ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PME-3554 – Introdução às Estruturas Aeronáuticas

Lista de Exercícios – Vasos de Pressão

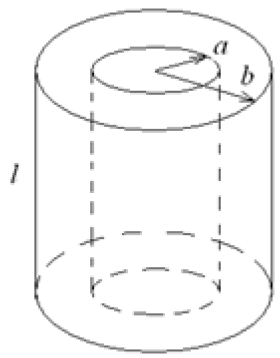
1) Considere um vaso de pressão cilíndrico de parede espessa (raio interno *a*, raio externo *b* e comprimento inicial *l*) submetido unicamente a uma pressão uniformemente distribuída de intensidade p_i *sobre a superfície interna*. Admitindo a hipótese de que as seções planas permanecerão planas após a deformação e que não haja qualquer carregamento atuando na direção longitudinal (ou seja, o vaso pode se deformar livremente na direção longitudinal), mostre que a máxima tensão de cisalhamento ($\tau_{máx}$), a variação do raio interno (Δa), a variação do raio externo (Δb) e a variação do comprimento inicial (Δl) são dados por (cf. Young & Budynas [2], Tab. 13.5, caso 1a):

$$\tau_{máx} = \frac{p_i.b^2}{b^2 - a^2}\text{, em } r = a$$

$$\Delta a = \frac{p_i.a}{E}.\left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} + \nu\right)$$

$$\Delta b = \frac{p_i}{E}.\frac{2b.a^2}{b^2 - a^2}$$

$$\Delta l = -\frac{p_i.\nu.l}{E}.\frac{2a^2}{b^2 - a^2}$$



2) Considere um vaso de pressão cilíndrico de parede espessa (raio interno *a*, raio externo *b* e comprimento inicial *l*), *de extremidades fechadas*, e submetido unicamente a uma pressão uniformemente distribuída de intensidade p_i *sobre as superfícies internas* (*incluindo suas extremidades*). Admitindo a hipótese de que as seções planas permanecerão planas após a deformação, mostre que a máxima tensão de cisalhamento ($\tau_{máx}$), a variação do raio interno (Δa), a variação do raio externo (Δb) e a variação do comprimento inicial (Δl) são dados por (cf. Young & Budynas [2], Tab. 13.5, caso 1b):

$$\tau_{máx} = \frac{p_i.b^2}{b^2 - a^2}\text{, em } r = a$$

$$\Delta a = \frac{p_i.a}{E}.\left(\frac{b^2.(1+\nu) + a^2.(1-2\nu)}{b^2 - a^2}\right)$$

$$\Delta b = \frac{p_i.b}{E}.\frac{a^2.(2-\nu)}{(b^2 - a^2)}$$

$$\Delta l = \frac{p_i . l}{E} . \frac{a^2 .(1-2\nu)}{(b^2 - a^2)}$$

3) Considere um vaso de pressão cilíndrico de parede espessa (raio interno *a*, raio externo *b* e comprimento inicial *l*) submetido unicamente a uma pressão uniformemente distribuída de intensidade p_o <u>sobre a superfície externa</u>. Admitindo a hipótese de que as seções planas permanecerão planas após a deformação e que não haja qualquer carregamento atuando na direção longitudinal (ou seja, o vaso pode se deformar livremente na direção longitudinal), mostre que a máxima tensão de cisalhamento ($\tau_{máx}$), a variação do raio interno (Δa), a variação do raio externo (Δb) e a variação do comprimento inicial (Δl) são dados por (cf. Young & Budynas [2], Tab. 13.5, caso 1c):

$$\tau_{máx} = \frac{p_o . b^2}{b^2 - a^2} \text{, em } r = a$$

$$\Delta a = -\frac{p_o}{E} . \frac{2.b^2}{(b^2 - a^2)}$$

$$\Delta b = -\frac{p_o . b}{E} . \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \nu \right)$$

$$\Delta l = \frac{p_o . \nu . l}{E} . \frac{2b^2}{(b^2 - a^2)}$$

4) Considere um vaso de pressão cilíndrico de parede espessa (raio interno *a*, raio externo *b* e comprimento inicial *l*), <u>de extremidades fechadas</u>, e submetido unicamente a uma pressão uniformemente distribuída de intensidade p_o <u>sobre as superfícies externas</u> (<u>incluindo suas extremidades</u>). Admitindo a hipótese de que as seções planas permanecerão planas após a deformação, mostre que a máxima tensão de cisalhamento ($\tau_{máx}$), a variação do raio interno (Δa), a variação do raio externo (Δb) e a variação do comprimento inicial (Δl) são dados por (cf. Young & Budynas [2], Tab. 13.5, caso 1d):

$$\tau_{máx} = \frac{p_o . b^2}{b^2 - a^2} \text{, em } r = a$$

$$\Delta a = -\frac{p_o . a}{E} . \frac{b^2 .(2-\nu)}{(b^2 - a^2)}$$

$$\Delta b = -\frac{p_o . b}{E} . \left(\frac{a^2 .(1+\nu) + b^2 .(1-2\nu)}{b^2 - a^2} \right)$$

$$\Delta l = -\frac{p_o . l}{E} . \frac{b^2 .(1-2\nu)}{(b^2 - a^2)}$$

5) Nos problemas anteriores (P.1 e P.3), relacionados a vasos de pressão sem carregamento axial, vimos que a máxima tensão de cisalhamento era dada respectivamente por:

$$\tau_{máx} = \frac{p_i . b^2}{b^2 - a^2}\text{, em } r = a \text{ (para vasos submetidos à pressão interna } p_i\text{)}$$

$$\tau_{máx} = \frac{p_o . b^2}{b^2 - a^2}\text{, em } r = a \text{ (para vasos submetidos à pressão externa } p_o\text{)}$$

Pergunta-se: é possível afirmar que no caso de um vaso de pressão (sem carregamento axial), submetido simultaneamente a uma pressão interna p_i (sobre a superfície cilíndrica interna) e a uma pressão externa p_o (sobre a superfície cilíndrica externa), a máxima tensão de cisalhamento ocorrerá também nos pontos internos do vaso? Qual seria o valor da máxima tensão de cisalhamento neste caso? É possível aplicar o princípio da superposição no cálculo de $\tau_{máx}$?

Bibliografia Recomendada:

[1] Timoshenko, S.P., Goodier, J.N., *Teoria da Elasticidade*, 3ª ed., Guanabara Dois, 1980, 545 p.

[2] Young, W.C., Budynas, R.G., *Roark´s Formulas for Stress and Strain*, 7th ed., 2002, McGraw Hill.