SEL5903 – Modelagem de Transitórios em Sistemas Elétricos de Potência

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Prof. Rogério Andrade Flauzino

SEL5903 – Modelagem de Transitórios em Sistemas Elétricos de Potência
Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Prof. Rogério Andrade Flauzino

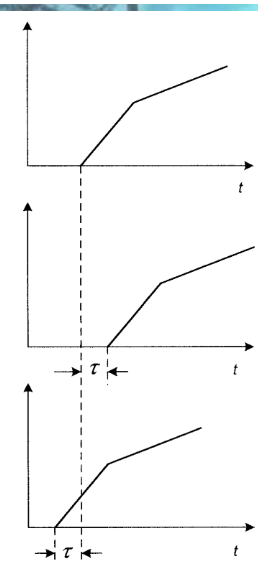
CAPÍTULO 2
TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS COM PARÂMETROS CONCENTRADOS

Circuitos com parâmetros concentrados e distribuídos

- Parâmetros distribuídos
  - Caso geral;
  - A análise do sistema resulta em um sistema de equações diferenciais parciais;
- Parâmetros concentrados
  - Caso particular dos circuitos com parâmetros distribuídos;
  - Leis de Kirchhoff;
  - O tempo é variável independente no sistema de equações diferenciais resultado da análise;

Sistemas invariantes no tempo

- Se os parâmetros do sistema não variam no tempo tem-se um sistema invariante no tempo.



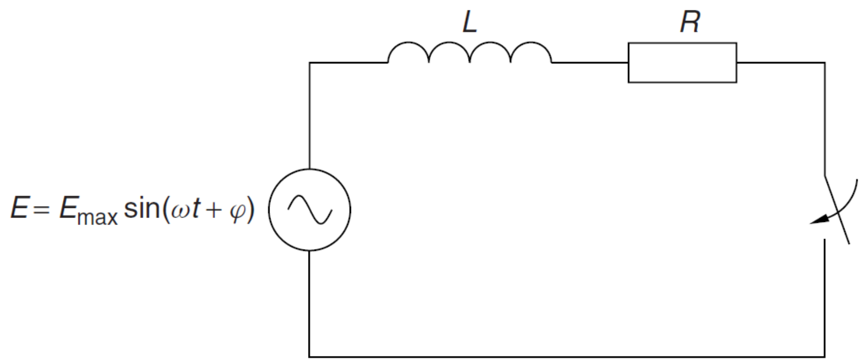
Sistemas lineares e não lineares

- Sistemas lineares implicam em:
  - Homogeneidade;
  - Superposição de resposta;
- Sistemas elétricos de potência são constituídos por elementos não lineares:
  - Linhas de transmissão: Parâmetros dependentes da frequência;
  - Elementos com núcleos magnéticos – Saturação;
  - Para-raios;
  - Etc.

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Nessa seção será considerado chaveamentos ideais em circuitos simples.
- Por chaveamento ideal entende-se que:
  - Chave aberta → impedância infinita
  - Chave fechada → impedância nula
  - Interrupção da corrente sempre feita no instante de tempo onde a corrente a ser interrompida é nula.

Chaveamento em Circuitos *RL*



Como o circuito é modelado por meio de parâmetros concentrados a lei de Kirchhoff das tensões pode ser aplicada o que resulta na seguinte equação:

$$E_{\max}\sin(\omega t+\varphi)=Ri+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Natural

$$Ri_N(t)+L\frac{di_N(t)}{dt}=0$$

$$\frac{di_N(t)}{dt}=-\frac{R}{L}i_N(t)$$

$$\frac{di_N(t)}{i_N(t)}=-\frac{R}{L}dt$$

$$\int\frac{di_N(t)}{i_N(t)}=-\frac{R}{L}\int dt$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Natural

$$\ln\left(i_N(t)\right) + k_1 = -\frac{R}{L}t + k_2$$

$$\ln\left(i_N(t)\right) = -\frac{R}{L}t + k$$

$$i_N(t) = e^{-\frac{R}{L}t + k}$$

$$i_N(t) = e^{-\frac{R}{L}t}e^{k}$$

$$\boxed{i_N(t) = I_N e^{-\frac{R}{L}t}}$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$i_F(t) = I_{\max}\operatorname{sen}(\omega t + \delta)$$

$$RI_{\max}\operatorname{sen}(\omega t + \delta) + L\frac{d}{dt}\left(I_{\max}\operatorname{sen}(\omega t + \delta)\right) = E_{\max}\operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$RI_{\max}\operatorname{sen}(\omega t + \delta) + \omega LI_{\max}\cos(\omega t + \delta) = E_{\max}\operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases}\operatorname{sen}(a \pm b) = \operatorname{sen}(a)\cos(b) \pm \cos(b)\operatorname{sen}(a) \\ \cos(a \pm b) = \cos(a)\cos(b) \mp \operatorname{sen}(a)\operatorname{sen}(b)\end{cases}$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$RI_{\max}\operatorname{sen}(\omega t+\delta)+\omega LI_{\max}\cos(\omega t+\delta)=E_{\max}\operatorname{sen}(\omega t+\varphi)$$

$$\begin{cases}\operatorname{sen}(a\pm b)=\operatorname{sen}(a)\cos(b)\pm\cos(b)\operatorname{sen}(a)\\ \cos(a\pm b)=\cos(a)\cos(b)\mp\operatorname{sen}(a)\operatorname{sen}(b)\end{cases}$$

$$RI_{\max}\left(\operatorname{sen}(\omega t)\cos(\delta)+\cos(\omega t)\operatorname{sen}(\delta)\right)+\cdots$$
$$\cdots+\omega LI_{\max}\left(\cos(\omega t)\cos(\delta)-\operatorname{sen}(\omega t)\operatorname{sen}(\delta)\right)=\cdots$$
$$\cdots=E_{\max}\left(\operatorname{sen}(\omega t)\cos(\varphi)+\cos(\omega t)\operatorname{sen}(\varphi)\right)$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$RI_{\max}\left(\operatorname{sen}(\omega t)\cos(\delta)+\cos(\omega t)\operatorname{sen}(\delta)\right)+\cdots$$
$$\cdots+\omega LI_{\max}\left(\cos(\omega t)\cos(\delta)-\operatorname{sen}(\omega t)\operatorname{sen}(\delta)\right)=\cdots$$
$$\cdots=E_{\max}\left(\operatorname{sen}(\omega t)\cos(\varphi)+\cos(\omega t)\operatorname{sen}(\varphi)\right)$$
$$\operatorname{sen}(\omega t)\left(RI_{\max}\cos(\delta)-\omega LI_{\max}\operatorname{sen}(\delta)\right)+\cdots$$
$$\cdots+\cos(\omega t)\left(RI_{\max}\operatorname{sen}(\delta)+\omega LI_{\max}\cos(\delta)\right)=\cdots$$
$$\cdots=\operatorname{sen}(\omega t)\left(E_{\max}\cos(\varphi)\right)+\cos(\omega t)\left(E_{\max}\operatorname{sen}(\varphi)\right)$$

$$\begin{cases}RI_{\max}\cos(\delta)-\omega LI_{\max}\operatorname{sen}(\delta)=E_{\max}\cos(\varphi)\\ RI_{\max}\operatorname{sen}(\delta)+\omega LI_{\max}\cos(\delta)=E_{\max}\operatorname{sen}(\varphi)\end{cases}$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$\begin{cases} RI_{\max}\cos(\delta) - \omega LI_{\max}\,\mathrm{sen}(\delta) = E_{\max}\cos(\varphi) \\ RI_{\max}\,\mathrm{sen}(\delta) + \omega LI_{\max}\cos(\delta) = E_{\max}\,\mathrm{sen}(\varphi) \end{cases}$$

$$E_{\max}^2\left(\mathrm{sen}^2(\varphi) + \cos^2(\varphi)\right) = \cdots$$

$$\cdots = \left(RI_{\max}\right)^2\left(\mathrm{sen}^2(\varphi) + \cos^2(\varphi)\right) + \cdots$$

$$\cdots + \left(\omega LI_{\max}\right)^2\left(\mathrm{sen}^2(\varphi) + \cos^2(\varphi)\right) + \cdots$$

$$\cdots + 2\omega RLI_{\max}^2\,\mathrm{sen}(\delta)\cos(\delta) + \cdots$$

$$\cdots - 2\omega RLI_{\max}^2\,\mathrm{sen}(\delta)\cos(\delta)$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$E_{\max}^2 = \left(RI_{\max}\right)^2 + \left(\omega LI_{\max}\right)^2$$

$$E_{\max}^2 = I_{\max}^2\left(R^2 + \omega^2 L^2\right)$$

$$I_{\max} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$\delta = \varphi + \alpha$$

$$RI_{\max}\,\mathrm{sen}(\varphi+\alpha) + \omega L I_{\max}\cos(\varphi+\alpha) = E_{\max}\,\mathrm{sen}(\varphi)$$

$$RI_{\max}\left(\mathrm{sen}(\varphi)\cos(\alpha) + \cos(\varphi)\,\mathrm{sen}(\alpha)\right) + \cdots$$
$$\cdots + \omega L I_{\max}\left(\cos(\varphi)\cos(\alpha) - \mathrm{sen}(\varphi)\,\mathrm{sen}(\alpha)\right) = E_{\max}\,\mathrm{sen}(\varphi)$$

$$\mathrm{sen}(\varphi)\left(RI_{\max}\cos(\alpha) - \omega L I_{\max}\,\mathrm{sen}(\alpha)\right) + \cdots$$
$$\cdots + \cos(\varphi)\left(RI_{\max}\,\mathrm{sen}(\alpha) + \omega L I_{\max}\cos(\alpha)\right) = E_{\max}\,\mathrm{sen}(\varphi)$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$\begin{cases} RI_{\max}\cos(\alpha) - \omega L I_{\max}\,\mathrm{sen}(\alpha) = E_{\max}\,\mathrm{sen}(\varphi) \\ RI_{\max}\,\mathrm{sen}(\alpha) + \omega L I_{\max}\cos(\alpha) = 0 \end{cases}$$

$$RI_{\max}\,\mathrm{sen}(\alpha) = -\omega L I_{\max}\cos(\alpha)$$

$$\frac{\mathrm{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} = -\frac{\omega L}{R}$$

$$\tan(\alpha) = -\frac{\omega L}{R}$$

$$\alpha = -\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Forçada

$$i_F(t) = \frac{E_{max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\omega t + \varphi - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Completa

$$i(t) = I_N e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E_{max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\omega t + \varphi - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

$$i(t=0) = 0 = I_N e^0 + \frac{E_{max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\varphi - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

$$I_N = -\frac{E_{max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\varphi - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- Resposta Completa

$$i(t) = -\frac{E_{\max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\varphi - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right) e^{-\frac{R}{L}t} + \cdots$$

$$\cdots + \frac{E_{\max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen}\left(\omega t + \varphi - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

Chaveamento em Circuitos *RL*

- A resposta para a corrente será dada por:

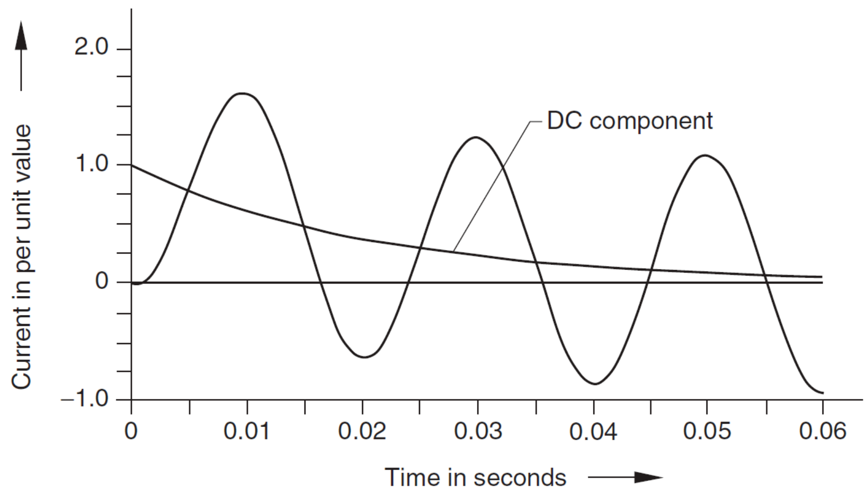
Corrente assimétrica transitória

$$i(t) = e^{-(R/L)t}\left\{\frac{-E_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left[\varphi - \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]\right\}$$

$$+ \frac{E_{\max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left[\omega t + \varphi - \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]$$

Corrente de regime permanente

Chaveamento em Circuitos *RL*

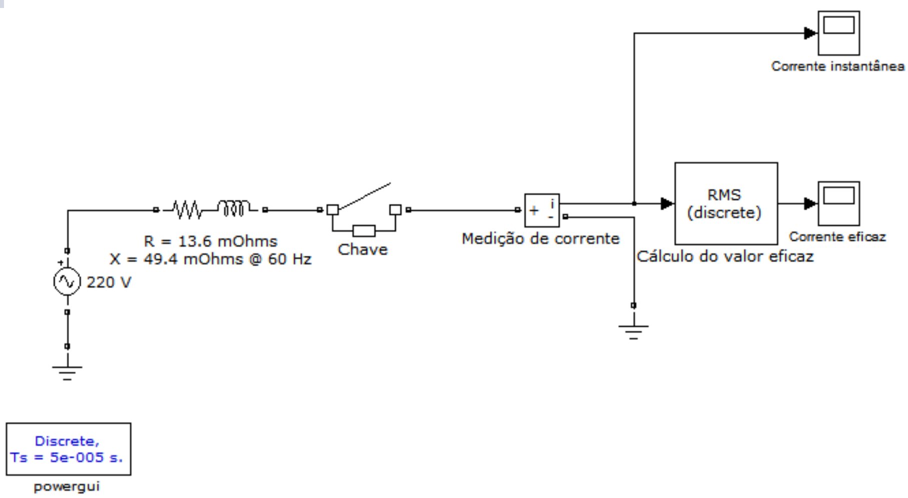


Chaveamento em Circuitos *RL*

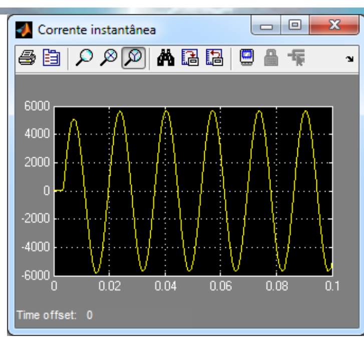
- É possível observar que a parcela em corrente contínua, corrente assimétrica transitória, depende do instante de tempo no qual o chaveamento é feito.

$$e^{-(R/L)t}\left\{\frac{-E_{\max}}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin\left[\varphi-\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right]\right\}$$

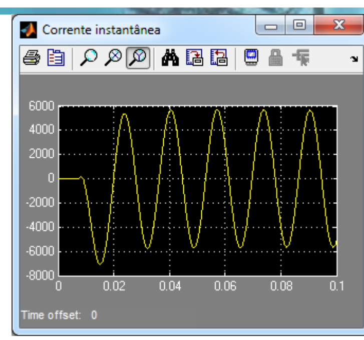
Chaveamento em Circuitos *RL*



Chaveamento em Circuitos *RL*



Comutação em 3.45 ms

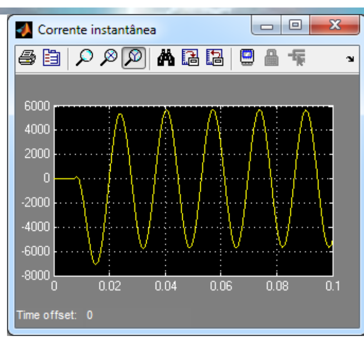


Comutação em 7.62 ms

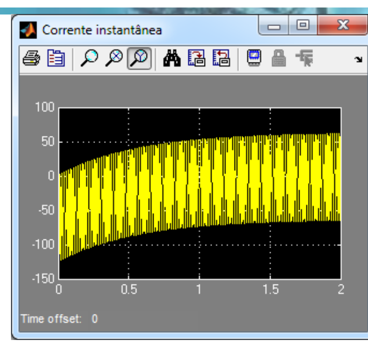
Chaveamento em Circuitos *RL*

- Em circuitos com uma constante de tempo elevada (Terminais de geradores por exemplo) as reatâncias subtransitórias e transitórias causam uma valor de sobrecorrente adicional.
- Assim, por vários ciclos a corrente de falta permanece no circuito sem que haja cruzamento por zero o que impede sua interrupção.
- Em outras palavras, pela análise desse simples circuito verifica-se os esforços a que são submetidos sistemas com alta constante de tempo, ou seja: *L* >> *R.*

Chaveamento em Circuitos *RL*



Sistema com X/R = 3.6



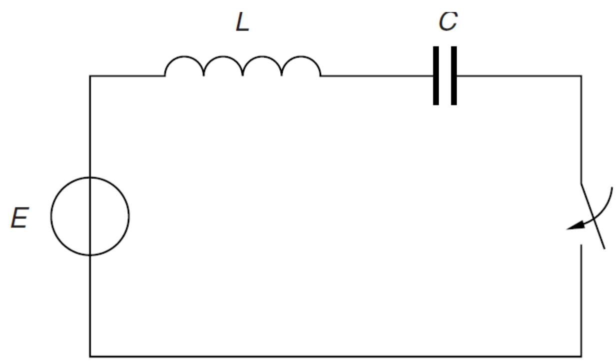
Sistema com X/R = 360

Quais são os problemas na estimativa incorreta das relações X/R?

Onde frequentemente isso acontece?

Chaveamento em Circuitos *LC*

- Circuitos *RC* representam de maneira simplificada disjuntores manobrando nacos de capacitores ou cabos blindados.
- A principio será considerado que uma fonte de tensão contínua encontra-se conectada ao circuito:



Chaveamento em Circuitos *LC*

- Aplicando a lei de Kirchhoff das tensões, tem-se:

$$E = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t$$

- **Solucionando-se essa equação diferencial, tem-se:**

$$i(t) = E\sqrt{\frac{C}{L}}\sin(\omega_0 t)$$

Chaveamento em Circuitos *LC*

- Assim, é possível identificar que após o chaveamento o circuito começa a oscilar na frequência natural ω_0 dada por:

$$\omega_0^2 = 1/LC$$

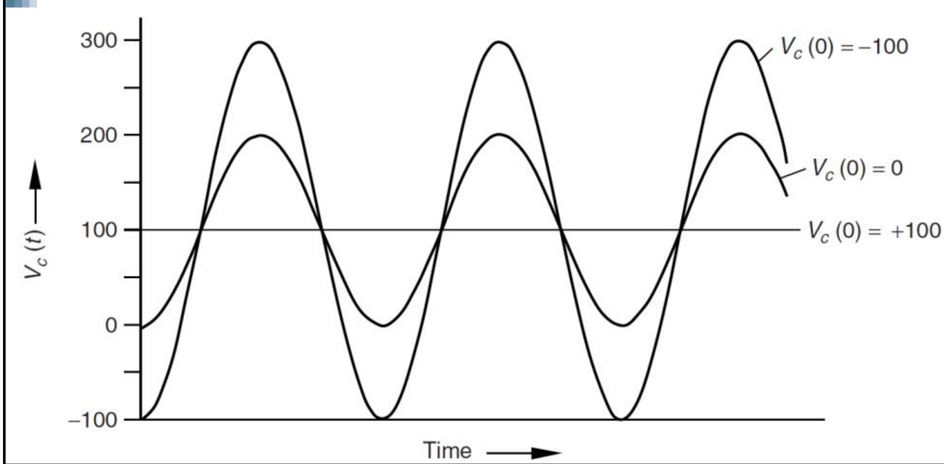
- **Além disso é possível identificar a impedância característica do circuito, a qual é dada por:**

$$Z_0 = (L/C)^{1/2}$$

- **A impedância característica em conjunto com a tensão da fonte determina o pico da corrente oscilatória.**

Chaveamento em Circuitos *LC*

- Considerando que o capacitor possua uma energia armazenada, tem-se:



Chaveamento em Circuitos *LC*

- Observação
  - Considerando um circuito com alta capacitância (Banco de capacitor, por exemplo)
  - E um fonte forte (Baixa indutância)
  - Resulta em um impedância característica baixa e as correntes de chaveamento podem assumir valores expressivos.