

CAPITAL FÍSICO

Leitura

- Weil cap. 3

Tópicos

- Introdução
- Natureza do capital
- Papel do capital na produção
- Modelo de Solow
- Regra de ouro
- Representações gráficas alternativas
- Exemplo numérico
- Relação entre investimento e poupança
- Conclusões

INTRODUÇÃO



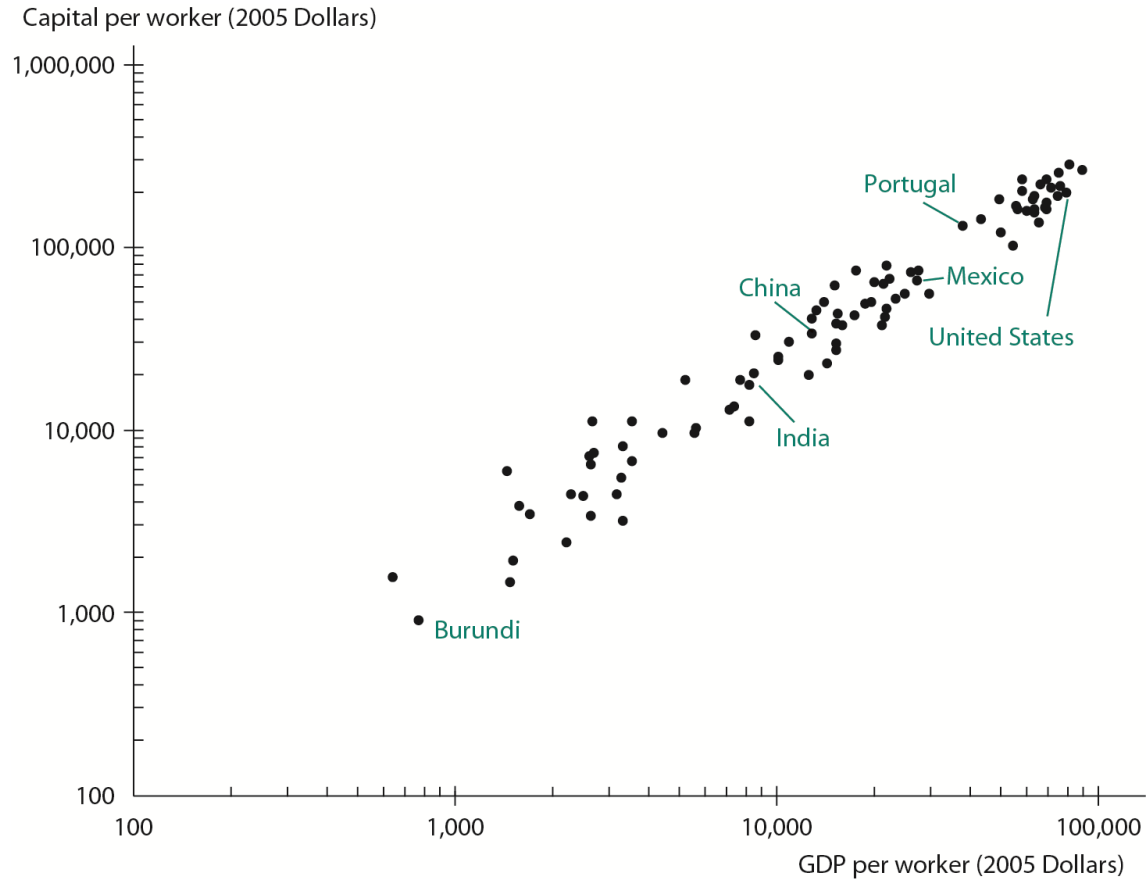
Introdução

- Capital: “ferramentas” (objetos físicos que aumentam nossa capacidade ou que trabalham para nós).
- Exemplos de capital: maquinário; edifícios; infraestrutura; veículos; computadores; etc.
- Trabalhadores com mais capital pode obter mais produto; logo, diferenças na quantidade de capital são uma explicação para as diferenças de renda entre países.

Introdução

- Em 2009, o trabalhador médio dos EUA tinha \$201.618 de capital físico para trabalhar; no México, o capital por trabalhador era de \$66.081; na Índia, o capital por trabalhador era de apenas \$17.918.

Figura 3.1 PIB por trabalhador e capital por trabalhador, 2009



Source: Calculations based on Heston et al. (2010).



NATUREZA DO CAPITAL

Natureza do capital

- Características principais do capital:
 1. Capital é produtivo.
 2. Capital é algo que foi produzido (através do investimento).
 3. Capital é rival em seu uso (ao contrário das ideias). Seu uso é limitado.
 4. Capital auferem um retorno.
 5. Capital se deprecia (devido ao sucateamento).



PAPEL DO CAPITAL NA PRODUÇÃO

Papel do capital na produção

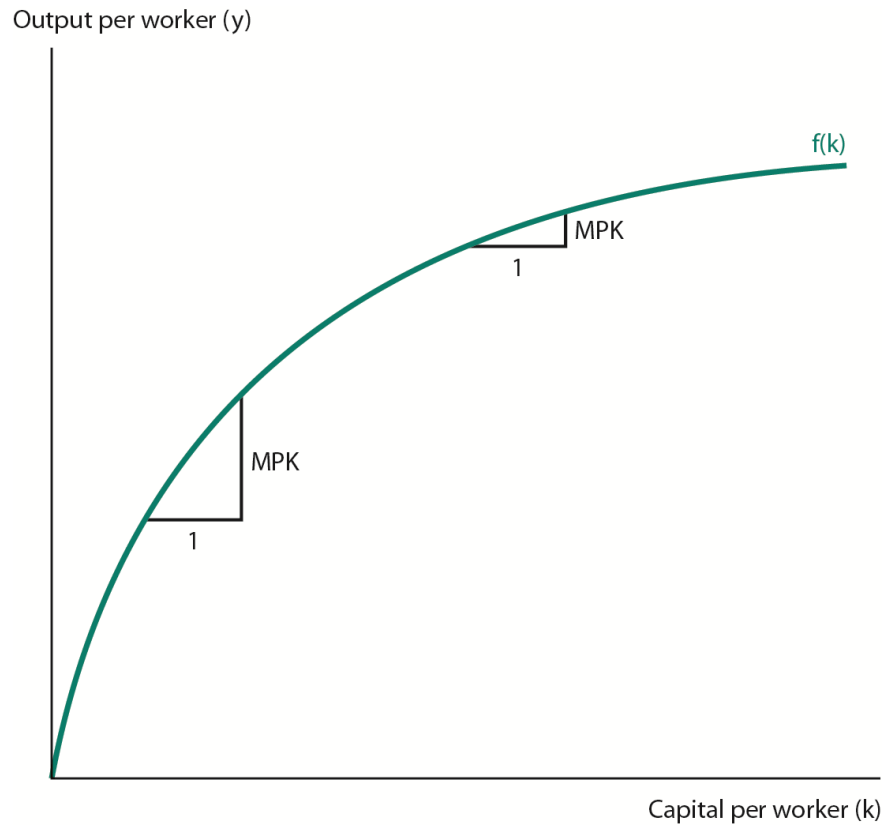
- Função de produção com dois insumos: capital e trabalho.

$$Y = F(K, L)$$

Papel do capital na produção

- Hipóteses da função de produção:
 1. Retornos constantes de escala: $F(zK, zL) = zF(K, L)$; isso implica $y = F(k, 1) = f(k)$
 2. Apresenta produto marginal decrescente: $MPK = f(k + 1) - f(k)$ diminui com o aumento de K (o que implica um aumento de k para um dado L).

Figura 3.2 Função de Produção com Produto Marginal do Capital Decrescente



Papel do capital na produção

- Função de produção Cobb-Douglas

$$Y = F(K, L) = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

- Função de produção por trabalhador (intensiva):

$$y = f(k) = Ak^\alpha$$

- Produto marginal do capital na função de produção Cobb-Douglas (para aumentos infinitesimais de k):

$$\begin{aligned} MPK &= F_K(K, L) = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = \alpha Ak^{\alpha-1} \\ &= \alpha \frac{Ak^\alpha}{k} = \alpha \frac{y}{k} = \alpha \frac{Y}{K} \end{aligned}$$

Papel do capital na produção

Pagamentos de fatores

- Economia competitiva: donos de fatores de produção recebem como remuneração seus produtos marginais (produto marginal do capital, ou *taxa de aluguel do capital*; produto marginal do trabalho, ou *salário real*).
- Montante *total* pago ao capital = taxa de aluguel do capital x quantidade total de capital ($MPK \times K$). Medido em unidades de produto.

Papel do capital na produção

- *Fração do capital na renda*: é a fração da renda nacional (Y) paga como aluguel ao capital. No caso da função Cobb-Douglas é dada por

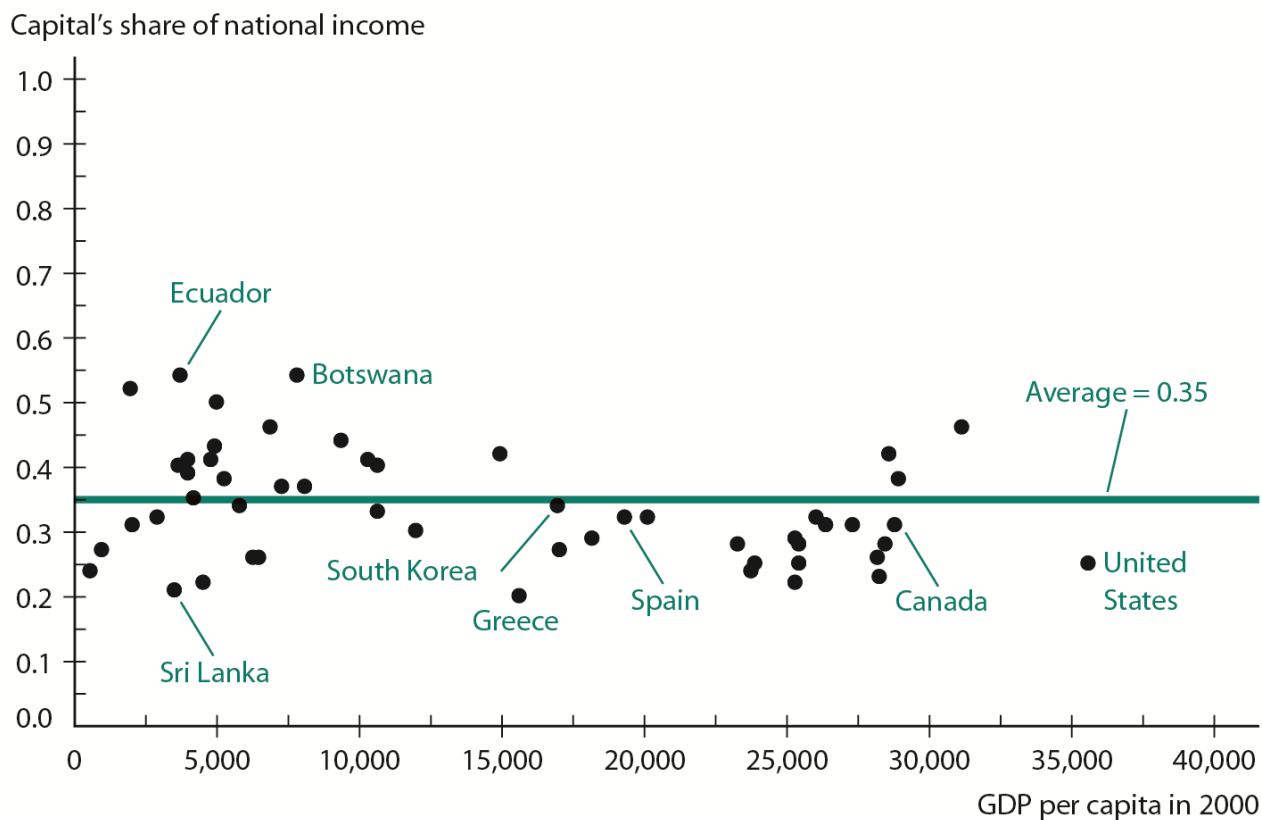
$$\frac{MPK \times K}{Y} = \frac{\alpha AK^\alpha L^{1-\alpha}}{AK^\alpha L^{1-\alpha}} = \alpha$$

- *Fração do trabalho na renda* é dada por $1 - \alpha$.

Papel do capital na produção

- O valor de α estimado em geral está próximo de $1/3$. Este é um valor médio estimado para os países do mundo. A Figura 3.3 mostra uma média de 0,35 para uma amostra de 53 países.
- Há observações aberrantes (*outliers*). Exemplos: Botsuana e Equador (0,55); Grécia (0,21).
- Nos Estados Unidos variou entre 0,25 e 0,35 desde 1935.

Figura 3.3 Fração do Capital na Renda de um Corte Transversal de Países



Source: Bernanke and Gürkaynak (2002), table 10 and note 18.

Papel do capital na produção

- Não há relação sistemática entre fração do capital na renda nacional e nível do PIB per capita. Essa observação fundamenta o uso da função de produção Cobb-Douglas.
- Não há nenhuma teoria razoável que explique por que a fração do capital na renda nacional difere entre países. O motivo pode ser erro de medida; nos dados temos uma evidência favorável a essa hipótese pela menor variação da fração para países ricos (com dados melhores) do que para países pobres.



MODELO DE SOLOW

Modelo de Solow

- Robert Solow, artigo de 1956.
- Modelo se concentra em uma dimensão: capital físico que cada trabalhador tem à sua disposição.
- Modelo descreve como o capital por trabalhador é determinado.
- Suponha uma economia fechada sem governo em que a quantidade de trabalho seja constante (igual a L) e que a função de produção não se desloca ao longo do tempo (produtividade constante).

Modelo de Solow

- Por que considerar apenas dois fatores (capital e trabalho)? A análise é mais simples; e esses são os fatores de produção mais importantes.
- Antes do século XIX tínhamos a terra em vez do capital como fator mais importante.
- A importância relativa da terra e do capital pode ser avaliada pela mudança no valor dos dois fatores. Capital e terra podem ser comprados e vendidos, logo há um valor observável.

Modelo de Solow

- Juntos, a posse da terra e do capital representam os maiores componentes da riqueza.
- A fração da riqueza total na forma de terra diminuiu muito no Reino Unido nos três últimos séculos (Tabela 3.1). Isso deve refletir uma redução dos pagamentos aos proprietários de terra em relação à remuneração dos donos de capital. Logo, há uma importância crescente do capital como fator de produção.

Tabela 3.1 Terra Agrícola como Fração da Riqueza Total no Reino Unido

1688	64%
1798	55%
1885	18%
1927	4%
1958	3%

Modelo de Solow

- Por que o capital substituiu a terra como fator de produção principal?
 1. Mudanças na tecnologia que tornaram o capital mais produtivo (novas tecnologias da Revolução Industrial e avanço na tecnologia agrícola).
 2. Mudança na composição do produto para bens produzidos com o uso do capital.

Modelo de Solow

- O surgimento do capital como fator de produção é uma característica permanente do crescimento econômico? Não necessariamente.
 - O conhecimento, as capacidades e o capital humano podem tomar o lugar do capital físico.
 - Por outro lado, a escassez dos recursos naturais pode aumentar ao longo do tempo a fração da renda nacional paga aos detentores de recursos naturais.

Modelo de Solow

- Voltemos à construção do modelo de Solow.
- A dinâmica vem da acumulação de capital (investimento líquido), que resulta de duas forças: investimento bruto (construção de capital novo) e depreciação (o sucateamento do capital antigo). Algebricamente, temos que o investimento líquido é igual ao investimento bruto menos a depreciação.

$$\Delta K = I - D$$

- Em termos por trabalhador, temos

$$\Delta k = i - d$$

Modelo de Solow

- *Determinação do investimento*: suponha que uma fração constante γ do produto seja investida. Em termos por trabalhador, o investimento bruto i é dado por

$$i = \gamma y$$

- *Determinação da depreciação*: suponha que uma fração constante δ do estoque de capital se deprecia a cada período. Em termos por trabalhador, temos

$$d = \delta k$$

Modelo de Solow

- Substituindo as duas expressões na dinâmica do capital por trabalhador, dada pelo investimento líquido, temos

$$\Delta k_{t+1} = k_{t+1} - k_t = \gamma y_t - \delta k_t$$

- Essa expressão pode ser escrita sem os índices temporais, pois não há ambiguidade. Logo, temos

$$\Delta k = \gamma y - \delta k$$

- Substituindo y pela função de produção $f(k)$, temos a dinâmica do capital por trabalhador. Essa é a equação fundamental do modelo de Solow.

Equação 3.1

$$\Delta k = \gamma f(k) - \delta k.$$

Modelo de Solow

- Equilíbrio do modelo de Solow: é chamado de estado estacionário (*steady state*). É o estado em que todas as variáveis crescem a uma taxa constante, não necessariamente igual. Aqui, temos uma taxa de crescimento nula.
- Outras possíveis traduções para o termo *steady state*: estado de equilíbrio; estado de crescimento equilibrado.

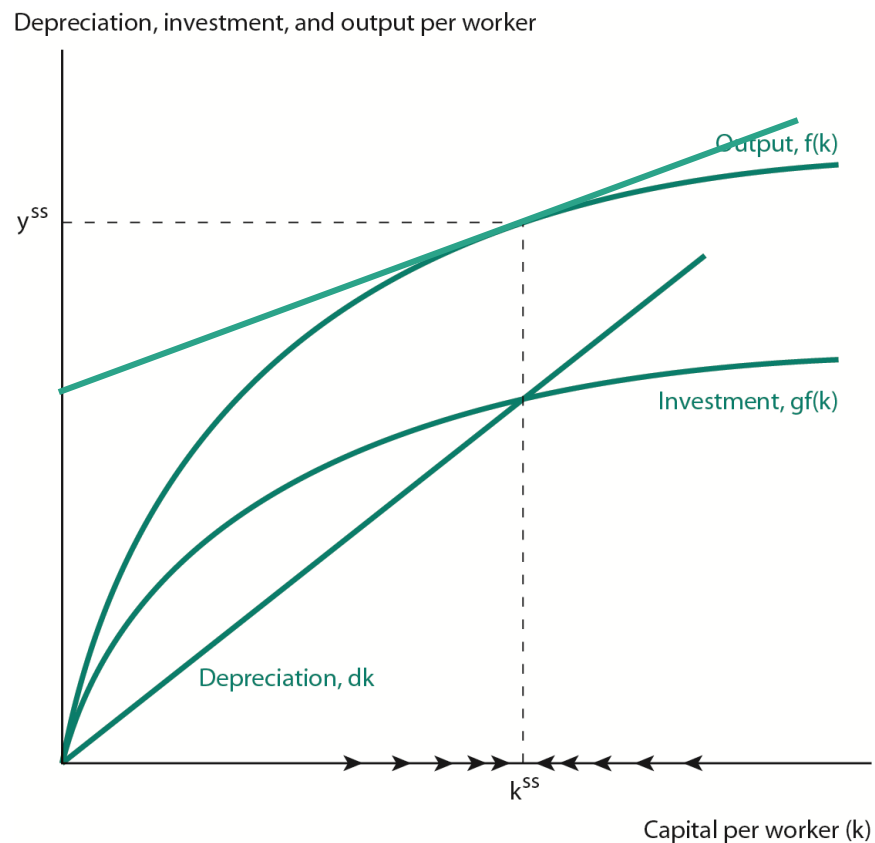
Modelo de Solow

- Segundo Solow, o horizonte de análise do crescimento econômico deve se situar entre 25 e 50 anos.
 - Algumas análises, como aquelas referentes a instituições (de Acemoglu e Robinson), podem utilizar o horizonte de 100 anos, mas isso pode fazer com que se deixe de considerar algumas variáveis importantes para o estudo do crescimento econômico (veja o artigo de Solow no *Handbook of Economic Growth*).

Modelo de Solow

- A representação gráfica do modelo de Solow mostra o estado estacionário em que o capital por trabalhador é constante (cruzamento das duas curvas). A consequência é que o produto por trabalhador também é constante. Concluimos que o equilíbrio *existe*. Além disso, é *único*.
- Observando o que ocorre fora do equilíbrio, vemos que a interação entre investimento e depreciação aponta que o equilíbrio é *estável*.

Figura 3.4 Estado Estacionário do Modelo de Solow



Modelo de Solow

- A reta que tangencia a função de produção é dada por

$$y = w + Rk$$

- Este é o Teorema de Euler (expresso em termos intensivos), consequência da hipótese de retornos de escala constantes. Ele simplesmente nos diz que todo o produto é destinado a remunerar os fatores.
- Temos também a relação com a taxa real de juros (r):

$$R = r + \delta$$

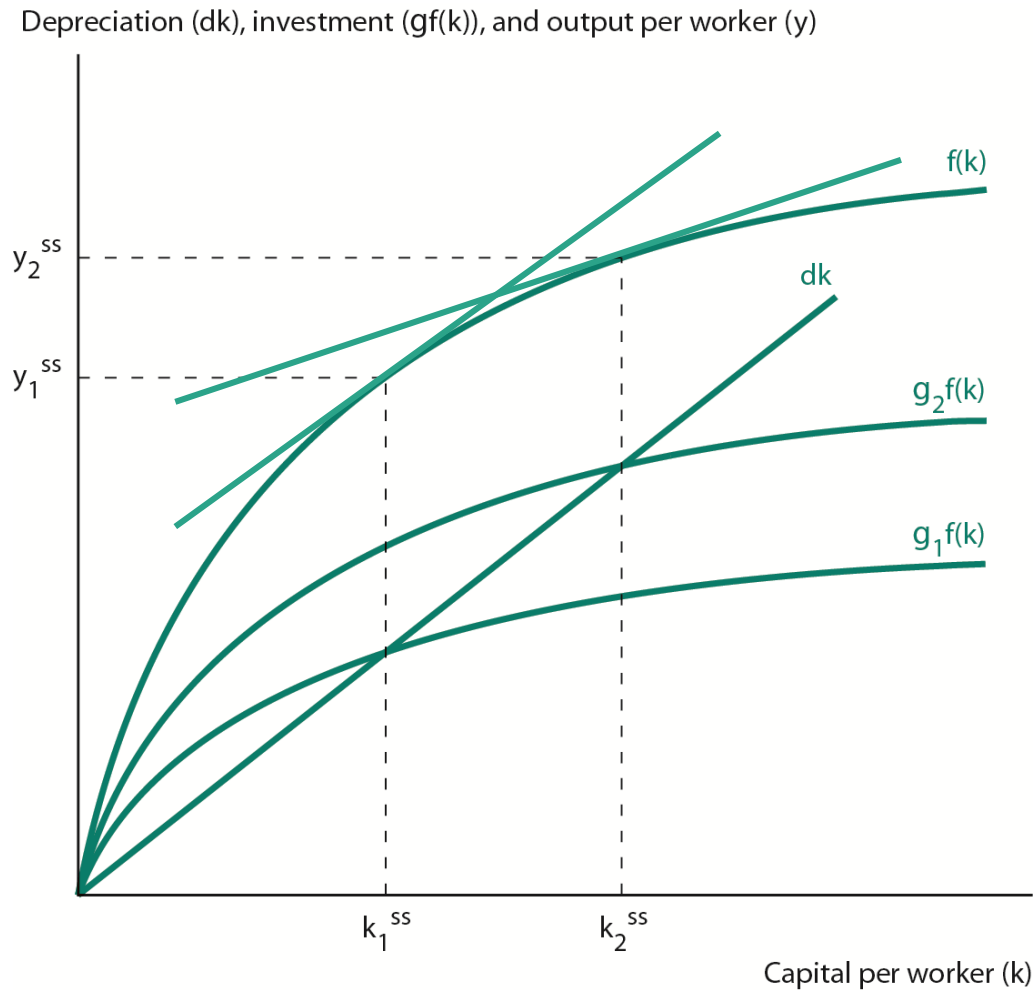
Modelo de Solow

- Daí vem que a inclinação da reta nos dá a taxa de aluguel do capital (remuneração do capital) e o intercepto nos dá o salário real (remuneração do trabalho).
- Essa reta possibilita que, para qualquer exercício de estática comparativa, seja avaliado o que acontece com a remuneração dos fatores.

Modelo de Solow

- Exercício de estática comparativa: aumenta a taxa de investimento.
- Efeitos de um aumento da taxa de investimento de γ_1 para γ_2 :
 - aumenta o capital por trabalhador;
 - aumenta o produto por trabalhador;
 - aumenta o salário real;
 - diminui a taxa de aluguel do capital;
 - diminuição da taxa real de juros.

Figura 3.6 Efeito do Aumento da Taxa de Investimento sobre o Estado Estacionário



Modelo de Solow

- Um aumento da taxa de investimento leva a um produto por trabalhador maior no estado estacionário, tal como vimos no gráfico anterior.
- A taxa de aluguel do capital é dada pela inclinação da reta tangente à função de produção.
- Um aumento do capital por trabalhador diminui a inclinação, reduzindo a taxa de aluguel do capital.
- O aluguel diminui porque o capital é mais usado relativamente ao trabalho no novo equilíbrio.

Modelo de Solow

- O ponto em que a reta tangente à função de produção corta o eixo vertical mostra o salário real.
- Um aumento do capital por trabalhador aumenta o valor do intercepto. Logo, o salário real aumenta.
- O salário real aumenta porque o trabalho é menos usado relativamente ao capital no novo equilíbrio.

Modelo de Solow

- Pode-se obter uma solução algébrica para a equação fundamental do modelo de Solow quando a função de produção é Cobb-Douglas.
- A equação fundamental do modelo de Solow é dada nesse caso pela Equação 3.2.

Equação 3.2

$$\Delta k = \gamma A k^\alpha - \delta k$$

Modelo de Solow

- Fazendo $\Delta k = 0$, temos o valor de estado estacionário do capital por trabalhador, dado por

$$k^{SS} = \left(\frac{\gamma A}{\delta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

- Um aumento da taxa de investimento leva a um capital por trabalhador maior no estado estacionário, tal como vimos no gráfico anterior.

Modelo de Solow

- Substituindo o capital por trabalhador de estado estacionário na função de produção, obtemos o produto por trabalhador de estado estacionário.

Equação 3.3

$$y^{ss} = A(k^{ss})^\alpha = A^{1/1-\alpha} \left(\frac{\gamma}{\delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Modelo de Solow

- Um aumento da taxa de investimento leva a um produto por trabalhador maior no estado estacionário, tal como vimos no gráfico.

Modelo de Solow

- O aluguel do capital é o produto marginal do capital, dado por

$$MPK = \alpha Ak^{\alpha-1}$$

- Um aumento do capital por trabalhador diminui o aluguel do capital, pois $0 < \alpha < 1$.
- O salário real é dado por

$$MPL = (1 - \alpha)Ak^{\alpha}$$

- Ocorre um aumento do salário real quando o capital por trabalhador se eleva.

Modelo de Solow

- É possível fazer outros exercícios de estática comparativa com o modelo de Solow. P. ex.: aumento da taxa de depreciação.
- Resumo dos efeitos de um aumento da taxa de depreciação: diminui o produto por trabalhador e o capital por trabalhador no estado estacionário, diminui o salário real e aumenta a taxa de aluguel do capital.

Modelo de Solow

- Podemos pensar no modelo de Solow como uma *teoria das diferenças de renda*.
- Para obtermos o ajuste do modelo aos dados, perguntamos: como as diferenças efetivas de renda entre países se comparam com as diferenças de renda previstas pelo modelo de Solow?

Modelo de Solow

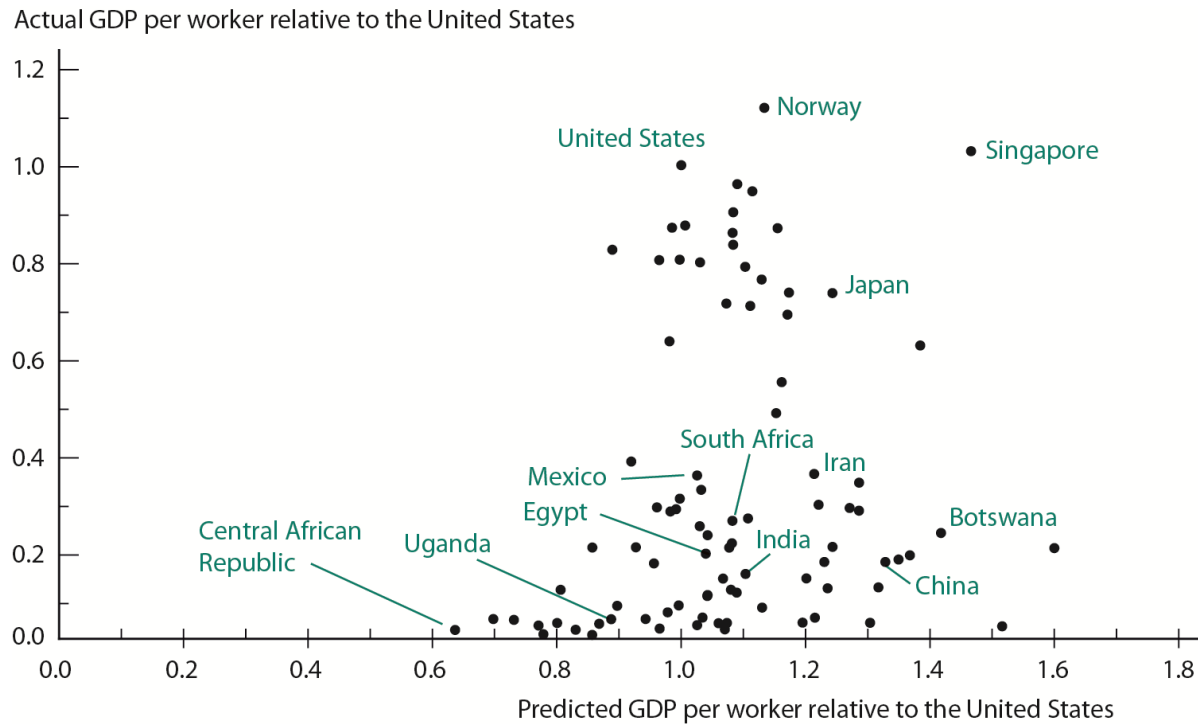
- Considere dois países i e j . Suponha que os países possuam a mesma produtividade A e a mesma taxa de depreciação δ . A única diferença entre os países está na taxa de investimento. Da Equação 3.3, temos

$$\left(\frac{y_i}{y_j}\right)^{ss} = \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_j}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Modelo de Solow

- Suponha que o país i tenha uma taxa de investimento de 20% e o país j , de 5%. Para $\alpha = 1/3$, temos que a renda relativa prevista é 2.
- É possível obter a renda relativa em relação aos EUA prevista pelo modelo de Solow para cada um dos países da amostra, considerando uma média da taxa de investimento no período 1975-2009.
- Através dos dados de renda per capita para o mesmo período, calcula-se a renda per capita relativa efetiva (em relação aos EUA).

Figura 3.7 PIB por Trabalhador Previsto versus Efetivo



Fonte: cálculos do autor usando dados de Heston, Summers e Aten (2011).

Modelo de Solow

- Se o modelo tivesse um bom ajuste, então no plano que envolve o PIB por trabalhador relativo efetivo (dados do mundo real) e o PIB por trabalhador relativo previsto (estado estacionário do modelo) teríamos todos os dados sobre uma reta de 45° .
- O gráfico mostra que o ajuste do modelo não é bom. P. ex.: República Centro Africana (63% previsto contra 1,9% efetivo).

Modelo de Solow

- Motivos para o ajuste imperfeito:
 1. Outras variáveis são necessárias para melhorar o ajuste do modelo. P. ex.: taxa de crescimento populacional, capital humano, produtividade. Em nossa análise, supusemos que todas essas variáveis eram iguais para todos os países.
 2. Os países podem não estar no estado estacionário.

Modelo de Solow

- Podemos pensar no modelo de Solow como uma *teoria das taxas de crescimento relativas*.
- Este modelo de Solow simplificado não fornece uma explicação *completa* das *taxas de crescimento*, pois no estado estacionário o crescimento é nulo. Logo, não consegue explicar o crescimento em períodos longos de tempo. Há extensões do modelo em que esse problema é resolvido.

Modelo de Solow

- A extensão mais simples é considerar que a produtividade cresce a uma taxa constante por meio de um progresso tecnológico que multiplica o trabalho. Nesse caso, o produto por trabalhador cresce também à mesma taxa. Mas não se consegue explicar nesse caso o que provocou o crescimento na economia, pois a taxa de progresso tecnológico é exógena. Ou seja, reproduz-se o que acontece na realidade sem que se consiga explicar o motivo dentro do modelo.

Modelo de Solow

- Outra extensão possível é a incorporação da utilidade dos consumidores.
- O modelo tem algo a dizer sobre taxas de crescimento *relativas* – isto é, por que alguns países crescem mais rápido que outros.
- Para isso, parte-se do pressuposto de que os países não estão no estado estacionário. O crescimento que ocorre no modelo é *transitório*, isto é, na trajetória até o estado estacionário.

Modelo de Solow

- *Convergência para o estado estacionário*: quanto mais abaixo e distante o país em relação ao estado estacionário, mais rápido ele irá crescer; quanto mais acima e distante o país em relação ao estado estacionário, mais rápido ele irá encolher.

Modelo de Solow

- Três previsões baseadas na convergência:
 1. Se dois países possuem a mesma taxa de investimento mas níveis de renda diferentes, o país com uma renda menor terá um crescimento maior.
 2. Se dois países possuem o mesmo nível de renda e taxas de investimento diferentes, então o país com uma taxa de investimento maior terá um crescimento maior.

Modelo de Solow

3. Um país que aumenta seu nível de investimento irá experimentar um aumento na sua taxa de crescimento da renda.

Modelo de Solow

- Essas previsões valem somente se não houver outras diferenças entre países na produtividade e nos demais determinantes do estado estacionário.
- O mesmo padrão geral de previsões surge do modelo de Solow quando levamos em conta outros determinantes da renda de estado estacionário. P. ex.: capital humano.

REGRA DE OURO

Regra de ouro

- O equilíbrio de *estado estacionário* é dado por $\Delta k = 0$. Substituindo a condição de equilíbrio do modelo, vem

$$\gamma f(k^{SS}) = \delta k^{SS}$$

- Temos que nesta economia fechada, produto é igual a consumo mais investimento. Daí vem, considerando o estado estacionário, que

$$y = c + i$$

$$f(k^{SS}) = c + \gamma f(k^{SS})$$

- Substituindo a condição de equilíbrio, vem

$$f(k^{SS}) = c + \delta k^{SS}$$

$$c^{SS} = f(k^{SS}) - \delta k^{SS}$$

Regra de ouro

- O *consumo de estado estacionário* será *máximo* se

$$\frac{\partial c^{ss}}{\partial k^{ss}} = f'(k^{ss}) - \delta = 0$$

o que implica

$$f'(k^{GR}) = \delta$$

O estoque de capital associado ao consumo máximo é conhecido como estoque de capital de *regra de ouro*, que chamamos de k^{GR} . Esse ponto é o estoque de capital (dentre todos os estoques de capital de estado estacionário) que produz o máximo de consumo. A garantia de que esse é um ponto de máximo é dada por

$$\frac{\partial^2 c^{ss}}{\partial k^{ss2}} = f''(k^{ss}) < 0$$

Regra de ouro

- A *taxa de poupança associada ao ponto de regra de ouro* no caso específico de uma função Cobb-Douglas é dada por α , a fração da renda que remunera o capital. Temos

$$c^{SS} = f(k^{SS}) - \delta k^{SS}$$

$$(1 - \gamma)f(k^{SS}) = f(k^{SS}) - \delta k^{SS}$$

$$(1 - \gamma)f(k^{SS}) = f(k^{SS}) - f'(k^{SS})k^{SS}$$

$$\gamma f(k^{SS}) = f'(k^{SS})k^{SS}$$

$$\gamma = \frac{f'(k^{SS})k^{SS}}{f(k^{SS})} = \alpha$$

Regra de ouro

- A *taxa de aluguel do capital associada ao ponto de regra de ouro GR* é dada por

$$R_{GR}^{SS} = \delta$$

- A taxa de aluguel do capital é igual à taxa real de juros r mais a taxa de depreciação, ou seja

$$R = r + \delta$$

- Daí temos que a *taxa real de juros associada ao ponto de regra de ouro GR* é dada por

$$r_{GR}^{SS} = 0$$

- Não há nada que leve uma economia automaticamente para um ponto de regra de ouro. Se isso ocorrer, é algo raro.

Regra de ouro

- Se nos lembrarmos da definição de estoque de capital de regra de ouro, temos que:
 1. se o capital for *menor* que o capital de regra de ouro ($f'(k^{SS}) > \delta$), teremos que um aumento da taxa de poupança *eleva* o consumo por trabalhador no longo prazo (corresponde a $\gamma < \alpha$);
 2. se o capital for *igual* ao capital de regra de ouro ($f'(k^{SS}) = \delta$), o impacto da taxa de poupança sobre o consumo no longo prazo será *nulo* (corresponde a $\gamma = \alpha$);
 3. se o capital for *maior* do que o capital de regra de ouro ($f'(k^{SS}) < \delta$), então um aumento da taxa de poupança *diminui* o consumo por trabalhador no longo prazo (corresponde a $\gamma > \alpha$).

Regra de ouro

- Resultado mais comum no mundo real: se o capital for *menor* que o capital de regra de ouro ($f'(k^{SS}) > \delta$), teremos que um aumento da taxa de poupança *eleva* o consumo por trabalhador no longo prazo (corresponde a $\gamma < \alpha$).
 - Temos que $\alpha = \frac{1}{3} \cong 33\%$. Os dados do mundo real mostram que normalmente a taxa de investimento em uma economia é inferior a esse percentual.
 - Logo, em uma situação normal verificada no mundo real, uma economia cresce e o consumo por trabalhador aumenta.



É possível obter duas representações gráficas alternativas do modelo de Solow-Swan. Elas permitem visualizar aspectos não contemplados na representação gráfica tradicional.

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS ALTERNATIVAS

Representação alternativa 1

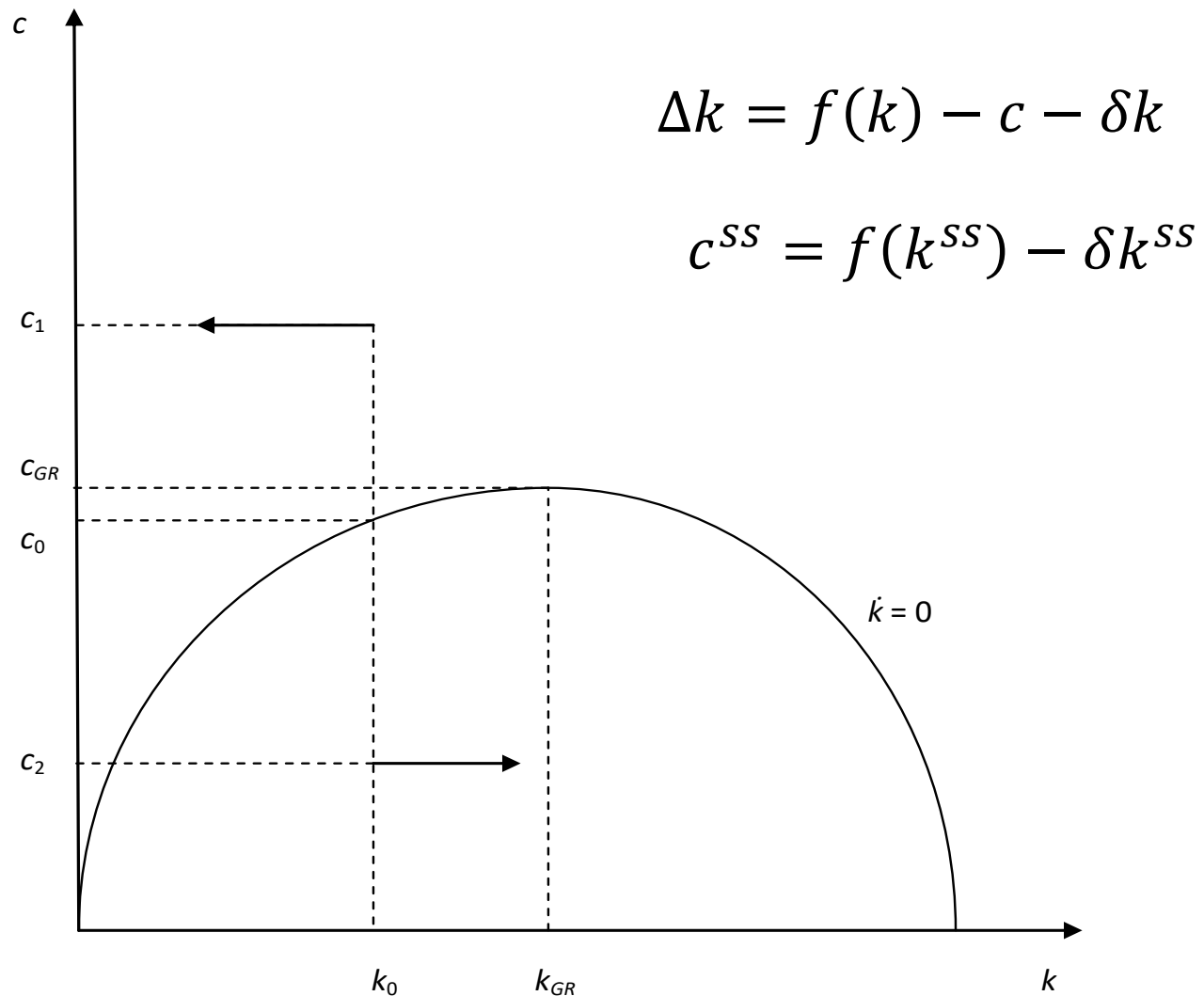
- A seguir, vemos uma representação gráfica alternativa do modelo de Solow que permite visualizar claramente o comportamento do consumo.
- A representação alternativa parte do sistema visto anteriormente, dado por

$$\Delta k = f(k) - c - \delta k$$

$$c = (1 - \gamma)f(k)$$

- A dinâmica do capital pode ser vista no gráfico a seguir, com as setas obtidas a partir da equação.

Dinâmica do capital

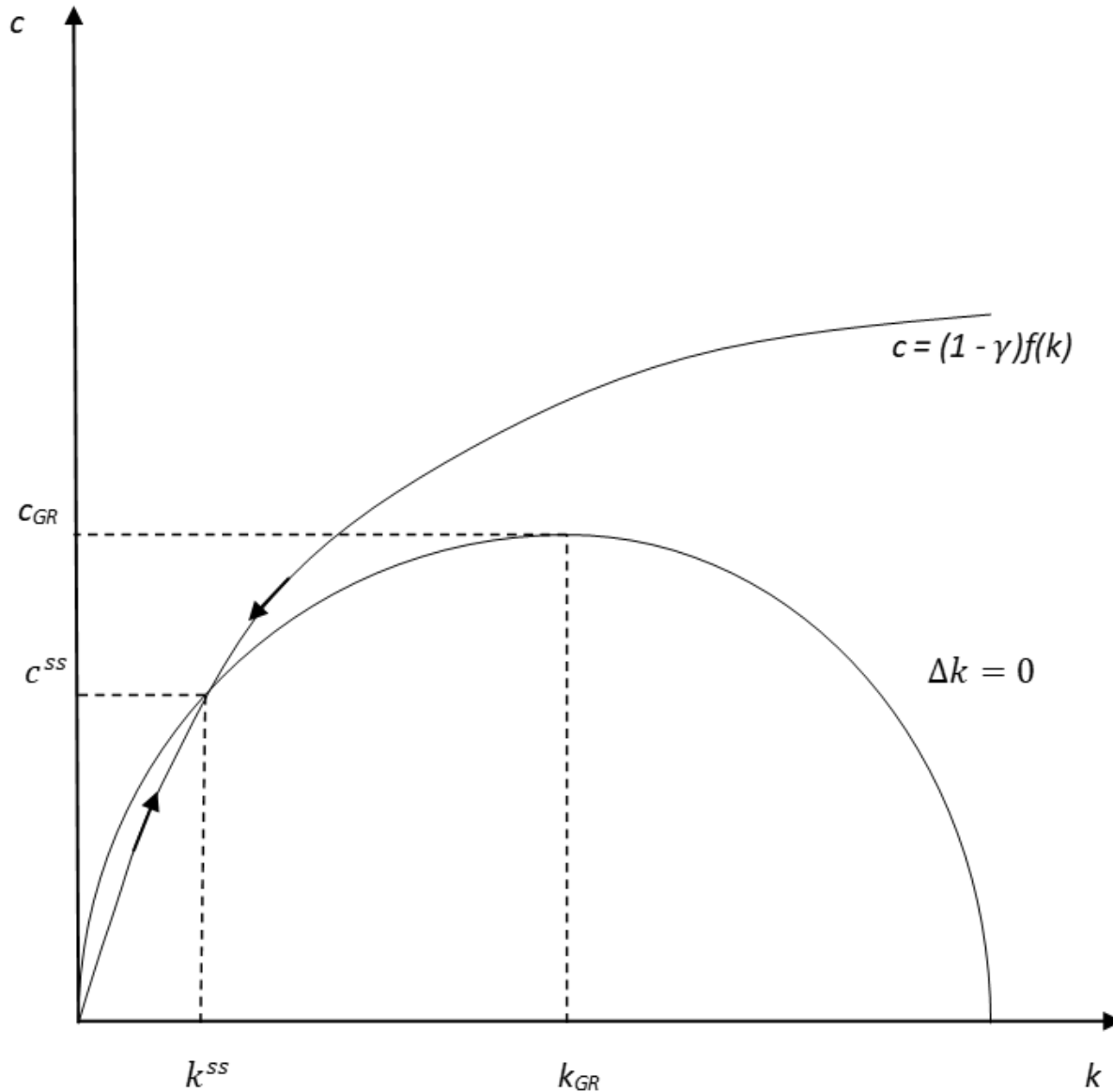


Dinâmica do capital no modelo de Solow-Swan

Representação alternativa 1

- A função consumo é válida em qualquer instante.
- Levando em conta a dinâmica do capital e a função consumo, o modelo apresenta uma trajetória rumo ao equilíbrio exatamente sobre a função consumo.
- Ilustramos graficamente esse resultado a seguir, supondo que o estoque de capital por trabalhador de estado estacionário k^{SS} esteja abaixo do nível de regra de ouro k^{GR} .

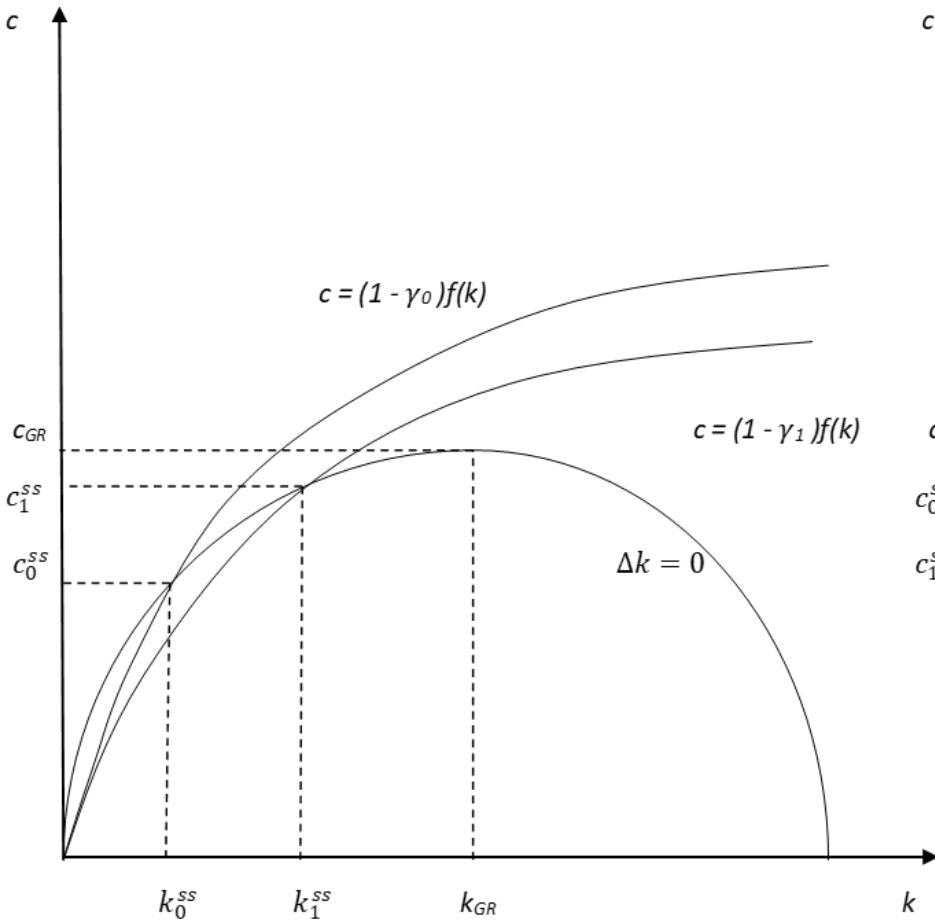
Representação alternativa 1



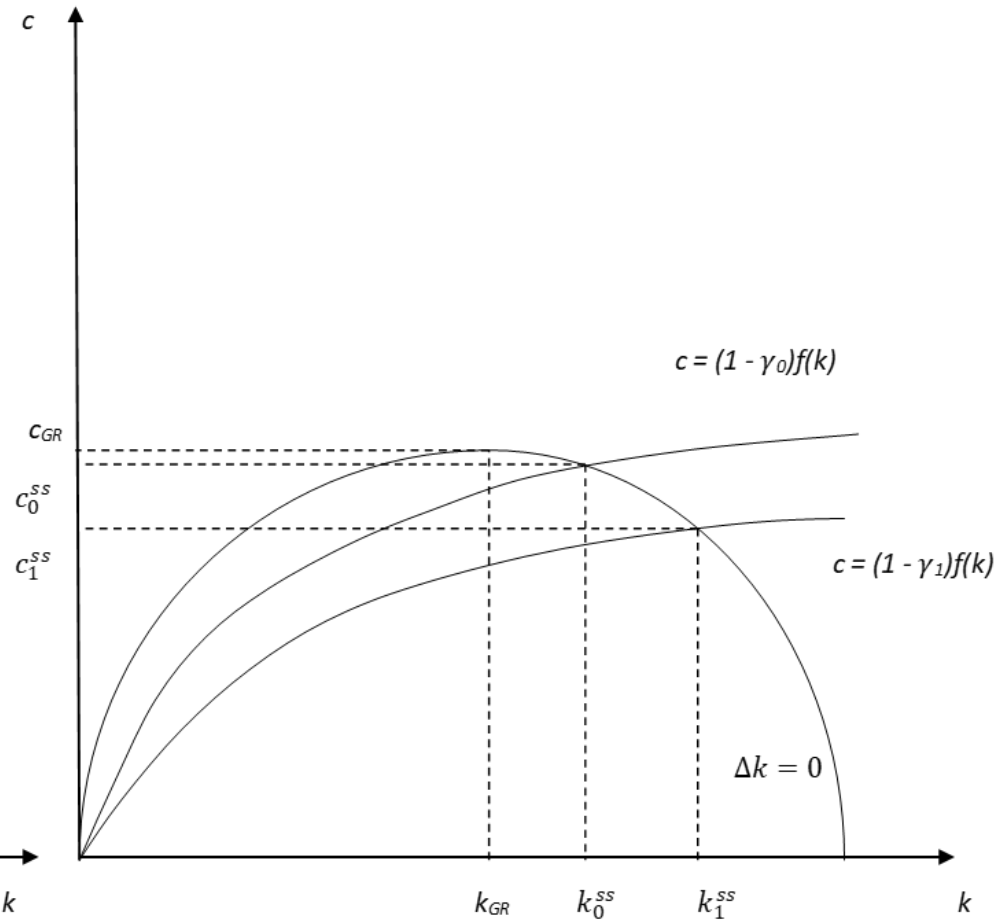
Representação alternativa 1

- Os efeitos de um aumento da taxa de poupança ficam mais claros nessa representação alternativa.
- Nos dois gráficos a seguir, temos:
 1. se a economia se encontra inicialmente à esquerda do estoque de capital de regra de ouro, então um *aumento* da taxa de poupança leva a um *aumento* do consumo e do produto, ambos em termos por trabalhador;
 2. se a economia estiver à direita do estoque de capital de regra de ouro, então um *aumento* da taxa de poupança leva a uma *diminuição* do consumo e um *aumento* do produto, ambos em termos por trabalhador.

Aumento da taxa de poupança



Aumento da taxa de poupança no modelo de Solow-Swan
(à esquerda do estoque de capital de regra de ouro)



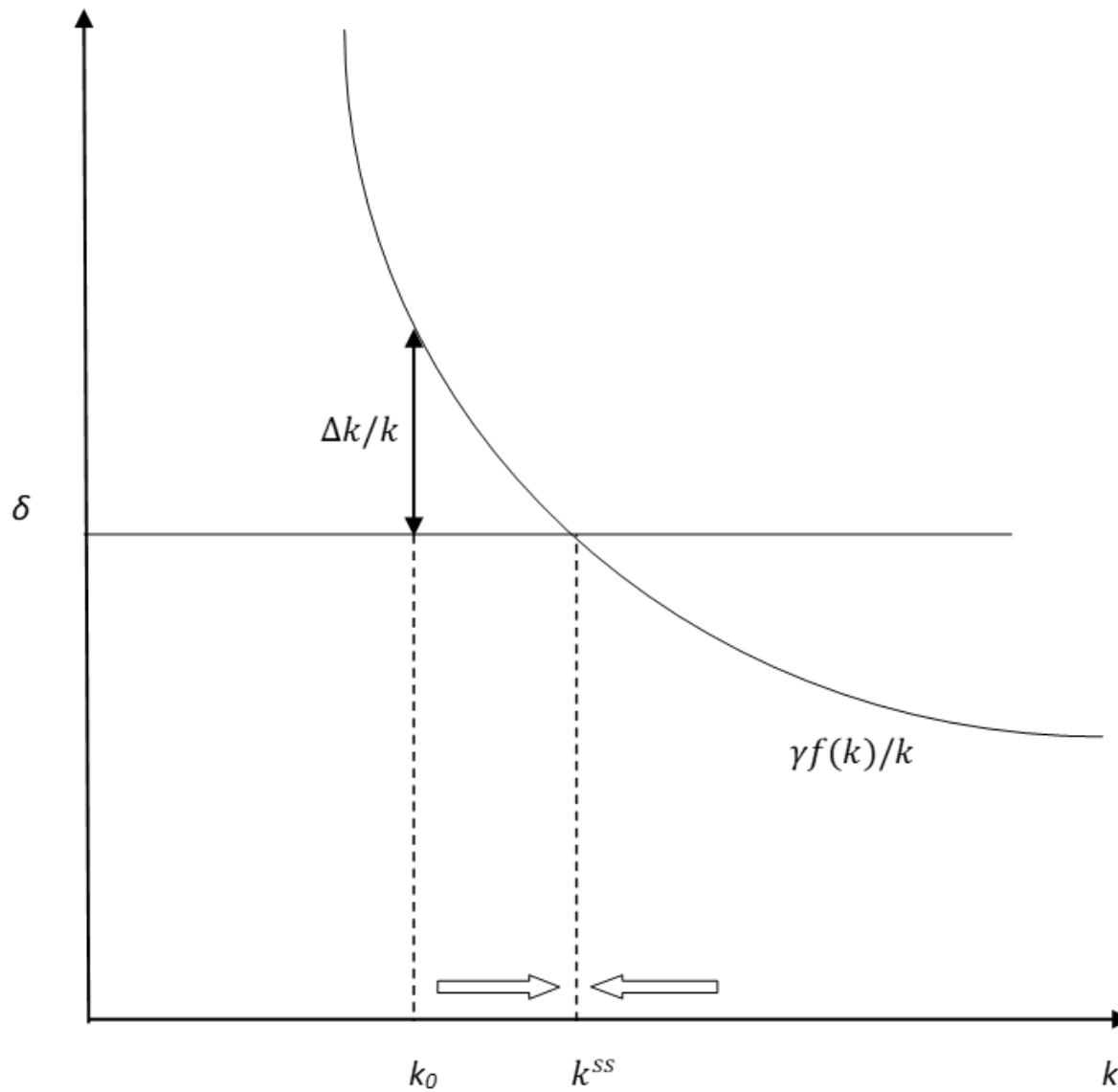
Aumento da taxa de poupança no modelo de Solow-Swan
(à direita do estoque de capital de regra de ouro)

Representação alternativa 2

- O modelo de Solow pode também ser representado de outra forma ao dividir-se o investimento líquido pelo capital por trabalhador, o que produz

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\gamma f(k)}{k} - \delta$$

Representação alternativa 2



Representação alternativa 2

- A virtude dessa representação gráfica é a visualização da taxa de crescimento do capital (no ponto k_0 do gráfico a seguir) que, na função Cobb-Douglas, guarda uma relação direta com a taxa de crescimento do produto. Logo, temos

$$\frac{\Delta y}{y} = \alpha \frac{\Delta k}{k}$$

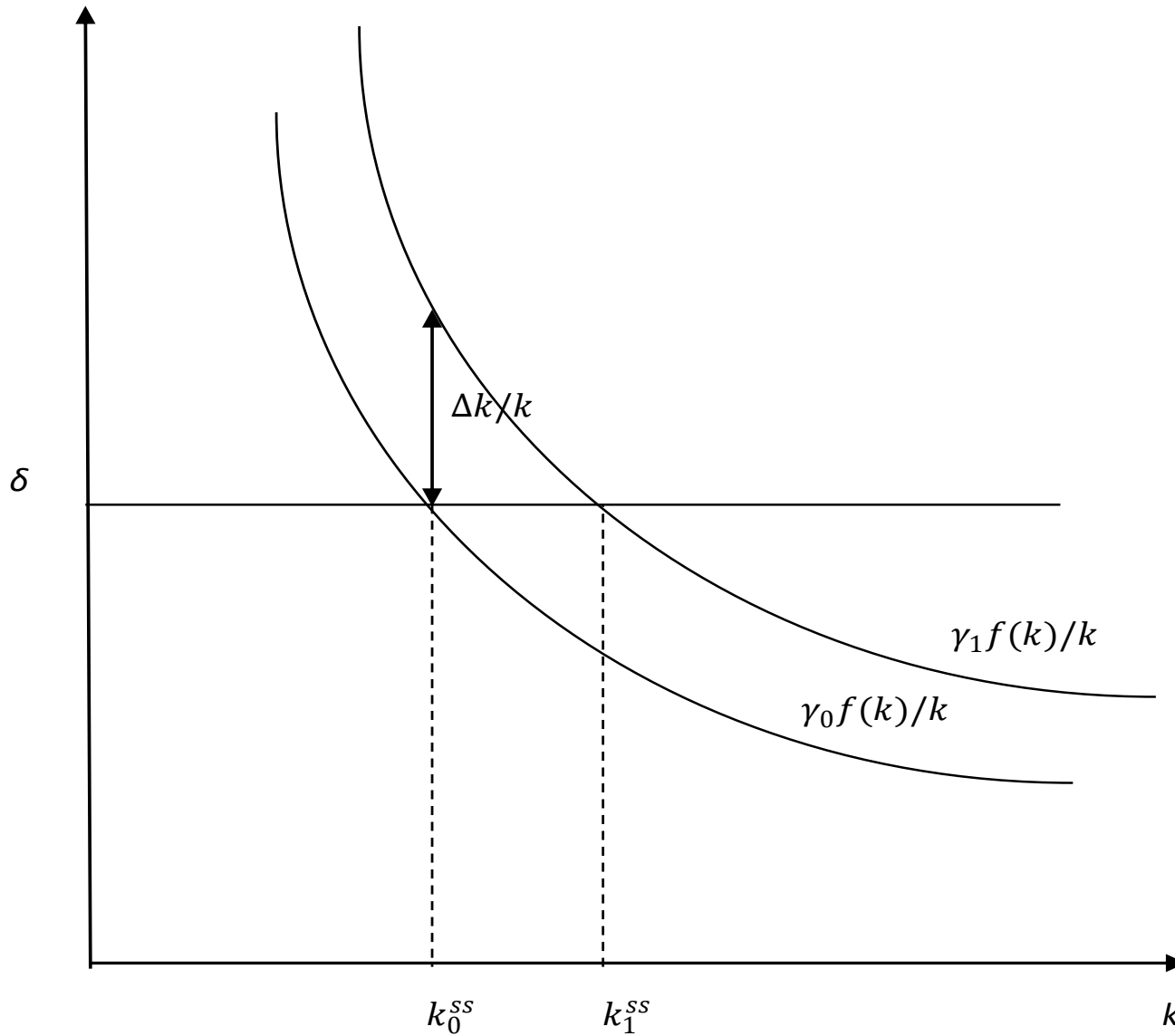
Representação alternativa 2

- Fica claro no caso de países com parâmetros *semelhantes* que os países em desenvolvimento apresentam uma taxa de crescimento *maior* que a dos países desenvolvidos. Esta é uma proposição testável conhecida tecnicamente como *convergência* e foi testada inicialmente por William J. Baumol. Esta convergência na forma estrita é conhecida como *convergência absoluta*.
- A convergência que *independe* da semelhança dos parâmetros é uma forma de convergência mais fraca conhecida como *convergência condicional*. Ela coloca que cada país vai convergir para seu próprio equilíbrio.

Representação alternativa 2

- O gráfico a seguir mostra o efeito de um aumento da taxa de investimento sobre o modelo, o que desloca a curva para cima e aumenta a taxa de crescimento do capital por trabalhador e do produto por trabalhador na trajetória rumo ao estado estacionário.

Aumento da taxa de poupança



Solução numérica do modelo

- Dinâmica do capital:

$$\Delta k = \gamma f(k) - \delta k$$

- No equilíbrio de longo prazo (estado estacionário ou *steady state*), temos

$$\gamma f(k^{ss}) = \delta k^{ss}$$

- Suponha que a função de produção seja Cobb-Douglas, com $y = Ak^\alpha$.
- Suponha que $A = 2$, $\alpha = 1/3$, $\gamma = 0,2$, $\delta = 0,05$.
- Vamos calcular a seguir os valores de estado estacionário das variáveis principais.

Solução numérica do modelo

- Cálculo do capital por trabalhador:

$$k^{SS} = \left(\frac{\gamma A}{\delta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

$$k^{SS} = \left(\frac{0,2 \times 2}{0,05} \right)^{1/(1-(1/3))}$$

$$k^{SS} = 22,627$$

Solução numérica do modelo

- Cálculo do produto por trabalhador:

$$y^{ss} = A(k^{ss})^\alpha$$

$$y^{ss} = 2 \times (22,627)^{(1/3)}$$

$$y^{ss} = 5,657$$

Solução numérica do modelo

- Cálculo do consumo por trabalhador:

$$c^{SS} = (1 - \gamma)y^{SS}$$

$$c^{SS} = (1 - 0,2) \times 5,657$$

$$c^{SS} = 4,525$$

Solução numérica do modelo

- Cálculo da taxa de aluguel do capital:

$$R^{SS} = \alpha A (k^{SS})^{\alpha-1} = \alpha \frac{y^{SS}}{k^{SS}}$$

$$R^{SS} = \left(\frac{1}{3}\right) \frac{5,657}{22,627}$$

$$R^{SS} = 0,083 = 8,3\%$$

Solução numérica do modelo

- Cálculo da taxa real de juros:

$$R^{SS} = r^{SS} + \delta$$

$$r^{SS} = R^{SS} - \delta$$

$$r^{SS} = 0,083 - 0,050$$

$$r^{SS} = 0,033 = 3,3\%$$

Solução numérica do modelo

- Cálculo do salário real:

$$w^{SS} = f(k^{SS}) - f'(k^{SS})k^{SS}$$

$$w^{SS} = (1 - \alpha)y^{SS}$$

$$w^{SS} = \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)\right) \times 5,657$$

$$w^{SS} = 3,771$$



RELAÇÃO ENTRE INVESTIMENTO E POUPANÇA

Relação entre investimento e poupança

- Por que as taxas de investimento diferem entre países?
 1. Como e por que as taxas de poupança diferem entre países?
 2. O montante de investimento em um país está relacionado à poupança do país? Ou os fluxos internacionais de capitais tornam a quantidade de poupança em um dado país irrelevante (ou não muito relevante) na determinação do montante de investimento ali?

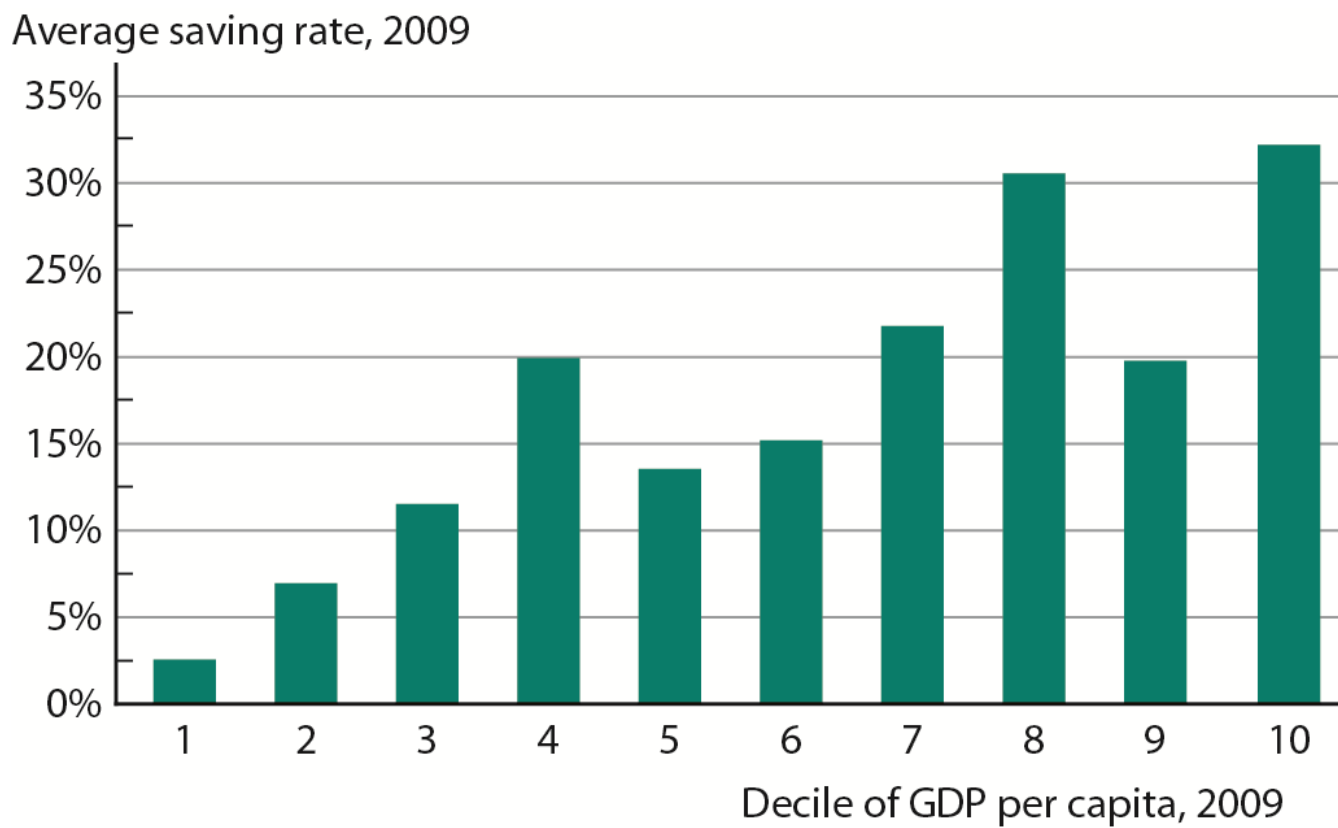
Relação entre investimento e poupança

- O determinante mais significativo da taxa de investimento de um país é sua própria taxa de poupança. Os fluxos internacionais de investimento podem ser importantes apenas em alguns momentos.
 - Detalhes no cap. 11.
- Podemos pensar na taxa de poupança como tendo o mesmo efeito sobre o produto que a taxa de investimento (pelo modelo de Solow).

Relação entre investimento e poupança

- Figura 3.8 mostra a relação entre taxas de poupança e a renda per capita em uma amostra de 188 países.
- Os países são classificados de acordo com sua renda per capita em 2009.
- Então a taxa média de poupança é calculada para cada decil.

Figura 3.8 Taxa de Poupança por Decil de Renda per Capita



Relação entre investimento e poupança

- Ponto principal da Figura 3.8: *há uma relação forte entre poupança e renda per capita.*
- Relação decorre de dois resultados anteriores:
 - Pelo modelo de Solow, alta taxa de investimento leva a alta renda per capita.
 - Pelo cap. 11, taxa de investimento está intimamente relacionada à taxa de poupança.

Relação entre investimento e poupança

- O que determina as taxas de poupança?
- Explicação pode considerar dois caminhos:
 - Poupança como variável exógena.
 - Poupança como variável endógena.

Relação entre investimento e poupança

- *Poupança como variável exógena:*
 - taxas de poupança diferem entre países por motivos não relacionados à renda per capita;
 - as diferenças nas taxas de poupança levam a diferenças nas taxas de investimento;
 - as diferenças nas taxas de investimento levam, através do modelo de Solow, a diferenças no nível de renda per capita.

Relação entre investimento e poupança

- Por que as taxas de poupança diferem entre países?
 - Há muitos determinantes fundamentais do crescimento econômico que exercem seu efeito inicial sobre o crescimento ao afetar a taxa de poupança: política pública, desigualdade de renda, cultura e geografia.

Relação entre investimento e poupança

- A política pública pode aumentar a taxa de poupança através de:
 1. Poupança pública: diferença entre arrecadação e gastos.
 2. Previdência social em um sistema de capitalização (Chile, seguido por Argentina, Bolívia, Colômbia, México, Peru e Uruguai).

Relação entre investimento e poupança

3. Poupança compulsória (Cingapura): parcela dos salários; destinada a aposentadoria, gastos médicos e compra da casa própria.
4. Propaganda que encoraja a poupança (Japão): pôsteres em trens e templos; anúncios de jornais; cinemas; programas de rádio; educação infantil; bancos especiais para crianças em escolas.

Relação entre investimento e poupança

- A Figura 3.8 serve como evidência empírica de que o modelo de Solow está certo apenas no caso da poupança como variável exógena.

Relação entre investimento e poupança

- *Poupança como variável endógena*: taxa de poupança é afetada pela renda.
- Alguns podem argumentar que os países poupam mais porque são ricos, mas uma poupança maior não torna um país rico. Neste caso extremo, estes economistas não acreditam que o capital possa ser um insumo importante para a produção.

Relação entre investimento e poupança

- Mas a maioria dos economistas está convencida que a poupança e a acumulação de capital desempenham um papel significativo no crescimento.

Relação entre investimento e poupança

- Argumentos para o efeito da renda sobre a poupança (poupança endógena):
 1. Pessoas dos países pobres não conseguem poupar por viver no nível de subsistência, e por isso não podem reduzir seu consumo presente a fim de poupar para o futuro.
 - Argumento plausível para países mais pobres (Uganda, com renda per capita de \$1.152); falha no caso dos países um pouco mais ricos (Paquistão, com renda per capita de \$2.353).

Relação entre investimento e poupança

2. A decisão de poupar em vez de consumir representa uma escolha voluntária entre satisfação presente e futura. Logo, uma pessoa que não se preocupa muito com o futuro não poupa.
- Pode haver outros motivos para a existência de poupança endógena.

Relação entre investimento e poupança

- É intuitivo para algumas pessoas que países pobres apresentam naturalmente taxas de poupança mais baixas em relação a países mais ricos.
- Qualquer que seja o motivo, temos que perguntar quais as implicações da poupança endógena para o modelo de Solow.

Relação entre investimento e poupança

- Suponha uma economia fechada (não há fluxos de investimento entre países). Logo, taxa de investimento é igual à taxa de poupança ($\gamma = s$).
- Suponha que a equação fundamental do modelo de Solow seja válida aqui, com

$$\Delta k = \gamma f(k) - \delta k$$

Relação entre investimento e poupança

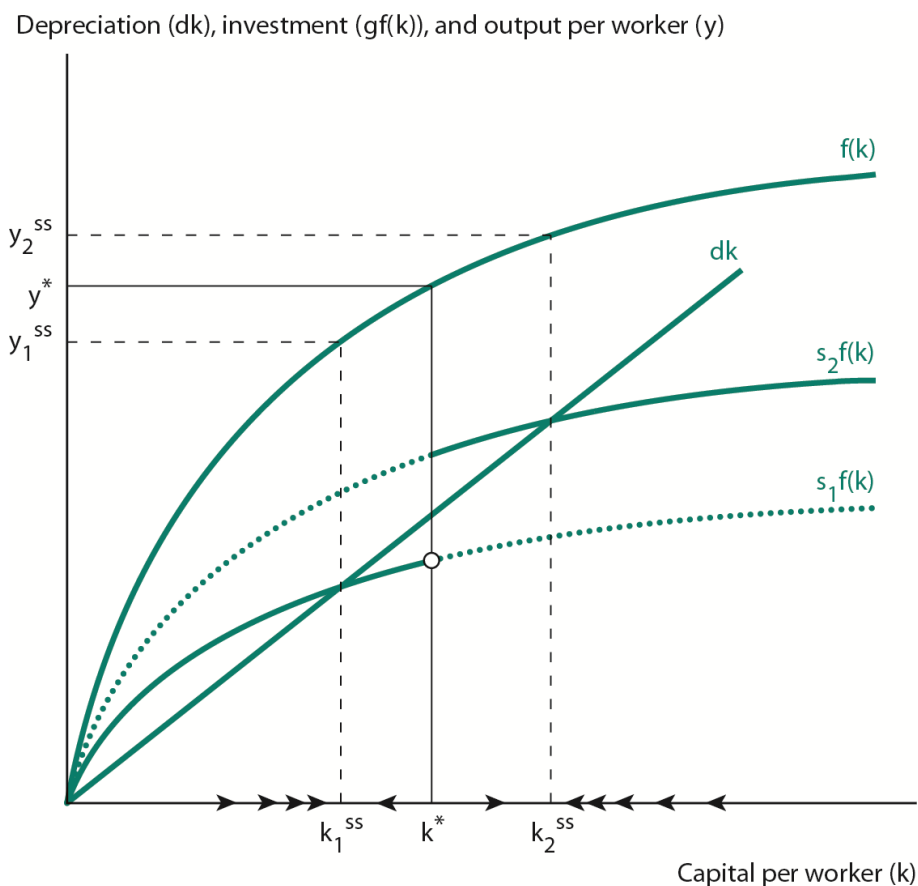
- Suponha que a taxa de poupança cresce com a renda da seguinte forma:

$$\gamma = s_1 \text{ se } y < y^*$$

$$\gamma = s_2 \text{ se } y \geq y^*, \text{ com } s_1 < s_2$$

- O comportamento da taxa de poupança se traduz graficamente em uma função investimento com uma descontinuidade (“salto”) em k^* .

Figura 3.9 Modelo de Solow com Poupança Dependente do Nível de Renda



Relação entre investimento e poupança

- A representação gráfica mostrou a existência de dois equilíbrios estáveis, o que ocorre desde que em k^{SS} a reta δk esteja entre o valor do investimento de um lado e o limite do investimento em outro.
- Dois países completamente idênticos podem terminar com níveis de renda per capita diferentes no estado estacionário.

Relação entre investimento e poupança

- Nesse caso, o que determina o equilíbrio para o qual um país irá convergir é sua posição inicial.
- O equilíbrio com baixa renda pode ser chamado de *armadilha da pobreza*.

Relação entre investimento e poupança

- A interpretação revela que nesta ótica as diferenças de renda per capita entre países não ocorrem por causa de diferenças fundamentais entre países, mas por causa de um comportamento que se realimenta. Os ricos se comportam para permanecerem ricos, e os pobres para permanecerem pobres.

Relação entre investimento e poupança

- Logo, há discussão entre economistas se a existência de estados estacionários múltiplos pode explicar as diferenças de renda per capita entre países.
- Podemos fazer uma avaliação das correntes que consideram a poupança exógena e a poupança endógena.

Relação entre investimento e poupança

- *A poupança exógena* é consistente com a busca de determinantes fundamentais para o comportamento da taxa de poupança. Há uma explicação econômica por trás da análise. A hipótese é consistente com o modelo de Solow.
- *A poupança endógena* está associada a diferenças na posição inicial do país que, mesmo idêntico a outro, pode terminar em uma renda per capita diferente. Falta intuição econômica na análise.

Relação entre investimento e poupança

- É interessante notar que a taxa de poupança pode depender da renda per capita por meio de uma função contínua que pode ou não gerar múltiplos equilíbrios. Esse caso foi esboçado no artigo original de Solow, com a poupança dependendo da razão capital-trabalho (k).
- Se houver múltiplos equilíbrios, a explicação continuará dependendo da posição inicial, sem uma busca de determinantes fundamentais.

Relação entre investimento e poupança

- Mesmo que o equilíbrio seja único, a velocidade de convergência será mais baixa, uma vez que a taxa de poupança para níveis de renda mais baixos é menor. Logo, os países demoram mais tempo para chegar ao estado estacionário se a taxa de poupança depender da renda.

Relação entre investimento e poupança

Ascensão e queda do capital

- David Ricardo (1772-1823) e Thomas Malthus (1766-1834): para eles, o principal fator de produção era a terra, e não o capital.
- Após a Segunda Guerra Mundial surgiu a crença de que a acumulação de capital é a chave para o crescimento econômico. W. Arthur Lewis e W. W. Rostow tinham esse ponto de vista.

Relação entre investimento e poupança

- O aparente sucesso da União Soviética contribuiu para a acumulação de capital ocupar a posição central no desenvolvimento.
- Essa visão influenciou as políticas que os países em desenvolvimento e as agências internacionais seguiram para promover o desenvolvimento econômico:
 1. Aumento da taxa de investimento.
 2. Ajuda internacional para os países pobres adquirirem mais capital.

Relação entre investimento e poupança

- Um balanço mostra que essas políticas fracassaram. O caso da União Soviética mostra uma grande acumulação de capital sem quase nenhum crescimento da produtividade. Isso levou à estagnação do país.
- Nas décadas recentes, a acumulação de capital deixou de ser central para o desenvolvimento. Os fatores que recebem maior atenção hoje são: educação; mudança tecnológica; estrutura das instituições econômicas.

Relação entre investimento e poupança

- A análise recente *não* significa que a acumulação de capital não é importante. Mas sim que os economistas atualmente enxergam a acumulação de capital como apenas um dos muitos aspectos do crescimento econômico.

CONCLUSÕES



Conclusões

- O modelo de Solow baseia-se na acumulação de capital físico.
- O modelo explica uma parte das diferenças de renda por trabalhador entre países e também lança luz sobre as diferenças entre as taxas de crescimento dos países.

Conclusões

- O modelo exposto no capítulo é incompleto para explicar as diferenças de renda entre países.
 - A única fonte de diferenças da renda por trabalhador entre países é o estoque de capital por trabalhador. Ignora diferenças de outros fatores de produção e da função de produção.
 - Diferenças nas taxas de investimento são importantes, mas nada é colocado sobre a fonte dessas diferenças.
 - Não modela o crescimento no longo prazo, pois no estado estacionário nenhum país cresce.