SCC0250 - Computação Gráfica

Prof.ª Maria Cristina

(baseada em listas anteriores preparadas por Rodrigo Contreras e Rafael Nakanishi, 2019)

Lista 2: Transformações Geométricas

1. No que consiste um espaço homogêneo, e porque se utiliza coordenadas homogêneas para especificar transformações geométricas em computação gráfica? Explique.

2. Quais as propriedades de uma transformação linear? O que diferencia as transformações lineares das transformações afins? Dê exemplos de transformações lineares e de transformações afim.

3. Quais as propriedades das transformações de corpo rígido? Dê exemplos de transformações de corpo rígido.

4. Mostre que:
   - a composição de rotações em torno de um mesmo eixo de rotação em $\mathbb{R}^2$ e em $\mathbb{R}^3$ é aditiva e comutativa, ou seja,

     $R(\theta_1) \cdot R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2) = R(\theta_2) \cdot R(\theta_1)$ com $\theta_1, \theta_2 \in [-\pi, \pi]$;
   - a composição de a composição de translações em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ é aditiva e comutativa, ou seja,

     $T(t_1) \cdot T(t_2) = T(t_1 + t_2) = T(t_2) \cdot T(t_1)$ com $t_1, t_2 \in \mathbb{R}^n, n = 2, 3$;
   - a composição de escalas em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$ é multiplicativa e comutativa, ou seja,

     $S(s_1) \cdot \mathrm{S}(s_2) = S(s_1 \,.\, s_2) = S(\mathrm{s}_2) \cdot S(\mathrm{s}_1)$ com $s_1, s_2 \in \mathbb{R}^n, n = 2, 3$;

5. Mostre que uma escala uniforme seguida de uma rotação definem um par de operações comutativas, mas que, no caso geral, escala e rotação não são operações comutativas.

6. Mostre que a matriz de transformação para uma reflexão em torno da reta $y = x$ é equivalente a uma reflexão em relação ao eixo x seguida por uma rotação anti-horária de 90º.

7. Suponha que um dado objeto 2D representado pelos pontos $\{P_1, P_2\}$ sofra a seguinte sequência de transformações:

   1. rotação de 60º em torno do ponto $\{0, 1\}$,
   2. escala uniforme de fator 3,
   3. translação para o ponto $\{3, 1\}$

   Dê a representação matricial dessa transformação composta.

8. Dê a matriz de transformação geométrica que transforma as coordenadas de um objeto dado em um sistema de coordenadas *da mão direita* para um sistema de coordenadas *da mão esquerda*. Ou seja, uma matriz que rotacione os objetos presentes em uma cena no sentido horário, para qualquer ângulo θ.

9. Dê a matriz de rotação em termo de um eixo arbitrário $P_1 P_2$ para eixos dados por: $P_1 = \{2, 2, 2\}$ e $P_2 = \{5, 5, 5\}$;

   $P_1 = \{3, 1, 4\}$ e $P_2 = \{5, -1, 2\}$

10. Dado um tetraedro T representado pelos vértices $P_1 = (2, 2, 0)$, $P_2 = (6, 2, 0)$, $P_3 = (5, 6, 0)$ e $P_4 = (4, 2, 4)$, forneça a matriz de transformações que aplicada a todos os pontos de T, leva o ponto P_1 à origem e o segmento $P_1 P_2$ sobre o eixo z positivo. Quais as coordenadas finais de P_2 e P_4?

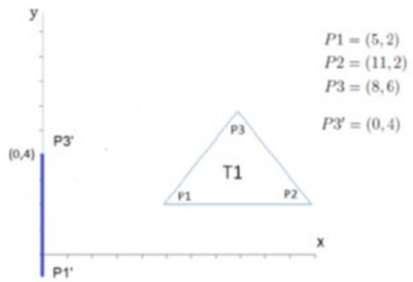
11. Considerando o objeto na Figura abaixo.

    (a) Especifique a sequência de transformações para o triângulo *T*1 que posicione o lado *P*1*P*3 em *P₁´P₃’*.

    (b) Forneça a matriz composta de transformação que reposiciona o objeto.

    (c) Forneça as coordenadas finais de P_1' e P_2' após a transformação.

    (d) Se, ao final da transformação acima, o triângulo T2 tivesse que ficar com $P_1'P_3'$ na mesma posição, mas com sua área reduzida pela metade, qual seria a matriz de transformação necessária? Quais seriam as coordenadas finais de *P*1 e *P*2?



12. As coordenadas dos vertices do tetraedro na figura abaixo são: P1 = (4,3,-5) P2 = (7,2,-5) P3 = (6,5,-5) P4 = (4,5,4). Deseja-se realizar uma transformação rígida que mova o tetraedro da configuração à esquerda de modo que ao final os pontos P1 e P3 estejam posicionados como ilustrado na configuração a direita (P1 se encontra na origem). Pergunta-se:

    (a) Qual a matriz de transformação resultante?

    (b) Quais as coordenadas finais de P2 e P4?

    (c) Forneça a matriz de transformação de rotação de 30 graus do tetraedro ao redor do eixo definido pela aresta *P*1*P*3.

    (d) Forneça as equações dos planos das quatro faces do tetraedro, bem como as suas respectivas normais.