, 2010.

EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. **Física: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v. 4.

TIPPLER, P.A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV: ótica e física moderna**. São Paulo: Pearson, c2004.

## **Capítulo 5 Equações de Fresnel e Ângulo de Brewster**

Neste capítulo vamos estudar a reflexão e a refração da luz na interface entre dois meios dielétricos, buscando determinar os coeficientes de reflexão e transmissão como função do ângulo de incidência. Veremos que esses coeficientes dependem da direção de polarização da luz incidente e que existe um ângulo – ângulo de Brewster – para o qual a luz, com determinada polarização, não é refletida, o que resulta no máximo de transmissão para uma determinada polarização. Esse é um método de produzir luz linearmente polarizada.

**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência**

### **5.1 Polarização por reflexão e ângulo de Brewster**

No começo do século XIX, a área da óptica física viveu um grande desenvolvimento, com contribuições de cientistas como Thomas Young, E. L. Malus, Augustin Fresnel e Sir David Brewster. Em 1808, Malus percebeu que o coeficiente de reflexão – fração da intensidade

incidente que é refletida – dependia da polarização, mas não avançou muito no sentido de obter relações quantitativas. Em 1815, Sir David Brewster, físico escocês, mostrou que havia um ângulo para o qual a luz, com determinada polarização, não era refletida, resultando no máximo de transmissão para uma determinada polarização. Brewster relacionou esse ângulo com o índice de refração dos materiais; hoje, esse ângulo é conhecido como o ângulo de Brewster.

Em 1821, Fresnel mostrou que os fenômenos envolvendo polarização só podiam ser explicados se a luz fosse tratada como uma onda puramente transversal (acreditava-se, na época, que a luz tinha, também, uma componente longitudinal). Ele também calculou os coeficientes de reflexão para cada uma das componentes, chegando ao que hoje é conhecido como as equações de Fresnel.

Quando o ângulo de incidência é igual ao ângulo de Brewster, a componente, cuja polarização é paralela ao plano de incidência, é completamente transmitida, de forma que a luz refletida tem apenas a componente perpendicular. O ângulo de Brewster ocorre quando os raios refletido e refratado fazem um ângulo de  $\pi / 2$ :

$$\theta_B + \theta_t = \pi / 2 \quad (1)$$

Usando a lei de Snell, temos:

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \cos \theta_B \quad (2)$$

Ou seja:

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

Essa relação foi descoberta, experimentalmente, por Brewster e relaciona o ângulo de polarização e o índice de refração. Para o caso comum em que o meio 1 é o ar ( $n_1 = 1$ ) e o meio 2 tem índice de refração  $n_2 = n$ , têm-se:

$$\tan \theta_B = n \quad (4)$$

## 5.2 Relações de Fresnel (incidência oblíqua)

As equações de Fresnel foram obtidas muito antes dos trabalhos de Maxwell, quando ainda não se sabia que a luz era uma onda eletromagnética. A dedução moderna é feita usando as condições de continuidade dos campos elétrico e magnético em uma interface plana entre dois meios dielétricos. Com esse método, é possível deduzir as leis de reflexão e refração e o coeficiente de reflexão da onda para cada componente da polarização.

Vamos considerar uma interface entre dois meios transparentes, ao longo do plano  $xy$ . Cada meio é representado por um par de constantes: a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética. A velocidade da luz, no material, é dada por:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (5)$$

Nas frequências ópticas, a permeabilidade magnética é praticamente igual à permeabilidade magnética do vácuo. Assim, o

índice de refração depende apenas da permissividade elétrica. Logo, o índice de refração é dado por:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu_0}} = \sqrt{\frac{c^2\epsilon_0}{\epsilon}} = \frac{c}{n} \quad \text{com: } c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0\epsilon_0}} \quad \text{e } n = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0} \quad (6)$$

Vamos assumir uma onda eletromagnética que se propaga no meio 1 (que tem  $z < 0$ ), e incide sobre o plano  $xy$ , gerando uma onda refletida de volta ao meio 1 e uma onda refratada no meio 2, como mostra a figura 5.1.

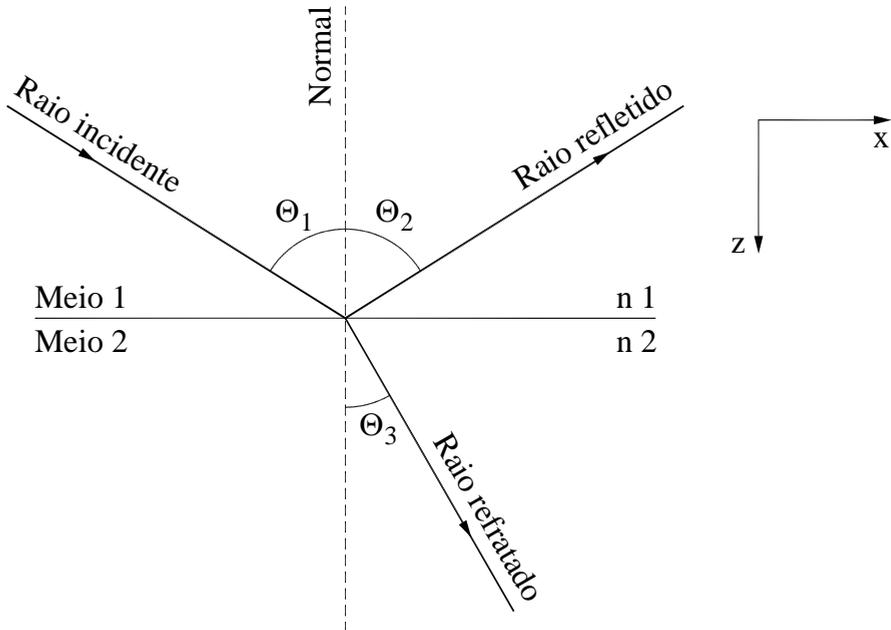
A direção de propagação  $\hat{n} = \vec{k} / |\vec{k}|$  de cada onda é:

$$\hat{n}_1 = \sin\theta_1\hat{x} + \cos\theta_1\hat{z} \quad (7a)$$

$$\hat{n}_2 = \sin\theta_2\hat{x} - \cos\theta_2\hat{z} \quad (7b)$$

$$\hat{n}_3 = \sin\theta_3\hat{x} + \cos\theta_3\hat{z} \quad (7c)$$

Figura 5.1 - Incidência de uma onda em uma interface plana, com ângulo de incidência  $\theta_1$ , gerando uma onda refletida (com ângulo de reflexão  $\theta_2$ ) e uma onda refratada (com ângulo de refração  $\theta_3$ ).



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Como dissemos, o coeficiente de reflexão depende da polarização, então, vamos analisar cada polarização separadamente. Primeiro, vamos considerar a polarização paralela ao plano de incidência. Por simplicidade, vamos considerar que a amplitude da onda incidente será igual a 1, e as ondas refletida e transmitida têm amplitude  $r_{//}$  e  $t_{//}$ .

$$\vec{E}_i = (\cos\theta_1\hat{x} - \sin\theta_1\hat{z})e^{i(k_1\hat{n}_1\cdot\vec{r}-\alpha t)} \quad (8a)$$

$$\vec{E}_r = r_{//}(\cos\theta_2\hat{x} + \sin\theta_2\hat{z})e^{i(k_1\hat{n}_2\cdot\vec{r}-\alpha t)} \quad (8b)$$

$$\vec{E}_t = t_{//} (\cos\theta_3 \hat{x} - \sin\theta_3 \hat{z}) e^{i(k_2 \hat{n}_3 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (8c)$$

Em uma interface plana entre meios dielétricos, as condições de contorno que devem ser verificadas para as componentes tangenciais e normais, os campos, elétrico e magnético, da onda são

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (9a)$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \quad (9b)$$

$$\frac{1}{\mu_1} B_{1t} = \frac{1}{\mu_2} B_{2t} \quad (9c)$$

$$B_{1n} = B_{2n} \quad , \quad (9d)$$

em que  $E_{1t}$  e  $E_{2t}$  representam a componente tangencial do campo elétrico nos meios 1 e 2 e  $E_{1n}$  e  $E_{2n}$ , as componentes normais (analogamente para o campo magnético). Para o caso considerado, as condições de contorno do campo elétrico se escrevem como:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{x} + \hat{y}) \cdot (\vec{E}_i + \vec{E}_r) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{x} + \hat{y}) \cdot \vec{E}_t \quad (10a)$$

$$\varepsilon_1 \hat{z} \cdot (\vec{E}_i + \vec{E}_r) = \varepsilon_2 \hat{z} \cdot \vec{E}_t \quad (10b)$$

Aplicando a condição 10a no plano  $z = 0$ , obtemos:

$$\cos\theta_1 e^{ik_1 x \sin\theta_1} + r_{//} \cos\theta_2 e^{ik_1 x \sin\theta_2} = t_{//} \cos\theta_3 e^{ik_2 x \sin\theta_3} \quad (11)$$

A equação acima tem que ser válida para todo  $x$ , o que só é possível se os argumentos das exponenciais forem iguais. Logo:

$$\sin\theta_1 = \sin\theta_2 \quad (12)$$

$$k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_3 \quad (13)$$

Essas equações são conhecidas como equações cinemáticas de Fresnell. A primeira delas é a lei de reflexão. A segunda é a lei de Snell, se lembrarmos que  $k = n \frac{2\pi}{\lambda}$ , ou seja, que  $k$  é proporcional a  $n$ .

Como os fatores exponenciais, na equação 11, são iguais, podemos cancelá-los para chegar a:

$$\cos\theta_1(1 + r_{//}) = t_{//} \cos\theta_3 \quad (14)$$

Usando a condição 10b podemos obter de forma análoga:

$$\varepsilon_1 \sin\theta_1(1 - r_{//}) = \varepsilon_2 t_{//} \sin\theta_3 \quad (15)$$

As equações 14 e 15, agora, podem ser resolvidas para  $r_{//}$  e  $t_{//}$ . Vamos nos concentrar apenas em  $r_{//}$ :

$$\frac{1 - r_{//}}{1 + r_{//}} = \frac{\varepsilon_2 \sin\theta_3 \cos\theta_1}{\varepsilon_1 \sin\theta_1 \cos\theta_3} \quad (16)$$

Resolvendo para  $r_{//}$ :

$$r_{//} = \frac{\varepsilon_1 \sin\theta_1 \cos\theta_3 - \varepsilon_2 \sin\theta_3 \cos\theta_1}{\varepsilon_1 \sin\theta_1 \cos\theta_3 + \varepsilon_2 \sin\theta_3 \cos\theta_1} \quad (17)$$

A equação 17 pode ser reescrita usando a lei de Snell ( $\sqrt{\varepsilon_1} \sin\theta_1 = \sqrt{\varepsilon_2} \sin\theta_3$ ):

$$r_{//} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2} (\sin\theta_3 \cos\theta_3 - \sin\theta_1 \cos\theta_1)}{\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2} (\sin\theta_3 \cos\theta_3 + \sin\theta_1 \cos\theta_1)} \quad (18)$$

Para simplificar ainda mais o resultado, usamos a seguinte identidade trigonométrica:

$$\sin a \cos a + \sin b \cos b = \sin(a + b) \cos(a - b) \quad (19)$$

Usando a equação 19, a equação 18 se torna:

$$r_{//} = -\frac{\tan(\theta_1 - \theta_3)}{\tan(\theta_1 + \theta_3)} \quad (20)$$

Essa expressão, aparentemente, não envolve os índices de refração dos meios, mas essa dependência está embutida no ângulo de refração.

Se  $\theta_1 + \theta_3 = \pi/2$ , o denominador na expressão 20 vai a infinito, e a amplitude da onda refletida se torna nula. Logo, existe um ângulo de incidência para o qual a onda refletida não tem componente de polarização na direção paralela ao plano de incidência. Portanto, se desejarmos anular a reflexão, com polarização paralela ao plano de incidência, podemos variar o ângulo de incidência até que a condição  $\theta_1 + \theta_3 = \pi/2$  seja satisfeita e, como existe um vínculo entre  $\theta_1$  e  $\theta_3$ , pela lei de Snell, nessa condição, o ângulo de incidência será o ângulo de Brewster.

Vamos provar, agora, que existe onda refletida se a direção de polarização da onda incidente for perpendicular ao plano de polarização da onda incidente. Os campos elétricos de cada onda, agora, escrevem-se como:

$$\vec{E}_i' = \hat{y} e^{i(k_1 \hat{n}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (21a)$$

$$\vec{E}_r' = r_{\perp} \hat{y} e^{i(k_1 \hat{n}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (21b)$$

$$\vec{E}_t' = t_{\perp} \hat{y} e^{i(k_2 \hat{n}_3 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (21c)$$

Não há componente normal ao plano  $xy$ , portanto, a condição de contorno 10b é satisfeita automaticamente. Aplicando a condição 10a:

$$1 + r_{\perp} = t_{\perp} \quad (22)$$

Para obter outra relação envolvendo  $r_{\perp}$  e  $t_{\perp}$ , é preciso usar as condições de contorno para o campo magnético (equações 9c e 9d). Os campos magnéticos de cada onda são:

$$\vec{B}_i' = \frac{n_1}{c} (-\cos \theta_1 \hat{x} + \sin \theta_1 \hat{z}) e^{i(k_1 \hat{n}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (23a)$$

$$\vec{B}_r' = \frac{n_1}{c} r_{\perp} (\cos \theta_2 \hat{x} + \sin \theta_2 \hat{z}) e^{i(k_1 \hat{n}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (23b)$$

$$\vec{B}_t' = \frac{n_{21}}{c} t_{\perp} (-\cos \theta_3 \hat{x} + \sin \theta_3 \hat{z}) e^{i(k_2 \hat{n}_3 \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (23c)$$

As condições 9c e 9d se escrevem, nesse caso, como:

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{x} + \hat{y}) \cdot (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) = \frac{1}{\mu_2} \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{x} + \hat{y}) \cdot \vec{B}_3 \quad (24a)$$

$$\hat{z} \cdot (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) = \hat{z} \cdot \vec{B}_3 \quad (24b)$$

Aplicando a condição 24a, e lembrando que  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ :

$$n_1(1 - r_{\perp}) \cos \theta_1 = n_2 t_{\perp} \cos \theta_3 \quad (25)$$

Aplicando a condição 24b:

$$n_1(1 + r_{\perp}) \sin \theta_1 = n_2 t_{\perp} \sin \theta_3 \quad (26)$$

Usando a lei de Snell, vemos que essa é a mesma relação expressa pela equação 22. Finalmente, podemos resolver as equações 25 e 26 para  $r_{\perp}$ , seguindo passos análogos ao usados para  $r_{\parallel}$ . O resultado é:

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_3)}{\sin(\theta_1 + \theta_3)} \quad (27)$$

Quando  $\theta_1 + \theta_3 = \pi/2$ , o denominador vale 1. Os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_3$  são diferentes (exceto no caso trivial  $n_1 = n_2$ , no qual, na verdade, não há interface alguma), logo, o numerador é diferente de zero e, portanto, há uma componente de polarização perpendicular, na onda refletida.

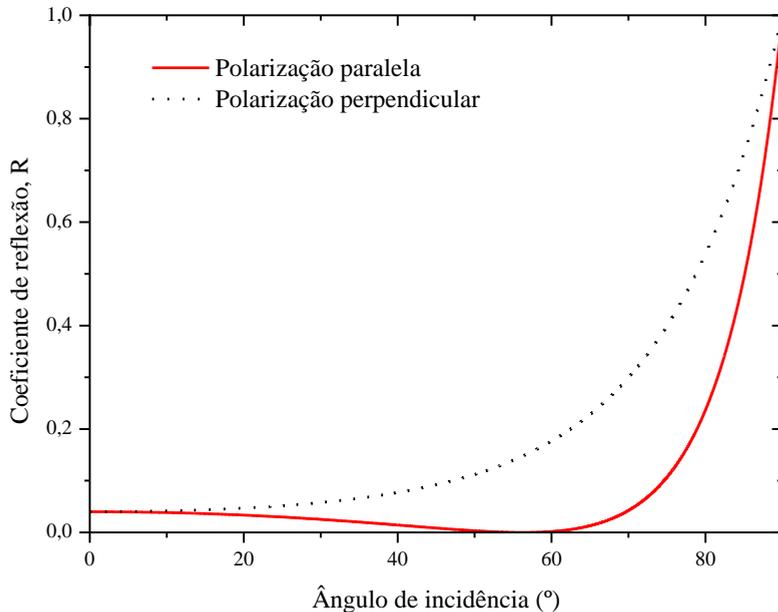
As relações 20 e 27 se referem às amplitudes dos campos das ondas refletidas, considerando o campo incidente com amplitude unitária. No entanto, usualmente, no laboratório utilizamos fotodetectores, que fornecem uma tensão elétrica proporcional à intensidade das ondas eletromagnética. Assim, podemos definir grandezas relacionadas à intensidade das ondas. Desse modo,

---

define-se como o coeficiente de reflexão  $R$  como sendo razão entre as intensidades das ondas refletidas e incidentes. Como consideramos a incidência com amplitude unitária e lembrando que intensidade da onda é proporcional ao quadrado das amplitudes, temos que:  $R_{//} = r_{//}^2$  e  $R_{\perp} = r_{\perp}^2$ . Como a nossa análise está considerando meios transparentes (nos quais não existe absorção da luz), os coeficientes de transmissão  $T$  podem ser obtidos diretamente da relação  $T + R = 1$ .

A figura 5.2 mostra os coeficientes de reflexão, do ar para o vidro, para as ondas com polarizações paralela e perpendicular ao plano de incidência. Note que o coeficiente de reflexão da componente paralela diminui quando o ângulo de incidência aumenta, até atingir o valor zero no ângulo de Brewster (que nesse caso vale entre  $50^\circ$  e  $60^\circ$ ). Então, o coeficiente de reflexão cresce rapidamente, enquanto o coeficiente de reflexão da componente perpendicular é sempre crescente. A componente perpendicular tem um coeficiente de reflexão maior para qualquer ângulo (diferente de  $0^\circ$  e  $90^\circ$ ), então, quando luz não polarizada é refletida, ela sempre sai parcialmente polarizada na direção perpendicular.

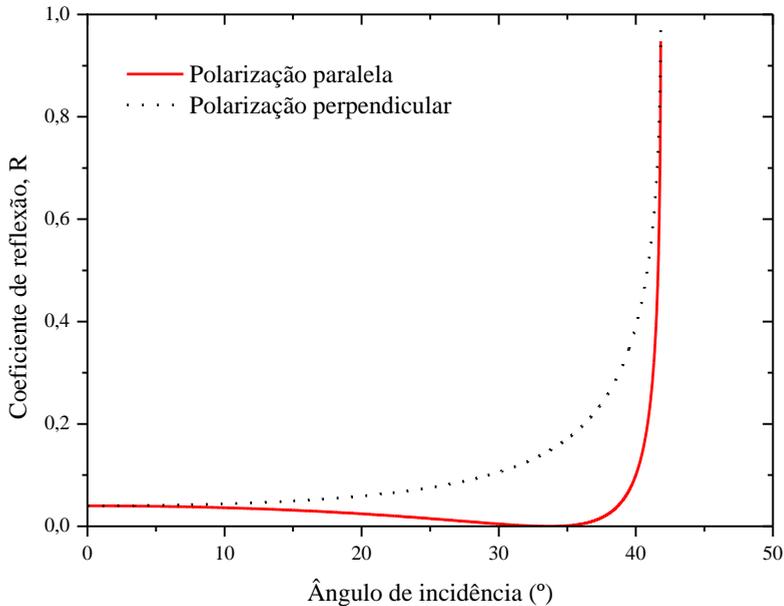
Figura 5.2 - Coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para cada componente da polarização, para uma onda vinda do ar e incidindo em um vidro ( $n = 1,5$ ).



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

A figura 5.3 mostra a situação da onda vindo do vidro e passando para o ar. Note que o coeficiente de reflexão fica igual a um quando o ângulo é aproximadamente  $40^\circ$ . Se o ângulo de incidência for maior do que esse valor, ocorre reflexão interna total. Como  $n_2 < n_1$ , o ângulo de Brewster agora é menor do que  $45^\circ$  (o ângulo de Brewster é sempre menor do que o ângulo crítico).

Figura 5.3 - Coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência para cada componente da polarização, para uma onda vinda de um vidro ( $n = 1,5$ ) e indo para o ar ( $n = 1$ ).



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

### 5.3 Relações de Fresnel (incidência normal)

Na incidência normal ( $\theta_1 = \theta_3 = 0$ ), vemos, das figuras 5.2 e 5.3, que as duas componentes têm o mesmo coeficiente de reflexão. De fato, o plano de incidência não está definido, então, não há sentido falar em polarização paralela ou perpendicular. No limite  $\theta_1 \rightarrow 0$ , fazemos uma aproximação de pequenos ângulos:

$$r_{\perp} = r_{\parallel} = r \approx -\frac{\theta_1 - \theta_3}{\theta_1 + \theta_3} = -\frac{1 - \theta_3 / \theta_1}{1 + \theta_3 / \theta_1} \quad (28)$$

A lei de Snell permite estimar  $\theta_3 / \theta_1$ :

$$\frac{\theta_3}{\theta_1} \approx \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (29)$$

Logo:

$$r = -\frac{1 - n_1/n_2}{1 + n_1/n_2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (30)$$

Para o caso da interface ar/vidro, o coeficiente de reflexão (em termos das intensidades) é de cerca de 4 %. A equação 30 permite, ainda, obter uma outra conclusão importante. Note que se  $n_1 > n_2$ ,  $r > 0$ , então, significa que o campo elétrico da onda refletida tem mesma sentido que o da onda incidente. Por outro lado, se  $n_1 < n_2$ ,  $r < 0$ , há uma inversão no sentido do campo elétrico. Em outras palavras, toda vez que houver incidência de um meio com menor índice de refração para outro de maior índice, a onda refletida terá sua fase acrescida de  $\pi$ , em relação à onda incidente.

## 5.4 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos.

---

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

### 5.4.1 Polarização da luz por reflexão – Ângulo de Brewster

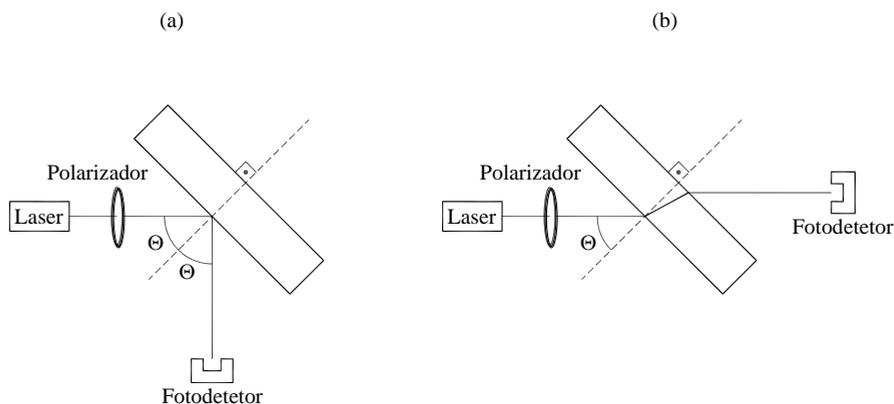
A figura 5.4a-b ilustra a montagem experimental que utilizaremos para determinar os coeficientes de reflexão e transmissão, respectivamente, para a luz incidindo com polarização paralela e perpendicular ao plano de incidência. Importante: Ao longo dos experimentos não altere a intensidade da lâmpada que ilumina sua bancada, pois isso alterará a medida do fotodetector.

a) Alinhe o feixe de *laser* horizontalmente e verticalmente em relação ao trilho óptico. Assegure-se de que o feixe esteja numa direção horizontal e paralela ao trilho óptico. Dica: antes de fazer o alinhamento, verifique a altura do *laser* em relação à altura que a base rotativa irá ser posicionada.

b) Coloque o polarizador com o eixo de transmissão na horizontal e incida o feixe de *laser*, garantindo a retrorreflexão do feixe refletido pelo polarizador. Gire o *laser*, de modo a obter a mínima intensidade do feixe após passar pelo polarizador (observação visual). Fixe o *laser* nessa posição.

c) Gire o polarizador de  $90^\circ$ .

Figura 5.4 - a) Experimento para determinação dos coeficientes de reflexão. b) Experimento para determinação dos coeficientes de transmissão. c) Montagem experimental para determinação dos coeficientes de reflexão.



(c)



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

d) Coloque o bloco de vidro na plataforma rotativa. Posicione-o de forma que sua primeira superfície esteja sobre um diâmetro da base rotativa. Garanta que o feixe de *laser* incida perpendicularmente ao bloco, observando se ocorre a retrorreflexão do feixe. Dica: caso não esteja obtendo a retrorreflexão do feixe, mude a face do bloco

atingida pelo *laser*. Além disso, repare que a plataforma rotativa apresenta desníveis, os quais podem prejudicar a retroreflexão.

e) Ajuste a posição da base giratória para que a medida zero corresponda à situação em que o *laser* incide perpendicularmente no bloco.

f) Posicione o fotodiodo, como mostrado na figura 5.4a, de modo a medir a intensidade do raio refletido. Para determinar as intensidades dos raios refletidos, você deverá utilizar um fotodiodo juntamente com um voltímetro. Dica: é conveniente utilizar o fotodiodo com o suporte com parafuso micrométrico para efetuar mais rapidamente e com maior precisão as medidas a seguir.

g) Posicione a plataforma a fim de obter um ângulo inicial em torno de  $25^\circ$ . Em seguida, gire a plataforma para iniciar as medidas e reposicione o fotodiodo para detectar a luz refletida. Observação: repare que existem dois raios refletidos: um proveniente da primeira face e outro da segunda face. Determine qual desses raios é originário da reflexão na primeira face e use-o para todas as medidas pertinentes.

h) Meça a tensão no voltímetro como função do ângulo de incidência. Use passo de  $5^\circ$ , exceto entre  $50^\circ$  e  $60^\circ$ , em que o passo deve ser de  $2^\circ$ . Em cada medida, gire lentamente a parte do trilho óptico onde está o fotodiodo, de maneira a maximizar o sinal no fotodiodo. Para um ajuste mais rápido e preciso, após girar a plataforma, utilize o parafuso micrométrico para mover o fotodiodo.

i) Repita o procedimento do item b ao item h, colocando o polarizador, inicialmente, na posição vertical. Ou seja, faça o ajuste inicial de forma que a intensidade do *laser*, após passar pelo polarizado na posição vertical, seja mínima.

Tabela 5.1 - Intensidade do raio refletido em função do ângulo de incidência.

$\theta$ (°)	$V_h$ (V)	$V_v$ (V)	$\theta$ (°)	$V_h$ (V)	$V_v$ (V)

j) Repita o procedimento do item b ao item i, medindo a intensidade do feixe transmitido. Repare que há dois feixes transmitidos, sendo um deles ocorrido após duas reflexões internas no bloco de vidro (cujo caminho do raio de luz é: refração na primeira face – reflexão na segunda face – reflexão na primeira face – transmissão na segunda face). As medidas devem ser baseadas na transmissão sem reflexões nas faces.

Tabela 5.2 - Intensidade do raio transmitido em função do ângulo de incidência.

$\theta$ (°)	$V_h$ (V)	$V_v$ (V)	$\theta$ (°)	$V_h$ (V)	$V_v$ (V)

k) Após desmontar todo o sistema e retirar o cabo atrás do fotodiodo, certifique-se de que ele esteja desligado, assim como o multímetro.

## *Bibliografia*

EISBERG, R. M.; LERNER, L. S. **Física: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1998.v. 4.

TIPPLER, P.A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV: ótica e física moderna**. São Paulo: Pearson, c2004.



## **Capítulo 6 Polarização circular e elíptica e birrefringência**

Neste Capítulo estudaremos a polarização circular e elíptica da luz, enfatizando as lâminas defasadoras e a sua utilização como instrumento para alterar o estado de polarização da luz.

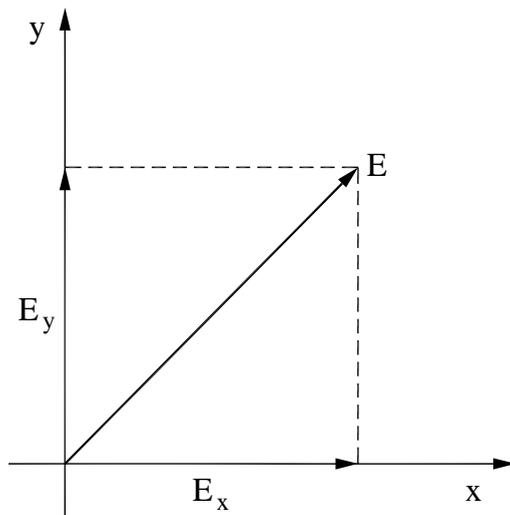
**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência**

### **6.1 Polarização da luz**

Como já vimos, a luz é uma onda eletromagnética, o que significa que ela é composta por campos elétricos e magnéticos oscilantes. As ondas eletromagnéticas são transversais, ou seja, o vetor campo elétrico, o vetor campo magnético e a direção de propagação são mutuamente perpendiculares. Logo, se a direção do campo elétrico e a direção de propagação forem especificadas, a direção do campo magnético será determinada. Existem, portanto, duas grandezas vetoriais importantes para especificar o modo de propagação de uma onda eletromagnética: o vetor de propagação  $\vec{k}$  e o vetor campo elétrico  $\vec{E}$ .

O campo elétrico sempre está contido num plano que é perpendicular à direção de propagação da onda e pode ser representado como a soma de suas componentes, nas direções  $x$  e  $y$ , conforme a figura 6.1 esquematiza, para uma posição  $z$  fixa. Essas componentes variam no tempo com a mesma frequência e a defasagem entre elas é que ocasiona os diferentes tipos de polarização apresentados por um feixe de luz: linear, circular e elíptica. De modo geral, o valor instantâneo do campo elétrico de uma onda eletromagnética plana com frequência angular  $\omega$ , vetor de onda  $\vec{k}$  e fase  $\phi$  na posição  $\vec{r}$  e em um instante  $t$ , é:

Figura 6.1- Representação do vetor campo elétrico e de suas componentes ortogonais para uma onda que se propaga para fora da página.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_{ox} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \hat{x} + E_{oy} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \hat{y} \quad (1)$$

A onda será polarizada se  $\phi$  e  $E_{ox} / E_{oy}$  forem constantes no tempo. Vamos considerar uma onda polarizada se propagando na direção do eixo  $z$  ( $\vec{k} = k\hat{z}$ ) e, por conveniência, vamos analisá-la no plano  $z = 0$  (portanto,  $\vec{k} \cdot \vec{r} = 0$ ). Assim, as componentes do campo elétrico serão:

$$E_x = E_{ox} \cos(\omega t) \quad (2a)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(\omega t - \phi) \quad (2b)$$

Essas equações descrevem como as componentes do vetor campo elétrico variam ao longo do tempo, ou seja, definem a trajetória descrita pela extremidade do vetor no plano  $xy$ . Para descobrir essa trajetória podemos reescrever a equação 2b como:

$$\frac{E_y}{E_{oy}} = \cos(\omega t) \cos \phi + \sin(\omega t) \sin \phi \quad (3)$$

Combinando as equações 2a e 3, chegamos a:

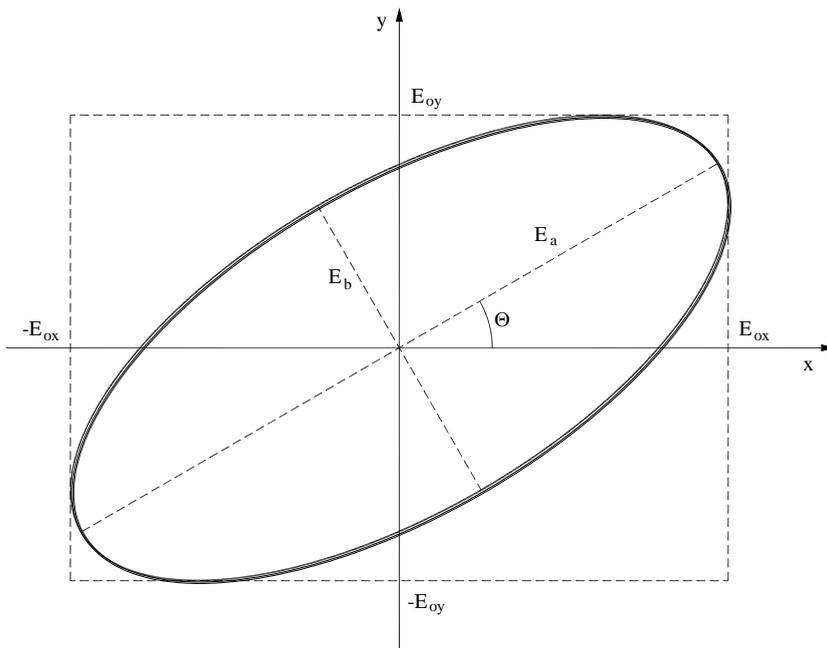
$$\frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}} \cos \phi = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2} \sin \phi \quad (4)$$

Elevando a equação 4 ao quadrado e reordenando os termos, chega-se a:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\phi = \sin^2\phi \quad (5)$$

Essa é uma equação de segundo grau nas variáveis  $E_x$  e  $E_y$ . Das equações 2, vemos que  $E_x$  e  $E_y$  são limitados, portanto, a equação 5 define uma elipse. A presença do termo misto (termo que envolve o produto  $E_x E_y$ ) indica que os eixos coordenados não coincidem com os semieixos da elipse. A figura 6.2 mostra um exemplo da curva descrita pela equação 5.

Figura 6.2 - Trajetória elíptica da extremidade do vetor campo elétrico no plano xy.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

O ângulo  $\theta$ , entre os semieixos da elipse e os eixos coordenados, pode ser obtido através da relação:

$$\tan(2\theta) = \frac{2E_{ox}E_{oy} \cos\phi}{E_{ox}^2 - E_{oy}^2} \quad (6)$$

Uma onda, cuja extremidade do vetor campo elétrico descreve uma elipse, é chamada de *elipticamente polarizada* e é o caso mais geral que há de onda polarizada.

### 6.1.1 Casos particulares (polarização linear e circular)

Vamos analisar alguns casos particulares da equação 5:

a)  $\phi = \pm \pi/2$ . Nesse caso,  $\theta = 0$  e a equação 5 se reduz para:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

Portanto, o campo elétrico descreve uma trajetória elíptica com semieixos ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ . A razão entre os dois eixos perpendiculares da elipse é dada pela razão entre as intensidades das componentes  $E_x$  e  $E_y$  dos campos elétricos. Podemos analisar um caso ainda mais particular, em que  $E_{ox} = E_{oy} = E_o$ . Nesse caso, teremos:

$$E_x^2 + E_y^2 = E_o^2 \quad (8)$$

Essa é a equação de uma circunferência de raio  $E_o$ , ou seja, o vetor campo elétrico tem módulo constante e descreve uma trajetória circular no plano  $xy$ . Nesse caso, dizemos que a onda é circularmente polarizada.

Um detalhe importante se refere ao sentido de rotação do campo elétrico. Quando  $\phi = \pi/2$ , temos  $E_x = E_{ox} \cos(\omega t)$  e  $E_y = E_{oy} \sin(\omega t)$ . O campo elétrico gira no sentido anti-horário (ver figura 6.1), e a onda é chamada de polarizada à *esquerda*. Caso  $\phi = -\pi/2$ , tem-se  $E_x = E_{ox} \cos(\omega t)$  e  $E_y = -E_{oy} \sin(\omega t)$ ; o sentido de rotação do campo é horário e a polarização é elíptica (ou circular) à *direita*. Na figura 6.1, a luz se propaga saindo do plano do papel, portanto, em direção ao observador.

b)  $\phi = 0$ . Nesse caso, a equação 5 se reduz para:

$$\frac{E_x}{E_{ox}} - \frac{E_y}{E_{oy}} = 0 \quad (9)$$

Ou seja:

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{E_{ox}}{E_{oy}} \quad (10)$$

A razão entre as componentes  $x$  e  $y$  é constante, isto é, a polarização é linear. O ângulo entre a direção de polarização e o eixo  $x$  é dado por  $\theta = \tan^{-1}(E_{oy} / E_{ox})$ .

c)  $\phi = 180^\circ$ . Nesse caso, a equação 5 se reduz para:

$$\frac{E_x}{E_{ox}} + \frac{E_y}{E_{oy}} = 0 \quad (11)$$

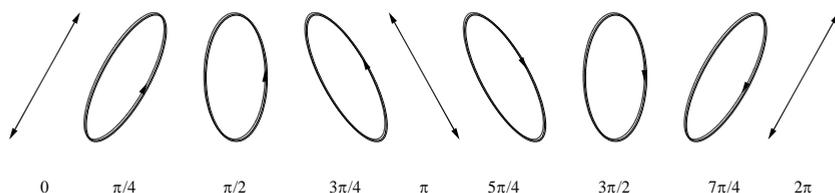
Ou seja:

$$\frac{E_x}{E_y} = -\frac{E_{ox}}{E_{oy}} \quad (12)$$

A polarização é, também, linear, mas o ângulo, entre a direção de polarização e o eixo  $x$ , é dado por  $\theta = -\tan^{-1}(E_{oy} / E_{ox})$ .

Na figura 6.3 estão mostrados vários tipos de polarização da luz, provocados devido a defasagens entre as componentes  $E_x$  e  $E_y$  do campo elétrico.

Figura 6.3 - Representação da trajetória do vetor campo elétrico para diferentes modos de polarização definida pelo ângulo  $\phi$ , que representa a defasagem da componente  $y$  em relação a componente  $x$ . As flechas indicam a direção de rotação do campo elétrico.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

## 6.2 Birrefringência e mudanças na polarização da luz

Agora que definimos os diferentes estados de polarização da luz, resta-nos discutir como podemos modificar tais estados ou, em outras palavras, como podemos controlar o ângulo  $\phi$  da equação 1. É fácil ver, pela equação 1, que uma maneira de induzir uma defasagem entre as componentes do campo é fazer a velocidade de propagação (ou seja, o módulo do vetor de onda) ser diferente para cada componente. Na prática, isso pode ser conseguido se a onda se propagar em um meio no qual os índices de refração sejam diferentes para cada componente. Esses meios são chamados de birrefringentes.

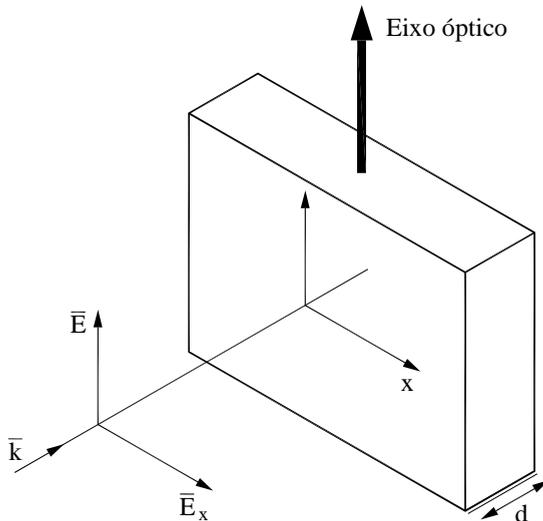
Os materiais birrefringentes são um caso particular de materiais anisotrópicos (isto é, materiais cujas propriedades dependem da direção). Esses materiais possuem dois índices de refração (denominados: índice rápido,  $n_r$ , e lento,  $n_l$ ), ou seja, há duas direções, nas quais os índices de refração são iguais e uma terceira direção, na qual ele tem outro valor, que é chamado de *eixo*

---

*óptico*. Se a luz incide com vetor de propagação na direção do eixo óptico, tudo se passa como se o meio fosse isotrópico, ou seja, independentemente da direção do campo elétrico, a velocidade de propagação será a mesma. Entretanto, se a luz incidir perpendicularmente ao eixo óptico, o índice de refração depende da direção de vibração do campo elétrico. Podemos decompor, então, a onda eletromagnética em duas componentes ortogonais, uma delas vibrando na direção do eixo óptico e outra vibrando perpendicularmente. Os índices de refração são diferentes para essas componentes e, assim, a diferença de fase entre elas varia à medida que a onda se propaga nesse meio.

Vamos considerar, como exemplo, um feixe luminoso linearmente polarizado se propagando na direção do eixo  $z$  e incidindo sobre uma lâmina de material birrefringente, cujo eixo óptico está na direção  $y$ , como mostra a figura 6.4 (a direção de polarização pode ser qualquer). Vamos supor que o índice rápido seja na direção perpendicular ao eixo óptico.

Figura 6.4 - Feixe luminoso incidindo perpendicularmente em uma placa birrefringente.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Após atravessar um comprimento  $d$  no material, as componentes em  $x$  e  $y$  podem ser escritas como

$$E_x = E_{ox} \cos(k_r d - \omega t) \quad \text{e} \quad (13a)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(k_l d - \omega t) \quad , \quad (13b)$$

na qual  $k_l = n_l \frac{2\pi}{\lambda}$  e  $k_r = n_r \frac{2\pi}{\lambda}$  são os módulos do vetor de propagação na direção do eixo óptico e na direção perpendicular. A diferença de fase entre elas será:

$$\phi = (k_l - k_r)d = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_l - n_r)d \quad (14)$$

Portanto, a defasagem produzida por um determinado material pode ser controlada variando a sua espessura. Assim, é possível construir lâminas que produzem uma defasagem controlada entre as componentes do campo, permitindo gerar ondas com qualquer estado de polarização, a partir de ondas linearmente polarizadas. Essas lâminas recebem usualmente o nome de lâminas defasadoras.

### 6.2.1 Lâminas defasadoras de quarto de onda

Vamos considerar que a espessura do material birrefringente seja ajustada para obter um ângulo de defasagem entre as componentes  $E_x$  e  $E_y$  de  $\phi = \pm\pi/2 + 2m\pi$  (com  $m$  inteiro) na equação 14. Se a luz incidente na lâmina for linearmente polarizada, a diferença de fase na saída será  $\pm\pi/2$ , e, pela figura 6.3, podemos ver que isso representa uma onda elipticamente polarizada com um semieixo na direção do eixo óptico. Se, além disso, a polarização da onda incidente fizer um ângulo de  $\pi/4$  com o eixo óptico, as componentes  $x$  e  $y$  terão a mesma amplitude e o resultado é polarização circular.

A diferença de fase de  $\pm\pi/2$  corresponde a um quarto do comprimento de onda; por esse motivo, uma lâmina de material birrefringente que produz essa diferença de fase é chamada de *lâmina de quarto de onda*. Da equação 14, podemos estimar qual deve ser a espessura de uma lâmina como essa:

$$d = \frac{\lambda_o}{2\pi} \frac{1}{|n_l - n_r|} \left( \frac{\pi}{2} + 2m\pi \right) \quad (15)$$

Essa condição pode ser simplificada para:

$$d = \frac{\lambda_o}{|n_l - n_r|} \left( \frac{1}{4} + m \right) \quad (16)$$

## 6.2.2 Lâminas de meia onda

Vamos considerar agora que a espessura do material birrefringente seja ajustada para obter  $\phi = \pi + 2m\pi$  (com  $m$  inteiro) na equação 14. A defasagem adquirida por uma componente é  $\pi$ , o que é equivalente a trocar o sinal dessa componente. Se a onda incidente for linearmente polarizada, após passar pelo material, a onda continua linearmente polarizada, mas a direção de polarização é espelhada em relação ao eixo óptico. Em outras palavras, se o ângulo entre a direção de polarização da onda incidente e o eixo óptico é  $\theta$ , o efeito de uma lâmina de meia onda é girar a direção de polarização por um ângulo  $2\theta$ .

Se a luz incidente é elipticamente polarizada, a lâmina de meia onda inverte uma das componentes do campo, resultando na inversão do sentido da rotação do campo elétrico; em outras palavras, luz elipticamente polarizada à esquerda é transformada em luz elipticamente polarizada à direita e vice-versa.

Como a diferença de fase induzida é equivalente a meio comprimento de onda, uma lâmina como essa é chamada de *lâmina de meia onda*. A espessura de uma lâmina de meia onda é:

$$d = \frac{\lambda_o}{|n_l - n_r|} \left( \frac{1}{2} + m \right) \quad (17)$$

## 6.3 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

**Atenção:** Nos experimentos que seguem, as lâminas defasadoras foram posicionadas no suporte, de modo que o seu eixo óptico coincida ou esteja perpendicular ao  $0^\circ$  da escala angular.

### 6.3.1 Lâmina de meia onda

**Dica geral:** Posicione as lâminas defasadoras e os polarizadores, de maneira que você possa ver as indicações angulares, sem olhar na direção do *laser* de HeNe. Além disso, procure garantir a retroreflexão do *laser* em todos os componentes ópticos.

a) Alinhe o feixe de *laser* horizontalmente e verticalmente em relação ao trilho óptico. Assegure-se de que o feixe esteja numa direção horizontal e paralela ao trilho.

b) Adicione um polarizador à montagem, ajustando o eixo de transmissão do primeiro polarizador na vertical e incida o feixe de *laser* nele. Adicione, também, o fotodetector acoplado a um voltímetro ajustado em DC. Gire o *laser* até obter o máximo de intensidade no detector (caso seja necessário, utilize camadas de fita adesiva para evitar a saturação do detector).

c) Acrescente o segundo polarizador à montagem, estando com eixo de transmissão cruzado com o primeiro (direção de transmissão horizontal). Faça o ajuste fino dessa situação observando a mínima intensidade de luz através do sinal do fotodetector. Gire o goniômetro do segundo polarizador de  $90^\circ$ . Nessa condição os dois polarizadores devem estar com eixos de transmissão alinhados.

d) Verifique se o fotodetector não está saturado (procure trabalhar com a máxima medida do voltímetro sempre menor que 8 V).

e) Introduza uma lâmina de meia onda com o  $0^\circ$  da escala angular, na vertical, entre os dois polarizadores (figura 6.5). Os eixos ópticos das lâminas foram alinhados no suporte, de forma que o seu eixo óptico coincida ou esteja perpendicular ao  $0^\circ$  da escala angular. Esse experimento pode ser realizado com qualquer uma das duas situações. Justifique esta afirmação.

Caso queira se certificar sobre o alinhamento dos eixos ópticos das lâminas, na condição de polarizadores cruzados, insira a lâmina e verifique em que posição angular dessa, obtém-se a menor intensidade no fotodetector. Dessa forma você pode determinar os eixos ópticos da lâmina defasadora. Justifique essa afirmação.

f) Gire o goniômetro da lâmina de  $45^\circ$  e descreva o que acontece. Com o segundo polarizador determine o ângulo de rotação da polarização introduzido pela lâmina de meia onda e compare com o valor esperado teoricamente.

g) Repita o item anterior com o eixo óptico da lâmina de meia onda orientado a  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$  e  $60^\circ$  em relação à vertical. Dica: mantenha os instrumentos ópticos próximos uns dos outros, assim como o fotodetector. Além disso, tente garantir a retroreflexão em todas as medidas.

Faça um gráfico do ângulo de rotação da polarização ( $\theta_2$ ), em função do ângulo, entre a polarização da luz incidente e o eixo óptico da lâmina de meia onda ( $\theta_1$ ). Determine o coeficiente angular da curva resultante e compare com o valor esperado.

Tabela 6.1 - Efeito de uma lâmina de meia onda na polarização linear.

$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$

Figura 6.5 - Fotografia da montagem experimental. A lâmina de meia onda é posicionada entre dois polarizadores.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

### 6.3.2 Lâmina de quarto de onda – polarização circular

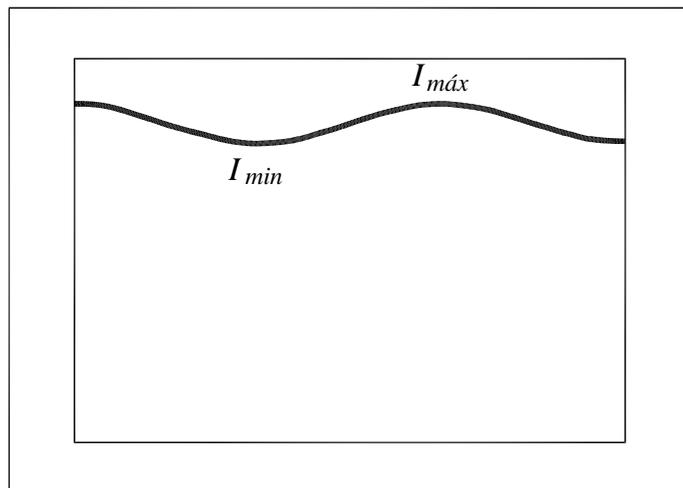
a) Substitua a lâmina de meia onda por uma de quarto de onda, com o suporte indicando  $0^\circ$  na vertical e o segundo polarizador por um polarizador rotativo, que consiste em um polarizador acoplado ao eixo de um motor elétrico (utilize uma tensão de cerca de 5 V). Substitua, também, o voltímetro por um osciloscópio, usando o modo de acoplamento DC e modo de *trigger* automático.

b) Ajuste a orientação angular da lâmina de quarto de onda até que se obtenha um sinal, o mais constante possível, na tela do osciloscópio (figura 6.6). Discuta o que isso significa.

Nessa situação, meça o ângulo entre o eixo óptico da lâmina de quarto de onda e a direção de polarização da luz incidente na mesma, e compare com o valor esperado. Dica: nesse

experimento, é crucial a retroreflexão do *laser* ao incidir na lâmina defasadora. Para verificar isso, refaça o experimento com a lâmina ligeiramente desalinhada (fora da retroreflexão) e verifique o resultado.

Figura 6.6 - Sinal observado na tela do osciloscópio quando a luz está elipticamente polarizada.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

c) Meça a razão entre as intensidades ( $I_{min} / I_{máx}$ ) das duas componentes perpendiculares de polarização. Com esses valores, calcule a razão entre os campos elétricos (mínimo e máximo).

d) Gire o eixo da lâmina de quarto de onda até obter um ângulo de cerca de  $30^\circ$  na escala do goniômetro em relação ao eixo do polarizador. Meça a razão entre as intensidades ( $I_{min} / I_{máx}$ ) das duas componentes perpendiculares de polarização. Calcule a razão entre os campos elétricos.

Com esses dados, calcule o ângulo do eixo da lâmina referente ao polarizador e compare ao valor indicado no goniômetro.

Tabela 6.2 - Efeito de uma lâmina de quarto de onda na polarização da luz.

<b>Orientação da lâmina (leitura do goniômetro)</b>		
$I_{máx}$		
$I_{mín}$		
$I_{máx} / I_{mín}$		
$E_{máx} / E_{mín}$		

### 6.3.3 Efeito de duas lâminas de quarto de onda

a) Retorne à montagem com dois polarizadores com eixos de transmissão na vertical e insira duas lâminas de quarto de onda entre eles. Ajuste os goniômetros de ambas as lâminas, de modo que indiquem  $15^\circ$  em relação ao eixo do primeiro polarizador. Com o segundo polarizador, determine o estado e a direção da polarização da luz emergente. Repita o procedimento para as lâminas orientadas a  $30^\circ$  e  $45^\circ$ .

b) Na mesma montagem mantenha a primeira lâmina orientada a  $15^\circ$ , mas agora com a segunda lâmina girada de  $-15^\circ$ . Com o segundo polarizador, determine o estado e direção da polarização da luz emergente. Repita o procedimento para a primeira e segunda lâmina orientada a  $30^\circ$  e  $-30^\circ$  e  $45^\circ$  e  $-45^\circ$ ,

respectivamente. Dica: Mantenha os instrumentos ópticos próximos uns dos outros.

Tabela 6.3 - Efeito combinado de duas lâminas de quarto de onda na polarização da luz.

<b>Orientação angular das lâminas Lâmina1 / Lâmina2</b>	<b>Estado de Polarização da Luz Emergente</b>	<b>Orientação da Polarização da Luz Emergente em Relação à vertical</b>
<b>15 ° / 15 °</b>		
<b>30 ° / 30 °</b>		
<b>45 ° / 45 °</b>		
<b>15 ° / -15 °</b>		
<b>30 ° / -30 °</b>		
<b>45 ° / -45 °</b>		

c) Com base nos resultados dos itens a e b determine qual é a orientação relativa entre os eixos ópticos das duas lâminas em cada caso. Dica: Ao girar o polarizador de um ângulo  $\theta$ , o eixo de transmissão do polarizador terá rodado de  $\theta$  pela “regra da mão direita”. O mesmo vale para as lâminas defasadoras.

---

## *Bibliografia*

AZEVEDO, E. R.; FARIA, G. C.; BATALHAO, T. B.; CASTRO FILHO, J. A.; SANTONI, E.; SARTORI, J. L.; NUNES, L. A. O. Utilização de um espectrógrafo de projeção como uma ferramenta para demonstrações sobre polarização da luz. **Química Nova**, v. 33, n. 5, p.1204-1210, 2010.

EISBERG, R. M.; LERNER, L. S. **Física: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1998.v.4.

TIPPLER, P.A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan,1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV: ótica e física moderna**. São Paulo: Pearson, c2004.

## Capítulo 7 Interferometria

Neste capítulo estudaremos a interferência entre duas ondas planas. Utilizaremos um aparato capaz de produzir uma diferença do caminho percorrido por dois feixes coerentes e sobrepô-los, provocando um padrão de interferência. A análise desse padrão permite a determinação do comprimento de onda da fonte de radiação. Além disso, apresentaremos alguns exemplos de processos de interferência.

**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência**

### 7.1 A interferência de ondas

As equações de Maxwell, que governam o eletromagnetismo e a óptica, são lineares em relação aos campos elétrico e magnético. Logo, vale o princípio da superposição, isto é, quando há mais de uma fonte de campo elétrico (ou magnético), o campo resultante é a soma vetorial dos campos gerados por cada fonte individualmente. Uma vez que a luz é formada por campos elétricos e magnéticos que oscilam no tempo, quando dois feixes coincidem espacialmente, os campos associados a cada onda se somam. O resultado dessa soma depende da relação entre as fases dos feixes em cada ponto. Como

resultado, forma-se uma região de máximos e mínimos de campo elétrico, conhecido como padrão de interferência.

Para que duas fontes de luz possam apresentar um padrão de interferência estático, é preciso que elas sejam *coerentes* entre si, ou seja, a diferença de fase entre elas deve ser fixa no tempo. Uma maneira de conseguir isso é usando feixes provenientes de uma única fonte. Por exemplo, no famoso experimento de dupla fenda, de 1803, Young ressaltou que o padrão de interferência só era obtido quando as duas fendas eram iluminadas com luz proveniente da mesma fonte. Quando ele iluminava cada fenda com uma fonte diferente, a intensidade no anteparo era simplesmente a soma das intensidades vinda de cada fenda, ou seja, não havia padrão de interferência. A razão de não se observar padrão de interferência entre feixes gerados por fontes distintas é que os fótons emitidos pelas duas fontes não guardam nenhuma relação de fase na oscilação de seus campos elétricos, isto é, não existe coerência de fase entre os dois feixes.

Mesmo que dois feixes sejam oriundos de uma mesma fonte, esses podem não apresentar um padrão de interferência estático quando forem superpostos. O que define a observação ou não, desse padrão estático é o chamado *comprimento de coerência*. Para compreender o significado do comprimento de coerência de um feixe de luz, vamos considerar que um feixe proveniente de uma certa fonte seja dividido em dois e que, após a divisão, eles percorram individualmente distâncias distintas, encontrando-se posteriormente em outros pontos do espaço. Como mencionado anteriormente, só será observado um padrão de interferência estático no reencontro dos dois feixes, se a relação de fase entre os campos dos feixes for

---

constante. No entanto, para que isso ocorra, a diferença de percurso entre os dois feixes não poderá ser maior que o comprimento de coerência. Portanto, o comprimento de coerência é a máxima diferença de percurso entre os dois feixes, sem que haja perda da relação de fase entre os campos elétricos das ondas que os constituem.

A luz térmica (a luz de uma lâmpada incandescente, ou a luz do Sol, por exemplo) é uma fonte de comprimento de coerência muito curto, pois é resultado de processos microscópicos que são independentes uns dos outros (vibrações eletrônicas independentes). Um outro aspecto que contribui para a nulidade do comprimento de coerência da luz térmica é que ela possui grande largura espectral (o tempo de coerência de uma fonte não monocromática é aproximadamente o inverso da largura espectral).

Por outro lado, a luz de transições eletrônicas (uma lâmpada de vapor de gás, à baixa pressão, por exemplo) pode apresentar um comprimento de coerência mensurável. Isso ocorre porque a emissão de um fóton, de um determinado átomo, pode estimular a emissão de outros fótons dos demais átomos do gás (fenômeno conhecido como emissão estimulada). Quando isso ocorre, o fóton emitido é idêntico (inclusive com mesma fase) aquele que estimulou a emissão. Porém, há também muitas emissões que não são correlacionadas, resultando em uma emissão de luz com comprimento de coerência finito e usualmente da ordem de alguns centímetros.

A situação é diferente para os *lasers*, no qual os processos de emissão estimulada são amplificados pelo efeito da cavidade,

fazendo os fótons serem emitidos em fase uns com os outros. No *laser*, o comprimento de coerência pode chegar a quilômetros.

É importante notar que não é possível observar interferência devido a duas fontes luminosas independentes, mesmo duas fontes de *laser*, que, embora produzam individualmente luz coerente, não apresentam coerência entre si.

### 7.1.1 Interferência construtiva e destrutiva

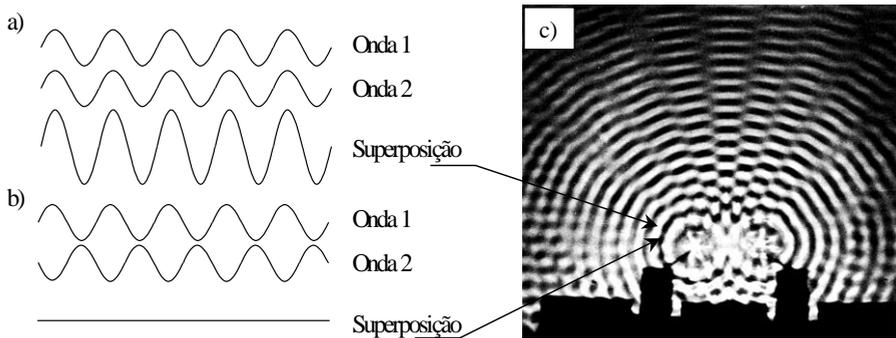
Duas ondas coerentes possuem diferença de fase fixa no tempo. Se essa diferença de fase for nula ou um múltiplo de  $2\pi$ , as ondas são ditas em fase: os máximos e os mínimos de cada uma coincidem. Nesse caso, no ponto de interferência, o campo resultante será a soma dos campos individuais, resultando em um campo elétrico de maior amplitude quando comparado com os das duas ondas originais.

Por outro lado, se a diferença de fase for um múltiplo ímpar de  $\pi$ , os mínimos de uma onda coincidem com os máximos da outra onda. Nesse caso, no ponto de interferência, o campo resultante será a diferença dos campos individuais, resultando em um campo elétrico de menor amplitude quando comparado com os das duas ondas originais. Se as amplitudes são iguais, a amplitude da onda resultante será nula.

No primeiro caso, quando as amplitudes se somam, a interferência é dita *construtiva*; no segundo caso, quando as amplitudes se subtraem, a interferência é dita *destrutiva*. A figura 7.1a ilustra um exemplo de interferência construtiva e a figura 7.1b, um exemplo de interferência destrutiva. Na figura 7.1c está mostrado um experimento mecânico da interferência de duas ondas geradas

na superfície de um tanque de água (cuba de ondas). Nos pontos brilhantes ocorre interferência construtiva e nos pontos escuros, interferência destrutiva.

Figura 7.1 - (a) Interferência construtiva; (b) interferência destrutiva; (c) Interferência devido a duas fontes pontuais idênticas. Padrão de interferência observado numa cuba de ondas, com duas fontes pontuais.

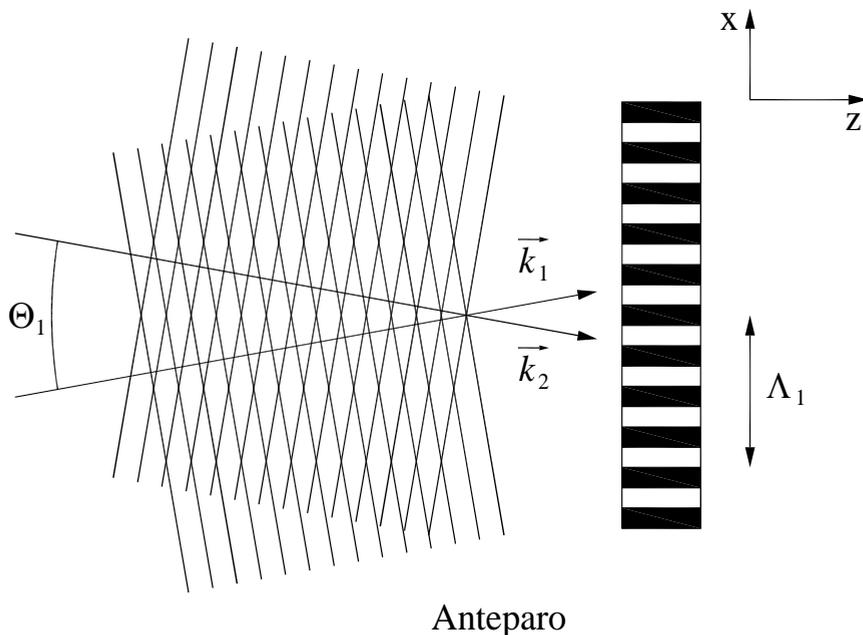


Fonte: Elaborada pelos compiladores.

## 7.2 Interferência de duas ondas planas

Consideremos, agora, dois feixes de ondas planas monocromáticas, de mesma frequência e coerentes entre si, cujos vetores de propagação formam entre si um ângulo  $\theta$ , como mostra a figura 7.2, cujos campos elétricos estejam na mesma direção.

Figura 7.2 - Representação esquemática da Interferência entre dois feixes de ondas planas coerentes.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Como os campos elétricos têm mesma direção, eles podem ser descritos da seguinte forma:

$$E_1 = E_{o1} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \quad (1a)$$

$$E_2 = E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (1b)$$

De acordo com o princípio da superposição, o campo resultante será dado por:

$$E = E_{o1} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (2)$$

A intensidade da onda é proporcional ao quadrado do campo:

$$E^2 = E_{o1}^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + E_{o2}^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) + 2E_{o1}E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (3)$$

O último termo pode ser escrito como:

$$2E_{o1}E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) = \\ = E_{o1}E_{o2} \cos(2\omega t - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) + E_{o1}E_{o2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (4)$$

Na equação 4, foi usada a seguinte identidade trigonométrica:

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a + b) + \cos(a - b)}{2} \quad (5)$$

Para a luz visível, a frequência  $\omega$  é muito alta, de modo que as variações rápidas em  $E^2$  não podem ser percebidas. O que se pode medir é a media temporal, ou  $\langle E^2 \rangle$ . Nas expressões 3 e 4 combinadas, os dois primeiros termos têm média 1/2, o terceiro tem média nula e o quarto é constante. Portanto:

$$\langle E^2 \rangle = \frac{E_{o1}^2}{2} + \frac{E_{o2}^2}{2} + E_{o1}E_{o2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (6)$$

Em termos das intensidades, ficamos com:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (7)$$

O último termo é conhecido como *termo de interferência*, pois é o que caracteriza esse fenômeno: a intensidade resultante não é igual à soma das intensidades de cada onda.

De acordo com a figura 7.2, os vetores de propagação são:

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{r} = kz \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8a)$$

$$\vec{k}_2 \cdot \vec{r} = kz \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8b)$$

Combinando as equações 7 e 8, chegamos a:

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (9)$$

No caso especial em que  $I_1 = I_2 = I_o$ , a equação acima se reduz a:

$$I(x) = 2I_o \left(1 + \cos\left(2kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right) \quad (10)$$

O termo entre parênteses pode ser simplificado usando a identidade  $1 + \cos 2\theta = \cos^2 \theta$ :

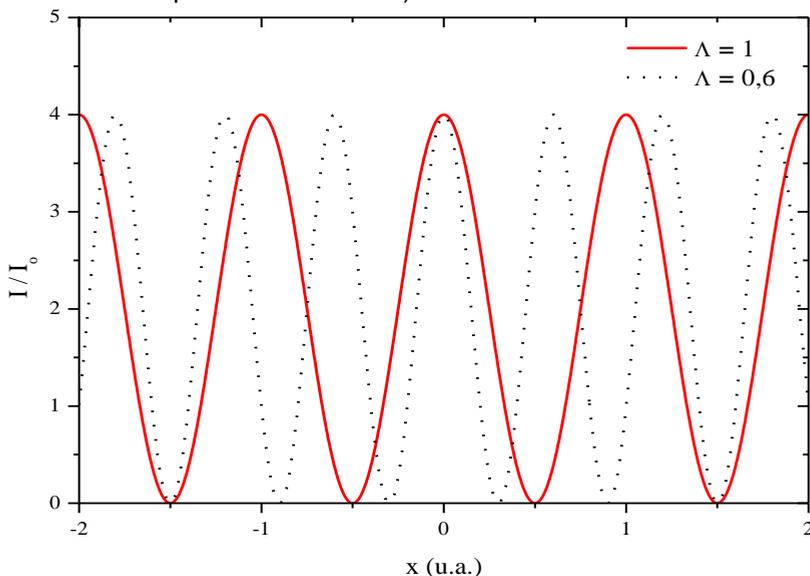
$$I(x) = 4I_o \cos^2\left(kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (11)$$

Esse padrão de interferência é observado em um anteparo (colocado na posição onde os feixes se encontram). A intensidade média sobre o anteparo é  $2I_0$ , igual à soma das intensidades de cada onda. Esse resultado é esperado pela lei de conservação da energia.

Os máximos ocorrem quando o argumento do cosseno da equação 11 é igual a  $n\pi$  (na qual  $n$  é um número inteiro), ou seja:

$$kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = n\pi \quad (12)$$

Figura 7.3 - Gráfico do padrão de interferência (equação 11) para dois valores de  $\Lambda$  (a linha pontilhada representa um ângulo  $\theta$  maior do que o da linha cheia).



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

A distância  $\Lambda$  entre dois máximos consecutivos é dada por:

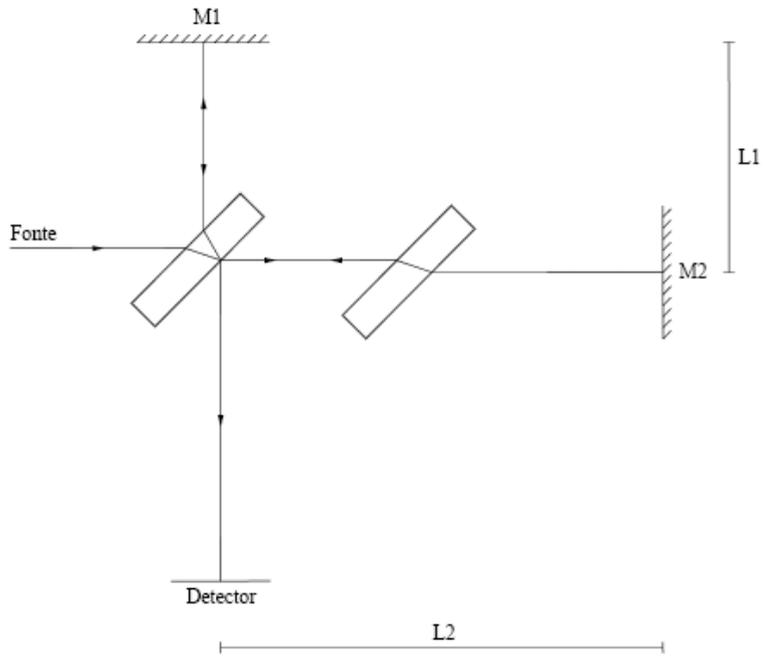
$$\Lambda = \frac{\pi}{k \sin(\theta/2)} = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} \quad (13)$$

No experimento, vamos ajustar o ângulo  $\theta$  e medir o parâmetro  $\Lambda$  e, assim, determinar o comprimento de onda de um *laser*. Para que a distância entre os máximos seja suficientemente grande para ser medida, é preciso que o ângulo  $\theta$  seja pequeno.

### 7.3 Interferômetro de Michelson

Os interferômetros são configurações experimentais que usam a interferência entre dois feixes para fazer medidas bastante precisas de comprimentos de onda ou outras grandezas. O mais comum é o de Michelson, que a figura 7.4 ilustra. Um feixe de luz atinge um bloco de vidro, no qual uma das superfícies é coberta com um filme refletor, que aumenta a refletividade da interface. Essa interface atua como um divisor de feixes. Um segundo bloco de vidro (idêntico ao primeiro, mas sem o filme refletor) e dois espelhos completam o interferômetro de Michelson.

Figura 7.4 - Diagrama de um interferômetro de Michelson.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

O feixe da fonte é dividido em dois na interface com a superfície refletora. Um dos raios sai em direção a M1, é refletido sobre si mesmo e depois atravessa o bloco central. Outro raio vai na direção de M2, é refletido sobre si mesmo e é refletido na superfície refletora, em direção ao detector. Como o primeiro raio atravessa o bloco de vidro duas vezes, o segundo bloco de vidro é colocado no caminho do segundo raio para compensar os efeitos da propagação no divisor de feixe.

A diferença de fase entre os dois raios é causada pela diferença de caminho óptico percorrido. A distância percorrida no vidro é igual para os dois raios, portanto, a diferença é somente

devido à diferença de caminho geométrico no ar. Além disso, há, também, os ganhos de fase de  $\pi$  devido às reflexões toda vez que a incidência for de um meio de menor para outro de maior índice de refração (ver seção III da apostila sobre relações de Fresnell). Assim, o primeiro raio sofre duas reflexões, mas somente ganha  $\pi$  de fase na reflexão em M1. Por outro lado, o segundo raio sofre um ganho de fase  $2\pi$ , ou seja,  $\pi$  na reflexão no espelho M2 e mais  $\pi$  na reflexão na parte externa no separador de feixe. Portanto, a diferença de fase, no centro do detector, é:

$$\phi_2 - \phi_1 = \pi + 2k(L_2 - L_1) \quad (14)$$

Uma das aplicações usuais do interferômetro de Michelson é a sua utilização na medida do comprimento de coerência de uma dada fonte de luz. À medida que a diferença de caminho aumenta, as franjas de interferência ficam menos nítidas. O comprimento de coerência da fonte é definido como a diferença de caminho entre os braços ( $L_2 - L_1$ ) quando a nitidez das franjas diminui 50%. A nitidez é definida como

$$V = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{I_{máx} + I_{mín}}, \quad (15)$$

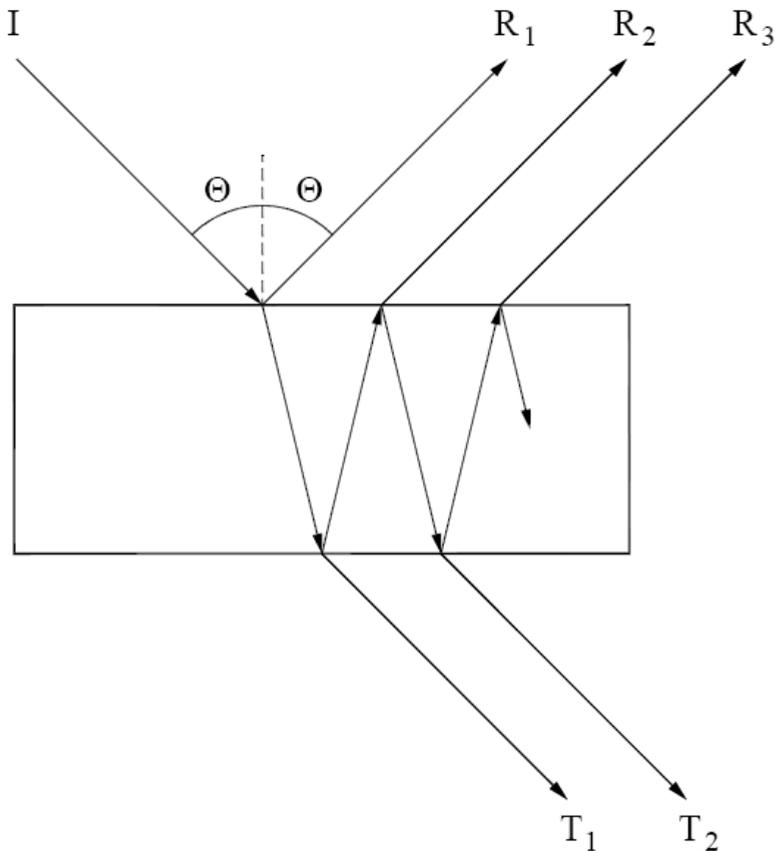
em que  $I_{máx}$  e  $I_{mín}$  são as intensidades máxima e mínima no padrão de interferência formado no detector.

## 7.4 Interferência em filmes finos

Muito provavelmente você já deve ter observado um padrão de cores em uma mancha de óleo sobre o asfalto ou em uma bolha de sabão. A origem desse padrão de cores está relacionada com fenômeno de interferência, em particular com o que, usualmente, denomina-se interferência de filmes finos.

Para entender o fenômeno, vamos considerar um material de espessura  $d$  e índice de refração  $n$  imerso no ar, e um feixe incidente de comprimento de onda  $\lambda$  e fazendo um ângulo de incidência  $\theta$  com a normal ao filme, como na figura 7.5:

Figura 7.5 - Interferência de filme fino. I é o raio incidente, R são os raios refletidos e T os raios transmitidos.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

No filme fino – por exemplo, uma camada de óleo sobre o asfalto ou a parede da bolha de sabão –, o raio incidente sofre múltiplas reflexões internas. A interferência envolve múltiplos raios e não, apenas dois, como foram tratados até aqui. Os diversos raios transmitidos – dois deles mostrados na figura 7.5 – são paralelos e separados lateralmente por uma distância da ordem de  $d$  (a espessura do filme). Se o ponto de observação for muito mais

distante do que  $d$  – o que normalmente é –, podemos considerar que todos os raios interferem no ponto de observação. O mesmo pode ser dito quanto aos raios refletidos.

A diferença de caminho óptico entre dois raios transmitidos consecutivos (por exemplo, entre  $T_2$  e  $T_1$ , na figura 7.5), devido à distância extra a caminhar dentro do filme, é

$$\Delta l = 2nd \cos \theta_2 \quad (16)$$

em que  $\theta_2$  é o ângulo de refração dentro do filme (dado pela lei de Snell). Além disso, a intensidade é diminuída por um fator  $R^2$  ( $R$  é o coeficiente de reflexão), devido às duas reflexões extras. Consequentemente, a amplitude é diminuída por  $R$ .

A intensidade total transmitida será máxima quando todos os raios transmitidos interferirem construtivamente. Para isso, é preciso que a interferência entre dois consecutivos seja construtiva, ou seja, que a equação 16 seja igual a um número inteiro de comprimentos de onda:

$$2nd \cos \theta_2 = m\lambda \quad (17)$$

A equação 16 também é válida para a diferença de caminho óptico entre dois raios refletidos consecutivos ( $R_2$  e  $R_1$ , por exemplo); logo, segundo o mesmo raciocínio, a condição 17 deveria ser também a condição de máximo de reflexão. Mas, pela lei da conservação de energia, a soma das intensidades, refletida e transmitida, deve ser igual à intensidade incidente, de modo, então, que a equação 17 deve ser a condição para um mínimo de reflexão.

A solução dessa aparente contradição está no fato de que a reflexão inverte a fase de uma onda se ela ocorrer de um meio de menor índice de refração para um meio de maior índice (do ar para o filme, por exemplo). A reflexão que o raio  $R_1$  sofre é com inversão de fase, enquanto  $R_2$  sofre uma reflexão sem inversão de fase. O raio  $R_3$  sofre duas reflexões sem inversão de fase a mais do que o raio  $R_2$ , assim como o raio  $R_4$  em relação a  $R_3$ , etc. Quando a condição 17 é satisfeita, os raios  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ , etc., estão em fase e interferem construtivamente, enquanto o raio  $R_1$  tem fase oposta e interfere destrutivamente. Como o raio  $R_1$  tem a maior amplitude, é preciso que todos os outros interfiram construtivamente para anular  $R_1$  e causar um mínimo de reflexão.

A origem do padrão de cores observado em uma mancha de óleo ou em uma bolha de sabão é que a condição de máximo/mínimo de transmissão/reflexão (equação 17) depende do comprimento de onda. O índice de refração do filme varia com o comprimento de onda. Logo, a diferença de caminho óptico (equação 17) também depende do comprimento de onda. Portanto, cada cor tem o seu máximo de intensidade em um ângulo de observação distinto, dando origem ao padrão de cores observado. Além disso, é fácil ver que, se espessura do filme não for uniforme, o padrão de cores ou de interferência, no caso de luz monocromática, será distorcido espacialmente. Assim sendo, a observação do padrão de interferência pode ser usada como um método para avaliar o grau de planicidade do filme.

Podemos prosseguir calculando quantitativamente a porcentagem de luz transmitida. Para isso, primeiro escrevemos a soma dos campos das ondas transmitidas

$$E_T = E_o (1 - R) \sum_{j=0}^{\infty} R^j \exp(j.ik2nd \cos\theta_2) \quad (18)$$

na qual  $E_o$  é a amplitude da onda incidente,  $R$  é o coeficiente de reflexão,  $E_o(1 - R)$  é a amplitude da primeira onda transmitida e  $k$  é o número de onda (no vácuo). A soma é de uma PG, de primeiro termo 1 e razão  $R \exp(ik2nd \cos\theta_2)$ , portanto:

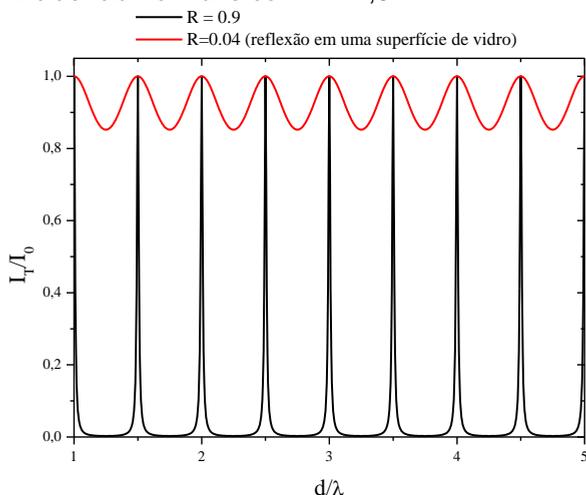
$$E_T = \frac{E_o(1 - R)}{1 - R \exp(i4\pi.nd \cos\theta_2 / \lambda)} \quad (19)$$

A razão de transmissão (em termos de intensidade) é:

$$\frac{I_T}{I_o} = \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos(4\pi.nd \cos\theta_2 / \lambda)} \quad (20)$$

A representação gráfica dessa função está mostrada na figura 7.6, para o caso de incidência normal em um material de espessura variável.

Figura 7.6 - Gráfico da transmissão de um filme fino, em função da espessura, para dois valores do coeficiente de reflexão na incidência normal e com  $n = 1,5$ .



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Se a equação 17 for obedecida,  $I_T = I_o$  na equação 20, ou seja, *toda a luz é transmitida*. Consequentemente, nenhuma luz é refletida. O mínimo de transmissão ocorre quando o fator cosseno do denominador da equação 20 é  $-1$  e vale:

$$\left(\frac{I_T}{I_o}\right)_{\min} = \left(\frac{1-R}{1+R}\right)^2 \quad (21)$$

Se o coeficiente de reflexão for próximo de 1, o valor obtido pela equação 21 será pequeno e o padrão de transmissão será bem definido – haverá bom contraste entre os máximos e os mínimos –, como pode ser visto na figura 7.6. Se o coeficiente de reflexão for pequeno, esse contraste será pequeno. Isso não é difícil de entender, se lembrarmos que a interferência de filme fino é devido a

múltiplos feixes. Se o coeficiente de reflexão for baixo, cada feixe refletido ou transmitido é muito mais fraco do que o anterior e o padrão é dominado pelos primeiros poucos feixes. Quando o coeficiente de reflexão é próximo de 1, muitos feixes vizinhos têm praticamente a mesma intensidade, fazendo o efeito da diferença de fase ser mais importante do que o efeito da diferença de intensidades entre os raios.

Podemos, também, calcular a porcentagem de luz refletida:

$$E_R = E_o \sqrt{R} - E_o (1-R) \sqrt{R} \sum_{j=0}^{\infty} R^j \exp(j.ik2nd \cos\theta_2) \quad (22)$$

$$E_R = E_o \sqrt{R} \left( 1 - \frac{1-R}{1-R \exp(ik2nd \cos\theta_2)} \right) \quad (23)$$

$$\frac{I_R}{I_o} = \frac{4R \sin^2(2\pi.nd \cos\theta_2 / \lambda)}{1 + R^2 - 2R \cos(4\pi.nd \cos\theta_2 / \lambda)} \quad (24)$$

Na condição da equação 17, a intensidade refletida é zero. A intensidade refletida máxima ocorre quando  $\sin^2(2\pi.nd \cos\theta_2 / \lambda) = 1$ , ou seja,  $\cos(4\pi.nd \cos\theta_2 / \lambda) = -1$ .

Portanto:

$$\left( \frac{I_R}{I_o} \right)_{m\acute{a}x} = \frac{4R}{(1+R)^2} \quad (25)$$

É fácil ver que  $(I_T / I_o)_{\text{mín}} + (I_R / I_o)_{\text{máx}} = 1$ , como é esperado pela lei de conservação de energia.

## 7.5 Anéis de Newton

Quando a sua superfície convexa de uma lente plano-convexa é colocada sobre uma placa de vidro plana, um filme de ar, cuja espessura aumenta gradualmente do centro da lente para o exterior, é formado entre a lente e a placa. Note que se tem aproximadamente a mesma situação se a lente for biconvexa, com o raio de curvatura de um lado bem maior que do outro. Se a luz monocromática incidir na lente e a luz refletida for observada, serão vistos anéis concêntricos claros e escuros ao redor do ponto de contato. Esses anéis foram descobertos pela primeira vez por Isaac Newton e, por isso, são chamados ANÉIS DE NEWTON.

Anéis de Newton são formados devido à interferência entre as ondas de luz refletidas nas superfícies superior e inferior do filme de ar, formado entre a lente e a placa de vidro. A formação dos anéis de Newton pode ser explicada com base na teoria ondulatória da luz. Como mostra a Figura 7.7, um filme de ar de espessura variável é formado entre a lente e a placa de vidro. Quando um raio de luz, proveniente da região superior da lente, incide na interface entre a lente e o filme de ar, parte dele é refletido de volta à região superior da lente enquanto a outra parte é transmitida para a camada de ar e, então, reflete na superfície da placa de vidro, também retornando a região superior da lente. Nessa segunda reflexão, o feixe refletido na placa de vidro sofre uma inversão de fase, já que a incidência ocorre de um meio de menor (ar) para um de maior (vidro) índice de

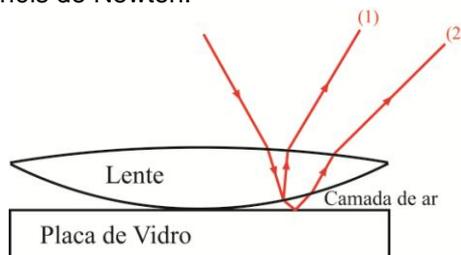
refração. Devido a essa inversão de fase e, também, a diferença de caminho óptico entre os dois feixes considerados, haverá diferença de fase entre os dois feixes quando eles emergirem na região superior da lente e, portanto, eles podem interferir construtiva ou destrutivamente. Porém, como a espessura da camada de ar varia, do ponto de contato para o exterior da lente, as condições de máximos e mínimos de interferência também serão atingidas para diferentes distâncias, em relação ao centro da lente, resultando em anéis brilhantes e escuros alternados.

Utilizando argumentos geométricos, é possível calcular o diâmetro do  $m$ -ésimo anel claro, que é dado por

$$D_m = 2\sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right)R\lambda} \quad , \quad (26)$$

no qual o  $R$  é o raio de curvatura da lente. Note que, conhecendo-se o raio de curvatura da lente e medindo-se o diâmetro dos anéis  $D_m$ , é possível medir o comprimento de onda da luz ou, se o comprimento de onda for conhecido, o raio de curvatura da lente pode ser calculado.

Figura 7.7 - Esquema de feixes de luz incidentes e refletidos na formação dos anéis de Newton.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

## 7.6 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados experimentalmente deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

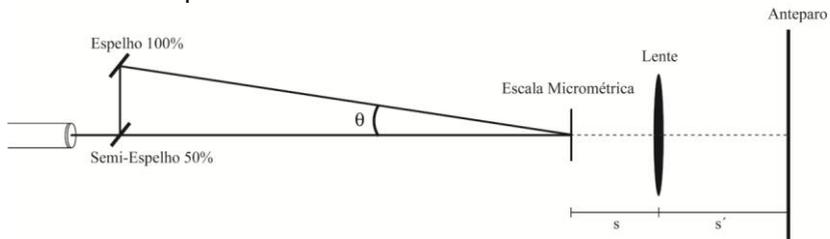
Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

### 7.6.1 Interferência de ondas planas

Conforme ilustra a Figura 7.8, um feixe de luz *laser* será separado em dois por um divisor de feixes e, esses dois feixes, se encontrarão novamente sobre uma escala micrométrica. Uma vez que os feixes percorrem caminhos ópticos distintos, esses produzirão um padrão de interferência. Uma lente de curta distância focal é colocada à frente da escala, de modo a produzir uma imagem ampliada do conjunto: padrão de interferência e escala micrométrica, a fim de que a distância entre máximos possa ser facilmente medida.

Figura 7.8 - Esquema da montagem para visualização do padrão de interferência entre dois feixes e determinação do comprimento de onda do *laser* de HeNe.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

a) Utilize um *laser* e um divisor de feixe – sistema formado por um semiespelho e um espelho – e ajuste-o de tal forma que os dois feixes emergentes estejam separados por  $\sim 1$  cm. Com isso, produziremos uma diferença de caminho óptico entre dois feixes provenientes de uma mesma fonte coerente (*laser* de HeNe). Dica: como utilizaremos relações trigonométricas para determinar o ângulo  $\theta$  entre os dois vetores de propagação, é conveniente garantir que os feixes provenientes do semiespelho sejam ortogonais entre si, tal qual ilustrado na figura 7.8. Para isso, utilize os parafusos micrométricos do semiespelho.

b) Com o objetivo de minimizar o ângulo entre os dois feixes, mostrados no esquema da figura 7.8, o caminho óptico percorrido por eles deve ser muito maior que a separação entre os feixes. Para tal, posicione 4 espelhos (planos) sobre a bancada para que o feixe principal percorra, pelo menos, 5 m antes de iluminar o centro de uma escala micrométrica, posicionada próximo ao último espelho, como ilustra a figura 7.9.

c) Com a escala micrométrica já iluminada por um dos dois feixes de *laser*, coloque uma lente próxima à escala e, com a ajuda de dois espelhos planos, redirecione a luz para um anteparo localizado a, pelo menos, 4 m da escala. Ajuste a posição da lente de

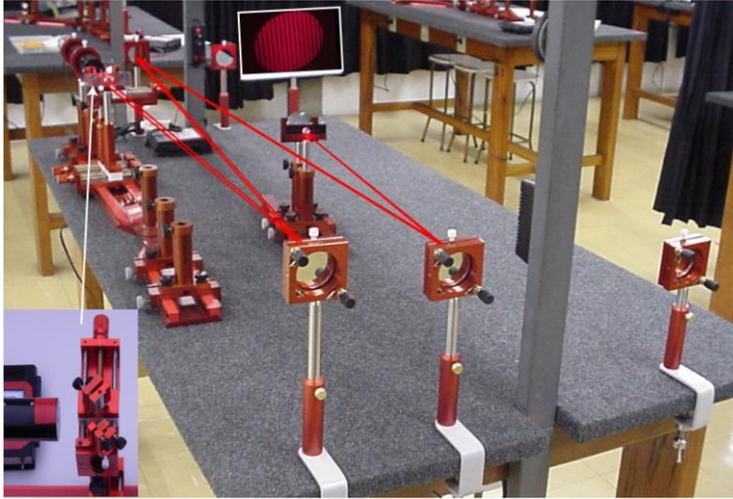
modo a formar uma imagem nítida no anteparo – tendo previamente fixado uma folha sulfite nesse –, tornando possível a leitura da escala micrométrica no anteparo, como ilustra a figura 7.10a.

d) Ajuste a orientação do espelho 100% refletor do divisor de feixes, de forma que os dois feixes se superponham na escala micrométrica. Faça o ajuste fino observando o aparecimento de um padrão de interferência nítido no anteparo (figura 7.10b).

e) Meça a distância percorrida pelo feixe entre o divisor de feixes e a escala micrométrica e a separação entre os feixes no divisor. Com isso, determine o ângulo  $\theta$  entre os feixes.

f) Neste experimento a escala micrométrica é utilizada para medir a separação entre máximos consecutivos, sem a necessidade de calcular o fator de ampliação introduzido pela lente. Para realizar a medida com a escala micrométrica é necessário somente contar o número de máximos (ou mínimos) em um determinado comprimento medido diretamente na imagem da escala. Assim, a distância entre máximos (ou mínimos) é dada pelo número de franjas dividido pelo comprimento. Realize essa medida e use a equação 13 para calcular o comprimento de onda do *laser*. Dica: 100 divisões da escala micrométrica correspondem a 1cm.

Figura 7.9 - Foto da montagem experimental, mostrando o *laser* e o divisor de feixes (ao fundo), a escala micrométrica e a lente (no centro da bancada), o anteparo (papel branco no lado direito) e os espelhos (um no lado direito, dois no lado esquerdo) posicionados para aumentar o caminho óptico.



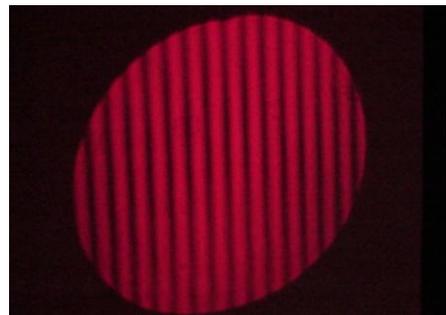
Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Figura 7.10 - Padrão tipicamente observado na interferência de duas ondas planas.

(a)



(b)



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Uma outra forma de determinar a distância entre máximos de interferência, a partir do padrão projetado, é utilizando a equação de

formação de imagens. Assim sendo, focalize nitidamente o retículo, meça a distância lente/retículo ( $S$ ) e lente/anteparo ( $S'$ ), e a distância entre máximos no anteparo. Com esses dados e, usando o fator de ampliação da lente, calcule a separação entre máximos no retículo e determine o comprimento de onda do *laser*. Compare esse resultado com o do item g) e discuta qual deles é mais preciso, justificando a razão.

Repita o experimento para uma separação entre os feixes de 3 cm.

Tabela 7.1 - Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a escala do retículo.

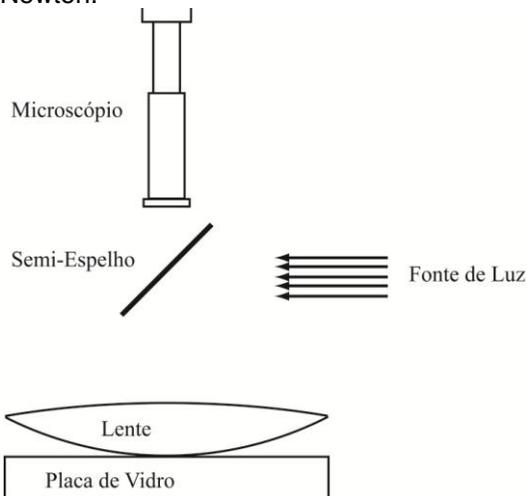
<b>Separação lateral entre os feixes (cm)</b>	<b>Distância entre máximos (mm)</b>	<b>Comprimento de onda (nm)</b>
1 cm		
3cm		
<b>Caminho óptico entre o divisor de feixes e a escala micrométrica:</b>		

Tabela 7.2 - Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a ampliação da lente.

<b>Separação lateral entre os feixes (cm)</b>	<b>Distância entre máximos (mm)</b>	<b>S/S'</b>	<b>Comprimento de onda (nm)</b>
1 cm			
3cm			
<b>Caminho óptico entre o divisor de feixes e a escala micrométrica:</b>			

## 7.6.2 Anéis de Newton

Figura 7.11 - Esquema da montagem para visualização dos Anéis de Newton.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

- Monte o experimento, conforme ilustrado na Figura 7.11, sem a lente.
- Ilumine com a lâmpada de sódio.
- Posicione uma escala micrométrica em cima da placa de vidro.
- Posicione o microscópio, de modo a focalizar a placa micrométrica, utilizando o micrômetro da ocular do microscópio e determine a relação entre o valor de 1mm na escala micrométrica e 1 divisão do micrômetro.
- Substitua a escala micrométrica pela lente, conforme mostrado na Figura 7.11.
- Mova, então, a placa de vidro junto com a lente, de maneira a visualizar os anéis no centro da lente.

- 
- g) Use o micrômetro da ocular do microscópio e meça o diâmetro dos anéis sucessivos; preencha a tabela abaixo, calculando para cada caso o diâmetro dos anéis  $D_m$ .
- h) Faça um gráfico de  $D_m^2$  vs.  $m$  e determine a inclinação da reta resultante  $4R\lambda$ . Use o valor conhecido do raio de curvatura da lente para encontrar o comprimento de onda da luz utilizada no experimento.
- i) Substitua a lâmpada de sódio por uma lâmpada incandescente.
- j) Descreva os anéis formados quanto à sua cor e discuta as diferenças em relação aos anéis obtidos com a lâmpada de sódio.
- k) O que você pode dizer sobre o comprimento de coerência da luz branca (em relação ao da lâmpada de sódio), a partir da observação dos anéis. Faça uma estimativa do comprimento de coerência da fonte de luz branca utilizada.

Tabela 7.3 - Determinação do comprimento de onda de uma fonte de luz utilizando os anéis de Newton.

Ordem do Anel ( $m$ )	Distância dos anéis (mm)	$D_m^2$

## *Bibliografia*

CATUNDA, t.; SARTORI, J.; NUNES, L. A. de O. Plane wave interference: a didactic experiment to measure the wavelength of light. **American Journal of Physics**, v. 66, n. 6, p. 548-549, 1998.

EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. **Física: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v. 4.

TIPPLER, P.A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV: ótica e física moderna**. São Paulo: Pearson, c2004.



---

## Capítulo 8 Difração

Nesta prática, estudaremos o fenômeno de difração. Em particular, analisaremos fendas retangulares simples e duplas e redes de difração. Medidas quantitativas do padrão de difração nos permitirão, entre outras coisas, determinar o comprimento de onda da luz.

**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência.**

### 8.1 História

Um corpo opaco, quando iluminado por uma fonte pontual, produz, em um anteparo, uma figura formada por regiões claras e escuras, completamente diferentes daquela predita pelos princípios da óptica geométrica. Tais figuras são explicadas pelo fenômeno da difração da luz, o qual foi observado pela primeira vez por **Francesco Grimaldi** (1618-1663). De modo geral, a difração é uma característica dos fenômenos ondulatórios, a qual ocorre sempre que parte da frente de onda – seja devido a ondas na água, som, luz, etc. – é obstruída. Esse efeito gera uma modulação espacial na amplitude e a faz ser observada em regiões diferentes da direção original de propagação (por exemplo, coloque um fio de cabelo na frente do feixe de uma ponteira *laser* e observará a presença de luz em regiões fora da direção do feixe).

O modelo teórico para explicar a difração foi desenvolvido por **Christian Huygens**, em 1678. Huygens intuitivamente expressou que cada ponto da frente de onda, perturbada por um obstáculo, poderia ser tratada como uma onda esférica secundária (miniondas de Huygens), e a frente de onda, em uma posição posterior ao obstáculo, poderia ser reconstruída a partir da soma das ondas secundárias. Assim, estava dado o passo inicial para o tratamento da luz como onda. O avanço no entendimento da difração, assim como o tratamento ondulatório da luz, foi deixado em segundo plano durante todo o século XVIII. Uma das razões para isso foi que **Isaac Newton**, cientista com enorme reputação, devido as suas contribuições na área da matemática, mecânica e óptica, apresentou, em 1704, uma teoria corpuscular que explicava alguns dos principais fenômenos envolvidos na propagação de feixes luminosos. Essa teoria foi bem aceita pela maioria dos cientistas da época, incluindo nomes de peso, como **Jean Batiste Biot** e **Siméon Denis Poisson**. A visão corpuscular da luz predominou até o ano de 1804, quando **Thomas Young** introduziu o conceito de interferência de ondas luminosas. A ideia era intrigante, pois a soma de dois feixes luminosos poderia gerar a escuridão.

As proposições de **Huygens e Young** foram utilizadas em 1818 por **Augustin Fresnel** para determinar o efeito da passagem da luz por uma fenda. Fresnel usou o princípio de Huygens para decompor a onda que atravessava a fenda em várias miniondas provenientes de fontes localizadas ao longo da fenda. Utilizando a proposição de Young, somou as miniondas, de modo a calcular a intensidade em cada ponto de um anteparo de projeção posicionado longe da fenda. Com isso, Fresnel conseguiu calcular a figura de

difração que se formava no anteparo, no caso de fenda simples e dupla. O que Fresnel não sabia era que tais cálculos já tinham sido realizados por Young. Mas tarde, após vencer algumas dificuldades com cálculos matemáticos, Fresnel foi capaz de calcular, com grande precisão, a distribuição de intensidade luminosa que formavam as figuras de difração para diversas superfícies difratoras. No entanto, o trabalho de Fresnel foi arduamente criticado por Poisson, que era um dos mais respeitados membros da Academia Francesa de Ciências. O contato de Poisson com a teoria de Fresnel se deu quando a Academia Francesa de Ciências propôs a concessão de um prêmio para aquele que conseguisse explicar o fenômeno de difração da luz. Fresnel enviou o seu trabalho e Poisson era um dos examinadores. Poisson tentou demonstrar o absurdo da proposta, utilizando a própria teoria de Fresnel para calcular o padrão de difração, formado em um anteparo, colocado atrás de uma esfera opaca uniformemente iluminada. Poisson mostrou matematicamente que, se a teoria ondulatória de Fresnel estivesse correta, haveria um ponto claro no centro da região de sombra da esfera. A ideia por trás disso é que ondas se curvam em torno de objetos sólidos e a perfeita simetria da esfera faria as ondas difratadas se somarem construtivamente atrás da esfera, gerando um ponto iluminado (você pode perceber isso verificando que é impossível não sentir o efeito de uma onda do mar se escondendo dela atrás de uma pedra grande). Inicialmente, o argumento de Poisson provocou uma ridicularização da teoria ondulatória da luz, defendida no trabalho de Fresnel pela maioria dos membros da comissão julgadora. No entanto, um dos membros da comissão, chamado **François Jean Dominique Arago**, que era defensor da teoria ondulatória da luz,

decidiu executar o experimento proposto por Poisson. Iluminou uma pequena esfera e observou o ponto claro previsto por Poisson, o qual ficou conhecido como ponto de Poisson. A partir dessa comprovação experimental, a academia Francesa de Ciência concedeu o prêmio a Fresnel pela explicação matemática do fenômeno da difração.

Apesar de contar com defensores de peso, a teoria corpuscular não conseguiu explicar quantitativamente diversos fenômenos e, já em 1830, contava com poucos adeptos. Em 1882, **Gustav Kirchhoff** colocou as ideias de Huygens e Fresnel em um fundamento matemático mais firme. No entanto, o tratamento rigoroso do problema da difração só foi realizado por **Arnold Sommerfeld**, em 1896.

O entendimento do fenômeno de difração da luz, por pequenos obstáculos (furos, fendas, etc.), foi fundamental no desenvolvimento do que conhecemos, hoje, como grades de difração e sua utilização como elemento para decomposição espectral da luz. Nos primeiros experimentos de espectroscopia óptica, a decomposição espectral da luz era realizada utilizando o fenômeno de refração por prismas. Porém, o poder de dispersão desses componentes está limitado pelo índice de refração do material que os constituem (mesmo hoje, a confecção de materiais com alta transparência e com alto índice de refração na região do visível, permanece um desafio). Nesse sentido, em 1820, **Joseph von Fraunhofer** produziu a primeira grade de difração para fins espectroscópicos, a qual era constituída por fios metálicos finos alinhados paralelamente e igualmente espaçados. A utilização das grades de difração promoveu um salto de qualidade na resolução

dos espectrógrafos da época, já que, nesse caso, o grau de dispersão da luz depende apenas de um parâmetro construtivo da grade (distância entre ranhuras). O sucesso da espectroscopia por difração motivou o inglês **Henry Joseph Grayson** a produzir, em 1894, a primeira máquina para fabricação de grades de difração, que eram constituídas por riscos micrométricos em vidros, chegando a obter 4700 linhas/mm em 1899.

Outro aspecto importante, que transformou a espectroscopia óptica em uma ferramenta analítica, foi o desenvolvimento dos detectores espaciais de intensidade. Os primeiros detectores desse tipo eram as chapas fotográficas. Essas chapas eram revestidas por substâncias fotossensíveis que, ao serem iluminadas, registravam permanentemente o perfil espacial de intensidade da luz. Com o desenvolvimento da tecnologia de confecção de sensores utilizando materiais semicondutores, o uso das chapas fotográficas tornou-se obsoleto, sendo substituídas por outras tecnologias como CCD, CMOS, PDA, etc. Dentre elas, os sensores do tipo *Photodiode-Array* (PDA) apresentam, como vantagens, a alta velocidade na captura de imagens, a excelente linearidade, e baixo nível de ruído e, como desvantagem, a sua resolução espacial limitada. O uso de PDAs, quer na captura de imagens ou na captura espectral, data de 1976, havendo intenso desenvolvimento no final da década de 80, quando se tornou viável a integração dos mesmos com microcontroladores, os chamados “*smart sensors*”.

## 8.2 Difração da Luz por Fendas

De acordo com o princípio de Huygens, para calcular a frente de onda em um instante é necessário tomar a frente de onda em um

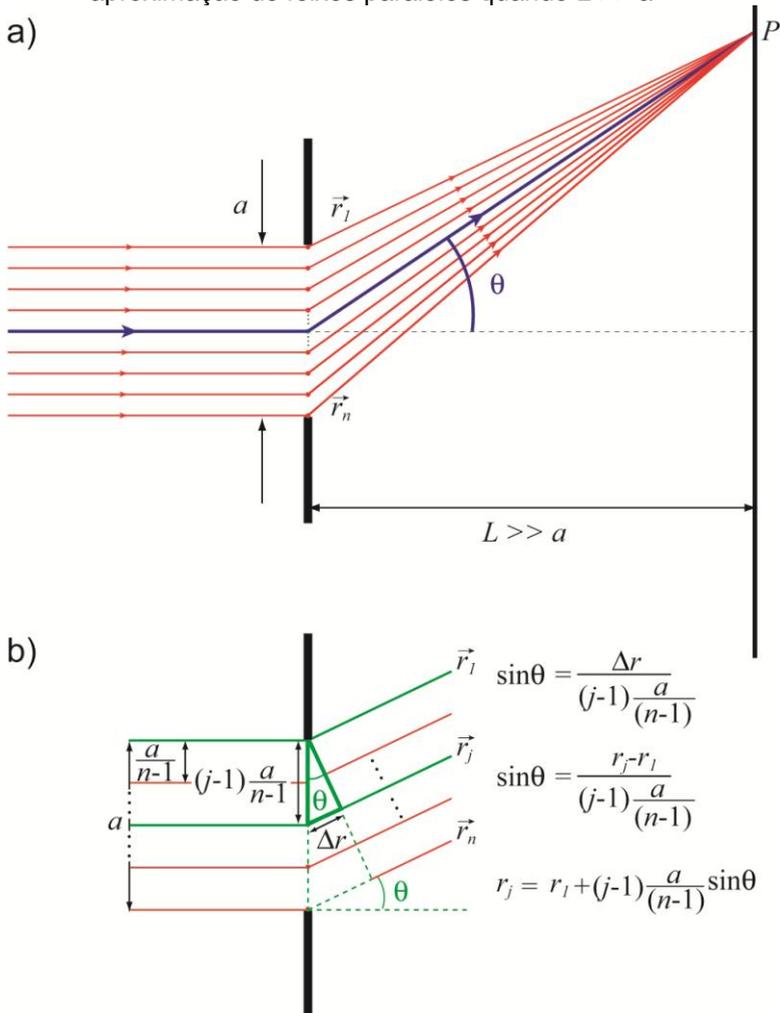
instante anterior e considerar as ondas secundárias emitidas por cada ponto; a frente de onda desejada é o resultado da interferência entre essas ondas secundárias. O princípio de Huygens foi posteriormente modificado por Fresnel, o qual propôs que as ondas secundárias não têm a mesma intensidade em qualquer direção, mas são mais fortes na direção original de propagação e se anulam na direção perpendicular. Isso ficou conhecido como princípio de Huygens-Fresnel.

Quando há um obstáculo ou uma abertura, temos que considerar apenas as ondas secundárias que não são obstruídas, ou seja, que tem como se propagar livremente até o observador. A resultante desse processo é claramente diferente do que seria obtido se todas as ondas secundárias fossem consideradas. Por exemplo, a propagação retilínea da luz não é mais válida. Esse desvio da luz, quando atravessa um obstáculo ou abertura, é chamado de *difração*, e torna-se mais evidente quando as dimensões da abertura são da ordem do comprimento de onda.

Para exemplificar o uso do princípio de Huygens-Fresnel na explicação da difração, vamos considerar uma frente de onda plana incidindo sobre uma fenda de largura  $a$ . Seguindo o princípio de Huygens-Fresnel, a fenda é modelada por um conjunto de  $n$  fontes pontuais de ondas esféricas. Vamos considerar que a amplitude do campo elétrico de cada onda esférica seja  $E_{0j}$ , logo, a amplitude total da onda que emerge da fenda será  $E_0 = nE_{0j}$ . Como estamos interessados em calcular a intensidade da luz em um ponto  $P$  qualquer, de um anteparo localizado a uma distância  $L \gg a$  da fenda (limite de Fraunhofer), definiremos os vetores  $\vec{r}_j$  que ligam a  $j$ -ésima

fonte ao ponto de projeção no anteparo, ponto  $P$ , como ilustra a Figura 8.1.a.

Figura 8.1 - a) Diagrama esquemático da decomposição de um feixe de luz em  $n$  raios partindo de fontes pontuais de Huygens. b) aproximação de feixes paralelos quando  $L \gg a$



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Como estamos considerando que  $L \gg a$ , os vetores  $\vec{r}_j$  são praticamente paralelos entre si e suas amplitudes podem ser expressas em função da amplitude do vetor que parte da extremidade superior da fenda  $\vec{r}_1$ , ou seja,  $r_j = r_1 + \Delta r$  (Figura 8.1b).

Como pode ser observado na Figura 8.1b,  $\Delta r$  pode ser escrito como função da largura da fenda, do ângulo  $\theta$  e do número de fonte pontuais consideradas, de modo que  $r_j = r_1 + (j-1)\frac{a}{(n-1)}\text{sen}\theta$ .

Precisamos, agora, escrever a expressão para as amplitudes do campo elétrico da luz em P. Para facilitar os cálculos, optamos por utilizar a notação complexa para descrever o campo elétrico da luz.

Neste caso escrevemos  $E(r,t) = E_{\text{max}} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r - \omega t\right)}$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $\omega$ , a frequência angular da luz. Uma vez que a amplitude total do campo elétrico da onda que emerge da fenda é  $E_0$ , a amplitude de cada minionda de Huygens será  $E_{0j} = E_0/n$ . Assim, o campo elétrico no ponto P, associado a j-ésima fonte, é:

$$E_j = E_{0j} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_j - \omega t\right)} = \frac{E_0}{n} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_j - \omega t\right)} \quad (1)$$

Logo, substituindo  $r_j = r_1 + (j-1)\frac{a}{(n-1)}\text{sen}\theta$ :

$$\begin{aligned} E_j &= \frac{E_0}{n} e^{i\left\{\frac{2\pi}{\lambda}\left(r_1 + (j-1)\frac{a}{(n-1)}\text{sen}\theta\right) - \omega t\right\}} = \frac{E_0}{n} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_1 - \omega t\right)} e^{(j-1)\frac{2\pi}{\lambda}\frac{a}{(n-1)}\text{sen}\theta} \\ &= \frac{E_0}{n} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_1 - \omega t\right)} e^{\frac{(j-1)\delta}{(n-1)}} \end{aligned} \quad (2)$$

em que  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$  representa a diferença de fase entre os campos elétricos dos raios que partiram das fontes localizadas nas extremidades da fenda, isto é,  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_n$  conforme mostrada na Figura 8.1.

O campo total pode ser calculado pela soma dos campos de cada minionda, ou seja:

$$E = \sum_{j=1}^n \frac{E_0}{n} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t\right)} e^{i(j-1)\frac{\delta}{(n-1)}} = \frac{E_0}{n} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t\right)} \sum_{j=1}^n e^{i(j-1)\frac{\delta}{(n-1)}} \quad (3)$$

O termo  $\sum_{j=1}^n e^{i(j-1)\frac{\delta}{(n-1)}}$  é soma de uma progressão geométrica com  $n$

termos, cujo resultado é  $\frac{e^{in\frac{\delta}{(n-1)}} - 1}{e^{i\frac{\delta}{(n-1)}} - 1}$ . Ou seja,

$$\frac{e^{in\frac{\delta}{(n-1)}} - 1}{e^{i\frac{\delta}{(n-1)}} - 1} = \frac{e^{in\frac{\delta}{2(n-1)}} [e^{in\frac{\delta}{2(n-1)}} - e^{-in\frac{\delta}{2(n-1)}}]}{e^{i\frac{\delta}{2(n-1)}} [e^{i\frac{\delta}{2(n-1)}} - e^{-i\frac{\delta}{2(n-1)}}]} = e^{i\frac{\delta}{2}} \frac{\text{sen}[n\delta / 2(n-1)]}{\text{sen}[\delta / 2(n-1)]} \quad (4)$$

E o campo resultante é,

$$E = \frac{E_0}{n} e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t + j\frac{\delta}{2}\right)} \frac{\text{sen}[n\delta / 2(n-1)]}{\text{sen}[\delta / 2(n-1)]} \quad (5)$$

$n$  pode sempre ser tomado como um número muito grande, já que as miniondas de Hygens são uma construção matemática e podem ser feitas tão próximas quanto se queira. Logo, o argumento do seno no numerador fica  $n\delta/2(n-1) \approx n\delta/2n = \delta/2$ , ou seja,  $\text{sen}[n\delta/2(n-1)] \approx \text{sen}(\delta/2)$ . Já no denominador, na condição de  $n$  grande,  $\delta/2(n-1) \approx \delta/2n$  é um ângulo muito pequeno e, portanto,  $\text{sen}[\delta/2(n-1)] \approx \delta/2n$ .

Desse modo,

$$E = E_0 e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}n - \omega t + \frac{\delta}{2}\right)} \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \quad (6)$$

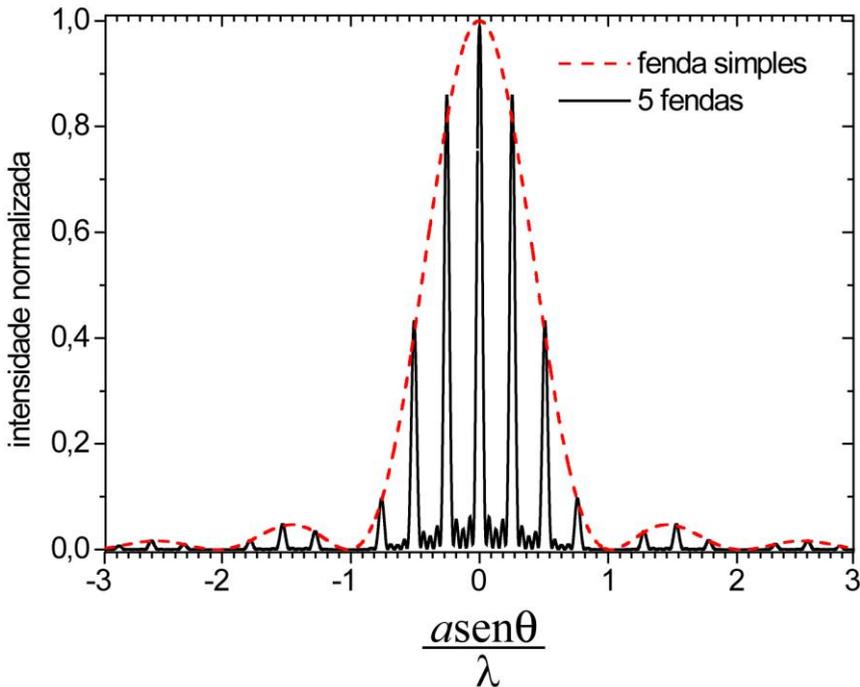
no qual  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \text{sen}\theta$ . A intensidade da onda é proporcional ao quadrado do campo elétrico, ou seja,  $I = \alpha (EE^*)$ , logo,

$$I = (\alpha E_0)^2 \left[ \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \right]^2 = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \right]^2 = I_0 \left[ \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}} \right]^2 \quad (7)$$

Obtemos, assim, o padrão de difração de uma fenda de largura  $a$  que será observado em um anteparo localizado a uma distância  $L \gg a$ . Note que mesmo quando  $\text{sen}\theta$ , e, conseqüentemente,  $\delta$  é diferente de zero, a intensidade de luz  $I$  não se anula. Em outras palavras, a luz não está confinada na direção de propagação definida pela fenda, o que é a característica fundamental do fenômeno de difração. A figura de difração obtida quando uma

fenda de largura  $a$  é iluminada por um feixe luminoso de comprimento de onda  $\lambda$  está ilustrada na Figura 8.2 (linha tracejada).

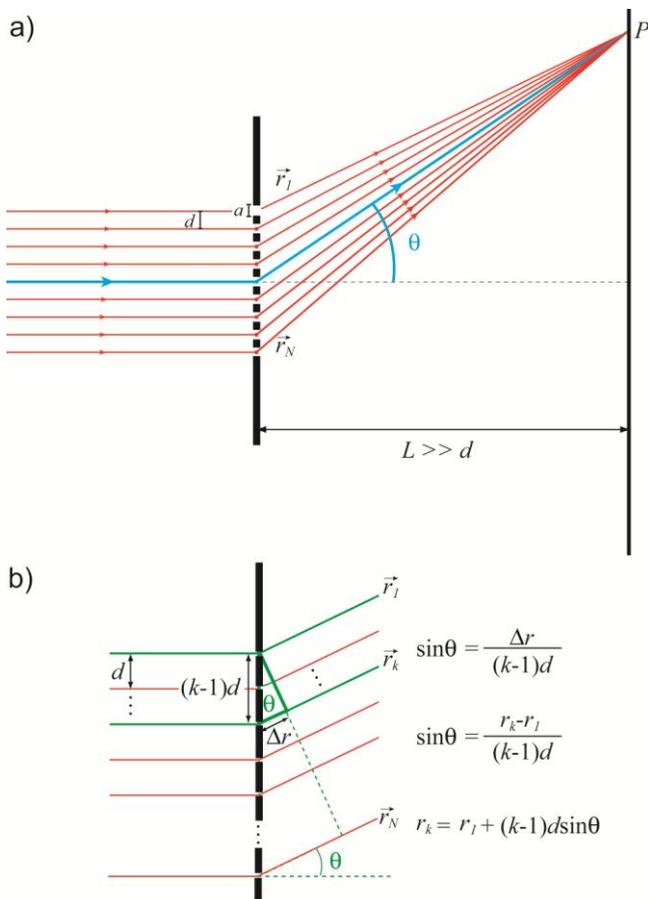
Figura 8.2 - Padrão de difração de uma fenda simples e para cinco fendas idênticas.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Vamos, agora, analisar o padrão de difração obtido quando  $N$  fendas idênticas, separadas por uma distância  $d$ , são iluminadas uniformemente, como ilustra a Figura 8.3. Para calcular o padrão de difração a uma distância  $L \gg d$ , utilizaremos o mesmo procedimento anterior.

Figura 8.3 - a) Diagrama esquemático de  $N$  raios partindo de fontes pontuais no centro das fendas. B) aproximação de raios paralelos.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Como todas as fendas são idênticas, podemos considerar que o módulo do campo elétrico da onda proveniente de cada fenda é dado pela equação 6. Desse modo, o vetor campo elétrico da onda proveniente da  $k$ -ésima fenda é  $\vec{E}_k = E_\delta e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_k - \omega t\right)} \hat{r}_k$ , no qual  $E_\delta$  é dado pela equação 6. Para calcular o campo elétrico resultante no ponto  $P$  do anteparo, novamente consideramos que, para  $L \gg d$ , os raios que deixam as fendas são praticamente paralelos. Assim,

conforme a Figura 8.3b,  $r_k = r_1 + \Delta r$  e a diferença de fase entre os campos elétricos dos feixes que passam pela  $k$ -ésima e pela primeira fenda será  $\phi_k = (k-1)\frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta = (k-1)\beta$ . Logo, o módulo do campo elétrico que corresponde a onda que atravessa a  $k$ -ésima fenda pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} E_k &= E_\delta e^{i\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(r_1+(k-1)d\sin\theta)-\omega t\right\}} = E_\delta e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_1-\omega t\right)} e^{(k-1)\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta} \\ &= E_\delta e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_1-\omega t\right)} e^{(k-1)\beta} \end{aligned} \quad (8)$$

Note que as equações 2 e 8 são análogas, porém, ao invés de estarmos considerando  $n$  fontes pontuais de Huygens separadas por  $a/(n-1)$ , consideramos um conjunto de  $N$  fendas desunidas pela separação  $d$ . Portanto, não é necessário realizar novamente os cálculos que levaram da equação 2 para a equação 5, ou seja, basta substituir  $n$  por  $N$ ,  $\frac{\delta}{(n-1)}$  por  $\beta$  e  $\frac{E_0}{n}$  por  $E_\delta$  na equação 5. Fazendo essas substituições, o módulo do campo elétrico no ponto P do anteparo pode ser escrito como:

$$E = E_\delta e^{i\left(\frac{2\pi}{\lambda}r_1-\omega t+k\frac{\beta(N-1)}{2}\right)} \frac{\text{sen}[N\beta/2]}{\text{sen}[\beta/2]} \quad (9)$$

O padrão de intensidades pode ser novamente calculado por  $I = \alpha (EE^*)$ , resultando em

$$I = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \right]^2 \left[ \frac{\text{sen}[N\beta/2]}{\text{sen}[\beta/2]} \right]^2, \quad (10)$$

no qual  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$  e  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$ . O termo que depende de  $\delta$ , denominado termo de **difração**, resulta da interferência das miniondas de Huygens e depende apenas da largura das fendas. Já o fator que envolve  $\beta$  é denominado fator de **interferência** e resulta da interferência entre feixes de luz que atravessam as diferentes fendas, dependendo, apenas, da separação entre as fendas.

A equação 10 permite calcular o perfil de intensidade resultante da difração por  $N$  fendas. Por exemplo, no caso de  $N = 5$ , o perfil calculado foi ilustrado na Figura 8.2 (linha contínua). Observa-se um conjunto de picos (máximos) bem definidos que provém do termo de interferência, cujas posições são definidas fazendo-se

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta = m2\pi \quad (m = \dots, -2, -1, -0, 1, 2, \dots).$$

Há, também, uma modulação na intensidade dos picos que é definida pelo fator de difração. Nesse caso, os zeros de intensidade são definidos por

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta = m2\pi \quad (m = \dots, -2, -1, -0, 1, 2, \dots).$$

Vamos, agora, analisar a intensidade da luz em torno dos máximos de interferência, isto é,  $\frac{\beta}{2} \rightarrow m\pi$ . Nesse caso, como o denominador do termo que depende de  $\beta$ , na equação 10, pode ser um número próximo de zero, temos que usar a regra de L'Hopital, ou seja:

$$I_{\frac{\beta}{2}=m\pi} = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \right]^2 \lim_{\frac{\beta}{2} \rightarrow m\pi} \left[ \frac{N \cos[N\beta/2]}{\cos[\beta/2]} \right]^2 = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \right]^2 N^2 \quad (11)$$

Logo, a intensidade dos máximos de interferência cresce com o número de fendas ao quadrado. No entanto, se calcularmos a

intensidade entre dois máximos consecutivos, i.e.,  $\frac{\beta}{2} \rightarrow \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$ , o denominador do termo que depende de  $\beta$  na equação 10 será sempre igual a 1, enquanto que o numerador será 0 ou 1, dependendo se  $N$  é par ou ímpar. Em outras palavras, a intensidade máxima do fator de interferência será igual à unidade, ou seja:

$$\left\{ I_{\frac{\beta}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi} \right\}_{\max} = I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \right]^2 \left\{ \lim_{\frac{\beta}{2} \rightarrow \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi} \left[ \frac{\text{sen}[N\beta/2]}{\text{sen}[\beta/2]} \right]^2 \right\}_{\max} \quad (12)$$

$$= I_0 \left[ \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2} \right]^2$$

Portanto, a razão entre a intensidade, nessas duas situações, é proporcional ao número de fendas ( $N$ ) ao quadrado. Assim, se construirmos um dispositivo difrator com o número de fendas muito grande observaremos essencialmente os máximos principais de interferência com intensidade modulada pelo fator de difração. Se, além disso, o dispositivo for tal que a largura das fendas for muito pequena, a modulação devido ao fator de difração será suave e observaremos fundamentalmente os máximos principais do padrão de interferência. Na prática, o padrão de difração se torna um conjunto de picos, cujas posições angulares são dadas por  $d \text{sen} \theta = m \lambda$  ( $m = \dots, -2, -1, -0, 1, 2, \dots$ ). Um componente com essas características é denominado rede de difração. Em geral, as características das redes de difração não são especificadas em termos da separação ou largura das fendas, mas do número de linhas por mm. Valores típicos variam de 100 linhas/mm a 2000 linhas/mm. É curioso que, apesar do fenômeno predominante ser de interferência, as redes são denominadas redes de difração e quando

se refere às ordens dos máximos de interferência usualmente se diz ordens de difração.

Uma aplicação curiosa do fenômeno da difração na indústria é a determinação precisa do diâmetro de fios micrométricos, a qual é realizada através da análise do padrão de difração produzido quando uma fonte de luz conhecida incide sobre o fio. Por exemplo, utilizando uma ponteira *laser* e uma régua milimetrada, você pode medir precisamente a espessura de um fio de cabelo usando a equação 7. O entendimento do fenômeno de difração também é muito importante em microscopia, pois a resolução máxima de microscópios ópticos e eletrônicos é limitada pela difração.

### **8.3 Detecção da distribuição espacial de intensidade de luz**

Tão importante quanto determinar a posição dos máximos e mínimos em um experimento de difração é determinar o padrão de intensidade. Isso pode ser realizado de uma maneira bastante simples utilizando detectores espaciais de intensidade. Os primeiros detectores desse tipo foram as chapas fotográficas. Essas chapas eram revestidas por substâncias químicas fotossensíveis que, ao serem iluminadas, registravam permanentemente o perfil espacial de intensidade da luz. No entanto, com o desenvolvimento da tecnologia de confecção de sensores utilizando materiais semicondutores, o uso das chapas fotográficas tornou-se obsoleto, sendo substituído por outras tecnologias como CCD, CMOS, PDA, etc. Dentre elas, os sensores do tipo *Photodiode-Array* (PDA) apresentam vantagens, como alta velocidade na captura de imagens, excelente linearidade, baixo nível de ruído, mas têm a desvantagem de ter sua resolução

---

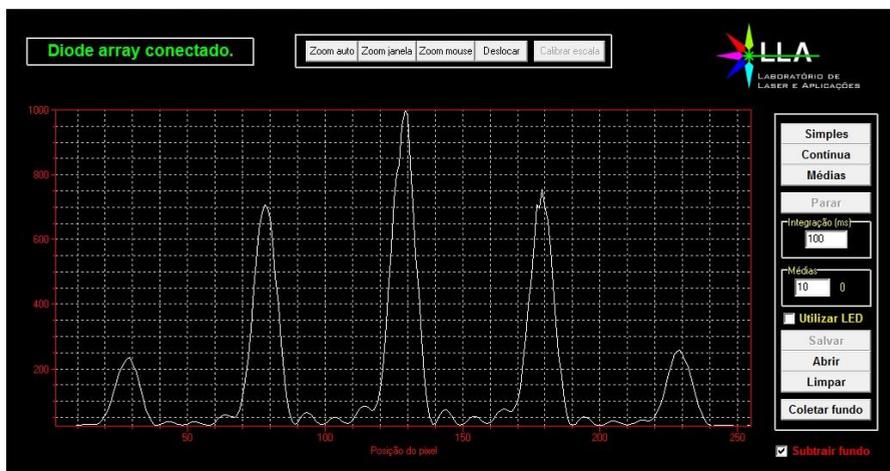
espacial limitada. O uso de PDAs, quer na captura de imagens ou na captura espectral, data de 1976, havendo intenso desenvolvimento na década de 80, quando se tornou viável sua integração a microprocessadores, os chamados “*smart sensors*”. Já, em 1986, os PDAs começaram a ser utilizados em conjuntos com microcontroladores. Hoje, podem ser adquiridos com baixo custo em lojas especializadas em componentes eletrônicos.

Nos experimentos que seguem serão utilizados um sensor TSL1402R, da Texas Advanced Optoelectronic Solutions (TAOS), juntamente com um programa de aquisição e controle desenvolvido no laboratório de *Lasers* e Aplicações do IFSC, sob a coordenação do Prof. Luiz Antonio de Oliveira Nunes. A família de sensores TSL, da TAOS, é voltada para aplicações, como leitor de imagens, reconhecimento de texto, detectores de borda, medidor de distância por triangulação e espectroscopia óptica. O sensor TSL1402R é um PDA com 256 sensores arranjados linearmente. Cada pixel é formado por um fotodiodo com dimensões de 63.5 x 55.5 $\mu\text{m}$  espaçados por 8 $\mu\text{m}$ .

O programa de aquisição desenvolvido apresenta uma área para graficar os dados coletados, uma barra de ferramentas para manipulação gráfica dos resultados e uma barra de botões com as opções de leitura do sensor e manipulação de arquivos. Os botões que controlam a leitura do sensor oferecem três modos de operação que são: “Simples”, “Contínua” e “Médias”. Há, ainda, um botão para interromper a execução das medidas, um campo para definir o tempo de integração, um campo para definir o número de médias e botões para salvar, abrir e limpar o gráfico. Existe, também, uma funcionalidade que permite subtrair do resultado coletado um

resultado de fundo previamente armazenado no microcomputador. Os dados são exibidos graficamente, mostrando, como abscissa, o número do pixel no detector e, como ordenada, a intensidade integrada pelo referido pixel. Há, ainda, uma opção para calibrar a escala, na qual o usuário especifica uma nova escala para a abscissa (por exemplo, em milímetros).

Figura 8.4 – Aspecto geral do Software de aquisição desenvolvido.



Fonte: Elaborada pelos compiladores

## 8.4 Experimentos

Importante: Neste experimento será utilizado um *laser*. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou, para o olho dos demais em sala!

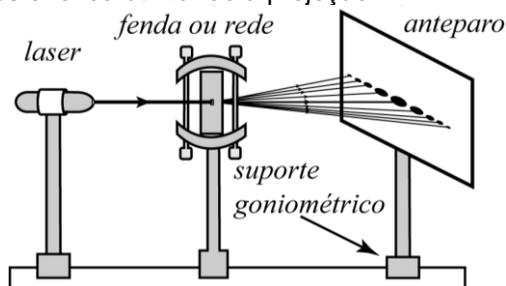
Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos.  
Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

### 8.4.1 Difração por fendas simples e duplas utilizando o método de projeção

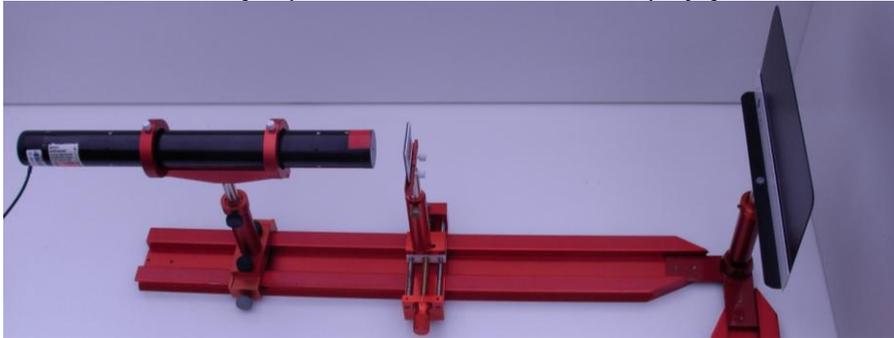
- Alinhe o feixe de um *laser* HeNe, em relação ao trilho óptico.
- Na frente do *laser* coloque uma fenda simples de abertura desconhecida em um suporte com parafuso micrométrico.
- Posicione um anteparo fixo a cerca de 1 metro de distância. Certifique-se de que o anteparo de projeção está posicionado paralelamente à fenda (Figuras 8.5 e 8.6).

Figura 8.5 - Esquema experimental para medida do padrão de difração por redes e fenda utilizando a projeção.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Figura 8.6 - Fotografia da montagem experimental para medida do padrão de difração por redes e fenda utilizando a projeção.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

d) Observe o padrão de difração formado no anteparo e certifique de que os máximos positivos ( $m= 1, 2, \dots$ ) e negativos ( $m= -1, -2, \dots$ ) estão equidistantes do máximo central. Caso não esteja, gire o anteparo para obter essa situação.

e) Determine a posição dos mínimos de intensidade e calcule os respectivos ângulos  $\theta$ .

f) Faça um esboço em escala do padrão de difração observado.

g) Utilizando as equações pertinentes e o comprimento de onda do *laser* (632.8 nm), determine a abertura da fenda para cada um dos mínimos de difração. Tome como resultado da medida a média dos valores obtidos.

h) Repita o procedimento para a outra fenda simples.

Tabela 8.1 - Resultados da difração por uma fenda simples desconhecida (fenda 1).

m	Posição	Ângulo de difração	Largura da fenda
<b>Distância fenda/anteparo:</b>			
<b>Abertura da fenda:</b>			

Tabela 8.2 - Resultados da difração por uma fenda simples desconhecida (fenda 2).

m	Posição	Ângulo de difração	Largura da fenda
<b>Distância fenda/anteparo:</b>			
<b>Abertura da fenda:</b>			

i) Substitua a fenda simples por uma fenda dupla e ajuste o sistema para observar um padrão de difração simétrico.

j) Determine a posição dos mínimos de intensidade de difração e máximos de interferência observados. Calcule os respectivos ângulos  $\theta$ .

k) Faça um esboço em escala do padrão observado.

l) Utilizando o comprimento de onda do *laser* (632.8 nm) e, utilizando as equações pertinentes, determine a abertura das fendas e a separação entre elas para cada um dos mínimos de difração e máximos de interferência observados. Tome como resultado da medida a média dos valores obtidos. A interferência fica bem difícil de ver, mas ainda é possível estimá-la.

Tabela 8.3 - Resultados da difração por uma fenda dupla desconhecida.

m	Posição	Ângulo de difração	Largura das fendas	Separação entre fendas
<b>Distância fenda/anteparo:</b>				
<b>Abertura da fenda:</b>				

m) Substitua a fenda dupla por uma rede de difração e ajuste o sistema para observar um padrão de difração simétrico. Dica: é de fundamental importância que o *laser* atinja a grade de forma normal. Para garantir isso, observe a retroreflexão da grade, onde, também, é observado um padrão de difração. Note, ainda, que a máxima central, nesse caso, varia com a orientação da grade. Para garantir uma incidência normal, faça a máxima central da difração, originada da reflexão, coincidir com o *laser* incidente (“retrodifração”).

n) Determine a posição dos máximos de interferência

observados. Calcule os respectivos ângulos  $\theta$ .

o) Faça um esboço em escala do padrão observado.

p) Utilizando a equação pertinente e o comprimento de onda do *laser* (632.8 nm), determine o número de linhas por mm da rede de difração para cada um dos máximos de interferência observados. Tome como resultado da medida a média dos valores obtidos.

Tabela 8.4 - Resultados da difração por uma rede de difração com número de linhas desconhecido.

<b>m</b>	<b>Posição</b>	<b>Ângulo de difração</b>	<b>Linhas/mm</b>
<b>Distância rede-anteparo:</b>			

q) Solicite um fio de cabelo de um membro do grupo e determine a sua espessura (diâmetro) utilizando o que você aprendeu com os experimentos de difração realizados.

## 8.4.2 Medida do perfil de intensidade do padrão de difração por fendas

Para medir o perfil de intensidade do padrão de difração por fendas utilizaremos basicamente a mesma montagem ilustrada na Figura 8.6, porém, com o anteparo sendo substituído por um sensor linear.

a) Logo, faça essa montagem, ilustrada na Figura 8.7, utilizando um *LASER* de HeNe ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 5 mW), uma fenda simples de largura nominal de  $20 \text{ }\mu\text{m}$  e um suporte com o sensor linear TSL1402R.

b) Alinhe todo o sistema visualmente para que, tanto a fenda quanto o sensor, estejam perpendiculares ao feixe de *LASER*.

c) Ajuste a distância fenda/sensor para aproximadamente 10 cm e ajuste visualmente a posição lateral do sensor para que o feixe de *LASER* incida em seu centro.

d) Conecte o sensor ao computador e abra o programa de aquisição.

e) Ajuste o programa para aquisição contínua e o tempo de integração para 10 ms do sinal, e visualize o padrão de difração na tela de aquisição.

f) Ajuste o tempo de integração para obter o sinal mais intenso na tela, porém, sem que haja saturação.

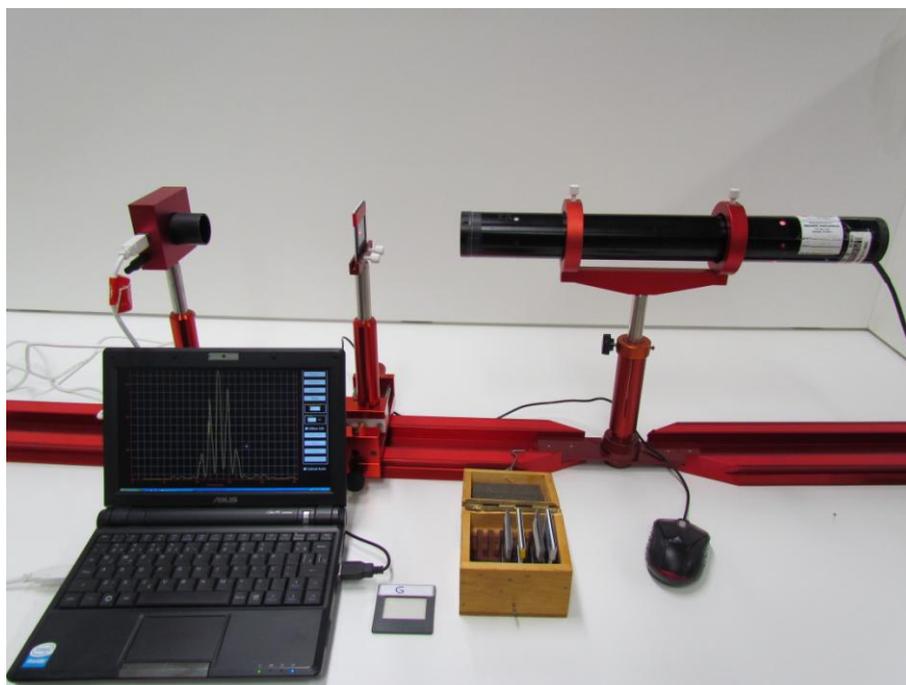
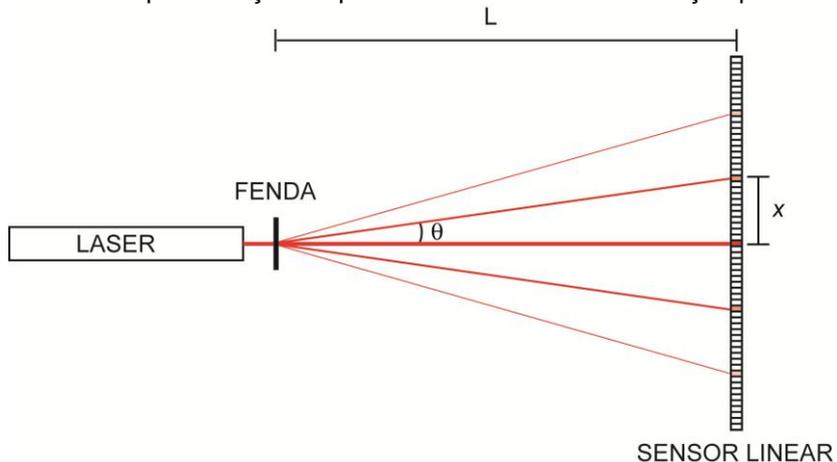
g) Ajuste a posição horizontal, vertical e a rotação do sensor, de forma a obter o padrão de difração simétrico na tela.

h) Altere o modo de aquisição para médias, e ajuste o número de média para 64.

i) Dispare a aquisição e aguarde até terminar a aquisição.

- 
- j) Salve os dados (botão salvar do programa) no diretório e com nome apropriados.
- k) Repita o procedimento utilizando uma fenda com largura de  $80\ \mu\text{m}$ .
- l) Substitua a fenda simples por uma fenda dupla de largura  $40\ \mu\text{m}$  e separação entre fendas de  $125\ \mu\text{m}$ .
- m) Mude a distância fenda/sensor para  $\sim 23\ \text{cm}$ .
- n) Repita o procedimento de a) até j).
- o) Substitua a fenda dupla por uma fenda tripla, de largura  $40\ \mu\text{m}$  e separação entre fendas de  $125\ \mu\text{m}$ .
- p) Repita o procedimento de a) até j).
- q) Mude a distância fenda/sensor para  $\sim 65\ \text{cm}$ .
- r) Repita o procedimento de a) até j), observando se os máximos secundários estão bem definidos.
- s) Para analisar os dados coletados, sabe-se que o sensor TSL1402R é um PDA com 256 sensores, arranjados linearmente, cada um com dimensões de  $63.5 \times 55.5\ \mu\text{m}$  e espaçados por  $8\ \mu\text{m}$ . Utilizando essa informação e a separação fenda/sensor converta a escala (em pixel) dos dados para  $\text{sen}\theta$ .
- t) Grafique as intensidades (normalizada pela intensidade do máximo central) como função de  $\text{sen}\theta$  em cada caso.
- u) Nos mesmos gráficos correspondentes, grafique, também, as curvas teóricas calculadas utilizando a equação 24 e os parâmetros utilizados em cada experimento, e analise a concordância dos resultados.

Figura 8.7 - Esquema da montagem experimental para observação e quantificação do perfil de intensidades da difração por fendas.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

---

## *Bibliografia*

EISBERG, R. M.; LERNER, L. S. **Física**: fundamentos e aplicações. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica**: ótica, relatividade, física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v. 4.

TIPPLER, P. A. **Física**: para cientistas e engenheiros. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV**: ótica e física moderna. São Paulo: Pearson, c2004.

OLIVEIRA, F.A.M; DEAZEVEDO, E. R.; NUNES, L. A. O. Utilização de um sensor linear como recurso didático para avaliação do perfil de intensidade da luz difratada por fendas e redes. **Química Nova**, no prelo, 2015.



---

## *Capítulo 9 Espectroscopia óptica*

Nesta prática estudaremos uma das principais aplicações dos fenômenos de interferência e difração. Trata-se da espectroscopia óptica que, além de ter sido fundamental na elaboração da teoria quântica moderna, também é um dos principais métodos experimentais para caracterização e identificações de compostos.

**Importante: O conteúdo da introdução teórica é apenas um guia para os conceitos necessários para a realização dos experimentos. Você deve aprofundar os conceitos consultando os livros citados na bibliografia ou, outros de sua preferência**

### **9.1 História**

#### **9.1.1 As origens da espectroscopia**

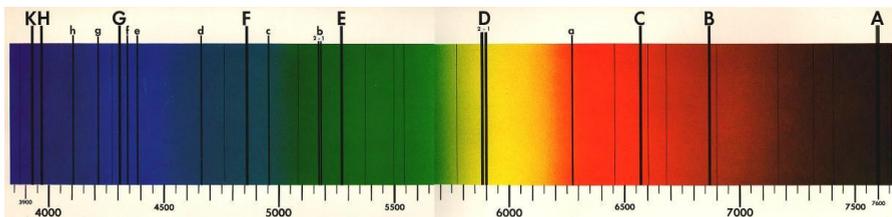
É conhecido desde a antiguidade que a luz solar pode ser decomposta em diferentes cores, como, por exemplo, no arco-íris. Em 1665-1666, o físico inglês, Isaac Newton, mostrou que a luz podia ser decomposta em diversas cores por um prisma de vidro e novamente recomposta por um segundo prisma. Embora Newton acreditasse que a luz era composta por um conjunto de corpúsculos (teoria corpuscular da luz), os seus resultados são mais bem entendidos através da teoria ondulatória da luz. Em termos dessa concepção ondulatória, os experimentos de Newton

foram os primeiros a mostrar que a luz branca é constituída de uma distribuição contínua de radiação com diferentes comprimentos de onda, sendo essas componentes separadas por um fenômeno de refração quando passa pelo prisma.

O interesse pela espectroscopia aumentou consideravelmente a partir do ano de 1802, quando o físico inglês, William Hyde Wollaston, descobriu que o espectro solar possuía linhas escuras. Quase 20 anos depois, o alemão Joseph Fraunhofer descobriu independentemente as linhas escuras no espectro da luz solar. Fraunhofer era um construtor de instrumentos ópticos em Munich (Alemanha) e passou a usar essas linhas como referência de comprimentos de onda, para determinar o índice de refração dos vidros que utilizava para confeccionar prismas e lentes. Posteriormente, ele observou que as linhas eram mais bem resolvidas usando um elemento difrator (a difração havia sido observada pela primeira vez pelo físico italiano Francesco M. Grimaldi em 1666).

Fraunhofer fez a luz incidir sobre um conjunto de pequenas ranhuras, separadas entre si, por uma distância da ordem de seu comprimento de onda, o que é conhecido, hoje, como grade ou rede de difração. Como essa técnica oferecia uma abertura angular do espectro, maior do que a refração em um prisma, Fraunhofer pôde fazer um estudo detalhado das linhas escuras, observando 574 no espectro solar. Hoje, com equipamentos mais sofisticados, sabemos que o número de linhas escuras presentes no espectro da luz solar (como o observado na Terra) chega a mais de um milhão. A seguir, a figura 9.1 ilustrada o espectro da luz solar.

Figura 9.1 - Espectro da luz solar observado da Terra



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

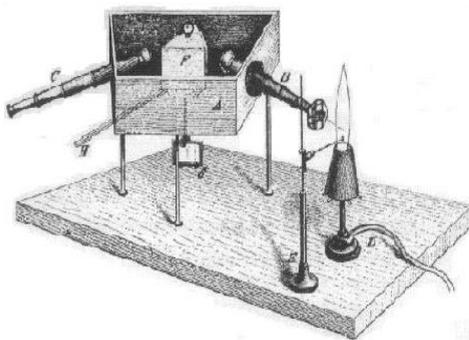
Nos anos seguintes, os químicos verificaram que linhas espectrais também podiam ser produzidas nos laboratórios. Eles já sabiam que várias substâncias emitiam cores diferentes quando salpicadas em uma chama. Tais experiências, chamadas de "testes de chama", eram muito comuns nos laboratórios da época, e eram realizadas com o objetivo de identificar os elementos químicos, ou seja, as substâncias fundamentais que não podem ser subdivididas. No entanto, havia um problema com esse tipo de experiência: a chama necessária para queimar a substância também tinha "cor própria" e se misturava com a cor do elemento que estava sendo analisado.

Por volta de 1859, os químicos, Robert Wilhelm Bunsen e Henry Enfield Roscoe, conseguiram contornar esse problema aperfeiçoando um queimador a gás que, hoje, é conhecido como "bico de Bunsen", o qual quase não emitia luz visível. Logo depois, Robert Bunsen e Gustav Kirchhoff desenharam e construíram o primeiro espectroscópio (mostrado na figura 9.2). Os dois descobriram que os espectros, obtidos a partir das chamas, mostravam conjuntos de finas linhas espectrais brilhantes traçadas contra um fundo escuro, e perceberam que cada elemento químico

produz um padrão único de linhas espectrais. Assim, nasceu a análise espectral, a identificação de substâncias químicas a partir do padrão característico das linhas espectrais.

Figura 9.2 - (a) Esquema do primeiro espectrôscópio construído por Bunsen e Kirchhof. (b) Robert Bunsen. (c) Gustav Kirchhoff.

(a)



(b)



(c)

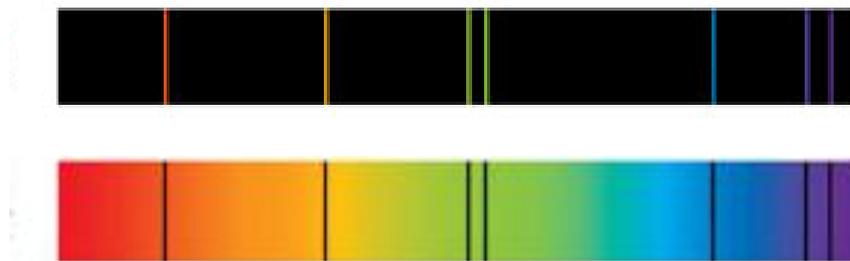


Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Bunsen e Kirchhoff realizaram um experimento no qual um feixe de luz branca iluminava o gás resultante da queima do sódio. Ao analisar o espectro, viram linhas escuras nos mesmos comprimentos de onda em que apareciam linhas brilhantes no espectro da chama da queima do sódio (a figura 9.3 mostra o espectro de emissão e absorção do vapor de mercúrio). Concluíram, então, que o sódio gasoso emite e absorve luz de mesmo comprimento de onda. Eles

notaram, também, que os comprimentos de onda de muitas das linhas espectrais de elementos coincidiam com o comprimento de onda de algumas linhas escuras do espectro solar e concluíram que essas são causadas pela absorção pelos diversos gases contidos na atmosfera terrestre e solar.

Figura 9.3 - Espectros de emissão (linhas claras) e absorção (linhas escuras) do vapor de mercúrio.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Com a divulgação das descobertas de Bunsen e Kirchhoff, muitos pesquisadores se lançaram à procura de novos elementos químicos. Bunsen e Kirchhoff continuaram suas pesquisas registrando as linhas espectrais provenientes de vários elementos conhecidos na época. Ao analisar uma amostra de água mineral, os dois encontraram uma nova linha na parte azul do espectro, e não havia nenhum elemento conhecido que absorvia naquele comprimento de onda. Concluíram, então, tratar-se de um indício de um novo elemento químico, batizado de “césio” (uma palavra proveniente do latim *caesium*, que significa "azul-acinzentado"). Pouco depois, eles descobriram uma nova linha na parte vermelha do espectro, o que os levou a descobrir um novo elemento químico, o "rubídio" (uma adaptação da palavra latina *rubidium*, que significa "vermelho"). Nessa mesma época,

Pierre J. C. Janssen, usando um espectroscópio similar ao de Bunsen-Kirchhoff, determinou que as linhas mais intensas do espectro solar eram devido ao hidrogênio, levando à conclusão de que o hidrogênio é o elemento mais abundante no Sol.

Durante o eclipse solar de 1868, os astrônomos decidiram fazer a análise espectral da luz proveniente da parte mais externa do Sol, que fica exposta quando a Lua encobre a parte central do sol. Ao fazer isso, eles encontraram uma nova linha espectral imediatamente atribuída a um novo elemento químico, que foi chamado de "hélio" (palavra derivada do grego *helios*, que significa "sol"). Durante muito tempo, os cientistas pensaram que haviam descoberto um elemento químico que não existia na Terra. Somente em 1895, o hélio foi observado na Terra pelo escocês William Ramsay.

O sucesso desses experimentos levou o inglês Henry Joseph Grayson a produzir, em 1894, a primeira máquina de produzir grades de difração, com até 4700 linhas por milímetro. No final do século XIX, a espectroscopia óptica já estava bem estabelecida como uma técnica para análise da composição qualitativa e quantitativa de substâncias.

### **9.1.2 O papel da espectroscopia óptica no desenvolvimento da teoria quântica**

Apesar de todo o avanço da espectroscopia no século XIX, ainda não se sabia a origem física dessas emissões discretas. As teorias da época (mecânica clássica e eletromagnetismo de Maxwell) falhavam ao tentar explicá-las. Entretanto, havia muitas fórmulas

empíricas que descreviam, com precisão, os comprimentos de onda de emissão do hidrogênio (séries de Balmer, Paschen e Lyman), sem qualquer base teórica.

O modelo atômico predominante na época era o modelo de Thomson, no qual os elétrons estavam embebidos em um fluido que continha a maior parte da massa do átomo e possuía carga positiva, tornando o átomo eletricamente neutro. Thomson tentou encontrar configurações que fossem estáveis, cujas frequências dos modos normais de vibração correspondessem às frequências de emissão. No entanto, esse movimento de vibração é acelerado, o que resultaria na emissão contínua de radiação, o que não era observado.

Os resultados dos experimentos de espalhamento de partículas  $\alpha$  em folhas finas de ouro, realizados por Ernest Rutherford, Hans Geiger e Ernest Marsden, em 1909, mostraram que os átomos não eram “cheios” como no modelo de Thomson, mas do tipo planetário com a carga positiva centrada em um núcleo. No entanto, no modelo planetário, o átomo também não seria estável, pois, devido ao movimento circular, os elétrons emitiriam radiação e perderiam energia até colidirem com o núcleo. Em 1913, o físico dinamarquês, Niels Bohr, propôs um modelo para o átomo de hidrogênio que combinava as ideias introduzidas por Marx Planck (quantização da energia) e Albert Einstein (luz constituída por fótons) e o átomo planetário de Rutherford. O modelo de Bohr permitiu explicar a razão das linhas discretas de absorção e emissão do átomo de hidrogênio e prever com precisão os comprimentos de onda correspondentes. Nesse modelo, Bohr postulou a existência de órbitas estáveis em que os elétrons que possuíam momentum angular igual a um múltiplo

---

inteiro da constante de Planck dividida por  $2\pi$ , resultando na quantização de sua energia. Segundo o modelo de Bohr, as emissões atômicas (linhas claras do espectro) ocorrem quando os elétrons fazem transições de uma órbita de maior energia para uma de menor energia e as absorções (linhas escuras do espectro) correspondiam a transições entre órbitas de menor para maior energia. Apesar do sucesso quantitativo do modelo de Bohr na explicação dos espectros de átomos hidrogenoides, esse modelo era baseado no postulado específico das órbitas estáveis e era, por isso, insatisfatório. Em 1925 e 1926, os físicos Werner Karl Heisenberg e Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger propuseram, independentemente, novas formulações da Mecânica, que ficaram conhecidas como “quânticas” e se tornaram o novo paradigma na Física. A formulação mais conhecida da Mecânica Quântica é a baseada na equação de Schrödinger, acompanhada de um conjunto de postulados fundamentais que diferem dos da Mecânica Clássica. A utilização da Mecânica Quântica permitiu, dentro dessa nova visão, o entendimento das propriedades atômicas e moleculares, tais como: emissão, absorção, ligação química, potenciais de ionização, polarização atômica, magnetismo atômico e nuclear, etc..<sup>3</sup> Neste contexto, a união entre a Espectroscopia Óptica e a Mecânica Quântica é fundamental, pois enquanto a espectroscopia permite medir, com precisão, as emissões e absorções das substâncias, a mecânica quântica permite a elaboração de modelos que correlacionem essas medições com propriedades microscópicas das moléculas e átomos que constituem essas substâncias.

Figura 9.4 - Grandes cientistas que colaboraram para o desenvolvimento da Mecânica Quântica. Da esquerda para a direita: Max Planck (Nobel em 1918), Albert Einstein (Nobel em 1921), Niels Bohr (Nobel em 1922), Werner Heisenberg (Nobel em 1932) e Erwin Schrödinger (Nobel em 1933).



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

### 9.1.3 A importância atual da espectroscopia óptica

Atualmente existe uma enorme necessidade de analisar os constituintes de inúmeras substâncias, quer quando desejamos descobrir sua real composição ou quando estamos interessados em descobrir adulterações. Assim como um ser humano pode ser identificado através de sua impressão digital, podemos diferenciar as espécies químicas através de seus níveis de energia, isto é, de seus espectros de emissão ou absorção. Várias técnicas existem para isso (Ressonância magnética Nuclear, Difração de elétrons e nêutrons, Efeito Mossbauer e Difração de raios X), mas as técnicas ópticas têm a vantagem de serem altamente sensíveis, principalmente no que diz respeito à constituição da matéria. Grande parte das técnicas espectroscópicas utiliza o fenômeno da absorção e emissão da radiação pela espécie atômica.

Através da análise espectroscópica da luz absorvida/emitida é possível identificar e determinar a concentração de diferentes espécies químicas. Esses espectros característicos ocupam uma porção ampla do espectro da radiação eletromagnética e vão da região das micro-ondas (devido a transições rotacionais da molécula) ao ultravioleta (no qual as transições eletrônicas provêm das camadas exteriores). Entretanto, para as análises químicas, as regiões mais utilizadas são a do infravermelho (entre  $0,9 \mu\text{m}$  e  $25 \mu\text{m}$ ) e a região do visível-UV (de  $800 \text{ nm}$  a  $250 \text{ nm}$ ). Nessas regiões do espectro, os compostos moleculares/atômicos apresentam absorções provenientes de transições de elétrons ligados, vibracionais fundamentais combinadas com sobretons, bandas rotacionais e combinações vibro-rotacionais. Essas características tornaram os experimentos de espectroscopia óptica fundamentais e, muitas vezes, rotineiros, em química, física, ciência e engenharia de materiais.

## 9.2 Redes de difração, dispersão e poder de resolução

Após dar um panorama histórico e contemporâneo da espectroscopia, vamos nos concentrar na física envolvida e como podemos conseguir e analisar os dados obtidos. Para isso, vamos estudar os efeitos de uma rede (ou grade) de difração.

Uma rede de difração é um conjunto de fendas paralelas, como da ordem de centenas de fendas por milímetro. Cada fenda tem largura  $a$ , e a separação entre duas vizinhas é  $d$ . Se a rede é

iluminada por luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ , o padrão de difração é dado por:

$$I(\theta) = I_o \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} \quad , \quad (1)$$

no qual  $\theta$  é o ângulo de observação ( $\theta = 0$  corresponde a observar na direção de propagação da luz que incidiu na rede), e

$$\alpha = \frac{k_x a}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{\pi a}{\lambda L} x \quad (2a)$$

$$\beta = \frac{k_x d}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{\pi d}{\lambda L} x \quad (2b)$$

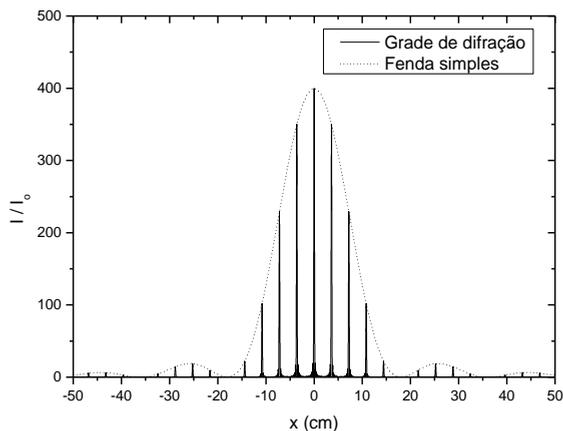
em que  $L$  é a distância entre a grade e o anteparo e  $x$ , a posição do detector no anteparo (na qual  $x = 0$  corresponde ao ponto onde iria incidir o raio de luz se não houvesse a difração). A figura 9.5 mostra esse padrão de difração.

Como  $N$  (que é igual ao número de fendas na região iluminada da rede) é, normalmente, da ordem de centenas ou milhares, os máximos principais (que ocorrem quando  $\sin \beta = \sin N\beta = 0$ ) são bastante intensos e estreitos, e a intensidade fora dos máximos principais é muito pequena. Dessa forma, o padrão de difração se torna, na prática, um conjunto de picos intensos.

A posição dos pontos claros (picos da figura 9.5) é dada por:

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{d} \quad (3)$$

Figura 9.5 - Padrão de difração de uma grade de difração (com  $N = 20$ ,  $d = 1/600$  mm,  $a = d/5$ ,  $L = 1$  m,  $\lambda = 600$  nm) e o padrão de difração de uma fenda simples de mesma abertura  $a$ .



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

A equação anterior costuma ser escrita na forma:

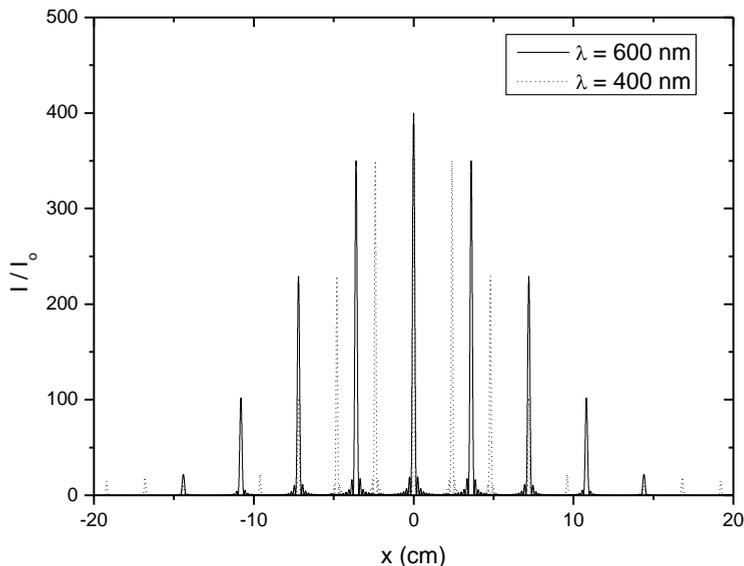
$$m\lambda = d \sin \theta \quad (4)$$

O inteiro  $m$  costuma ser chamado de ordem da difração. Se  $m \neq 0$ , a posição dos máximos depende de  $\lambda$ . Assim, se tivermos luz não monocromática, cada comprimento de onda será desviado por um ângulo diferente, produzindo a decomposição espectral. O mesmo acontece em prismas, mas o uso de redes de difração tem uma vantagem: a separação angular pode ser aumentada construindo redes com um número grande de fendas (hoje existem grades com milhares de fendas por milímetro), sendo possível obter

resultados muito melhores do que com prismas (que é limitado pelo fato de não existir materiais com índice de refração suficientemente grande na região do visível).

A figura 9.6 mostra o padrão de difração, na mesma situação da figura 9.5, para dois comprimentos de onda distintos. Repare que o pico de segunda ordem para 600 nm coincide com o pico de terceira ordem para 400 nm. Essa superposição de espectros de ordens distintas faz, muitas vezes, não ser possível analisar o espectro numa ordem muito alta de difração.

Figura 9.6 - Padrão de difração para dois comprimentos de onda distintos (os outros parâmetros são idênticos aos usados na figura 9.5). Repare que o máximo de ordem zero coincide, mas os demais ocorrem em pontos distintos. Repare, também, que o pico de segunda ordem para 600 nm coincide com o pico de terceira ordem para 400 nm.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Para medir o poder de uma grade em separar comprimentos de onda, um parâmetro, comumente, usado é a *dispersão*, que caracteriza quanto varia o ângulo de difração devido a uma variação do comprimento de onda:

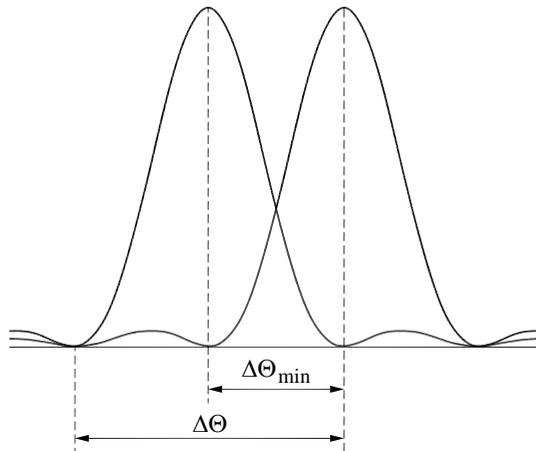
$$D = \frac{d\theta}{d\lambda} \quad (5)$$

Para calcular a dispersão, o procedimento é diferenciar a equação 4:

$$D = \frac{m}{d \cos\theta} \quad (6)$$

Os picos mostrados nas figuras 9.5 e 9.6 não são pontuais, mas possuem certa largura. Portanto, se dois comprimentos de onda forem muito próximos, pode haver sobreposição dos picos de cada um, de forma que não podemos distingui-los. A informação de quão próximos dois comprimentos de onda podem ser percebidos como pontos distintos, é dada pelo parâmetro chamado *poder de resolução*. Para definir quando dois picos podem ser percebidos como distintos, usa-se o critério de Rayleigh; a distância mínima entre eles deve ser tal, que o máximo de um coincida com o primeiro mínimo do outro, como mostra a figura 9.7. Isso significa que a distância deve ser igual à semilargura do pico (a distância entre o centro e o primeiro mínimo, igual à metade de  $\Delta\theta$ , na figura 9.7).

Figura 9.7 - Ilustração do critério de Rayleigh.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Quando temos dois comprimentos de onda,  $\lambda$  e  $\lambda + \Delta\lambda$ , a distância entre os picos – para uma mesma ordem de difração – depende da dispersão da rede:

$$\Delta\theta \approx \frac{d\theta}{d\lambda} \Delta\lambda = \frac{m}{d \cos\theta} \Delta\lambda \quad (7)$$

Vamos, agora, calcular a largura à meia altura da linha. O fator de interferência tem um máximo principal quando  $\beta = \beta_{\text{máx}} = m\pi$ , e o primeiro mínimo adjacente ocorre quando  $N(\beta - \beta_{\text{máx}}) = \pm\pi$ , ou seja,  $\beta = \beta_{\text{máx}} \pm \pi / N$ . A largura à meia altura da linha é, portanto,  $\Delta\beta = \pi / N$ . Como  $N \gg 1$ , então,  $\Delta\beta \ll 1$  e podemos aproximar  $\Delta\beta \approx d\beta$ . Diferenciando a equação 2b, obtemos:

$$d\theta = \frac{\lambda}{\pi d \cos\theta} d\beta \quad (8)$$

Em termos de  $\theta$ , a largura à meia altura da linha é:

$$\Delta\theta \approx d\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos\theta} \quad (9)$$

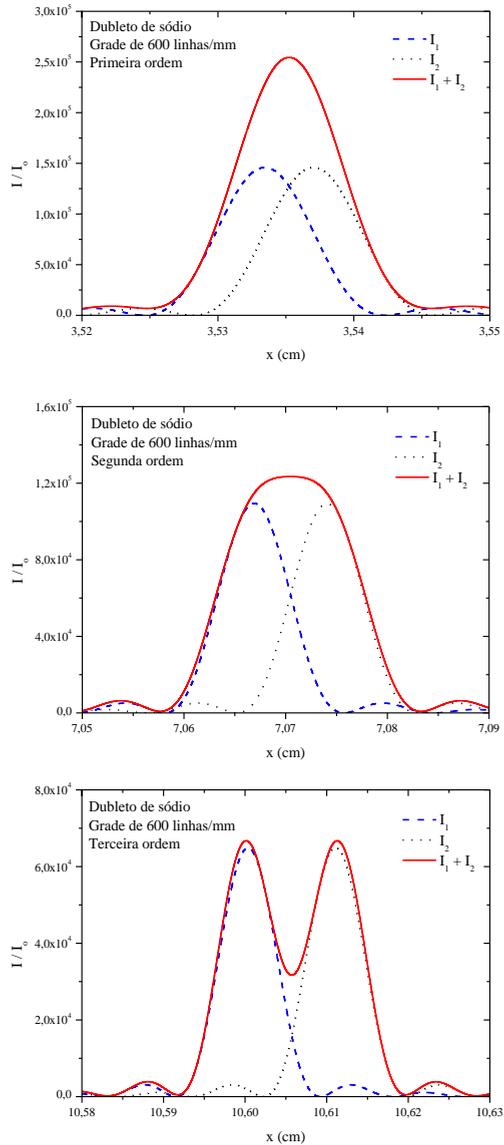
Agora, pelo critério de Rayleigh, basta igualar as equações 7 e 9:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \quad (10)$$

O poder separador é definido como a razão  $\lambda / \Delta\lambda$ , e é o inverso da separação relativa entre os comprimentos de onda no limite em que se pode distingui-los. O poder separador depende do número total de fendas iluminadas ( $N$ ) e da ordem da difração que está sendo observada ( $m$ ).

A figura 9.8 mostra o exemplo do padrão de difração do dubleto do sódio, que apresenta duas linhas muito próximas (588,9 nm e 589,5 nm), considerando uma grade de difração de 600 linhas/mm, com 400 linhas iluminadas. As linhas pontilhadas representam o padrão gerado em cada comprimento de onda, e a linha cheia indica a intensidade total. Os três gráficos mostram as três primeiras ordens de difração ( $m = 1,2,3$ ).

Figura 9.8 - Padrão de difração nas três primeiras ordens do duplete do sódio (588,9 nm e 589,5 nm), observado com uma grade de 600 linhas/mm e 400 linhas iluminadas. A linha cheia mostra a intensidade total e as linhas tracejadas, a intensidade em cada comprimento de onda. Repare que apenas na terceira ordem é possível identificar as duas linhas.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

A razão  $\lambda / \Delta\lambda$ , nesse caso, é cerca de 1000. Pela equação 10, é preciso ter  $400m > 1000$  para poder distinguir as duas linhas, ou seja, é preciso olhar, pelo menos, a terceira ordem de difração, o que pode ser observado na figura 9.8.

As ordens mais altas permitem maior resolução, mas há dois fatores limitantes: a intensidade diminui de um pico a outro (repare na escala de intensidades em cada gráfico da figura 9.8) e há a possibilidade de sobreposição de picos de ordens diferentes em uma mesma região do anteparo (ver figura 9.6).

### 9.3 Experimentos

Importante: Neste experimento serão utilizadas lâmpadas de vapor de mercúrio, as quais emitem alta quantidade de radiação ultravioleta. Cuidado para não olhar diretamente para a luz da lâmpada!

Antes de trocar as lâmpadas, desconecte o cabo de alimentação da tomada!

Após desligar a lâmpada, só a religue quando estiver fria (~ 10min).

Em todos os experimentos realizados, os valores encontrados, experimentalmente, deverão ser comparados com valores tabelados ou especificados pelos fabricantes dos componentes.

Evite tocar as superfícies de vidro diretamente com os dedos.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, consulte o professor para esclarecimentos.

### 9.3.1 Espectro de uma lâmpada de vapor de mercúrio

a) Monte o aparato experimental constituído de um suporte para lâmpada com uma fenda variável acoplada, uma lente de distância focal  $\sim 5$  cm, um suporte para rede de difração e um anteparo de projeção a, aproximadamente, 1 metro do suporte da fenda.

b) Com o cabo do suporte para lâmpada desligado da tomada (chave inferior do suporte para baixo), insira uma lâmpada de vapor de mercúrio, rosqueando-a até que se escute um leve “clique”. Esse som se refere ao fechamento de uma chave interna do suporte, o qual permite que se habilite o circuito da lâmpada.

c) Ligue a lâmpada em 220 V (ambas as chaves, superior e inferior, do suporte, para cima) e aguarde até que a sua luminosidade máxima tenha sido atingida ( $\sim 5$  min).

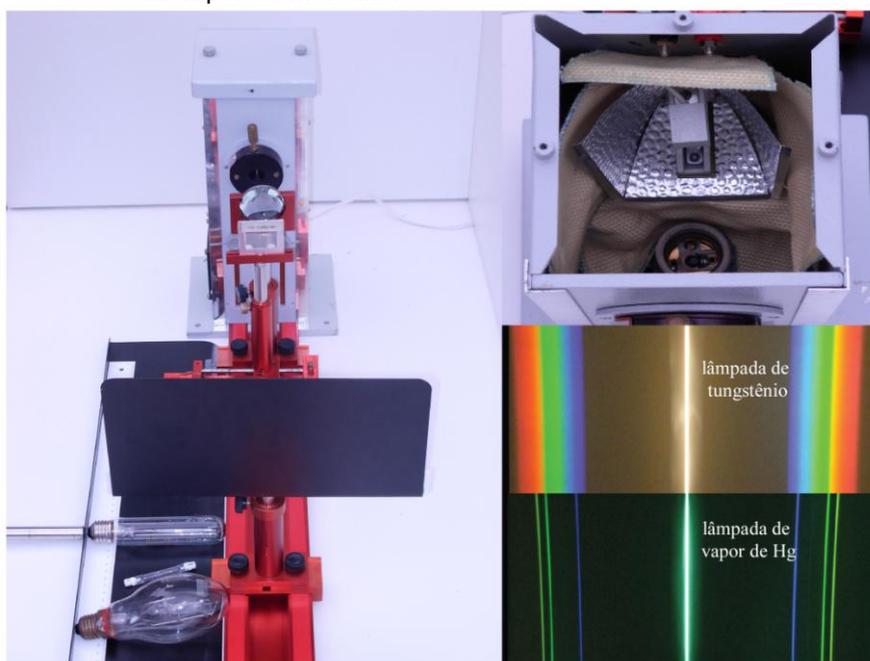
d) Alinhe todo o sistema, de forma que a luz, proveniente da fenda, passe pelo centro da lente e seja projetada no centro do anteparo de projeção. Ajuste a distância lente/fenda até que uma imagem nítida da lente seja formada no centro do anteparo.

e) Insira uma rede de difração de 600 linhas/mm. Você deverá observar a cor branca no centro do padrão (máximo central), e linhas coloridas de cada lado. Dica: Para alinhar a grade, de modo que a incidência da luz proveniente da fenda seja normal, faça o máximo central da refração obtido pela REFLEXÃO, na grade, coincidir com a posição da fenda.

f) Ajuste novamente a posição da lente até que uma imagem nítida da fenda seja formada no centro do anteparo, e alinhe

o sistema para que as linhas correspondentes (de mesma cor), em cada lado, fiquem equidistantes do máximo central.

Figura 9.9 - Fotografia da montagem experimental, mostrando, à esquerda, o suporte para a lâmpada, a lente e a rede de difração, e o anteparo. À direita (em cima), detalhe mostrando os soquetes para conexão das lâmpadas de filamento de tungstênio e das lâmpadas de vapores metálicos. À direita (em baixo), espectros típicos de uma lâmpada de filamento de tungstênio e de vapor de mercúrio.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

g) Observe e descreva o padrão espectral de primeira ordem formado no anteparo e, se necessário, ajuste novamente a posição da lente para que essas linhas apareçam nítidas. Ajuste, também, a abertura da fenda, a fim de minimizar a largura das linhas.

h) Descreva e justifique o comportamento das linhas, à medida que se varia a abertura da fenda. Ajuste a abertura para obter as linhas com menor largura possível.

i) Para cada uma das linhas espectrais observadas, meça a sua posição, isto é, a distância entre a linha e o máximo central. A partir desse valor – e da distância entre a rede e o anteparo –, você pode determinar o ângulo de difração.

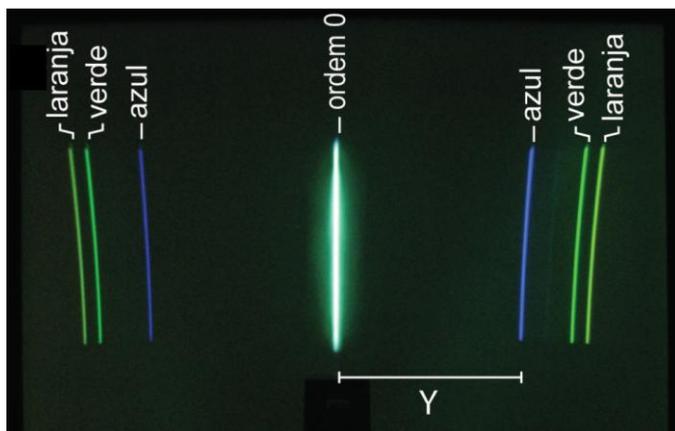
j) Utilizando a equação 4, determine o comprimento de onda de cada linha. O Mercúrio possui vários isótopos, sendo um deles muito mais abundante na lâmpada utilizada. Consulte o site <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/mercurytable2.htm> e identifique qual é o isótopo presente na lâmpada utilizada, comparando os comprimentos de onda das linhas medidas com aqueles indicados no site.

k) Substitua a rede de 600 linhas/mm por outra com 300 linhas/mm.

l) Meça a posição e a largura – em termos de comprimentos de onda – de todas as linhas de primeira, segunda, e terceira ordem.

m) Compare as linhas de primeira, segunda e terceira ordem, no que diz respeito à variação da largura e separação. Analise o resultado considerando as previsões teóricas.

Figura 9.10 - Fotografia do espectro de uma lâmpada de mercúrio.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.

Tabela 9.1 - Linhas espectrais do mercúrio observadas com grade de 600 linhas / mm.

Cor da linha	Posição (cm)	Comprimento de onda
<b>Distância fenda/anteparo:</b>		

Tabela 9.2 - Linhas espectrais do mercúrio observadas com grade de 300 linhas / mm.

Cor da linha	Posição (1ª ordem)	$\lambda$ (nm)	Posição (2ª ordem)	$\lambda$ (nm)	Posição (3ª ordem)	$\lambda$ (nm)

### 9.3.2 Espectro de uma lâmpada de vapores desconhecidos

a) Desligue a lâmpada de vapor de mercúrio (mova as chaves do suporte para baixo mantendo o cabo conectado à tomada, pois, dessa forma, o *cooler* da lâmpada permanecerá ligado) e aguarde até que ela esfrie (~15 min).

b) Substitua a rede de 300 linhas/mm por outra com 600 linhas/mm.

c) Remova a lâmpada de vapor de mercúrio e substitua-a por outra lâmpada de vapor presente em sua bancada.

d) Ligue a lâmpada em 220 V (ambas as chaves, superior e inferior, do suporte, para cima). Aguarde aproximadamente 30 segundos e mova a chave superior do suporte para baixo (Essa chave serve para diminuir a tensão da lâmpada após a partida).

e) Aguarde até que a lâmpada atinja o máximo de luminosidade (~10 min).

f) Verifique o alinhamento do sistema.

g) Ajuste novamente a posição da lente até que uma imagem nítida da fenda seja formada no centro do anteparo. Observe e descreva o padrão espectral de primeira ordem formado e, se necessário, ajuste novamente a posição da lente para que essas linhas apareçam nítidas. Ajuste também a abertura da fenda, de modo a minimizar a largura das linhas.

h) Meça a posição de todas as linhas espectrais observadas e, utilizando os princípios teóricos discutidos na seção anterior, determine os comprimentos de onda em que cada linha aparece.

i) Observe a diferença de intensidade entre as linhas. Consulte a literatura adequada e identifique quais são os elementos que estão emitindo.

j) Mova a chave superior do suporte para cima (você estará aumentando a tensão da lâmpada para 220 V).

k) Observe atentamente o que acontece com o padrão projetado no anteparo, como função do tempo, e descreva detalhadamente esse comportamento.

l) Após 10 min, meça a posição de todas as linhas espectrais observadas e determine os comprimentos de onda em que cada linha aparece.

m) Consulte a literatura e identifique quais são os elementos que estão emitindo neste regime.

Tabela 9.3 - Linhas espectrais de uma lâmpada desconhecida observadas com grade de 600 linhas / mm.

<b>Cor da linha (e intensidade)</b>	<b>Posição (cm)</b>	<b>Comprimento de onda</b>
<b>Distância fenda/anteparo:</b>		
<b>Elementos da lâmpada de vapor:</b>		

### 9.3.3 Espectro de absorção de uma solução

a) Desligue a lâmpada de vapor (mova as chaves do suporte para baixo mantendo o cabo conectado à tomada, pois, dessa forma, o *cooler* da lâmpada permanecerá ligado) e aguarde até que ela esfrie (~15 min).

b) Substitua a lâmpada de vapor por uma lâmpada incandescente. Ligue a lâmpada em 220V. Substitua a lente por uma

lente de distância focal de  $\sim 10$  cm. Além disso, utilize o maior anteparo disponível em sua bancada.

c) Alinhe todo o sistema, de forma que a luz proveniente da fenda passe pelo centro da lente e seja projetada no centro do anteparo de projeção. Ajuste a distância lente/fenda até que uma imagem nítida da fenda seja formada no centro do anteparo.

d) Observe e discuta o padrão de difração de primeira ordem. Determine os comprimentos de onda máximo e mínimo que você consegue observar (faixa de comprimento de onda detectável pelo olho)

e) Na bancada você encontrará duas cubetas com soluções aquosas de cloreto de neodímio e cloreto de érbio. Insira uma das cubetas entre a fenda e a lente, sendo conveniente utilizar o suporte com parafuso micrométrico. Observe o aparecimento de linhas escuras no padrão espectral.

f) Ajuste a posição da lente até que essas linhas se tornem as mais nítidas possíveis no anteparo.

g) Meça a posição de todas as linhas escuras observadas em termos dos respectivos comprimentos de onda.

h) Repita o procedimento para a outra cubeta.

i) Desligue a lâmpada de vapor (mova as chaves do suporte para baixo mantendo o cabo conectado à tomada, pois, dessa forma, o *cooler* da lâmpada permanecerá ligado) e aguarde até que ela esfrie ( $\sim 15$  min).

j) Observe a cor das soluções quando iluminadas pela lâmpada fluorescente da sala de aula. Em seguida, vá para a janela ao lado da sala de aula e veja novamente a cor das soluções quando iluminadas pela luz solar. Explique o comportamento observado.

k) Procure na literatura pelos espectros de absorção desses cloretos dissolvidos em água. Compare com os seus resultados e identifique as soluções presentes em cada cubeta.

## *Bibliografia*

AZEVEDO, E. R.; FARIA, G. C.; BATALHAO, T. B.; CASTRO FILHO, J. A.; SANTONI, E.; SARTORI, J. L.; NUNES, L. A. O. Utilização de um espectrógrafo de projeção como uma ferramenta para demonstrações sobre polarização da luz. **Química Nova**, v. 33, n. 5, p.1204-1210, 2010.

EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. **Física: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 1983. v. 4.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física II**. 2ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de física básica: ótica, relatividade, física quântica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. v. 4.

TIPPLER, P.A. **Física: para cientistas e engenheiros**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1991. v. 4.

YOUNG, H. D.; FREEDMANN, R. A. **Sears e Zemanski física IV: ótica e física moderna**. São Paulo: Pearson, c2004.



## Apêndice Filme antirrefletor

Os filmes antirrefletores têm uma grande aplicação prática: diminuir a intensidade de luz refletida por uma lente, por exemplo. Ele consiste de uma fina camada de uma substância de índice de refração intermediário entre o do ar e o material da lente depositada na superfície da lente, formando um filme fino, como o estudado anteriormente, mas com uma diferença importante: os meios de cada lado do filme são diferentes (ar e vidro).

Os raios  $R_1$  e  $R_2$  sofrem uma reflexão com inversão de fase, portanto, não há nenhuma diferença entre eles devido à reflexão. O raio refletido  $R_3$  sofre duas reflexões a mais do que o raio  $R_2$ , uma com e outra sem inversão de fase, e, portanto, tem uma fase de meia onda a mais do que o raio  $R_2$  devido à reflexão. Conforme foi notado anteriormente, para haver um mínimo de reflexão, é preciso que os raios  $R_2$ ,  $R_3$ , etc., interfiram construtivamente e com fase oposta à do raio  $R_1$ . Para isso acontecer, a diferença de caminho óptico entre os dois raios deve ser equivalente à meia onda, ou seja:

$$2nd \cos \theta_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (1)$$

Para um cálculo quantitativo, seguimos um procedimento similar ao anterior, mas com duas diferenças: quanto às reflexões com inversão de fase e quanto à diferença no coeficiente de reflexão em cada uma das interfaces (ar/filme e filme/vidro). Como antes, é mais fácil calcular o campo total transmitido

$$E_T = E_o \sqrt{1-R_1} \sqrt{1-R_2} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left( \sqrt{R_1 R_2} \right)^j \exp(j.ik2nd \cos \theta_2) \quad (2a)$$

em que  $R_1$  e  $R_2$  são os coeficientes de reflexão na interface ar/filme e filme/vidro, respectivamente. O fator  $(-1)^j$  representa a contribuição das inversões de fase de cada reflexão na interface filme-vidro.

Desenvolvendo como feito anteriormente:

$$E_T = \frac{E_o \sqrt{1-R_1} \sqrt{1-R_2}}{1 + \sqrt{R_1 R_2} \exp(i4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (2b)$$

$$\frac{I_T}{I_o} = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{1 + R_1 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(4\pi.nd \cos \theta_2 / \lambda)} \quad (3)$$

O máximo de transmissão ocorre quando o denominador é mínimo, ou seja, quando o fator cosseno vale  $-1$ . Isso é equivalente à equação 26 para o máximo de reflexão. A transmissão máxima vale:

$$\left( \frac{I_T}{I_o} \right)_{m\acute{a}x} = \frac{(1-R_1)(1-R_2)}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2}} \quad (4)$$

Observe que, se for  $R_1 = R_2$ , tem-se que  $(I_T / I_o)_{m\acute{a}x} = 1$  e, conseqüentemente,  $(I_R / I_o)_{m\acute{m}n} = 0$  (ou seja, toda a luz é transmitida).

A intensidade refletida é fácil de ser calculada pela conservação de energia:

$$\frac{I_R}{I_o} = 1 - \frac{I_T}{I_o} = \frac{R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(4\pi \cdot nd \cos\theta_2 / \lambda)}{1 + R_1 R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(4\pi \cdot nd \cos\theta_2 / \lambda)} \quad (5)$$

Se for  $R_1 = R_2 = R$ , então:

$$\frac{I_R}{I_o} = \frac{4R \cos^2(2\pi \cdot nd \cos\theta_2 / \lambda)}{1 + R^2 + 2R \cos(4\pi \cdot nd \cos\theta_2 / \lambda)} \quad (6)$$

Na condição da equação 26, a intensidade refletida é nula.

Sendo o índice de refração do ar igual a  $n_1$ , do vidro igual a  $n_2$  e do filme igual a  $n$ , e considerando incidência normal, tem-se:

$$R_1 = \left( \frac{n - n_1}{n + n_1} \right)^2 \quad (7a)$$

$$R_2 = \left( \frac{n_2 - n}{n_2 + n} \right)^2 \quad (7b)$$

Como o índice de refração do filme é intermediário entre os índices do ar e do vidro, a condição  $R_1 = R_2$  é equivalente a:

$$\frac{n - n_1}{n + n_1} = \frac{n_2 - n}{n_2 + n} \quad (8)$$

Resolvendo essa equação, chegamos a:

$$n = \sqrt{n_1 n_2} \quad (9)$$

Essa é a condição sobre o índice de refração do filme. A condição sobre a espessura é dada pela equação 26, que na incidência normal dá:

$$d = \frac{\lambda}{4n} + m \frac{\lambda}{2n} \quad (10)$$

A espessura mínima do filme é igual a um quarto do comprimento de onda (no filme) e, por isso, o nome *filme de quarto de onda*. Obviamente, essa condição vale para um comprimento de onda específico.

Vamos considerar um caso prático, de uma lente de vidro ( $n = 1,5$ ) imersa em ar ( $n = 1$ ). O coeficiente de reflexão, sem um filme antirrefletor, é:

$$R' = \left( \frac{1,5 - 1}{1,5 + 1} \right)^2 = 0,04 \quad (11)$$

O índice de refração do filme deve ser:

$$n = \sqrt{1,5} = 1,22 \quad (12)$$

Os coeficientes de reflexão  $R_1$  e  $R_2$  valem:

$$R_1 = R_2 = \left( \frac{1,22 - 1}{1,22 + 1} \right)^2 = \left( \frac{1,5 - 1,22}{1,5 + 1,22} \right)^2 = 0,01 \quad (13)$$

O filme antirrefletor deve ser fabricado para se obter o mínimo de reflexão em 600 nm, que é próximo do máximo de emissão da luz do sol. Para isso, sua espessura precisa ser:

$$d = \frac{600.nm}{4.\sqrt{1,5}} = 123 nm \quad (14)$$

Finalmente, substituindo esses valores de  $R_1$ ,  $R_2$  e  $d$ , na equação 32 – na condição de incidência normal –, chegamos a:

$$\frac{I_R}{I_o} = \frac{0,04 \cos^2(\pi.300.nm / \lambda)}{1,0001 + 0,02 \cos(\pi.600.nm / \lambda)} \quad (15)$$

Essa função está representada na figura A. Note que, em qualquer comprimento de onda, a intensidade refletida é menor do que aquela que seria sem a presença do filme.

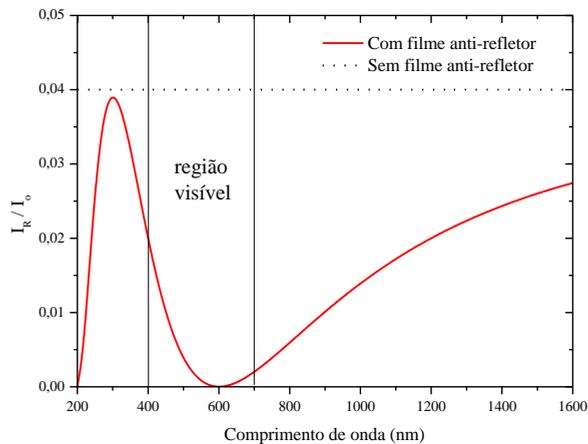
Os zeros de reflexão ocorrem quando  $\pi.300.nm / \lambda = \pi(m + 1/2)$ , ou seja:

$$\lambda = \frac{600.nm}{2m + 1} \quad (16)$$

Os máximos de reflexão ocorrem quando  $\pi.300.nm / \lambda = \pi.m$ , ou seja:

$$\lambda = \frac{600.nm}{2m} \quad (17)$$

Figura A - Intensidade refletida por um filme antirrefletor ( $n = 1,22$ ,  $d = 123$  nm) posicionado entre ar ( $n = 1$ ) e vidro ( $n = 1,5$ ), com e sem o filme antirrefletor.



Fonte: Elaborada pelos compiladores.