

Terceira Lista de Exercícios

1) Ternos Pitagóricos (a, b, c) é chamado de terno pitagórico se a, b e c são números inteiros positivos tais que $a^2+b^2=c^2$.

- (a) Mostre que não existe nenhum triângulo retângulo isósceles cujos lados são inteiros.
- (b) Prove que $(3, 4, 5)$ é o único terno pitagórico formado por inteiros (positivos) consecutivos.
- (c) Mostre que se $(a, a+1, c)$ é um terno pitagórico, o mesmo acontece com $(3a+2c+1, 3a+2c+2, 4a+3c+2)$.
- (d) Começando com $(3, 4, 5)$, encontre mais 2 ternos pitagóricos cujos catetos são números inteiros consecutivos.

2) Encontre a fração geratriz da dízima periódica:

(a) $0,7777\dots = 0,7$ (b) $5,313131\dots = 5,31$ (c) $2,2595959\dots = 2,259$ (d) $0,0070707\dots = 0,007$

3) Sem efetuar divisão, verifique se $\frac{7634590217456397}{512}$ é decimal exato ou dízima periódica.

4) Dê exemplos de três números racionais entre $4,578431$ e $4,578432$. Existem números irracionais entre esses números? Se sim, descreva um, caso contrário, justifique sua resposta.

5) Considere os números $x = 0,101001000100001\dots$ e $y = 0,202002000200002\dots$. A construção de ambos os números é dada pela seguinte regra: após o algarismo 1 (ou 2), coloca-se um zero a mais do que a quantidade de zeros anterior a esse algarismo. Explique por que x e y são números irracionais. Dê exemplos de um número racional a e um número racional b de tal forma que $x < a < y$ e $x < b < y$.

6) O período de uma expansão decimal periódica pode ter o algarismo zero? Quando isso ocorre? Pode ter algarismos repetidos? E quanto ao pré-período?

7) Verifique se cada uma das expressões abaixo representa um número racional ou irracional, justificando:

(a) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - 2\sqrt{6}$

(b) $\sqrt[3]{7 + \sqrt{50}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{50}}$

8) Mostre que cada um dos números abaixo é irracional.

(a) \sqrt{p} , para p primo (b) $\sqrt[3]{10}$ (c) $\log_{10}2$

9) Encontre números irracionais x e y tal que x^y seja racional.