



ESALQ

Atividade 3



ESALQ

1. A seguir, estão os retornos esperados e os desvios padrão de quatro títulos.

Títulos	$E(R)$ (%)	σ (%)
Título público federal x	6	0
Ação d	10	14
Ação q	14,5	28
Ação r	21	26



ESALQ

Atividade 3



ESALQ

Calcule o desvio padrão das seguintes carteiras:

(a) 40% no título público federal x e 60% na ação d.

(b) 25% na ação q e 75% na ação r, considerando que seus retornos tenham:

- Correlação perfeita e positiva.
- Correlação nula.
- Correlação perfeita e negativa.



ESALQ

Atividade 3 – 1.A



ESALQ

$$\sigma_p = \sqrt{W_x^2 \times \sigma_x^2 + W_d^2 \times \sigma_d^2 + 2 \times W_x \times W_d \times \rho_{x,d} \times \sigma_x \times \sigma_d}$$

$$\sigma_p = \sqrt{W_x^2 \times 0 + W_d^2 \times \sigma_d^2 + 2 \times W_x \times W_d \times \rho_{x,d} \times 0 \times \sigma_d}$$

$$\sigma_p = \sqrt{W_d^2 \times \sigma_d^2} = W_d \times \sigma_d = 0,6 \times 0,14 = 0,084 = 8,4\%$$



ESALQ

Atividade 3 – 1.B



ESALQ

- Correlação perfeita e positiva:

$$\sigma_p = \sqrt{W_q^2 \times \sigma_q^2 + W_r^2 \times \sigma_r^2 + 2 \times W_q \times W_r \times \rho_{q,r} \times \sigma_q \times \sigma_r}$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,25^2 \times 0,28^2 + 0,75^2 \times 0,26^2 + 2 \times 0,25 \times 0,75 \times \mathbf{1} \times 0,28 \times 0,26}$$

$$\sigma_p \cong 0,265 = 26,5\%$$



ESALQ

Atividade 3 – 1.B



ESALQ

- Correlação nula:

$$\sigma_p = \sqrt{W_q^2 \times \sigma_q^2 + W_r^2 \times \sigma_r^2 + 2 \times W_q \times W_r \times \rho_{q,r} \times \sigma_q \times \sigma_r}$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,25^2 \times 0,28^2 + 0,75^2 \times 0,26^2 + 2 \times 0,25 \times 0,75 \times \mathbf{0} \times 0,28 \times 0,26}$$

$$\sigma_p \cong 0,2072 = 20,72\%$$



ESALQ

Atividade 3 – 1.B



ESALQ

- **Correlação perfeita e negativa:**

$$\sigma_p = \sqrt{W_q^2 \times \sigma_q^2 + W_r^2 \times \sigma_r^2 + 2 \times W_q \times W_r \times \rho_{q,r} \times \sigma_q \times \sigma_r}$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,25^2 \times 0,28^2 + 0,75^2 \times 0,26^2 + 2 \times 0,25 \times 0,75 \times -1 \times 0,28 \times 0,26}$$

$$\sigma_p \cong 0,125 = 12,5\%$$



ESALQ

Atividade 3



ESALQ

2. Você foi solicitado para analisar o desvio padrão de uma carteira composta pelas seguintes ações:

Ação	E(R) (%)	σ (%)
Sony Corporation	11	23
Tesoro Petroleum	9	27
Storage Technology	16	50



ESALQ

Atividade 3



ESALQ

Para facilitar seu trabalho, também te informaram a correlação entre os retornos desses três investimentos:

	Sony Corporation	T. Petroleum	S. Technology
Sony Corporation	1,00	-0,15	0,20
T. Petroleum	-0,15	1,00	-0,25
S. Technology	0,20	-0,25	1,00

Estime o desvio padrão de um portfólio ponderado igualmente pelas três ações em questão.



ESALQ

Atividade 3 – 2



ESALQ

▪ Desvio padrão da carteira:

$$\sigma_p = (W_1^2 \times \sigma_1^2 + W_2^2 \times \sigma_2^2 + W_3^2 \times \sigma_3^2 + 2 \times W_1 \times W_2 \times \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2 + 2 \times W_2 \times W_3 \times \rho_{2,3} \times \sigma_2 \times \sigma_3 + 2 \times W_1 \times W_3 \times \rho_{1,3} \times \sigma_1 \times \sigma_3)^{1/2}$$

$$\sigma_p = [(1/3)^2 \times 0,23^2 + (1/3)^2 \times 0,27^2 + (1/3)^2 \times 0,50 + 2 \times (1/3) \times (1/3) \times -0,15 \times 0,23 \times 0,27 + 2 \times (1/3) \times (1/3) \times -0,25 \times 0,27 \times 0,50 + 2 \times (1/3) \times (1/3) \times 0,20 \times 0,23 \times 0,50]^{1/2}$$

$$\sigma_p = 0,1931 = 19,31\%$$



ESALQ

Atividade 3



ESALQ

3. Atualmente, um investidor aplica 100% de seu capital em um fundo de ações, que proporciona um retorno esperado de 25% associado a um desvio padrão de 12,5%. Com o intuito de reduzir seu risco, o investidor irá alocar 20% de seus recursos em um fundo multimercado de retorno esperado de 9% e desvio padrão de 4,5%, sendo que o restante permanecerá no fundo de ações. Assumindo que a correlação entre os retornos dos fundos é de 0,5, responda às seguintes questões:



ESALQ

Atividade 3



ESALQ

- (a)** Qual é o retorno esperado da nova carteira?
- (b)** Qual é o desvio padrão da nova carteira?
- (c)** A nova estratégia de investimento promoveu efeito de diversificação? Justifique, matematicamente, sua resposta.



ESALQ

Atividade 3 – 3.A



ESALQ

- Retorno esperado do portfólio:

$$E(R_p) = W_{fm} \times E(R_{fm}) + W_{fa} \times E(R_{fa})$$

$$E[R_p] = 0,20 \times 0,09 + 0,80 \times 0,25$$

$$E[R_p] = 0,218 = 21,8\%$$



ESALQ

Atividade 3 – 3.B



ESALQ

- Desvio padrão do portfólio:

$$\sigma_p = \sqrt{W_{fm}^2 \times \sigma_{fm}^2 + W_{fa}^2 \times \sigma_{fa}^2 + 2 \times W_{fm} \times W_{fa} \times \rho_{fm,fa} \times \sigma_{fm} \times \sigma_{fa}}$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,2^2 \times 0,045^2 + 0,8^2 \times 0,125^2 + 2 \times 0,2 \times 0,8 \times 0,5 \times 0,045 \times 0,125}$$

$$\sigma_p \cong 0,105 = 10,48\%$$



ESALQ

Atividade 3 – 3.C



ESALQ

Como os retornos dos fundos não estão correlacionados de maneira perfeita e positiva, sabemos que houve ganho com a diversificação. Todavia, para demonstrar o efeito da diversificação, precisamos comparar as variações percentuais que ocorreram no retorno esperado e no desvio padrão após a construção da nova carteira:



ESALQ

Atividade 3 – 3.C



ESALQ

- **Variação % no retorno esperado:**

$$\Delta\%E(R_p) = \frac{(0,218 - 0,25)}{0,25} = - 0,128 = - 12,8\%$$

- **Variação % no desvio padrão:**

$$\Delta\%\sigma_p = \frac{(0,105 - 0,125)}{0,125} = - 0,16 = - 16\%$$



ESALQ

Atividade 3 – 3.C



ESALQ

Uma vez que a redução percentual no risco do investimento foi maior do que a diminuição percentual no seu retorno esperado, podemos dizer que ocorreu efeito de diversificação.