



Algoritmos

Prof Dr. **Ernane Costa**  
Genéticos

ZAB 1042- Inteligência Artificial

# Hierarquia do conhecimento Cientifico

<b>Menor</b>	<b>Hipótese Científica</b>	É o nível mais baixo do saber científico
<b>Baixo</b>	<b>Achado ou Descoberta Científica</b>	Tem vantagem sobre as hipóteses por serem realmente constatados via observação ou experimentação.
<b>Intermediário</b>	<b>Modelos Científicos</b>	Apresentam superioridade aos achados por apresentarem uma estrutura lógica resultando da experimentação, permitindo previsões cuja confiabilidade pode ser avaliada.
<b>Alto</b>	<b>Teorias Científicas</b>	Mostram-se superiores aos modelos por permitir não apenas previsões acerca de um dado conhecimento, mas também a identificação de eventuais ações de controle.
<b>Maior</b>	<b>Leis Científicas</b>	É o nível mais alto do saber científico, tendo toda a funcionalidade de uma teoria, mas com um grau muito maior de confirmação empírica e, conseqüentemente com maior validade.

Prof. Dr. Ernane Costa

# Relembrando Problemas de Otimização usando ferramentas matemáticas

Um problema de otimização é aquele onde se procura determinar os valores extremos de uma função, isto é, o maior ou o menor valor que uma função pode assumir em um dado intervalo.

Os métodos estudados para encontrar máximos e mínimos de funções podem ser aplicados para resolver problemas práticos. O primeiro passo consiste em compreender o problema e converter-lo num problema matemático estabelecendo a função que dever ser maximizada ou minimizada.

Vamos aplicar o que aprendemos até o momento para resolver alguns problemas práticos.

# Relembrando Problemas de Otimização usando ferramentas matemáticas

Podemos adotar um roteiro ou procedimento para resolver um problema de otimização.

- ▶ Compreendendo o problema: ler algumas vezes até compreender o que está sendo pedido, identificando o que deve ser minimizado ou maximizado.
- ▶ Se possível, faça uma ilustração para auxiliar seu raciocínio.
- ▶ Extrair todos os dados do problema.
- ▶ Deduzir uma função que descreva matematicamente o que deve ser minimizado ou maximizado, identificando as variáveis envolvidas.
- ▶ Identificar o domínio de aplicação da função.
- ▶ Aplicar as ferramentas do cálculo para minimizar ou maximizar a função deduzida anteriormente, no domínio da aplicação.

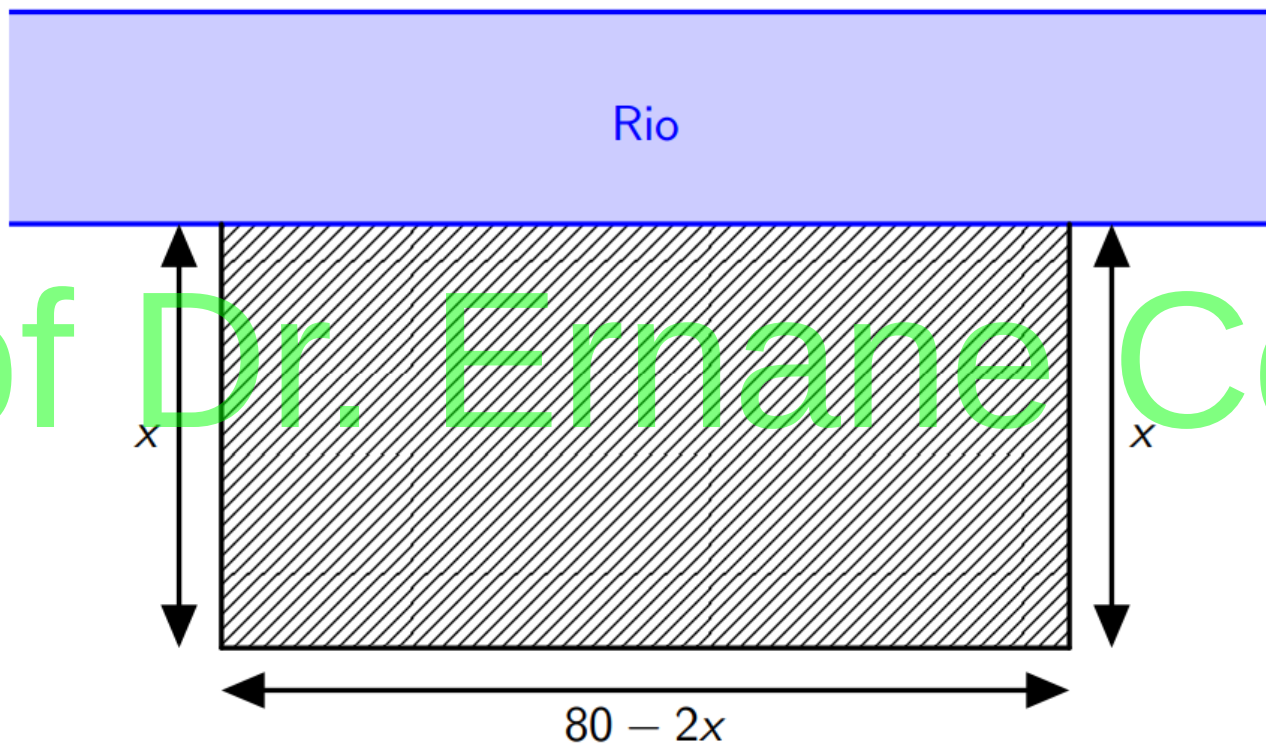
# Relembrando Problemas de Otimização usando ferramentas matemáticas

## Exemplo

*Com 80 metros de cerca um fazendeiro deseja cercar uma região retangular junto a um rio para confinar alguns animais. O lado da região retangular junto à margem do rio não é cercado. Quais devem ser as medidas, em metros, da região para que a área cercada seja a maior possível?*

Prof. Dr. Ernane Costa

Primeiramente, fazemos uma ilustração do que deve ser feito.



Chamaremos de  $x$  a largura da região retangular. Como a quantidade de arame utilizada deve ser de 80 metros, devemos ter o outro lado do retângulo igual a  $80 - 2x$ , uma vez que a margem do rio não deve ser cercada.



O objetivo é ter área máxima, ou seja, devemos maximizar a função que representa a área do cercado que é dada por

$$\begin{aligned} A(x) &= x(80 - 2x) \\ &= 80x - 2x^2, \quad 0 \leq x \leq 40. \end{aligned}$$

O domínio em questão são os valores da variável  $x$  que fazem sentido a modelagem do problema. Vamos utilizar as técnicas estudadas até aqui para resolver tal problema.

Prof. Dr. Ernane Costa

Primeiramente devemos encontrar os pontos crítico de  $A$ . Como  $A$  é derivável, os pontos críticos correspondem aos pontos que resolvem  $A'(x) = 0$ , no intervalo  $(0, 40)$ .

$$A'(x) = 0$$

$$80 - 4x = 0$$

$$x = 20.$$

Prof Dr. Ernane Costa



Para encontrar a área máxima, basta comparar o valor da função  $A$  no ponto crítico encontrado e nos extremos do intervalo  $[0, 40]$ . Assim,

$$A(0) = 0$$

$$A(40) = 0$$

$$A(20) = 800.$$

Desta forma, a largura do cercado deve ser de 20  $m$  e o comprimento deve ser de 40  $m$ . Neste caso, a área obtida é máxima e tem valendo 800  $m^2$ .

Prof Dr. Ernane Costa

O gráfico abaixo ilustra a área da região em função da largura do terreno. Observa-se que a função área  $A$  atinge seu máximo em  $x = 20$ , como havíamos encontrado anteriormente.

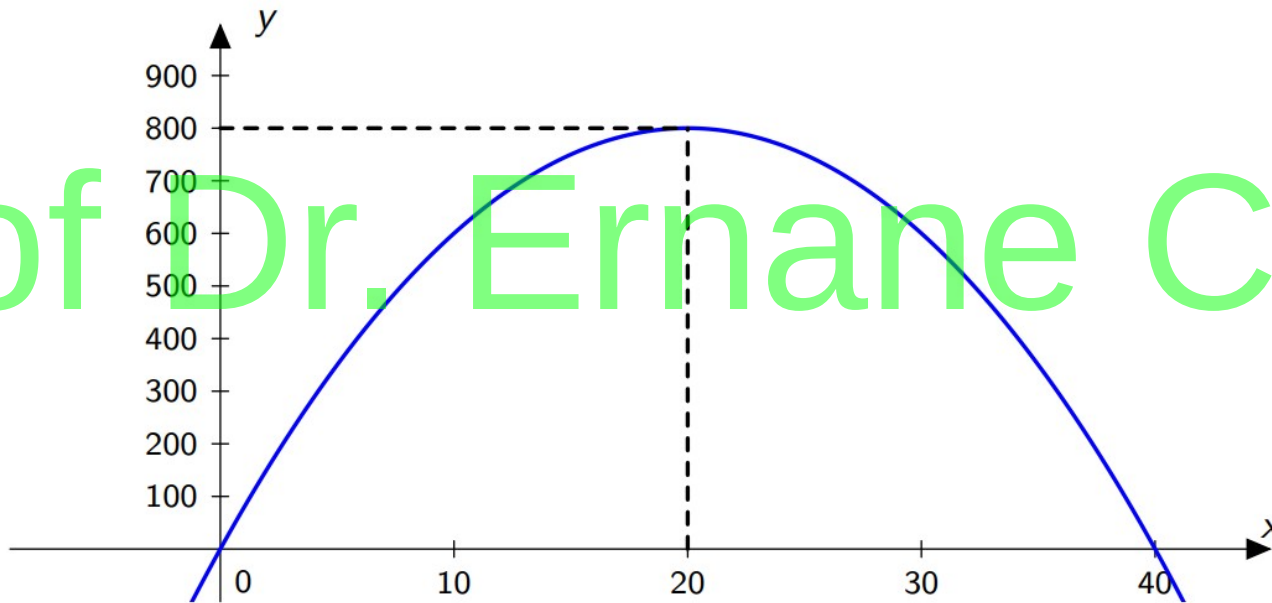


Figura : Gráfico de  $A(x) = 80x - 2x^2$ .

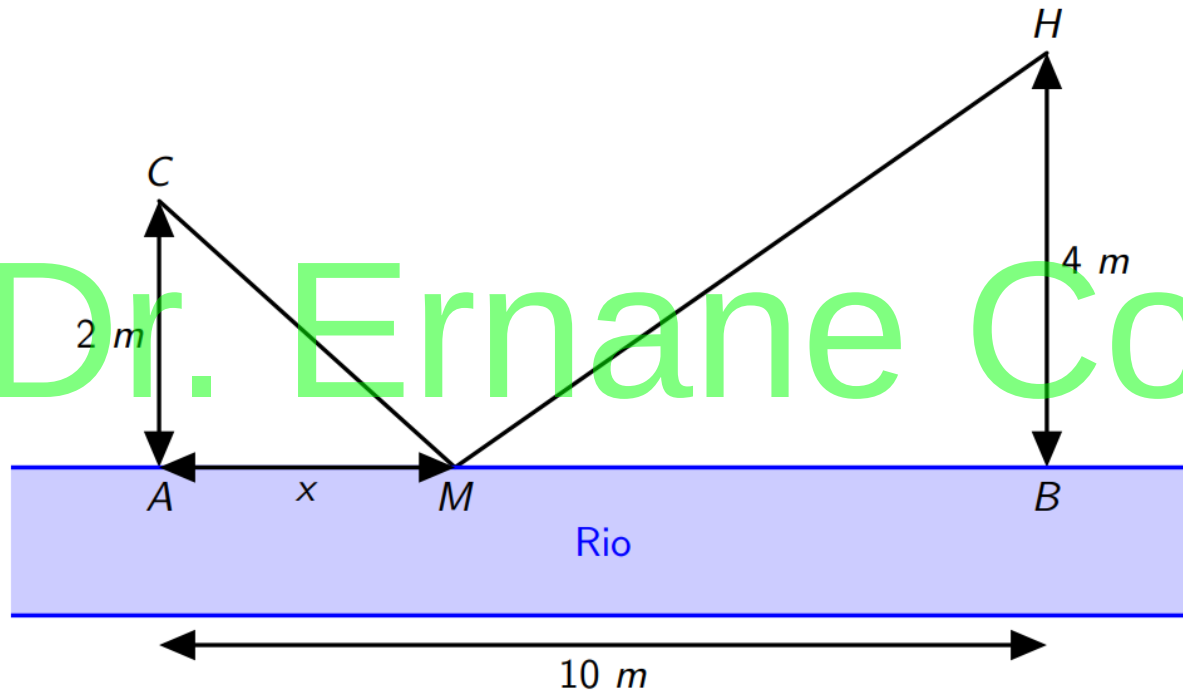


Outro exemplo:

Um engenheiro de biossistema deve programar uma máquina de regar robótica para a partir de um ponto à 2 metros da margem de um rio, coletar água e depois levá-la até uma horta a 10 metros de distância e paralela ao rio. Qual deve ser o ponto M onde o robô deve coletar a água para que o trajeto do ponto de partida até o rio E depois até a horta seja o menor possível?

Prof Dr. Ernane Costa

Devemos encontrar a distância de  $A$  a  $M$ , que chamaremos de  $x$ , de tal maneira que a soma da distância da casa ao rio com a distância do rio até a horta seja mínima.



Prof Dr. Ernane Costa

A distância da casa ao ponto  $M$  é dada por  $d_1(x) = \sqrt{x^2 + 4}$  e a distância do ponto  $M$  até a horta é  $d_2(x) = \sqrt{(10 - x)^2 + 16}$ .

Desta forma, devemos minimizar a função distância  $d$  dada por

$$\begin{aligned} d(x) &= \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(10 - x)^2 + 16} \\ &= \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 20x + 116}, \quad 0 \leq x \leq 10. \end{aligned}$$

Primeiramente, vamos encontrar os pontos críticos da função  $d$  no intervalo  $(0, 10)$ . Como a função é derivável em  $(0, 10)$ , os pontos críticos são tais que  $d'(x) = 0$ .

A derivada de  $d$  é dada por

$$\begin{aligned}d'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x^2+4}} \cdot 2x + \frac{1}{2\sqrt{x^2-20x+116}} \cdot (2x-20) \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} + \frac{x-10}{\sqrt{x^2-20x+116}}.\end{aligned}$$

Assim,

Prof Dr. Ernane Costa

$$\begin{aligned}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}} &= -\frac{x-10}{\sqrt{x^2-20x+116}} \\ \frac{x^2}{x^2+4} &= \frac{(x-10)^2}{x^2-20x+116}\end{aligned}$$

Assim, manipulando esta equação, encontramos

$$3x^2 + 20x - 100 = 0.$$



Logo,

$$\begin{aligned}x &= \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 1200}}{6} \\ &= \frac{-20 \pm 40}{6}.\end{aligned}$$

Assim,

$$x = \frac{10}{3} \quad \text{ou} \quad x = -10.$$

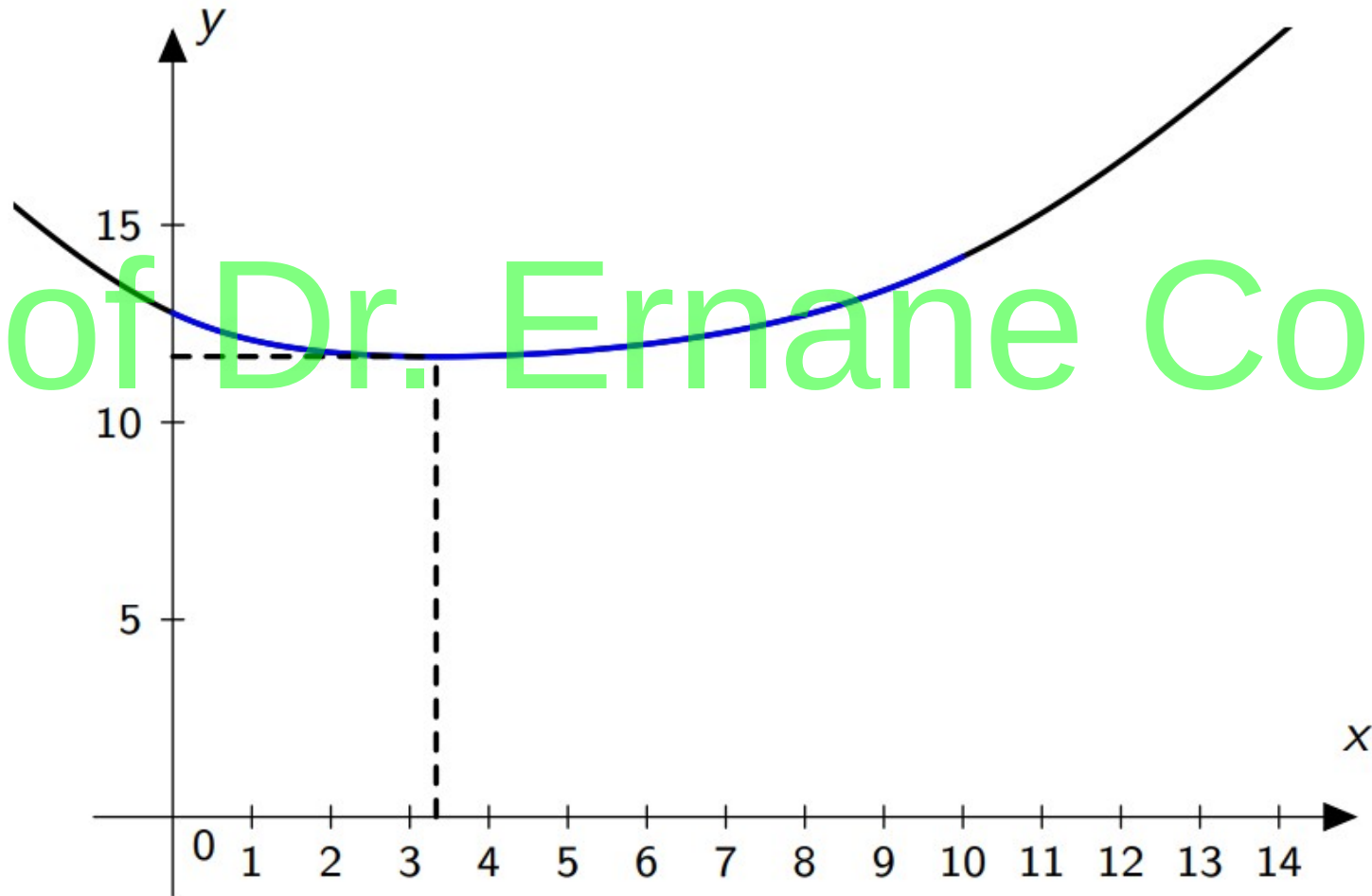
Devemos descartar  $x = -10$ , pois não faz parte do domínio de aplicação. Para encontrar a menor distância, devemos comparar o valor da função  $d$  em  $x = 0$ ,  $x = \frac{10}{3}$  e  $x = 10$ . Desta forma,

$$d(0) = 2 + \sqrt{116}, \quad d(10) = 4 + \sqrt{114}$$

$$\text{e} \quad d\left(\frac{10}{3}\right) = \sqrt{\frac{136}{9}} + \sqrt{\frac{544}{9}} < 12.$$

Logo, o ponto  $M$  deve estar localizado a uma distância  $x = \frac{10}{3}$  metros do ponto  $A$ .

Abaixo, segue o gráfico do comprimento do trajeto percorrido em função da localização do ponto  $M$ .



Prof. Dr. Ernane Costa

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(10-x)^2 + (y-2)^2} \right)$$

Solution

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + (y-2)^2}} + \frac{x-10}{\sqrt{x^2 - 20x + y^2 + 104 - 4y}}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(10-x)^2 + (y-2)^2} \right)$$

Solution

$$\frac{y-2}{\sqrt{x^2 + (y-2)^2}} + \frac{y-2}{\sqrt{y^2 - 4y + x^2 + 104 - 20x}}$$

Prof Dr. Ernane Costa

# Computação Evolutiva (CE)

- Trata de Sistemas para a resolução de problemas que utilizam modelos computacionais baseados na teoria da evolução natural.

- Primeiros trabalhos na década de 50 (Bremermann, Friedberg, Box)

- Área começou a crescer na década de 70 (Holland, Fogel, Schwefel, Rechenberg)

Prof. Dr. Ernane Costa

# Categorias da CE

- **Algoritmos Genéticos:** propostos por Holland década de 70.
- **Programação Genética:** originada na década de 80, fornece um método para a criação automática de programas a partir de uma descrição em alto nível do problema a ser atacado. Para isso, utiliza-se de princípios da genética e evolução natural para evoluir uma população de programas
- **Estratégias de Evolução:** proposta por Rechemberg, em 1973. Tem como objetivo resolver problemas hidrodinâmicos e de controle. Utilizam mutações normalmente distribuídas para modificar vetores de valores reais.
  - Os operadores utilizados são mutação e crossover.

# AG

- Algoritmos Genéticos (AG) são modelos de processamento computacional que simulam os mecanismos de seleção natural, genética e evolução;
  - Busca e Otimização
- Introduzidos por introduzidos por John Holland em 1975;
- Quanto melhor um indivíduo se adaptar ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes.

Prof. Dr. Ernane Costa



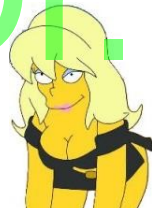
# Seleção Natural

Mais aptos

maior longevidade

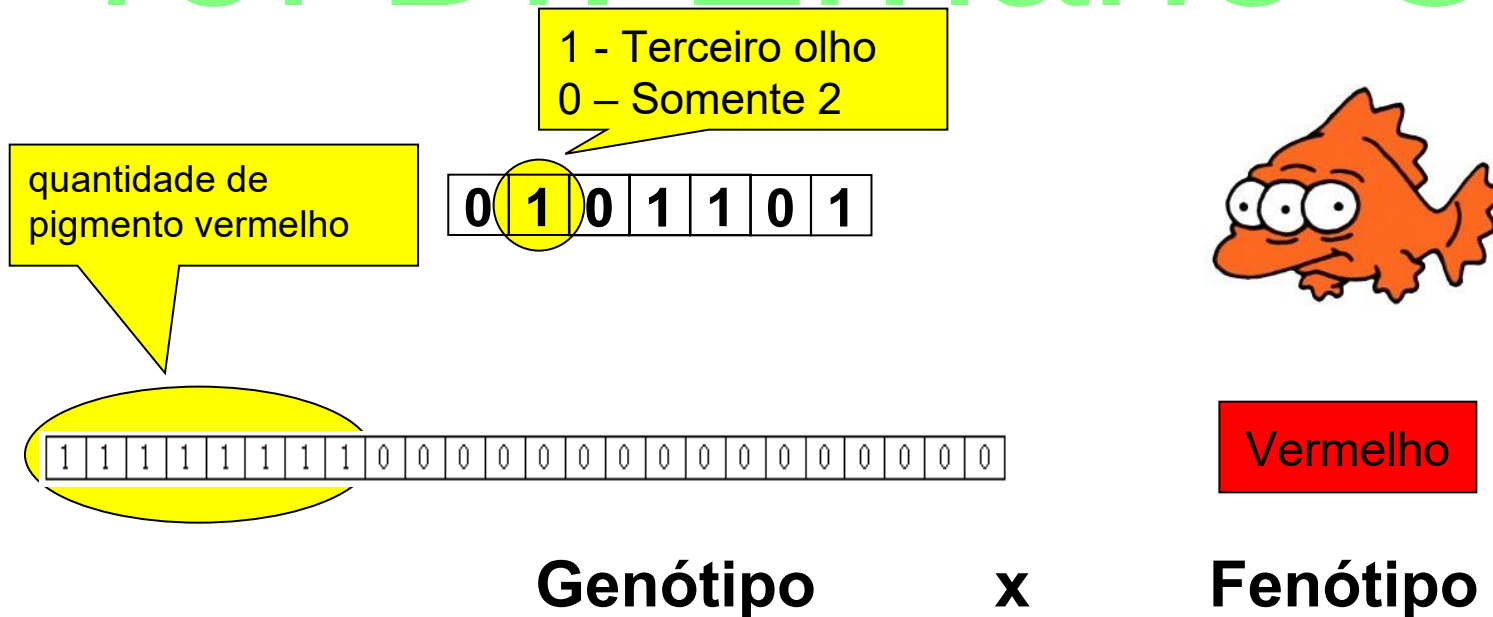
mais descendentes

maior chance de perpetuar código genético



# Definições

- Cada solução candidata é considerada como um indivíduo;
- Indivíduo representado univocamente por um cromossomo (cadeia de símbolos);
- Um gene é a porção de um cromossomo que codifica uma característica específica do fenótipo.



# Utilizando AG

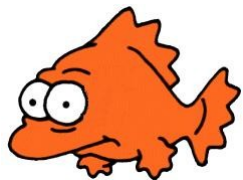
- Geralmente, os AG tem apenas dois componentes dependentes do problema:

- Codificação das soluções em cromossomos;
- Definição da função de aptidão.

Prof. Dr. Ernane Costa

# Função de Aptidão

- Na natureza, a seleção é realizada pela pressão do meio ambiente;
- No contexto computacional, é simulada pela aplicação da função de aptidão.



# Função de Aptidão

- A função de aptidão tem por objetivo fornecer uma medida de aptidão de cada indivíduo na população corrente:
  - Capacidade para sobreviver, se reproduzir e manter seu código genético nas próximas gerações
- Geralmente é uma expressão matemática que mede o quanto uma solução está próxima da solução desejada;
- São específicas de cada problema;
- Depende do desempenho do fenótipo, mas é calculada a partir do genótipo.

# Codificação dos Cromossomos

- Representação das possíveis soluções do espaço de busca do problema por cromossomos:

□ Binária:

- Ex.: Maximizar  $f(x) = -x^2 + 8x + 3$

0 0 0 1 1

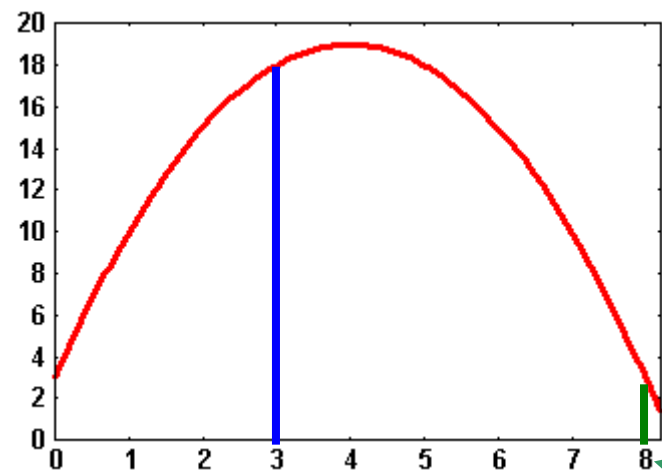
0 1 0 0 0



Cromossomos

X = 3

X = 8

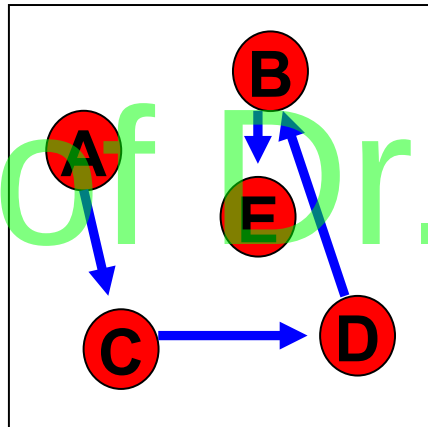




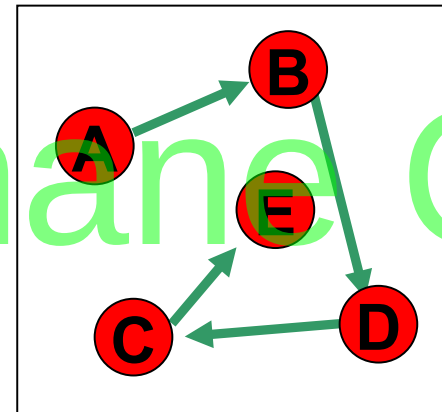
# Codificação dos Cromossomos

- Permutação:

- Ex.: Caixeiro Viajante



A C D B E



A B D C E

- Números reais:

- Ex.: Pesos para redes neurais

# Características:Diferenciais dos AG

- Trabalham com codificações das soluções (genótipo), e não com as soluções (fenótipo);
- Buscam a partir de uma população, e não de um único ponto;
  - Realizam buscas simultâneas em várias regiões do espaço de busca;
- Utilizam apenas função de avaliação;
  - Não utilizam derivadas ou outro conhecimento auxiliar;
- Utilizam regras de transição probabilísticas e não determinísticas.

**Apesar de aleatórios, não trata-se de caminhadas aleatórias não direcionadas, pois exploram informações históricas para encontrar novos pontos de busca onde são esperados melhores desempenhos.**

# Características

- Capazes de resolver problemas complexos de maneira elegante e robusta;
- Não são limitados por suposições sobre o espaço de busca:
  - Continuidade;
  - Derivadas, etc.
- Amplamente utilizados em problemas de difícil manipulação pelas técnicas tradicionais;
- Paralelismo implícito.

# Funcionamento Básico

- O algoritmo é iniciado com uma população inicial (soluções iniciais);
  - Seleção
  - Cruzamento
  - Mutação
- Algoritmo executado ciclicamente até que seu critério de parada seja satisfeito;
- Após vários ciclos de evolução, espera-se que a população contenha indivíduos mais aptos.

Prof. Dr. Ernane Costa

# Seleção

- Escolha dos indivíduos da população atual para reprodução: mais aptos → mais chances;
- Direciona a evolução da população;
- Projetados para escolher preferencialmente indivíduos com maiores notas de aptidão, embora não exclusivamente
  - Manter a diversidade da população.

# Técnicas de Seleção







- **Roleta** (Mais simples e mais utilizado):

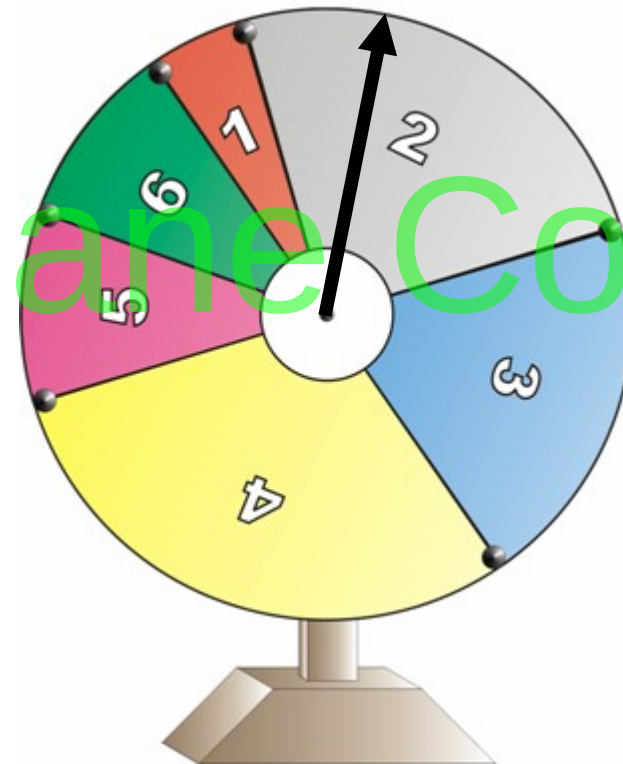
- Representatividade na roleta proporcional a aptidão
- Cada vez que a roleta é girada é escolhido um indivíduo
- O processo é repetido até preencher a população intermediária

Prof. Dr. Ernane Costa



# Exemplo: Roleta

Indivíduo	Nro. Indivíduo	Aptidão	Participação na roleta
	1	4	5%
	2	20	25%
	3	16	20%
	4	24	30%
	5	8	10%
	6	8	10%



Prof. Dr. Ernane Costa

# Técnicas de Seleção

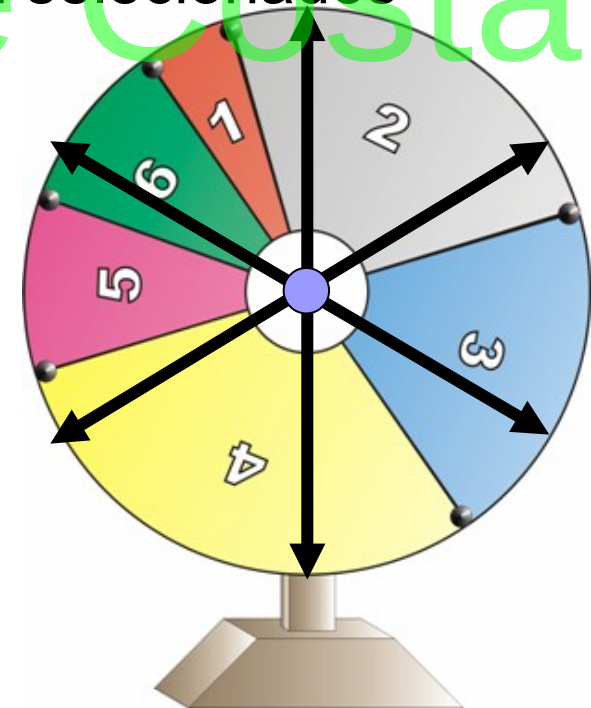
## ■ Amostragem Universal Estocástica

- Variação do método da roleta;

- P agulhas igualmente espaçadas;

- P é o número de indivíduos a serem selecionados para a próxima geração

- Roleta é girada uma única vez.



# Técnicas de Seleção

## ■ Torneio

- N indivíduos escolhidos aleatoriamente com a mesma probabilidade (comum  $N=3$ )
- Dentre esses N cromossomos, é selecionado o o mais apto.
- Repete-se o processo até preencher a população intermediária

Prof. Dr. Ernane Costa

# Exemplo: Torneio

Indivíduo	Aptidão
1	4
2	20
3	16
4	24
5	8
6	8

■ Para  $N = 3$ :

Candidatos

Selecionado

2, 4, 6

4



1, 3, 6

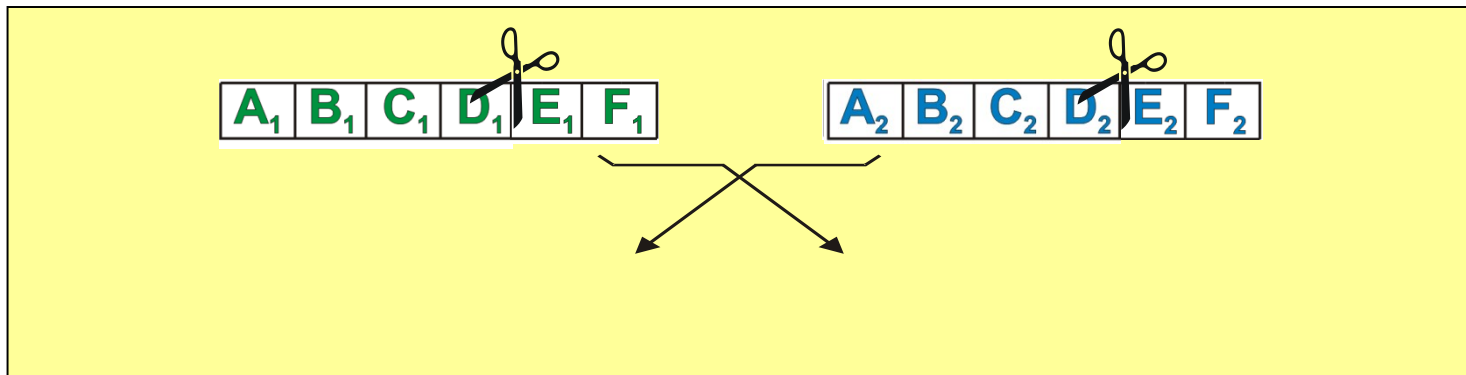
3



# Cruzamento

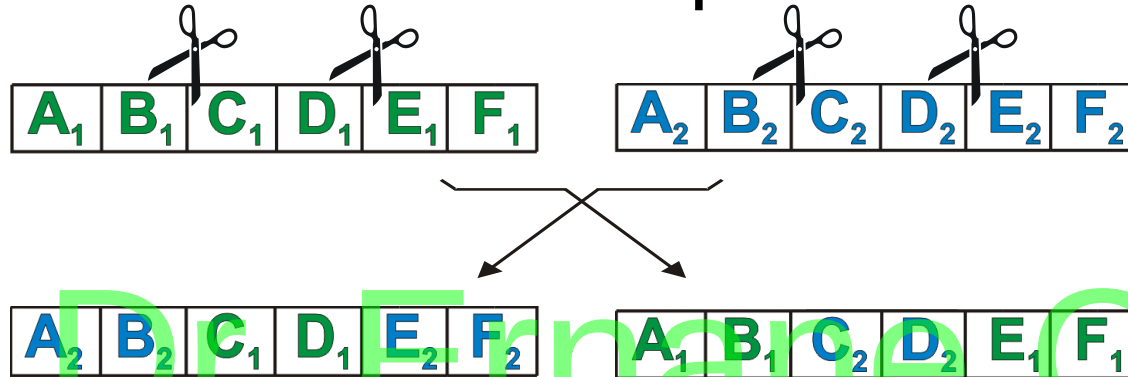
- Genitores selecionados trocam partes de seus cromossomos entre si
- Características genéticas dos genitores mantidas
- Definida uma probabilidade para que seja realizado o cruzamento (normalmente  $0.6 \leq P_c < 1$ )
  - Cópias dos pais se não houver cruzamento

Cruzamento de 1 ponto:



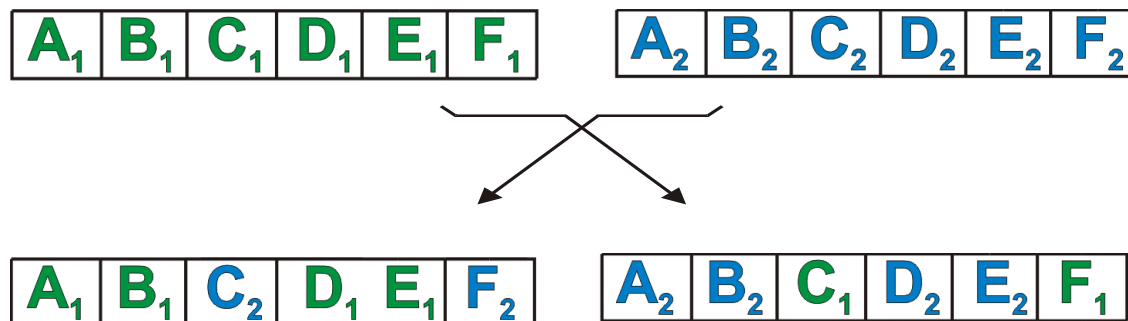
# Cruzamento

- Cruzamento de vários pontos:



- Cruzamento uniforme:

Ex.: Máscara gerada aleatoriamente: 0 0 1 0 0 1

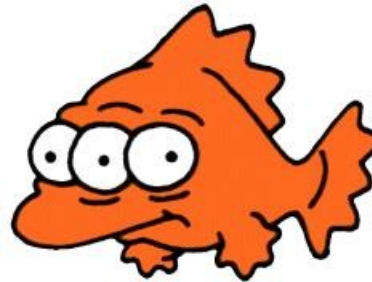


# Mutação

- Altera aleatoriamente o código genético de um indivíduo;
- Geralmente utiliza-se uma taxa de mutação pequena:  $0,001 \leq P_m \leq 0,1$ .

Antes da mutação

0	1	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---



Depois da mutação



Prof. Dr. Ermano Costa

# Mutação

- Necessário para a introdução e manutenção da diversidade genética da população;
  - Resultado positivo: sobrevivência
  - Resultado negativo: extinção
- Torna possível a exploração de áreas do espaço de busca que não poderiam ser alcançadas somente com os cruzamentos aplicados à população inicial;
- Ajuda a evitar máximos locais.

Prof. Dr. Ernane Costa



# Estratégia Elitista

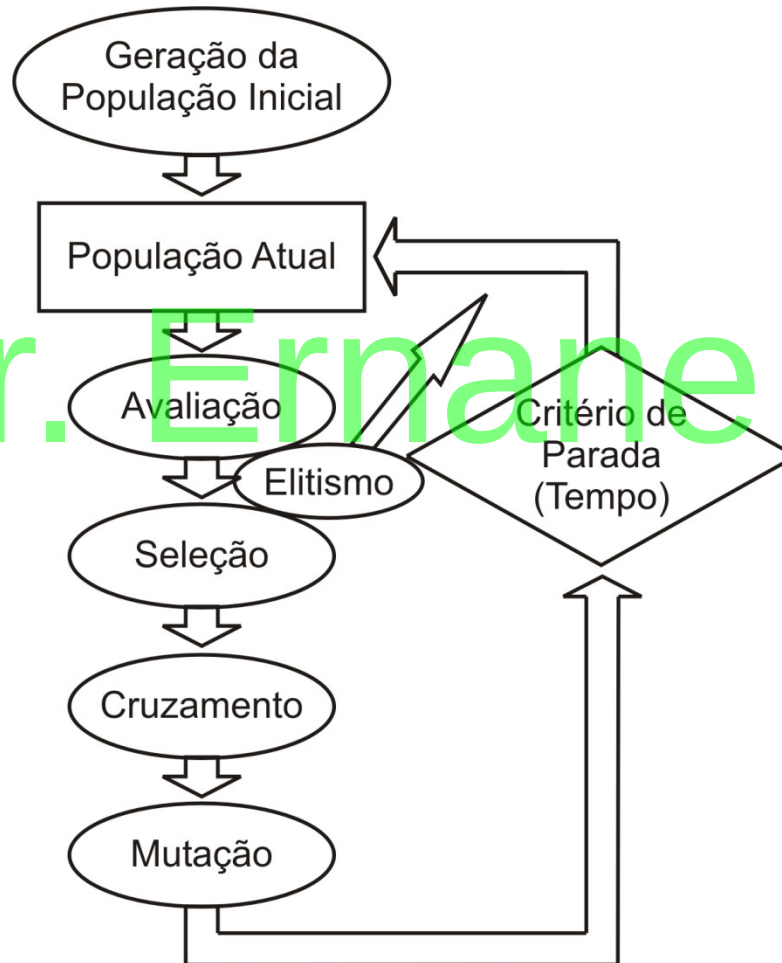
- Durante a evolução dos AG, pode acontecer de o indivíduo mais apto de uma geração não estar presente na geração seguinte, devido à característica não-determinística dos AG;
- Com a estratégia Elitista [De Jong, 1975], o (s) melhor(es) indivíduos são automaticamente colocados na próxima geração;
  - Para prevenir que não desapareçam da população pela manipulação dos operadores genéticos
- O elitismo visa acelerar a busca pela solução ótima com o aumento da pressão seletiva.

# Critério de parada

- Número de gerações;
- Tempo de processamento;
- Estagnação da aptidão média da população;
- Estagnação da aptidão do melhor indivíduo da população;
- Homogeneidade das aptidões dos indivíduos da população;

Prof. Dr. Ernane Costa

# Esquema básico de AG



Prof Dr. Ernane Costa

# Parâmetros dos AG

- O desempenho dos AG é fortemente influenciado pela definição dos seus parâmetros:

- Tamanho da população;

- Populações pequenas: cobrem pouco o espaço de busca;
- Populações grandes: apesar de evitar mínimos locais, requer mais recursos computacionais e tempo.

- Intervalo de Geração: porcentagem da população que será substituída;

- Grande (comum): filhos substituem pais;
- Pequena: “pais e filhos convivem”.

Prof. Dr. Ernane Costa

# Parâmetros dos AG

- Taxa de Cruzamento:

- Se for muito baixa: busca pode estagnar;
- Se for muito alta: boas estruturas podem ser perdidas.

- Taxa de mutação:

- Possibilita que qualquer ponto do espaço de busca seja atingido;
- Se for muito alta: busca aleatória.

Prof. Dr. Emanuele Costa

# Problemas com Restrições

- Eliminar os indivíduos ineficazes a cada geração;
- Aplicação de penalidades no cálculo da Função de Aptidão;
  - os indivíduos que violarem alguma restrição têm sua aptidão decrescida, em geral em uma quantidade proporcional à “gravidade” da violação.
- Reparação dos indivíduos ineficazes;

# Convergência dos AG

- Pressão Seletiva: controla o grau de privilégio dos indivíduos mais aptos para sobreviver e reproduzir-se, em detrimento dos outros
  - Direciona busca
    - Depende do método de seleção e da função de aptidão
  - Pressão seletiva muito alta:
    - menor Diversidade Populacional
    - convergência prematura
      - Máximo global ou local
  - Pressão seletiva muito baixa:
    - todos os cromossomos têm probabilidade de sobreviver muito parecidas, independente da aptidão: busca aleatória

# Aprendizado e Evolução

- Aprendizado:
  - capacidade que possui o indivíduo de fazer mudanças ao longo do tempo, com a intenção de melhorar o desempenho de tarefas definidas por seu ambiente

Aprendizado: Adaptação individual (tempo de vida do indivíduo)

X

**Evolução:** Adaptação de espécies (tempo de existência da espécie )



# Aprendizado e Evolução

- Algoritmos Genéticos Híbridos :
  - AG + métodos de aprendizado ou otimização local
  - Lamarckismo: o aprendizado modifica o código genético do indivíduo.
  - Efeito Baldwin: o aprendizado não modifica o código genético do indivíduo.
    - Baldwin considerava que a aprendizagem individual pode explicar fenômenos evolucionários que parecem requerer herança lamarckista
      - Comportamentos aprendidos poderiam ser comportamentos instintivos em gerações subseqüentes
      - Não requer o mapeamento de fenótipo e ambiente em genótipo, como requer a teoria de Lamarck

Prof. Dr. Ernane Costa

# Exemplo

■ A melhor solução é dada por: 001010.  
como encontrá-la usando GA?

■ Geração de uma população (possíveis soluções).

- A) 010101      1
- B) 111101      1
- C) 011011      4\* → Mãe
- D) 100100      3\* → Pai

Prof. Dr. Emanuele Costa

■ Crossover	Novos variantes	avaliação
■ C)01:1011	E)01:1100	3
■ D)10:1100	F)10:1011	4
■ C)0110:11	G) 0110:00	4
■ D)1011:00	H) 1011:11	3

Prof. Dr. Ernane Costa

■ F=mãe; G = Pai

■ Crossover

Novos variantes

avaliação

■ F)1:01011

H)1:11000

3

■ G)0:11000

I) 0:01011

5

■ F) 101:011

J)101:000

4

■ G)011:000

K)011:011

4

Prof Dr. Ernane Costa

■ I=Mãe; J = Pai

■ Crossover

Novos variantes

avaliação

■ I)0010:11

L)0010:00

5

■ J)1010:00

M)1010:11

4

■ I) 00101:1

N)00101:0

6

■ J)10100:0

O)10100:1

3

Prof Dr. Ernane Costa

# Avaliação 1

- Construa um algoritmo em Português estruturado que implemente o exemplo de GA dado.

# Problema do Caxeiro Viajante

- Encontrar a melhor forma de visitar um conjunto de cidades.
- Descreva o problema
- Como codificar as soluções em cromossomos
- Implemente em português estruturado
- Mostre detalhadamente as 5 primeiras iterações de seu algoritmo
- Faça um relatório explicativo e detalhado

# Referências

- Goldberg, D. E. (1989).** Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley, 1 edition.
- Holland, J. H. (1975).** Adaptation in natural and artificial systems. University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Whitley, D. (1994),** A Genetic Algorithm Tutorial Statistics and Computing (4):65-85.
- De Jong, K. A. (1975).** An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems. Tese de doutorado, University of Michigan, Dept. of Computer and Communication Sciences.
- Rezende, S. O. et al, (2003)** Sistemas inteligentes : fundamentos e aplicações
- Barcellos, J. C. H. (2000),** Algoritmos Genéticos Adaptativos: Um estudo comparativo, Dissertação de Mestrado, POLI-USP.
- Rayward-Smith V.J. , Osman I.H., Reeves C.R and Smith G.D. (1996),** Modern Heuristic Search Methods. John Wiley & Sons.
- Pacheco, M. A. C. , ALGORITMOS GENÉTICOS: PRINCÍPIOS E APLICAÇÕES, Apostila,**  
[http://www.ica.ele.puc-rio.br/inteligencia\\_computacional/apostila\\_comp\\_evol.htm](http://www.ica.ele.puc-rio.br/inteligencia_computacional/apostila_comp_evol.htm), (acessado em 05/06/2006)
- Stemmer, M. R.,** Algoritmos Genéticos, Notas de Aula, DAS / CTC / UFSC,  
[http://www.das.ufsc.br/~camponog/Disciplinas/DAS-5341/stemmer/Algoritmos\\_Geneticos.pdf](http://www.das.ufsc.br/~camponog/Disciplinas/DAS-5341/stemmer/Algoritmos_Geneticos.pdf), (acessado em 02/06/2006)
- Yepes, I.,** UMA INCURSÃO AOS ALGORITMOS GENÉTICOS , (<http://www.geocities.com/igoryepes>)  
(acessado em 02/06/2006)
- Saavedra, O. R. (2002),** Algoritmos Genéticos, Notas de Aula, DEE – UFMA  
<http://www.dee.ufma.br/~osvaldo/evolutivo2003.pdf> ,(acessado em 02/06/2006)
- Whitley, D. , Gordon V. S., Mathias K. (1994)** Lamarckian Evolution, The Baldwin Effect and Function Optimization, Parallel Problem Solving from Nature -- PPSN III.
- Barreto, A. M. S. (2003),** Uma Introdução aos Algoritmos Genéticos, Apostila,  
[http://www.coc.ufrj.br/~andrembs/\\_private/apostilaAG.pdf](http://www.coc.ufrj.br/~andrembs/_private/apostilaAG.pdf), “(acessado em 02/06/2006)
- Morales, A. B. T. (1997),** IDENTIFICAÇÃO DIFUSA DE SISTEMAS: PROPOSTA DE UM MODELO ADAPTATIVO, Tese de Doutorado, UFSC,
- Manoel, H. P. (1998),** Algoritmos Genéticos, <http://www.professor.webizu.org/ga/> (acessado em 02/06/2006)