

Lista 7 - MAT-2464

(I) Prove, pela definição, que a função $f(x, y) = x^2 + 2y$ é diferenciável no ponto $(1, 2)$.

(II) Estude a diferenciabilidade das seguintes funções:

$$(1) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{3x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$(2) f(x, y) = \begin{cases} \frac{5x^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$(3) f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$(4) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{3x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$(5) f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 y}{2(x-1)^2 + 4y^2} + 3x + 2y & \text{se } (x, y) \neq (1, 0) \\ 3 & \text{se } (x, y) = (1, 0) \end{cases}$$

$$(6) f(x, y) = \begin{cases} \frac{(y-1)^4}{x^2 + (y-1)^2} + 4x + 3y + 1 & \text{se } (x, y) \neq (0, 1) \\ 4 & \text{se } (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

$$(7) f(x, y) = e^x - y^3$$

$$(8) f(x, y) = \ln(1 + 2x^4 + x^2 y^2)$$

$$(9) f(x, y) = y \cos(9 + xy)$$

(III) Determine o plano tangente ao gráfico da função $f(x, y) = 3x^2 y^2$ no ponto $(1, 1, f(1, 1))$.

(IV) Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função derivável tal que $g(0) = 3$ e $g'(0) = -2$. Considere a função $f(x, y) = 4yg(x^2 - 2y^2)$. Determine o plano tangente ao gráfico da função f no ponto $(2, 2, f(2, 2))$.