EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO – ESTATÍSTICA I (ZOO)

1) Complete a distribuição de frequências abaixo:

IDADE (anos)	**Pm_i**	**f_i**	**f_{ri}**	**f_{pi}**	**F_i**	**F_{pi}**
17 ├─	18	3				
├─ 21					10	
21 ├─			0,40			
├─					45	90
├─ 27		5				
TOTAL						

Baseando-se nesta distribuição pede-se:

(a) Desenhar um histograma para as frequências absolutas;

(b) Desenhar uma ogiva de Galton para as frequências percentuais acumuladas e estime a idade mediana;

(c) Calcular a média, a moda e a mediana dos pesos, usando as fórmulas convenientes.

2) Um ensaio com 50 frangos de corte forneceu os seguintes pesos (em gramas) aos 56 dias de idade:

2330	2340	2350	2360	2360	2370	2370	2380	2380	2380
2380	2380	2380	2390	2390	2390	2390	2390	2390	2390
2390	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2410	2410
2410	2410	2420	2420	2420	2420	2430	2430	2430	2440
2440	2440	2440	2450	2450	2450	2450	2480	2480	2480

Com base nesses dados, pede-se:

(a) Construir um dispositivo de ramo-e-folhas para os pesos dos frangos.

(b) Calcular a média, a mediana e a moda dos pesos originais.

(c) Construir uma distribuição de frequências dos pesos com, *no máximo*, k=7 classes de frequências.

(d) Calcular a média, a mediana e a moda dos pesos com base nas informações da distribuição de frequências.

(e) Comparar os resultados obtidos em (b) e (d) e comentar se os resultados são parecidos ou não.

(f) Construir um histograma de frequências percentuais.

3) Os dados apresentados abaixo se referem ao consumo de matéria seca (kg) de novilhos de dois anos, em fase de acabamento:

10,3	10,4	11,2	10,6	10,7	10,8	10,9	10,5	10,2	10,5	11,0
10,5	10,9	10,7	10,8	11,4	10,6	10,7	10,3	10,4	10,6	10,3
10,9	11,0	10,0	10,9	10,0	10,3	10,4	10,5	10,6	11,1	10,1
10,8	10,1	10,2	10,6	10,6	10,4	10,5	10,6	10,4	10,7	11,0
10,9	10,3	10,7	10,9	10,1	11,2	11,5	11,6	10,3	10,7	10,9

Construir uma distribuição de frequências desses dados, considerando k = 6 classes, h = 0,3kg e limite inferior da primeira classe igual a 10,0kg. A partir dessa distribuição de freqüências:

(a) Calcular a média, a mediana e a moda;

(b) Calcular a variância, o desvio-padrão, o desvio médio e o coeficiente de variação;

(c) Calcular Q_1 , Q_2 , Q_3 , P_{20} , P_{53} e P_{95}.

(d) Calcular os coeficientes de assimetria e de curtose e comentar sobre a simetria e o grau de achatamento da distribuição;

(e) Construir o histograma das frequências absolutas simples e uma ogiva de Galton das frequências percentuais acumuladas.

4) Baseado na distribuição de frequências dos pesos ao nascer (em kg) de 80 leitões da raça Landrace, apresentada a seguir, pede-se:

(a) Estimar o peso ao nascer acima do qual estão 80%, 50%, 20% e 5% dos leitões-

(b) Qual a porcentagem de leitões com peso médio abaixo de 1,38 kg? E acima de 1,26 kg?

(c) Qual o número de leitões com peso inferior ao peso mais freqüente (moda)?

(d) Qual a porcentagem de leitões com pesos no intervalo [Me(X) – DP(X); Me(X) + DP(X)]?

Peso ao nascer (kg)	f_i
1,20 ├— 1,28	8
1,28 ├— 1,36	13
1,36 ├— 1,44	28
1,44 ├— 1,52	18
1,52 ├— 1,60	9
1,60 ├— 1,68	4

5) A distribuição de frequências acumuladas do ganho de peso diário (GPD), em gramas, do gado leiteiro com peso vivo entre 16 e 17 arrobas de uma fazenda experimental é a seguinte:

GPD (g)	F_i
400 ├— 460	60

460 ├── 520	130
520 ├── 580	230
580 ├── 640	310
640 ├── 700	380
700 ├── 760	430
760 ├── 820	450

Pede-se:

(a) A porcentagem de animais com ganho de peso abaixo da média? E abaixo da moda?

(b) A porcentagem de animais com ganho de peso inferior a um desvio padrão abaixo da média?

(c) A porcentagem de animais com ganho de peso superior a um desvio-padrão abaixo da média e inferior a um desvio-padrão acima da média, ou seja, com ganho de peso diário no intervalo [Me(X) – DP(X); Me(X) + DP(X)]?

(d) Considerando que um CV(X) < 10% caracteriza rebanhos homogêneos, qual é a sua conclusão sobre esse rebanho?

6) O responsável pela granja do Campus pretende dividir os frangos a serem enviados para abate em quatro categorias de peso, de tal modo que: a Categoria D inclua 20% dos frangos mais leves, a C inclua os 30% seguintes, a B inclua os 40% seguintes e a categoria A inclua os 10% mais pesados. Baseando-se na distribuição de frequências apresentada a seguir, pede-se:

(a) Calcular os limites de peso de frangos ao abate para as quatro categorias acima definidas?

(b) Suponha que o responsável decida separar desse lote as aves com peso inferior a um desvio padrão abaixo da média, para receber uma ração reforçada por mais cinco dias. Quantos frangos serão separados?

Peso (kg)	$\mathbf{f_i}$
1,60 ├── 1,70	60
1,70 ├── 1,80	160
1,80 ├── 1,90	280
1,90 ├── 2,00	260
2,00 ├── 2,10	140
2,10 ├── 2,20	60
2,20 ├── 2,30	40

7) Defina um espaço amostral (de resultados) para cada um dos seguintes experimentos aleatórios:

(a) Lançamento de dois dados, anotando-se a soma das faces superiores.

(b) Investigação de leitegadas de quatro leitões anotando-se a sua composição de acordo com o sexo.

(c) Lançamento de uma moeda até que apareça uma cara.

8) Sejam A, B e C três eventos não disjuntos associados a um experimento cujo espaço amostral é W.

(i) Interprete as seguintes operações usando os diagramas de Venn:

(a) $A \cap B \cap C^c$ (b) $A^c \cap B^c \cap C^c$ (c) $(A \cap B \cap C)^c$ (d) $A \cap (B \cup C)$

(e) $(A \cup B) \cap W$ (f) $(A \cup B \cup C)^c$

(ii) Exprima em termos de operações de eventos as seguintes afirmações:

(a) Ocorrência de pelo menos um dentre os eventos A, B e C.

(b) Ocorrência de nenhum dos eventos A, B e C.

9) Dentre 6 números positivos e 8 negativos são sorteados dois números, sem reposição, e multiplicados. Qual a probabilidade de que o produto seja positivo? E negativo? (*Dica*: usar o diagrama de árvore)

10) Considere os eventos A: "o animal sorteado tem peso superior a 200kg" e B: "o animal sorteado é macho", com as seguintes probabilidades associadas: $P(A) = 1/4$, $P(B \mid A) = 1/2$ e $P(A \mid B) = 1/4$. Com base nesses valores, pede-se:

(a) Os eventos A e B são mutuamente exclusivos? Por quê?

(b) Os eventos A e B são independentes? Por quê?

(c) Calcule e interprete $P(A^c \mid B^c)$ e $P(A \mid B^c)$.

11) A probabilidade de que o Palmeiras vença seu próximo jogo no Campeonato Paulista é estimada em 70% se não chover, mas só em 50% se chover. Se os registros meteoro-lógicos mostrarem que tem chovido em 40% dos jogos do Palmeiras, qual a probabilidade dele vencer o próximo jogo? E de perder?

12) Sabe-se que as aves de um box do galpão experimental para frangos de corte, escolhido ao acaso, recebeu uma "nova" vacina. Dos seis boxes existentes, os boxes 1, 2 e 3 têm 20 fêmeas e 40 machos, o box 4 tem 20 machos e 40 fêmeas e os boxes 5 e 6 têm 30 machos e 30 fêmeas cada um. Nosso experimento consiste em sortear um desses seis boxes e dentro dele, sortear uma ave. Pede-se:

(a) Qual a probabilidade da ave sorteada de ser um macho? e ser uma fêmea?

(b) Sabendo-se que a ave sorteada é uma fêmea, qual a probabilidade dela ter sido retirada do box 1? E do box 4? E do box 5?

13) Num determinado local temos dois piquetes: no piquete 1 são colocados 3 bezerros Gir e 2 Nelore, e no piquete 2 são colocados 2 bezerros Gir e 5 Nelore. Um piquete é sorteado

e um bezerro é retirado deste piquete e colocado no outro; daí, um bezerro é sorteado deste segundo piquete. Calcule a probabilidade que,

(a) O segundo bezerro sorteado seja um Nelore.

(b) Os dois bezerros sorteados sejam da mesma raça.

14) Sabendo-se que a v.a. $X \sim B(n, p)$, que $E(X) = 20$ e $Var(X) = 4$, calcule:

(a) os valores dos parâmetros n e p; (b) $P(X < 3)$ (c) $P(X < 23)$

(d) E(Z) e Var(Z), onde $Z = \dfrac{(X - 20)}{2}$.

15) Sabe-se que 20% dos animais de uma fazenda são fêmeas. Num lote de 5 animais escolhidos ao acaso para um certo exame clínico, qual a probabilidade de encontrarmos:

(a) no máximo 3 fêmeas? (b) nenhuma fêmea? (c) pelo menos 4 fêmeas?

(d) exatamente 2 fêmeas?

16. Um avicultor recebe três propostas para a compra da sua produção de ovos de aves-truz:

PROPOSTA A: serão examinados 15 ovos; se for encontrado, *no máximo* um ovo de baixa qualidade o comprador A paga R$0,16 por unidade, caso contrário, paga somente R$0,07.

PROPOSTA B: serão examinados 20 ovos; se forem encontrados até 3 ovos de baixa qualidade, o comprador B paga R$0,15 por unidade, caso contrário, paga somente R$0,06.

PROPOSTA C: serão examinados 18 ovos; se nenhum deles for de baixa qualidade, o comprador C paga R$0,20 por unidade, caso contrário, paga somente R$0,09.

Assumindo que a v.a. X = “número de ovos de baixa qualidade” tem distribuição binomial e que a probabilidade de um ovo sorteado ser de baixa qualidade é p = 0,10, determine qual é a melhor proposta para o avicultor.

17) Um fabricante de peças de automóveis garante que qualquer caixa de peças conterá, no máximo, 2 peças defeituosas. Se uma caixa contém 20 peças e a experiência tem mostrado que o processo de fabricação produz 5% das peças defeituosas, qual a probabilidade de que uma caixa, escolhida ao acaso, satisfaça a garantia?

18) Suponha que um veterinário queira decidir se vai ou não aceitar um lote de vacinas. Para ajudar na decisão, ele retira uma amostra de "n" vacinas do lote e conta o número "x" de vacinas vencidas. Baseado no número de vacinas vencidas na amostras decide: se $x < a$ ele aceita o lote, mas se $x > a$ ele o rejeita (onde o valor a é fixado à priori). Suponha que a amostra seja de n = 25 vacinas, que $a = 2$ e que a v.a. X = “número de vacinas vencidas” tem distribuição binomial, de parâmetros $n = 25$ e p. Calcule a probabilidade do veterinário aceitar o lote de vacinas, assumindo:

(a) $p = 0{,}10$ (b) $p = 0{,}20$ (c) $p = 0{,}05$

19) No PABX do Campus de Pirassununga o "número de chamadas telefônicas para professores do ZAB" chega segundo uma distribuição de Poisson, com média $\lambda = 6$ chamadas/hora. Calcular a probabilidade de que numa hora cheguem:

(a) 4 ou mais chamadas.

(b) menos de 2 chamadas.

(c) no máximo 7 chamadas.

20) Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{6} + k, \text{se } 0 \le x \le 3 \\ 0, \text{caso contrario} \end{cases}$$

Calcule:

(a) o valor da constante k, para que f(x) seja uma f.d.p;

(b) $P(1 \le X \le 2)$.

(c) E(X) e Var(X).

21) Dizemos que uma variável aleatória contínua - X - tem *distribuição uniforme* no intervalo real $[\alpha; \beta]$, se a sua função densidade de probabilidade (f.d.p.) for definida como:

$$f(x) = \frac{1}{\beta - \alpha}, \quad \text{para todo } \alpha \le x \le \beta, \text{ e } \beta > \alpha$$

Com base nesta definição, mostrar que $E(X) = \dfrac{\alpha + \beta}{2}$ e que $Var(X) = \dfrac{(\beta - \alpha)^2}{12}$.

22) Dada uma v.a. uniforme X definida no intervalo entre $\alpha = 5$ e $\beta = 10$, ou seja, $X \sim U(5; 10)$, calcular:

(a) $P(X < 7)$ (b) $P(8 < X < 9)$ (c) $P(X > 8{,}5)$ (d) $P(|X-7{,}5| > 2)$

23) Supondo que $X \sim N(\mu; \sigma^2)$, encontre:

(a) $P(X \le \mu + 2\sigma)$

(b) $P(|X-\mu| \le \sigma)$

(c) o valor k, tal que $P(\mu - k\sigma \le X \le \mu + k\sigma) = 0{,}99$

24) O peso de 600 estudantes é normalmente distribuído com média 65,3 kg e desvio padrão 5,5 kg. Encontre o número de alunos com peso:

(a) Entre 60 e 70 kg. (b) Mais que 63,2 kg.

25) Uma fábrica de pneumáticos fez um teste e verificou que o desgaste de seus pneus obedecia a uma distribuição normal de média 48.000 km e desvio padrão 2.000 km. Calcular a probabilidade de um pneu escolhido ao acaso:

(a) Durar mais que 46.000 km. (b) Durar entre 45.000 e 50.000 km.

26) Supondo que o tempo de vida, em meses, dos equipamentos E_1 e E_2 tenham distribuições N(45; 9) e N(40; 36), respectivamente. Se um desses equipamentos tiver que ser usado por um período superior a 45 meses, qual deles deve ser preferido? E se o período de uso for superior a 48 meses?

27) O peso bruto de latas de conserva tem distribuição normal de média 1000g e desvio padrão 20g. O peso das latas também tem distribuição normal, mas de média 100g e desvio padrão de 10 g. Calcule a probabilidade de uma lata conter:

(a) Menos de 850g de peso líquido (b) Mais de 920g de peso líquido.

28) Uma enchedora automática de garrafas de refrigerantes está regulada para que o volume médio do líquido em cada garrafa seja de 1.000 cm^3 e o desvio padrão de 10 cm^3. Se admitirmos que a variável tem distribuição normal, calcule:

(a) A porcentagem de garrafas onde o volume de líquido é menor que 990 cm^3;
(b) A porcentagem de garrafas onde o volume de líquido não se desvia da média em mais que 2 desvios padrões;
(c) O que acontecerá com a porcentagem calculada no item (b) se a máquina for regulada de forma que a média seja 1.200 cm^3 e o desvio padrão 20 cm^3.

29) O diâmetro X de rolamentos esféricos fabricados numa indústria pirassununguense tem distribuição normal com média 6,140 mm e variância 0,625 mm^2. O preço de custo T de cada rolamento depende do seu diâmetro, e

T = R$ 0,10 se o rolamento é considerado bom [$6,10 \leq X \leq 6,18$ mm]

T = R$ 0,05 se o rolamento é recuperável [$6,08 \leq X < 6,10$ ou $6,18 < X. \leq 6,20$ mm]

T = –R$ 0,10 se a esfera é defeituosa [$X < 6,08$ ou $X > 6,20$]

Com base nessas informações, calcule:

(a) A probabilidade de um rolamento ser considerado bom, recuperável ou defeituoso.

(b) O preço médio de um rolamento, ou seja, E(T).

30) Uma indústria produz televisores e garante a restituição da quantia paga se qualquer televisor que vende apresentar algum defeito considerado grave, no prazo de 6 meses. Ela produz televisores de 20 e de 29 polegadas, com um lucro médio respectivo de R$ 100 e R$

200 se não houver restituição, e com um prejuízo de R$ 300 e R$500 se houver restituição. Suponha que o tempo (T) para a ocorrência de algum defeito grave seja, em ambos os casos, uma variável aleatória com distribuição normal, respectivamente, com médias 9 e 12 meses e desvios padrões de 2 e 3 meses.

(a) Se você tivesse que planejar uma estratégia de marketing para a empresa, você incentivaria as vendas dos aparelhos de 20 ou de 29 polegadas?

(b) Sua decisão mudaria se o prazo de garantia contra defeitos graves aumentasse de 6 para 8 meses?

31) Um avião de turismo de 4 lugares pode levar uma carga útil de 350 kg. Suponha que o peso de um passageiro tem distribuição normal com peso médio de 70 kg e desvio padrão 20 kg e que o peso da bagagem de cada passageiro tenha distribuição normal de média 12 kg e desvio padrão 5 kg. Calcular a probabilidade de:

(a) Haver sobrecarga se o piloto não pesar os quatro passageiros e suas respectivas bagagens.

(b) Que o piloto tenha de tirar pelo menos 50 kg de combustível do avião para evitar a sobrecarga.

32) Seja a v.a. $X \sim N(100,100)$. Usando a tábua de probabilidades conveniente, calcule:

(a) $P(X < 105)$ (b) $P(|X-100| < 1,3)$ (c) o valor de a, tal que $P(X > a) = 0,90$

33) A altura de 10.000 alunos de um colégio tem distribuição aproximadamente normal de média 170 cm e desvio padrão 5 cm, ou seja $X \sim N(170; 25)$. Calcule:

(a) Qual o número esperado de alunos com altura superior a 165 cm?

(b) Qual o intervalo simétrico em torno da média, que conterá 80% das alturas dos alunos? [*Dica*: obtenha *k*, tal que $P(170 - k \leq X \leq 170 + k) = 0,80$].

34) A distribuição de pesos de coelhos criados numa granja tem distribuição normal, com média de 5,0kg e desvio padrão de 0,8kg. Um abatedouro comprará 5000 coelhos e pré-tende classificá-los, de acordo com o peso, em quatro classes: como pequenos os 20% dos mais leves; como médios os 55% seguintes; como grandes os 15% seguintes e como extras os 10% mais pesados. Calcule os limites de peso para cada classe.

35) Sabe-se que a v.a. $X \sim N(\mu; \sigma^2)$ e que 28% dos valores dessa variável são superiores a 34 e 12% dos valores são inferiores a 19. Baseado nessas informações, calcule o valor da média (μ) e da variância (σ^2) da variável X.

36) Sejam X e Y duas variáveis aleatórias discretas, cuja distribuição conjunta é dada por $P(X = x;Y = y) = kxy$, para $x = 1, 3, 5$ e $y = 2, 4$.

(a) Calcule o valor de k;

(b) Apresente a distribuição conjunta de X e Y e as respectivas distribuições marginais;

(c) Calcule E(S) e Var(S) onde $S = \dfrac{X+Y}{2}$.

37) Durante uma grande exposição de animais, diversos eqüinos foram julgados por dois juizes, cujas notas (de 5 a 10) foram anotadas numa planilha. Baseado na distribuição conjunta de X (notas do juiz A) e Y (notas do juiz B), apresentada a seguir:

X \ Y	6	7	8	9
5	0,10	0,10	0	0,10
6	0	0,10	0	0,10
7	0	0,10	0,10	0,10
8	0,10	0	0,10	0

(a) Calcule E(X), E(Y) e ρ(X,Y);

(b) Com base nos resultados obtidos em (a) podemos dizer que os critérios de julgamento utilizados pelos dois juizes são bastante parecidos? Por que?

(c) Obtenha a distribuição condicional das notas do juiz B, dado que a nota do juiz A foi 7.

38) Dois cartões são selecionados aleatoriamente de uma caixa que contem cinco cartões numerados: 1, 1, 2, 2 e 3. Sejam as variáveis aleatórias X: "soma " e Y: "o maior dos dois números selecionados:

(a) Determine a função de probabilidade conjunta de X e Y.

(b) As variáveis X e Y são independentes? Por que?

(c) Obtenha a distribuição condicional de X, dado que o maior dos números selecionados foi o 2, ou seja, Y=2. A seguir, calcule *E*[X | Y=2] e *var*[X | Y = 2]

39) Supondo que X e Y sejam duas variáveis aleatórias *independentes* com as distribui-ções apresentadas a seguir, encontre a distribuição conjunta de X e Y e verifique que *cov*(X, Y) = 0.

X	1	2
f(x)	0,7	0,3

y	-2	5	8
g(y)	0,3	0,5	0,2

40) Numa comunidade em que apenas 15 casais trabalham, fez-se um levantamento onde foram obtidos os seguintes rendimentos mensais do homem (X) e da mulher (Y), expressos em números de salários mínimos:

Casal	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
X	10	10	5	10	15	10	5	15	10	5	15	15	10	10	15
Y	5	10	5	5	5	10	10	10	10	10	5	10	15	10	15

(a) Construa a distribuição de probabilidade conjunta de X e Y e *desenhe um histograma da distribuição*.

(b) Determine as distribuições marginais de X e de Y.

(c) X e Y são variáveis independentes? Justifique a resposta.

(d) Calcule *E*(X), *E*(Y), *var*(X), *cov*(X, Y) e ρ(X, Y). Explique o significado de cada valor obtido.

(e) Sabendo-se que o rendimento da mulher é igual a 10 salários mínimos, obtenha a distribuição condicional de X, sua média e sua variância.

(f) Considere a variável T igual à soma dos vencimentos do homem e da mulher. Ob-tenha a distribuição de probabilidades da v.a. T = X + Y e calcule *E*(T) e *var*(Z).

41) Suponha que as variáveis X e Y tenham a seguinte distribuição conjunta:

y	x		
	1	2	3
1	0,1	0,1	0,1
2	0,1	0,2	0,1
3	0,1	0,1	0,1

(a) Obtenha a função de probabilidade de S = X + Y, D = X − Y e V = XY e utilize essas distribuições para calcular: E(S), E(D), E(V), Var(S), Var(D) e Var(V).

(b) Calcule esses valores utilizando as propriedades relacionadas com a soma e a diferença de variáveis aleatórias.

(c) Mostre que, embora Cov(X; Y) = 0, as variáveis X e Y <u>não são independentes</u>!

RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS

1) (a)

Idade (anos)	Pm_i	f_i	f_{ri}	f_{pi}	F_i	F_{pi}
17 ├— 19	18	3	0,06	6	3	6
19 ├— 21	20	7	0,14	14	10	20
21 ├— 23	22	20	0,40	40	30	60
23 ├— 25	24	15	0,30	30	45	90
25 ├— 27	26	5	0,10	10	50	100
TOTAL		50	1,00	100		

(d) Média = 22,48 anos

$$\text{Moda} = 21 + \frac{20-7}{(20-7)+(20-15)}(2) = 22{,}44 \text{ anos}$$

$$\text{Mediana} = 21 + \frac{25-10}{20}(2) = 22{,}5 \text{ anos}$$

2) X = peso de frangos (em gramas) aos 56 dias de idade

(a) Ramo-e-folhas com ramos de 50g e folhas de 10g

```
23  34
23  566778888889999999
24  0000000111122222333 4444
24  5555888
```

Ramo-e-folhas com ramos de 20g e folhas de 10g

```
23  3
23  45
23  6677
23  8888889999999
24  00000001111
24  2222333
24  44445555
24
24  888
```

(b) Dados brutos: Média = 2405,80g, Moda = 2390g e Mediana = 2400g

(c)

Peso (g)	Pm_i	f_i	F_i	f_{ri}	f_{pi}	F_{pi}
2330 ├— 2360	2345	3	3	0,06	6	6
2360 ├— 2390	2375	10	13	0,20	20	26
2390 ├— 2420	2405	19	32	0,38	38	64
2420 ├— 2450	2435	11	43	0,22	22	86
2450 ├— 2480	2465	4	47	0,08	8	94
2480 ├— 2510	2495	3	50	0,06	6	100
TOTAL		50		1,00	100	

(d) Dados tabelados: Média = 2412,20g, Moda = 2405,88g e Mediana = 2408,95g

(e) Os resultados obtidos nos itens (b) e (d) são bastante próximos, com diferenças sempre inferiores a 1%, indicando que os resultados obtidos na tabela de frequências estimam muito bem os resultados calculados com os dados brutos.

3) X: consumo de matéria seca (em kg) de novilhos de dois anos

Consumo MS (kg)	Pm_i	f_i	F_i	f_{ri}	f_{pi}	F_{pi}
10,0 ├— 10,3	10,15	7	7	0,13	12,73	12,73
10,3 ├— 10,6	10,45	16	23	0,29	29,09	41,82
10,6 ├— 10,9	10,75	16	39	0,29	29,09	70,91
10,9 ├— 11,2	11,05	11	50	0,20	20,00	90,91
11,2 ├— 11,5	11,35	3	53	0,05	5,45	96,36
11,5 ├— 11,8	11,65	2	55	0,04	3,64	100,00
TOTAL		55		1,00		

(a) Com base na distribuição de frequências: Me = 10,71kg, Mo = 10,6kg e Md = 10,68kg

(b) Var(X) = 0,1376kg^2, DP(X) = 0,3610kg, DM(X) = 16,26/55 = 0,2956kg e CV = 3,46%

(c) Q_1 = 10,43kg; Q_2 = Md = 10,68kg; Q_3 = 10,96 kg; P_{20} = 10,37kg; P_{53} = 10,72kg e P_{95} = 11,42 kg

(d) sk = +0,30 (leve assimetria positiva ou à direita) e $g_2 = 0{,}05406/(0{,}1376)^2 = 2{,}86$ (curtose próxima ao valor 3 $\Rightarrow$ distribuição levemente achatada ou platicúrtica)

4) X = "peso ao nascer de leitões da raça Landrace";
Da distribuição de frequências: Me(X) = 1,42 kg; Mo(X) = 1,41 kg; DP(X) = 0,1022 kg

- peso acima do qual estão 80% : P_{20} = 1,33 kg
- peso acima do qual estão 50% : P_{50} = 1,41 kg
- peso acima do qual estão 20% : P_{80} = 1,51 kg
- peso acima do qual estão 05% : P_{95} = 1,60 kg
- abaixo de 1,38 kg estão 35% dos animais e
- acima de 1,26 kg estão 100 – 7,5 = 92,5% dos animais
- abaixo da moda (1,41 kg) estão 47,25% dos animais, ou seja, 38 animais
- Me(X) = 1,42 kg, DP(X) = 0,1022 kg

- $Me(X) + DP(X) = 1{,}5222 \Rightarrow j = 84{,}06\%$
- $Me(X) - DP(X) = 1{,}3178 \Rightarrow j = 17{,}68\%$
- No intervalo $[Me(X)–DP(X); Me(X)+DP(X)] = [1{,}3178; 1{,}5222]$kg estão 84,06 – 17,68 = 66,38% dos animais.

5) X = "GP diário (g) do gado leiteiro com peso vivo entre 16 e 17 arrobas".
Da distribuição de frequências: $Me(X) = 584{,}7$g; $Mo(X) = 556{,}0$g; $DP(X) = 101{,}58$g

- j = 52,5% dos animais têm peso abaixo da média
- j = 42,2% dos animais têm peso abaixo da moda
- $Me(X) + DP(X) = 686{,}28$g $\Rightarrow j = 80{,}89\%$
- $Me(X) - DP(X) = 483{,}12$g $\Rightarrow j = 19{,}33\%$
- no intervalo [483,12; 686,28]g estão 80,89 – 19,33% = 61,56% dos animais.
- $CV(X) = 17{,}4\% \Rightarrow$ pelo critério estabelecido, o rebanho não pode ser considerado homogêneo.

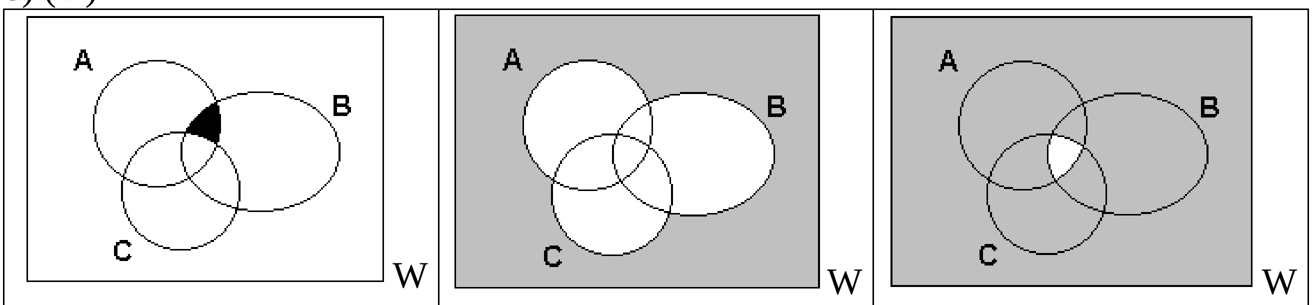
6) X = "peso de frangos enviados para abate";
$Me(X) = 1{,}91$ kg; $DP(X) = 0{,}1429$kg; $P_{20} = 1{,}79$; $P_{50} = 1{,}90$; $P_{90} = 2{,}10$ kg

Categoria	Peso (kg)
D	$X \leq 1{,}79$
C	$1{,}79 < X \leq 1{,}90$
B	$1{,}90 < X \leq 2{,}10$
A	$X \geq 2{,}10$

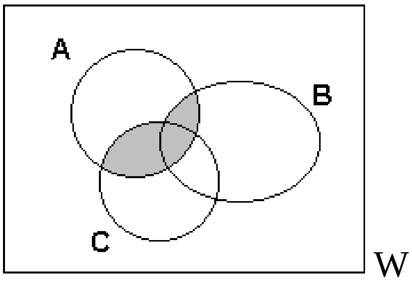
$Me(X) – DP(X) = 1{,}77$ kg $\Rightarrow j = 16{,}74\%$ dos frangos, ou seja, aproximadamente 168 frangos receberão uma ração reforçada.

7)
(a) S = { 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12);
(b) S = {MMMM, FMMM, MFMMM,MMFM, MMMF, FFMM, FMFM, ..., FFFF}
(c) C = cara e K = coroa $\Rightarrow$ S = {C, KC, KKC, KKKC, KKKKC, ...}

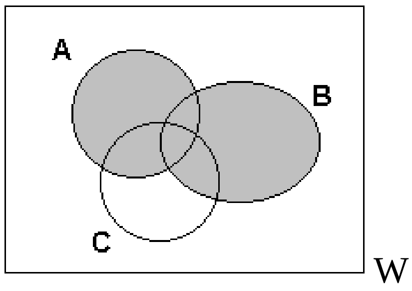
8) (i)



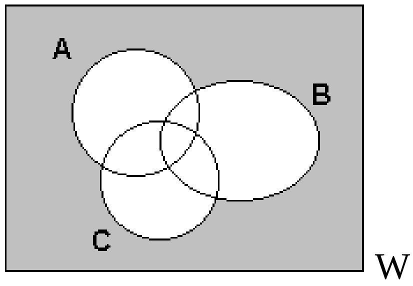
$A \cap B \cap C^c$ | $A^c \cap B^c \cap C^c$ | $(A \cap B \cap C)^c$



$A \cap (B \cup C)$



$(A \cup B) \cap W$



$(A \cup B \cup C)^c$

(ii)

(a) $A \cup B \cup C$ (b) $(A \cup B \cup C)^c$

9)

Evento	Probabilidade
+ +	(6/14)(5/13) = 0,1649
+ –	(6/14)(8/13) = 0,2637
– +	(8/14)(6/13) = 0,2637
– –	(8/14)(7/13) = 0,3077

$\Rightarrow$ P(produto positivo) = 0,4726

$\Rightarrow$ P(produto negativo) =0,5274

10) A: "o animal tem peso superior a 200kg" e B: "o animal sorteado é macho"

$P(A) = 1/4$, $P(B \mid A) = 1/2 \Rightarrow P(A \cap B) = (1/4)(1/2) = 1/8$

$P(A \mid B) = 1/4 \Rightarrow P(B) = P(A \cap B)/\ P(A \mid B) = (1/8)/(1/4) = 1/2$

(a) não são mutuamente exclusivos porque $P(A \cap B) = 1/8 \cong 0$

(b) são independentes porque $1/4 = P(A \mid B) = P(A) = 1/4$

(c) $P(A^c \mid B^c) = P(A^c \cap B^c)/P(B^c) = P(A \cup B)^c/[1 - P(B)] = [1 - P(A \cup B)]/\ [1 - P(B)]$

mas $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 5/8 \Rightarrow P(A^c \mid B^c) = (1 - 5/8)/(1 - 1/2) = 3/4 = 0{,}75$

$\Rightarrow P(A \mid B^c) = P(A \cap B^c)/P(B^c) = [P(A) - P(A \cap B)]/\ [1 - P(B)] = (1/8)/(1/2) = 1/4 = 0{,}25$

11) (usando o diagrama de árvore)

Eventos: C = chover, N = não chover; G = ganhar e P = perder

Evento	Probabilidade	
$C \cap G$	(0,40)(0,50) = 0,20	$\Rightarrow$ P(G) = 0,20 + 0,42 = 0,62
$C \cap P$	(0,40)(0,50) = 0,20	
$N \cap G$	(0,60)(0,70) = 0,42	$\Rightarrow$ P(P) = 0,20 + 0,18 = 0,38
$N \cap P$	(0,60)(0,30) = 0,18	

12) (usando o diagrama de árvore)

Evento	Probabilidade
$1\cap F$	(1/6)(20/60) = 0,0556
$1\cap M$	(1/6)(40/60) = 0,1111
$2\cap F$	(1/6)(20/60) = 0,0556
$2\cap M$	(1/6)(40/60) = 0,1111
$3\cap F$	(1/6)(20/60) = 0,0556
$3\cap M$	(1/6)(40/60) = 0,1111
$4\cap F$	(1/6)(40/60) = 0,1111
$4\cap M$	(1/6)(20/60) = 0,0556
$5\cap F$	(1/6)(30/60) = 0,0833
$5\cap M$	(1/6)(30/60) = 0,0833
$6\cap F$	(1/6)(30/60) = 0,0833
$6\cap M$	(1/6)(30/60) = 0,0833

(a) P(M) = 3(0,1111) + 0,0556 + 2(0,0833) = 0,5555 ≈ 55,6% e P(F) = 1 – P(M) = 0,4445 ≈ 44,4%

(b) P(1/F) = P(2/F) = P(3/F) = 0,1251 ≈12,5%, P(4/F) = 0,25 = 25% e P(5/F) = P(6/F) = 0,1874 ≈ 18,7%

13) (COMPLICADO... se não conseguir resolver, não tem importância)

14)
(a) n = 25; p = 0,80 (b) $P(X<3) \cong 0$ (c) $P(X<23) = 0{,}0982$ (d) E(Z) = 0 e Var(Z) = 1

15) X: número de fêmeas, X ~ Bin(n=5; p=0,20)
(a) $P(X\leq 3) = 0{,}9933$ (b) $P(X=0) = 0{,}3277$ (c) $P(X\geq 4) = 0{,}0067$ (d) $P(X=2) = 0{,}2048$

16) X: número de ovos de baixa qualidade, X ~ Bin(n; p=0,10)

Proposta A: $P(X\leq 1)=0{,}5490$ e $P(X>1)=0{,}4510$ ⇒ Preço médio por ovo = R$ 0,12

Proposta B: $P(X\leq 3)=0{,}8670$ e $P(X>3)=0{,}1330$ ⇒ Preço médio por ovo = R$ 0,14

Proposta C: $P(X=0)=0{,}1501$ e $P(X>0)=0{,}8499$ ⇒ Preço médio por ovo = R$ 0,11

⇒ a melhor proposta é a B, porque paga, em média, o maior valor por ovo.

17) X: número de peças defeituosas, X ~ Bin(n=20; p=0,05) ⇒ P(satisfazer a garantia) = $P(X\leq 2) = 0{,}9245$

18) X: número de vacinas vencidas, X ~ Bin(n=25; p). Aceitar um lote: $X \leq 2$
(a) p=0,10 ⇒ $P(X\leq 2) = 0.537094$ (b) p=0,20 ⇒ $P(X\leq 2)= 0.0982$ (c) p=0,05 ⇒ $P(X\leq 2) = 0.8729$

19) X: número de chamadas telefônicas para professores do ZAB, X ~ Poisson(λ= 6)
(a) P(X≥4) = 0,8488 (b) P(X<2) = 0.0174 (c) P(X≤7) = 0.7440

20) (a) k=1/12 (b) P(1≤X≤2)=4/12 (c) E(X) = 135/72 ≅ 1,8750; E(X^2) = 297/72 ≅ 4,1250 e Var(X) = 0,6094

22) X ~ U(a=5; β=10); (a) P(X<7)=0,40 (b) P(8<X<9) = 0,20 (c) P(X>8,5) = 0,30 (d) P(|X–7,5|>2) = 0,20

23) X ~ N(μ; σ^2)
(a) P(X ≤ μ+2σ) = P(Z≤2) = 0,9773 (b) P(|X-μ|≤σ) = P(|Z|≤1) = 0,6826
(c) P(μ–kσ ≤ X ≤ μ+kσ) = 0,99 ⇒ k = 2,57

24) X: peso de estudantes, X ~ N(μ=65,3kg; σ^2 = $5{,}5^2$ kg^2)
(a) P(60≤X≤70) = 0,6338 ⇒ ≅ 380 estudantes com peso entre 60 e 70kg
(b) P(X>63,2) = 0,6480 ⇒ ≅ 389 estudantes com peso superior a 63,2kg

25) X: tempo de duração de um pneu, X ~ N(μ=48.000; σ^2=2000^2 km^2)
(a) P(X>46.000) = 0,8413; (b) P(45.000<X<50.000) = 0,7745

26) T_i: tempo de duração do equipamento i; T_1 ~ N(45; 9) e T_2 ~ N(40; 36)
(a) P(T_1>45)=0,50 e P(T_2>45)=0,2033 ⇒ equipamento E_1 tem maior chance de durar mais de 45 meses
(b) P(T_1>48)=0,1587 e P(T_2>48)=0,0918 ⇒ o equipamento E_1 continua sendo o melhor.

27) peso bruto: B ~ N(1000g; 400g^2) peso da lata: A ~ N(100 g; 100g^2 ⇒ peso líquido: L = B–A , com distribuição normal de média μ_L = 1000–100 = 900g e variância $\sigma^2_{:L}$ = 400 + 100 = 500g^2
(a) P(X<850) = 0,0125 (b) P(X>920) = 0,1867

28) X: volume (em cm^3) do líquido em cada garrafa, X ~ N(1000; 100)
(a) P(X<990) = 0,1587 (b) P(|X–μ| < 2σ) = P(|X–1000| < 20) = 0,9546
(c) se X ~ N(1200, 400) ⇒ P(|X–μ| < 2σ) = P(|X–1200| < 40) = 0,9546 (continua a mesma!!!)

29) X: diâmetro de um rolamento esférico ⇒ X ~ N(6,14cm; 0,625cm^2)
(a) P(rolamento ser considerado bom) = P(6,10 ≤ X ≤ 6,18) = 0,0398

(b)

Rolamento	Bom	Recuperável	Defeituoso
Probabilidade	0,0398	0,0240	0,9362
Preço (T)	R$ 0,10	R$ 0,05	- R$ 0,10

⇒ Lucro médio = –R$0,088 (a empresa perde 8,8 centavos por rolamento fabricado).
30) T_i: tempo (em meses) para ocorrência de um defeito grave em um televisor do tipo i

TV	Distribuição	Lucro	Prejuízo
20 polegadas	$T_{20} \sim N(9, 4)$	R$ 100,00	R$ 300,00
29 polegadas	$T_{29} \sim N(12, 9)$	R$ 200,00	R$ 500,00

(a) garantia de 6 meses:

$P(T_{20} < 6) = 0,0668$ e $P(T_{20} \geq 6) = 0,9332 \Rightarrow$ Lucro = 0,0668(-300) + 0,9332(100) = R$ 73,28

$P(T_{29} < 6) = 0,0228$ e $P(T_{20} \geq 6) = 0,9772 \Rightarrow$ Lucro = 0,0228(-500) + 0,9772(200) = R$ 184,04

$\Rightarrow$ Incentivar a venda de aparelhos de 29 polegadas

(b) garantia de 6 meses:

$P(T_{20} < 8) = 0,3085$ e $P(T_{20} \geq 8) = 0,6915 \Rightarrow$ Lucro = 0,3085(-300) + 0,6915(100) = - R$ 23,40

$P(T_{29} < 8) = 0,0912$ e $P(T_{20} \geq 8) = 0,9088 \Rightarrow$ Lucro = 0,0912(-500) + 0,9088(200) = R$ 136,16

$\Rightarrow$ Continuar incentivando a venda de aparelhos de 29 polegadas

31) X_i: peso do passageiro i, $X_i \sim N(70kg; 400)$ e B: peso da bagagem do passageiro i, $B_i \sim N(12kg; 25)$

T: peso total de quatro passageiros e suas respectivas bagagens $\Rightarrow E(T) = 4(70+12) = 328kg$ e $Var(T) = 4(400+25) = 1700$

(a) P(haver sobrecarga) = $P(T > 350) = 0,2968$.

(b) P(haver sobrecarga com 50kg a menos de combustível) = $P(X > 400) = 0,0404$

32) $X \sim N(100,100)$

(a) $P(X<105) = 0,6915$

(b) $P(|X-100|<1,3) = P(|Z| < 0,13)= 2(0,0517) = 0,1034$

(c) $P(X>a) = 0,90 \Rightarrow a = 87.1845$

33) X: altura (em cm) de 10.000 alunos de um colégio, $X \sim N(170; 25)$

(a) $P(X>165) = 0,8413 \Rightarrow$ aproximadamente 8413 alunos com altura superior a 165cm

(b) $0,80 = P(170-k \leq X \leq 170+k) \Rightarrow k \cong 170 - 163.6 = 6,4$

34) X: peso de coelhos criados numa granja, $X \sim N(5; 0.64)$

Coelhos	Peso (X) em kg
Pequenos	$X \leq 4.327$
Médios	$4.327 < X \leq 5.540$
Grandes	$5.540 < X \leq 6.025$
Extras	$X > 6.025$

35) X ~ N(μ; σ^2) com P(X > 34)=0,28 e P(X < 19) = 0,12 $\Rightarrow$ μ = 29.0427 e σ = 8.5470 $\Rightarrow$ σ^2 = 73,0512

36) P(X=x; Y=y) = kxy, com x = 1, 3, 5 e y = 2, 4 $\Rightarrow$

(a) k = 1/36

(b)

y \ x	1	3	5	P(Y=y)
2	2/54	6/54	10/54	15/54
4	4/54	12/54	20/54	21/54
P(X=x)	6/54	18/54	30/54	1

(c)

S = (X+Y)/2	1,5	2,5	3,5	4,5
P(S=s)	2/54	10/54	22/54	20/54

E(S) = 195/54 ≅ 3,6111

E(S^2) = 741,5/54 $\Rightarrow$ Var(X) ≅ 0,6914

37) X: notas do juiz A e Y: notas do juiz B

(a) E(X) = 6,4, E(Y) = 7,6, E(XY) = 48,6, Var(X) = Var(Y) = 1,24 e cov(X, Y) = -0,04 $\Rightarrow$ ρ(X,Y) = -0,03

(b) Em média, o juiz A dá notas menores (E(X) = 6,4) que o juiz B (E(Y) = 7,6). Como o valor de ρ(X, Y) é negativo e próximo de zero, podemos dizer que existe uma *pequena* tendência de quando um juiz dar notas altas para um animal, o outro dar notas baixas.

(c)

Y/X=7	6	7	8	9
P(Y=y/X=7)	0	1/3	1/3	1/3

38) X: soma dos números sorteados e Y: o maior dos números sorteados

amostra	P(X=x,Y=y)	X	Y
(1, 1)	1/10	2	1
(1, 2)	2/10	3	2
(1, 3)	1/10	4	3
(2, 1)	2/10	3	2
(2, 2)	1/10	4	2
(2, 3)	1/10	5	3
(3, 1)	1/10	4	3
(3, 2)	1/10	5	3

(a) Distribuição conjunta de X e Y

y \ x	2	3	4	5	P(Y=y)
1	0,10	0	0	0	0,10
2	0	0,40	0,10	0	0,50
3	0	0	0,20	0,20	0,40
P(X=x)	0,10	0,40	0,30	0,20	1

(b) X e Y *não são* independentes porque 0 = P(X=3, Y=1) ≠ P(X=3)P(Y=1) = (0,40)(0,10) = 0,04.

(c)

x/Y=2	2	3	4	5
P(X=x/Y=2)	0	0,80	0,20	0

E(X/Y=2) = 3,2 e $E(X^2/Y=2) = 10,4$
$\Rightarrow$ Var(X/Y=2) = 0,16

39)

y \ x	-2	5	8	P(Y=y)
1	0,21	0,35	0,14	0,70
2	0,09	0,15	0,06	0,30
P(Y=y)	0,30	0,50	0,20	1

- Verificando que X e Y são v.a. independentes $\Rightarrow$ cov(X, Y) = 0
  E(X) = 1,3, E(Y) = 3,5 e E(XY) = 4,55 $\Rightarrow$ cov(X, Y) = 4,55 – (1,3)(3,5) = zero

40)

(a) e (b)

y \ x	5	10	15	P(X=x)
5	1/15	2/15	0	3/15
10	2/15	4/15	1/15	7/15
15	2/15	2/15	1/15	5/15
P(Y=y)	5/15	8/15	2/15	1

(c) X e Y não são independentes porque 0 = P(X=5; Y=15) $\neq$ P(X=5)P(Y=15) = (3/15)(2/15) =6/225

(d) E(X) = 160/15 $\cong$ 10,67; $E(X^2)$ = 1900/15 e Var(X) $\cong$ 12,89
E(Y) = 135/15 = 9; E(XY) = 1450/15; $E(Y^2)$ = 1375/15 e Var(Y) $\cong$ 10,67
$\Rightarrow$ cov(X, Y) = 1450/15 – (160/15)(135/15) $\cong$ 0,6667
$\Rightarrow$ $\rho(X, Y) = 0,6667/[(12,89)(10,67)]^{1/2} = 0,0568$

(e)

X/Y=10	5	10	15
P(X=x/Y=10)	0,25	0,50	0,25

E(X/Y=10) = 10; $E(X^2/Y=10) = 112,5$
Var(X/Y=10) = 12,5

(f)

T = X + Y	10	15	20	25	30
P(T=t)	1/15	4/15	6/15	3/15	1/15

E(T) = 295/15 $\cong$ 19,7
Var(T) $\cong$ 24,89

41) S = X + Y, D = X – Y, V = XY

x	y	P(X=x;Y=y)	S	D	V
1	1	0,1	2	0	1
1	2	0,1	3	-1	2
1	3	0,1	4	-2	3
2	1	0,1	3	1	2
2	2	0,2	4	0	4
2	3	0,1	5	-1	6
3	1	0,1	4	2	3
3	2	0,1	5	1	6
3	3	0,1	6	0	9

E(X) = 2; Var(X) = 0,6; E(Y) = 2; Var(Y) = 0,60; E(XY) = 4 $\Rightarrow$ cov(X, Y) = zero

(a)

s	2	3	4	5	6
P(S=s)	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

E(S) = 4 e E(S^2) = 17,2
Var(S) = 1,2

d	-2	-1	0	1	2
P(D=d)	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

E(D) = 0 e E(D^2) = 1,2
Var(D) = 1,2

v	1	2	3	4	6	9
P(V=v)	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1

E(V) = 4 e E(V^2) = 21,2
Var(V) = 5,2

(b) E(S) = E(X)+E(Y) = 2 + 2 = 4; E(D) = E(X)-E(Y) = 2 – 2 = 0
Var(S) = Var(X) + Var(Y) + 2cov(X, Y) = 0,6 + 0,6 – 0 = 1,2
Var(D) = Var(X) + Var(Y) - 2cov(X, Y) = 0,6 + 0,6 – 0 = 1,2

(c) Embora cov(X, Y) = 0, as variáveis X e Y não são independentes porque:
0,1 = P(X=1; Y=1) $\neq$ P(X=1)P(Y=1) = (0,3)(0,3) = 0,09