



Algoritmos

Prof Dr. **Genéticos** Ernane Costa

ZAB 1042- Inteligência Artificial

Hierarquia do conhecimento Cientifico

Menor	Hipótese Científica	É o nível mais baixo do saber científico
Baixo	Achado ou Descoberta Científica	Tem vantagem sobre as hipóteses por serem realmente constatados via observação ou experimentação.
Intermediário	Modelos Científicos	Apresentam superioridade aos achados por apresentarem uma estrutura lógica resultando da experimentação, permitindo previsões cuja confiabilidade pode ser avaliada.
Alto	Teorias Científicas	Mostram-se superiores aos modelos por permitirem não apenas previsões acerca de um dado conhecimento, mas também a identificação de eventuais ações de controle.
Maior	Leis Científicas	É o nível mais alto do saber científico, tendo toda a funcionalidade de uma teoria, mas com um grau muito maior de confirmação empírica e, conseqüentemente con-

Prof. Dr. Ernane Costa

Relembrando Problemas de Otimização usando ferramentas matemáticas

Um problema de otimização é aquele onde se procura determinar os valores extremos de uma função, isto é, o maior ou o menor valor que uma função pode assumir em um dado intervalo.

Os métodos estudados para encontrar máximos e mínimos de funções podem ser aplicados para resolver problemas práticos. O primeiro passo consiste em compreender o problema e converter-lo num problema matemático estabelecendo a função que dever ser maximizada ou minimizada.

Vamos aplicar o que aprendemos até o momento para resolver alguns problemas práticos.

Relembrando Problemas de Otimização usando ferramentas matemáticas

Podemos adotar um roteiro ou procedimento para resolver um problema de otimização.

- ▶ Compreendendo o problema: ler algumas vezes até compreender o que está sendo pedido, identificando o que deve ser minimizado ou maximizado.
- ▶ Se possível, faça uma ilustração para auxiliar seu raciocínio.
- ▶ Extrair todos os dados do problema.
- ▶ Deduzir uma função que descreva matematicamente o que deve ser minimizado ou maximizado, identificando as variáveis envolvidas.
- ▶ Identificar o domínio de aplicação da função.
- ▶ Aplicar as ferramentas do cálculo para minimizar ou maximizar a função deduzida anteriormente, no domínio da aplicação.

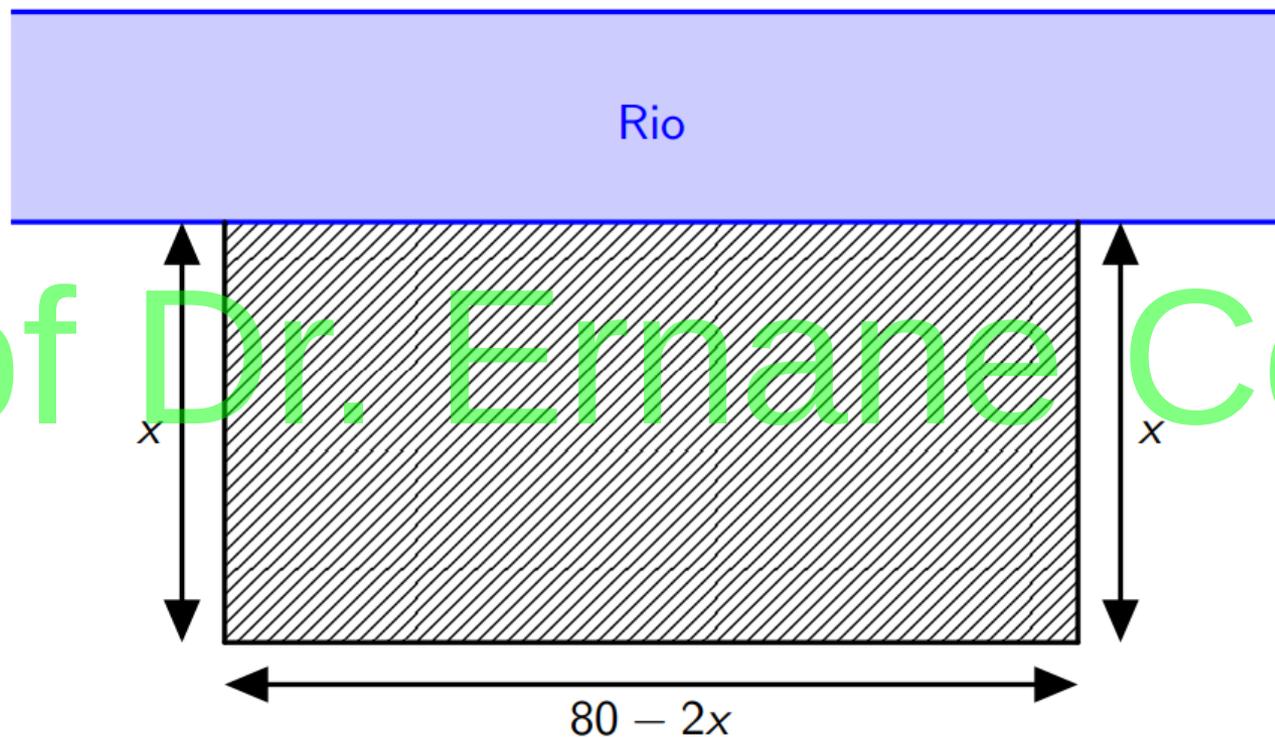
Relembrando Problemas de Otimização usando ferramentas matemáticas

Exemplo

Com 80 metros de cerca um fazendeiro deseja cercar uma região retangular junto a um rio para confinar alguns animais. O lado da região retangular junto à margem do rio não é cercado. Quais devem ser as medidas, em metros, da região para que a área cercada seja a maior possível?

Prof. Dr. Ernane Costa

Primeiramente, fazemos uma ilustração do que deve ser feito.



Chamaremos de x a largura da região retangular. Como a quantidade de arame utilizada deve ser de 80 metros, devemos ter o outro lado do retângulo igual a $80 - 2x$, uma vez que a margem do rio não deve ser cercada.

O objetivo é ter área máxima, ou seja, devemos maximizar a função que representa a área do cercado que é dada por

$$\begin{aligned} A(x) &= x(80 - 2x) \\ &= 80x - 2x^2, \quad 0 \leq x \leq 40. \end{aligned}$$

O domínio em questão são os valores da variável x que fazem sentido a modelagem do problema. Vamos utilizar as técnicas estudadas até aqui para resolver tal problema.

Prof. Dr. Ernane Costa

Primeiramente devemos encontrar os pontos crítico de A . Como A é derivável, os pontos críticos correspondem aos pontos que resolvem $A'(x) = 0$, no intervalo $(0, 40)$.

$$A'(x) = 0$$

$$80 - 4x = 0$$

$$x = 20.$$

Prof Dr. Ernane Costa

Para encontrar a área máxima, basta comparar o valor da função A no ponto crítico encontrado e nos extremos do intervalo $[0, 40]$. Assim,

$$A(0) = 0$$

$$A(40) = 0$$

$$A(20) = 800.$$

Desta forma, a largura do cercado deve ser de 20 m e o comprimento deve ser de 40 m . Neste caso, a área obtida é máxima e tem valendo 800 m^2 .

Prof Dr. Ernane Costa

O gráfico abaixo ilustra a área da região em função da largura do terreno. Observa-se que a função área A atinge seu máximo em $x = 20$, como havíamos encontrado anteriormente.

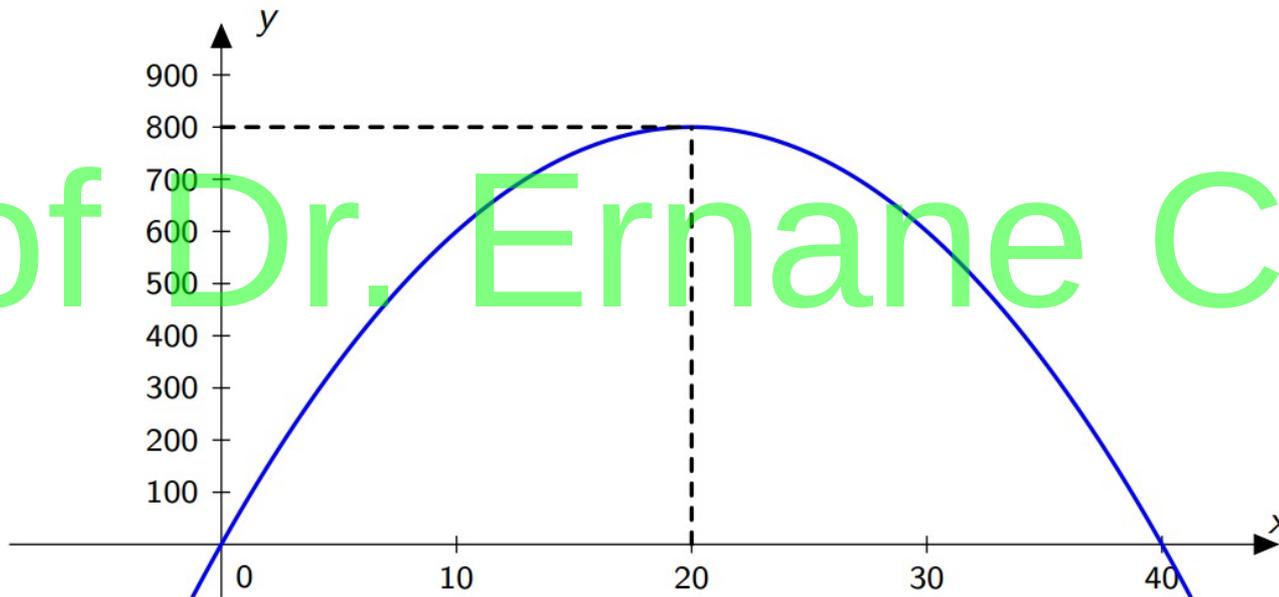


Figura : Gráfico de $A(x) = 80x - 2x^2$.

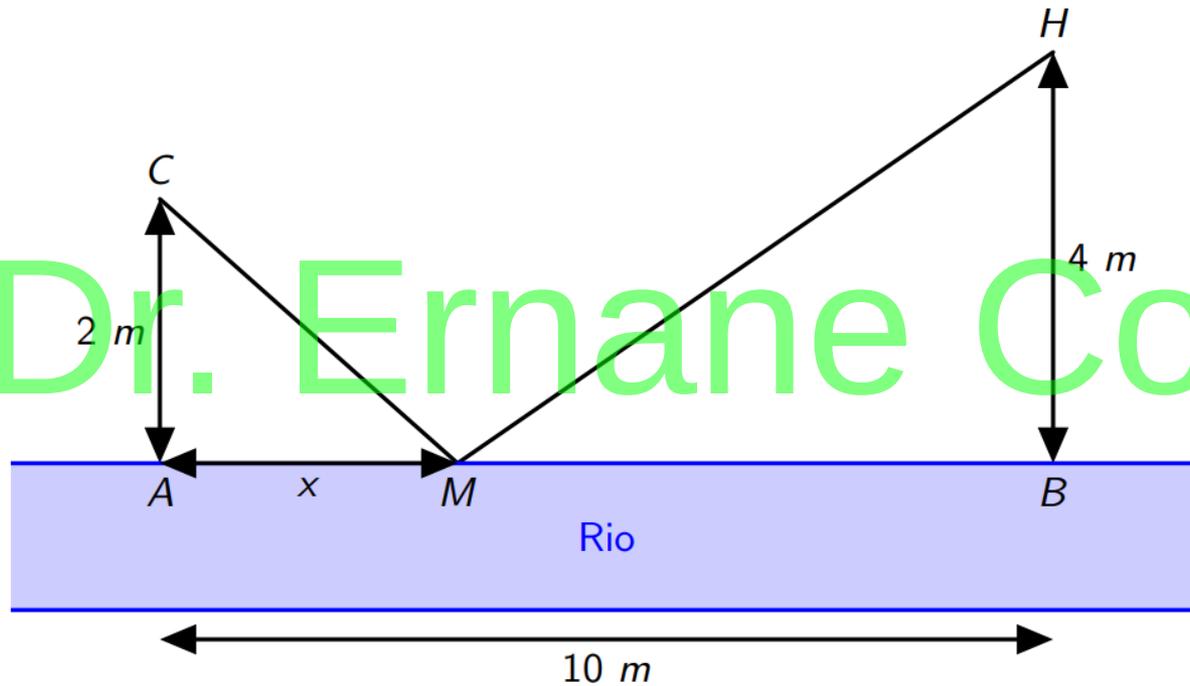


Outro exemplo:

Um engenheiro de biossistema deve programar uma máquina de regar robótica para a partir de um ponto à 2 metros da margem de um rio, coletar água e depois levá-la até uma horta a 10 metros de distância e paralela ao rio. Qual deve ser o ponto M onde o robô deve coletar a água para que o trajeto do ponto de partida até o rio E depois até a horta seja o menor possível?

Prof Dr. Ernane Costa

Devemos encontrar a distância de A a M , que chamaremos de x , de tal maneira que a soma da distância da casa ao rio com a distância do rio até a horta seja mínima.



Prof Dr. Ernane Costa

A distância da casa ao ponto M é dada por $d_1(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ e a distância do ponto M até a horta é $d_2(x) = \sqrt{(10 - x)^2 + 16}$.

Desta forma, devemos minimizar a função distância d dada por

$$\begin{aligned} d(x) &= \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{(10 - x)^2 + 16} \\ &= \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 20x + 116}, \quad 0 \leq x \leq 10. \end{aligned}$$

Primeiramente, vamos encontrar os pontos críticos da função d no intervalo $(0, 10)$. Como a função é derivável em $(0, 10)$, os pontos críticos são tais que $d'(x) = 0$.

A derivada de d é dada por

$$\begin{aligned}d'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x^2+4}} \cdot 2x + \frac{1}{2\sqrt{x^2-20x+116}} \cdot (2x-20) \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} + \frac{x-10}{\sqrt{x^2-20x+116}}.\end{aligned}$$

Assim,

Prof Dr. Ernane Costa

$$\begin{aligned}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}} &= -\frac{x-10}{\sqrt{x^2-20x+116}} \\ \frac{x^2}{x^2+4} &= \frac{(x-10)^2}{x^2-20x+116}\end{aligned}$$

Assim, manipulando esta equação, encontramos

$$3x^2 + 20x - 100 = 0.$$

Logo,

$$\begin{aligned}x &= \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 1200}}{6} \\ &= \frac{-20 \pm 40}{6}.\end{aligned}$$

Assim,

$$x = \frac{10}{3} \quad \text{ou} \quad x = -10.$$

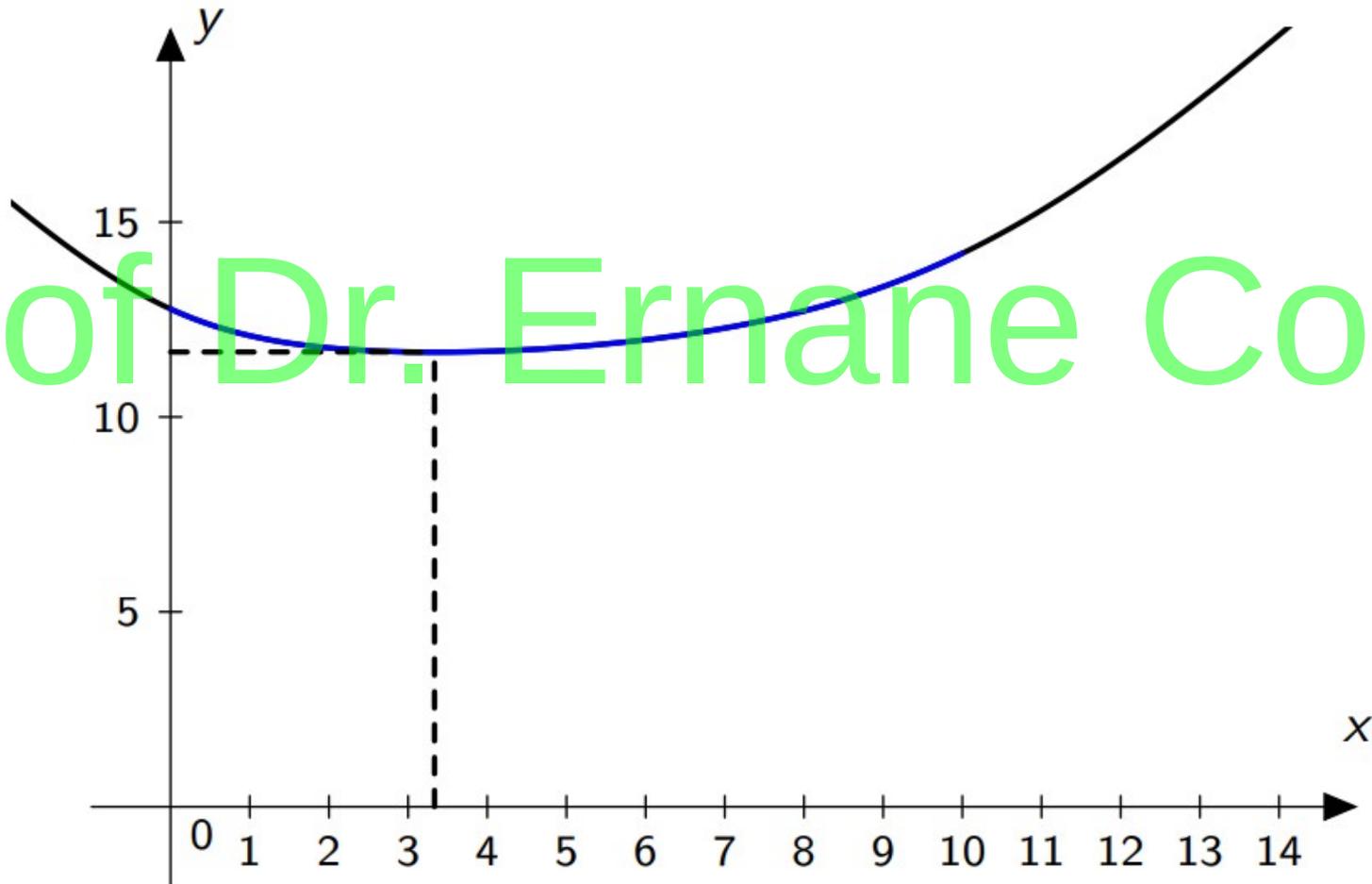
Devemos descartar $x = -10$, pois não faz parte do domínio de aplicação. Para encontrar a menor distância, devemos comparar o valor da função d em $x = 0$, $x = \frac{10}{3}$ e $x = 10$. Desta forma,

$$d(0) = 2 + \sqrt{116}, \quad d(10) = 4 + \sqrt{114}$$

$$\text{e} \quad d\left(\frac{10}{3}\right) = \sqrt{\frac{136}{9}} + \sqrt{\frac{544}{9}} < 12.$$

Logo, o ponto M deve estar localizado a uma distância $x = \frac{10}{3}$ metros do ponto A .

Abaixo, segue o gráfico do comprimento do trajeto percorrido em função da localização do ponto M .



Prof. Dr. Ernane Costa

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(10-x)^2 + (y-2)^2} \right)$$

Solution

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + (y-2)^2}} + \frac{x-10}{\sqrt{x^2 - 20x + y^2 + 104 - 4y}}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(10-x)^2 + (y-2)^2} \right)$$

Solution

$$\frac{y-2}{\sqrt{x^2 + (y-2)^2}} + \frac{y-2}{\sqrt{y^2 - 4y + x^2 + 104 - 20x}}$$

Prof Dr. Ermano Costa

Computação Evolutiva (CE)

- Trata de Sistemas para a resolução de problemas que utilizam modelos computacionais baseados na teoria da evolução natural.

- Primeiros trabalhos na década de 50 (Bremermann, Friedberg, Box)

- Área começou a crescer na década de 70 (Holland, Fogel, Schwefel, Rechenberg)

Prof. Dr. Ernane Costa

Categorias da CE

- **Algoritmos Genéticos:** propostos por Holland década de 70.
- **Programação Genética:** originada na década de 80, fornece um método para a criação automática de programas a partir de uma descrição em alto nível do problema a ser atacado. Para isso, utiliza-se de princípios da genética e evolução natural para evoluir uma população de programas
- **Estratégias de Evolução:** proposta por Rechemberg, em 1973. Tem como objetivo resolver problemas hidrodinâmicos e de controle. Utilizam mutações normalmente distribuídas para modificar vetores de valores reais.
 - Os operadores utilizados são mutação e crossover.

AG

- Algoritmos Genéticos (AG) são modelos de processamento computacional que simulam os mecanismos de seleção natural, genética e evolução;
 - Busca e Otimização
- Introduzidos por introduzidos por John Holland em 1975;
- Quanto melhor um indivíduo se adaptar ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes.

Prof. Dr. Ernane Costa

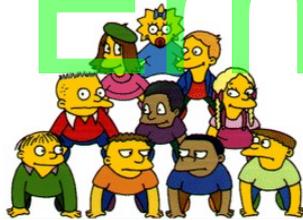
Seleção Natural

Mais aptos

maior longevidade

mais descendentes

maior chance de perpetuar código genético



Utilizando AG

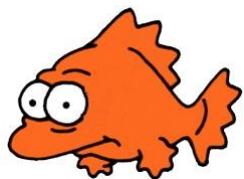
- Geralmente, os AG tem apenas dois componentes dependentes do problema:

- Codificação das soluções em cromossomos;
- Definição da função de aptidão.

Prof. Dr. Ernane Costa

Função de Aptidão

- Na natureza, a seleção é realizada pela pressão do meio ambiente;
- No contexto computacional, é simulada pela aplicação da função de aptidão.



Função de Aptidão

- A função de aptidão tem por objetivo fornecer uma medida de aptidão de cada indivíduo na população corrente:
 - Capacidade para sobreviver, se reproduzir e manter seu código genético nas próximas gerações
- Geralmente é uma expressão matemática que mede o quanto uma solução está próxima da solução desejada;
- São específicas de cada problema;
- Depende do desempenho do fenótipo, mas é calculada a partir do genótipo.

Codificação dos Cromossomos

- Representação das possíveis soluções do espaço de busca do problema por cromossomos:

□ Binária:

- Ex.: Maximizar $f(x) = -x^2 + 8x + 3$

0 0 0 1 1

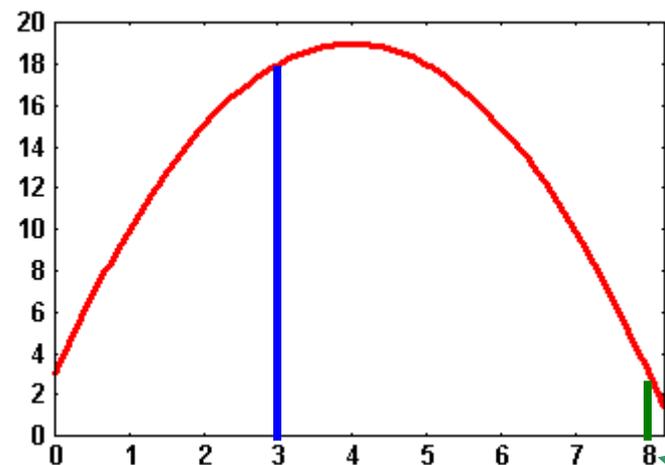
0 1 0 0 0



Cromossomos

X = 3

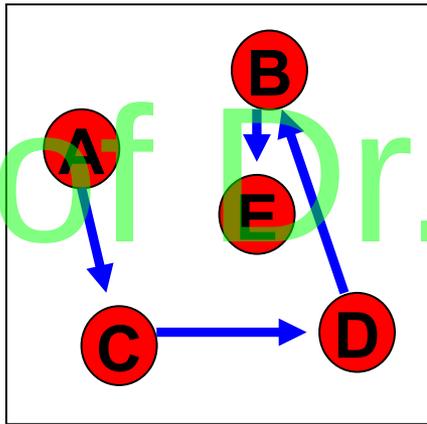
X = 8



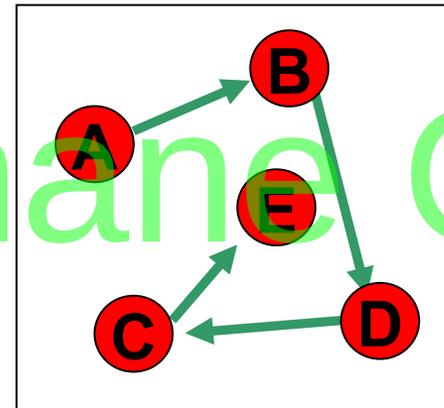
Codificação dos Cromossomos

- Permutação:

- Ex.: Caixeiro Viajante



A C D B E



A B D C E

- Números reais:

- Ex.: Pesos para redes neurais

Características:Diferenciais dos AG

- Trabalham com codificações das soluções (genótipo), e não com as soluções (fenótipo);
- Buscam a partir de uma população, e não de um único ponto;
 - Realizam buscas simultâneas em várias regiões do espaço de busca;
- Utilizam apenas função de avaliação;
 - Não utilizam derivadas ou outro conhecimento auxiliar;
- Utilizam regras de transição probabilísticas e não determinísticas.

Apesar de aleatórios, não trata-se de caminhadas aleatórias não direcionadas, pois exploram informações históricas para encontrar novos pontos de busca onde são esperados melhores desempenhos.

Características

- Capazes de resolver problemas complexos de maneira elegante e robusta;
- Não são limitados por suposições sobre o espaço de busca:
 - Continuidade;
 - Derivadas, etc.
- Amplamente utilizados em problemas de difícil manipulação pelas técnicas tradicionais;
- Paralelismo implícito.

Funcionamento Básico

- O algoritmo é iniciado com uma população inicial (soluções iniciais);
 - Seleção
 - Cruzamento
 - Mutação
- Algoritmo executado ciclicamente até que seu critério de parada seja satisfeito;
- Após vários ciclos de evolução, espera-se que a população contenha indivíduos mais aptos.

Prof. Dr. Ernane Costa

Seleção

- Escolha dos indivíduos da população atual para reprodução: mais aptos → mais chances;
- Direciona a evolução da população;
- Projetados para escolher preferencialmente indivíduos com maiores notas de aptidão, embora não exclusivamente
 - Manter a diversidade da população.

Técnicas de Seleção

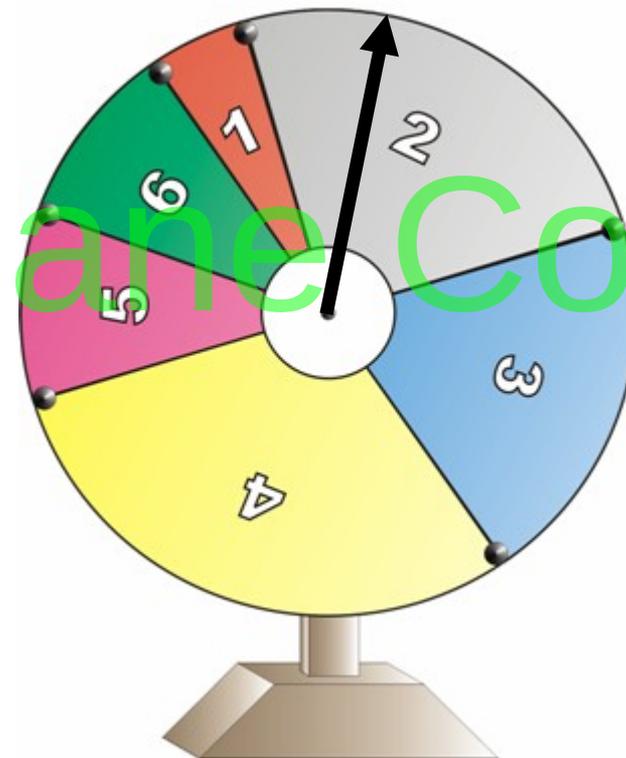
- Roleta (Mais simples e mais utilizado):

- Representatividade na roleta proporcional a aptidão
- Cada vez que a roleta é girada é escolhido um indivíduo
- O processo é repetido até preencher a população intermediária

Prof. Dr. Ernane Costa

Exemplo: Roleta

Indivíduo	Nro. Indivíduo	Aptidão	Participação na roleta
	1	4	5%
	2	20	25%
	3	16	20%
	4	24	30%
	5	8	10%
	6	8	10%



Prof. Dr. Ernane Costa

Técnicas de Seleção

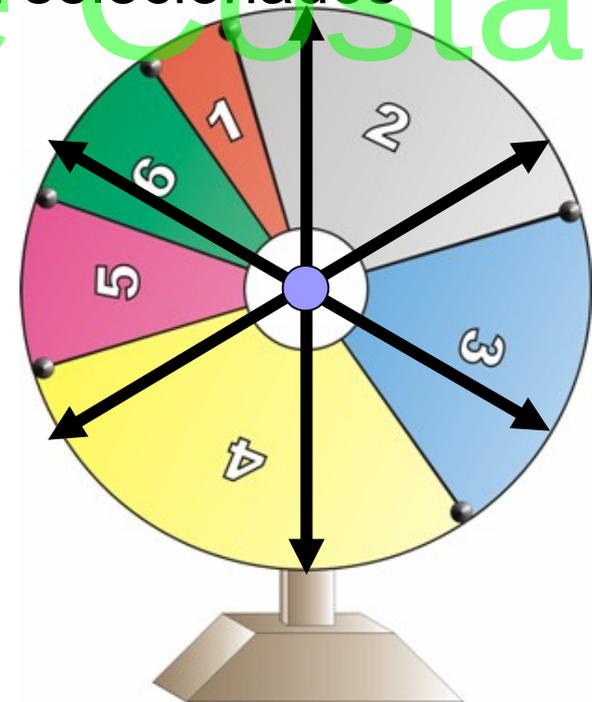
■ Amostragem Universal Estocástica

- Variação do método da roleta;

- P agulhas igualmente espaçadas;

- P é o número de indivíduos a serem selecionados para a próxima geração

- Roleta é girada uma única vez.



Técnicas de Seleção

■ Torneio

- N indivíduos escolhidos aleatoriamente com a mesma probabilidade (comum $N=3$)
- Dentre esses N cromossomos, é selecionado o o mais apto.
- Repete-se o processo até preencher a população intermediária

Prof. Dr. Ernane Costa

Exemplo: Torneio

Indivíduo	Aptidão
1	4
2	20
3	16
4	24
5	8
6	8

■ Para $N = 3$:

Candidatos

Selecionado

2, 4, 6

4



1, 3, 6

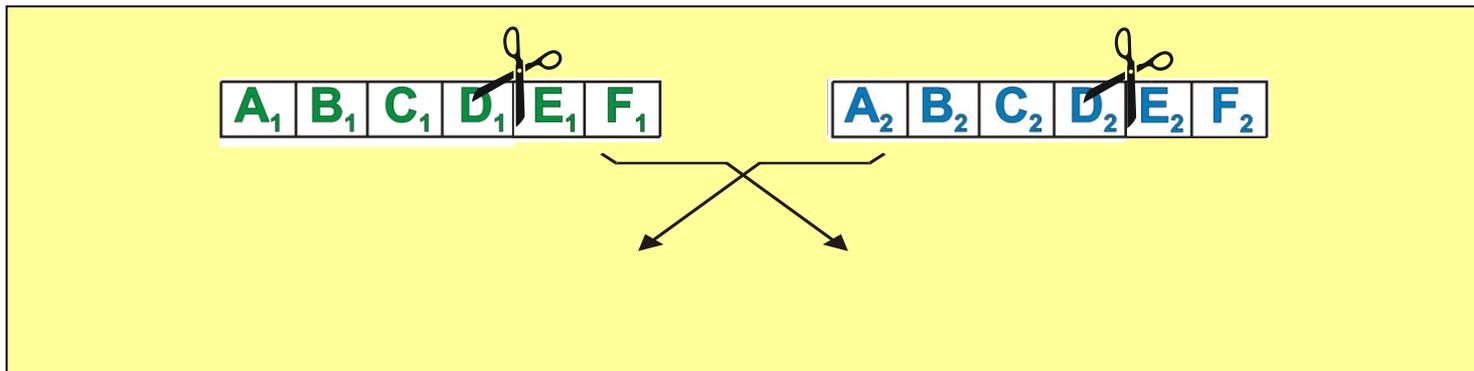
3



Cruzamento

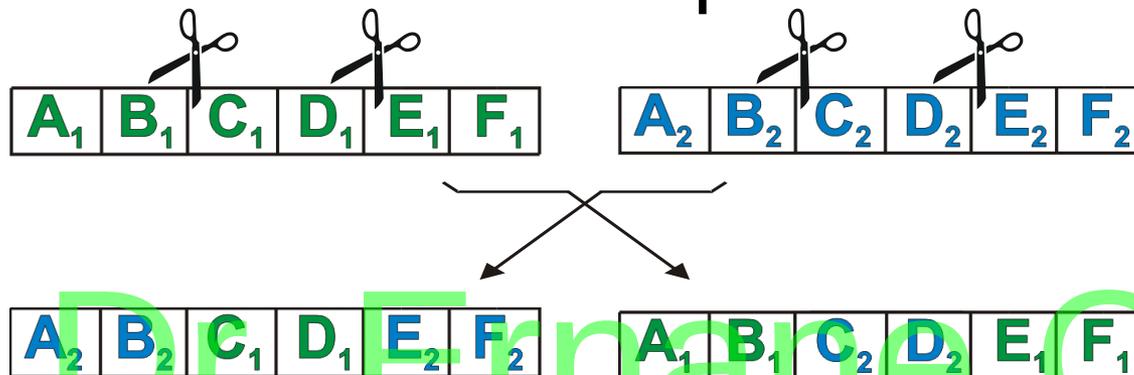
- Genitores selecionados trocam partes de seus cromossomos entre si
- Características genéticas dos genitores mantidas
- Definida uma probabilidade para que seja realizado o cruzamento (normalmente $0.6 \leq P_c < 1$)
 - Cópias dos pais se não houver cruzamento

Cruzamento de 1 ponto:



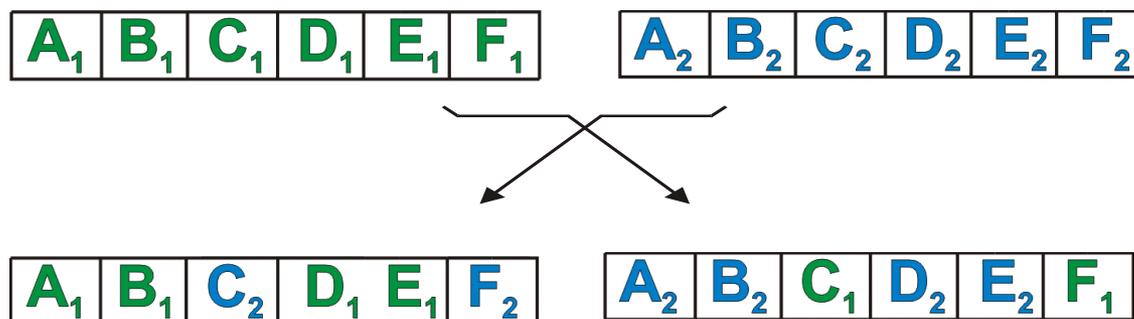
Cruzamento

- Cruzamento de vários pontos:



- Cruzamento uniforme:

Ex.: Máscara gerada aleatoriamente: 0 0 1 0 0 1

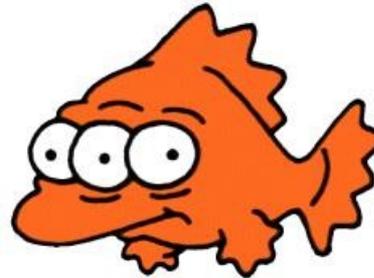


Mutação

- Altera aleatoriamente o código genético de um indivíduo;
- Geralmente utiliza-se uma taxa de mutação pequena: $0,001 \leq P_m \leq 0,1$.

Antes da mutação

0	1	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---



Depois da mutação



Prof. Dr. Emanuele Costa

Mutação

- Necessário para a introdução e manutenção da diversidade genética da população;
 - Resultado positivo: sobrevivência
 - Resultado negativo: extinção
- Torna possível a exploração de áreas do espaço de busca que não poderiam ser alcançadas somente com os cruzamentos aplicados à população inicial;
- Ajuda a evitar máximos locais.

Prof. Dr. Ernane Costa

Estratégia Elitista

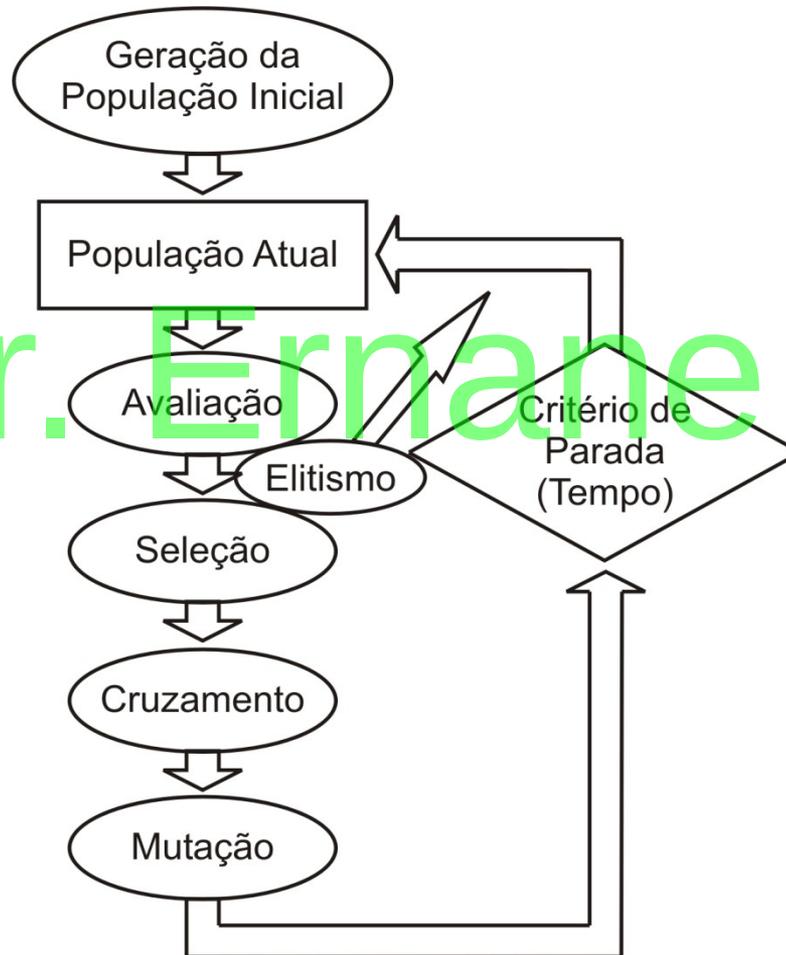
- Durante a evolução dos AG, pode acontecer de o indivíduo mais apto de uma geração não estar presente na geração seguinte, devido à característica não-determinística dos AG;
- Com a estratégia Elitista [De Jong, 1975], o (s) melhor(es) indivíduos são automaticamente colocados na próxima geração;
 - Para prevenir que não desapareçam da população pela manipulação dos operadores genéticos
- O elitismo visa acelerar a busca pela solução ótima com o aumento da pressão seletiva.

Critério de parada

- Número de gerações;
- Tempo de processamento;
- Estagnação da aptidão média da população;
- Estagnação da aptidão do melhor indivíduo da população;
- Homogeneidade das aptidões dos indivíduos da população;

Prof. Dr. Ernane Costa

Esquema básico de AG



Prof Dr. Ernane Costa

Parâmetros dos AG

- O desempenho dos AG é fortemente influenciado pela definição dos seus parâmetros:

- Tamanho da população;

- Populações pequenas: cobrem pouco o espaço de busca;
- Populações grandes: apesar de evitar mínimos locais, requer mais recursos computacionais e tempo.

- Intervalo de Geração: porcentagem da população que será substituída;

- Grande (comum): filhos substituem pais;
- Pequena: “pais e filhos convivem”.

Prof. Dr. Ernane Costa

Parâmetros dos AG

- Taxa de Cruzamento:

- Se for muito baixa: busca pode estagnar;
- Se for muito alta: boas estruturas podem ser perdidas.

- Taxa de mutação:

- Possibilita que qualquer ponto do espaço de busca seja atingido;
- Se for muito alta: busca aleatória.

Prof. Dr. Emanuele Costa

Problemas com Restrições

- Eliminar os indivíduos ineficazes a cada geração;
- Aplicação de penalidades no cálculo da Função de Aptidão;
 - os indivíduos que violarem alguma restrição têm sua aptidão decrescida, em geral em uma quantidade proporcional à “gravidade” da violação.
- Reparação dos indivíduos ineficazes;

Convergência dos AG

- Pressão Seletiva: controla o grau de privilégio dos indivíduos mais aptos para sobreviver e reproduzir-se, em detrimento dos outros
 - Direciona busca
 - Depende do método de seleção e da função de aptidão
 - Pressão seletiva muito alta:
 - menor Diversidade Populacional
 - convergência prematura
 - Máximo global ou local
 - Pressão seletiva muito baixa:
 - todos os cromossomos têm probabilidade de sobreviver muito parecidas, independente da aptidão: busca aleatória

Aprendizado e Evolução

- Aprendizado:
 - capacidade que possui o indivíduo de fazer mudanças ao longo do tempo, com a intenção de melhorar o desempenho de tarefas definidas por seu ambiente

Aprendizado: Adaptação individual (tempo de vida do indivíduo)

X

Evolução: Adaptação de espécies (tempo de existência da espécie)

Aprendizado e Evolução

- Algoritmos Genéticos Híbridos :
 - AG + métodos de aprendizado ou otimização local
 - Lamarckismo: o aprendizado modifica o código genético do indivíduo.
 - Efeito Baldwin: o aprendizado não modifica o código genético do indivíduo.
 - Baldwin considerava que a aprendizagem individual pode explicar fenômenos evolucionários que parecem requerer herança lamarckista
 - Comportamentos aprendidos poderiam ser comportamentos instintivos em gerações subseqüentes
 - Não requer o mapeamento de fenótipo e ambiente em genótipo, como requer a teoria de Lamarck

Prof. Dr. Ernane Costa

Exemplo

■ A melhor solução é dada por: 001010.
como encontrá-la usando GA?

■ Geração de uma população (possíveis soluções).

- A) 010101 1
- B) 111101 1
- C) 011011 4* → Mãe
- D) 100100 3* → Pai

Prof. Dr. Emanuele Costa

■ Crossover	Novos variantes	avaliação
■ C)01:1011	E)01:1100	3
■ D)10:1100	F)10:1011	4
■ C)0110:11	G) 0110:00	4
■ D)1011:00	H) 1011:11	3

Prof. Dr. Ernane Costa

■ F=mãe; G = Pai

■ Crossover Novos variantes avaliação

■ F)1:01011 H)1:11000 3

■ G)0:11000 I) 0:01011 5

■ F) 101:011 J)101:000 4

■ G)011:000 K)011:011 4

Prof Dr. Ernane Costa

■ I=Mãe; J = Pai

■ Crossover

Novos variantes

avaliação

■ I)0010:11

L)0010:00

5

■ J)1010:00

M)1010:11

4

■ I) 00101:1

N)00101:0

6

■ J)10100:0

O)10100:1

3

Prof Dr. Ernane Costa

Avaliação 1

- Construa um algoritmo em Português estruturado que implemente o exemplo de GA dado.

Problema do Caxeiro Viajante

- Encontrar a melhor forma de visitar um conjunto de cidades.
- Descreva o problema
- Como codificar as soluções em cromossomos
- Implemente em português estruturado
- Mostre detalhadamente as 5 primeiras iterações de seu algoritmo
- Faça um relatório explicativo e detalhado

Referências

- Goldberg, D. E. (1989).** Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley, 1 edition.
- Holland, J. H. (1975).** Adaptation in natural and artificial systems. University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Whitley, D. (1994),** A Genetic Algorithm Tutorial Statistics and Computing (4):65-85.
- De Jong, K. A. (1975).** An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems. Tese de doutorado, University of Michigan, Dept. of Computer and Communication Sciences.
- Rezende, S. O. et al, (2003)** Sistemas inteligentes : fundamentos e aplicações
- Barcellos, J. C. H. (2000),** Algoritmos Genéticos Adaptativos: Um estudo comparativo, Dissertação de Mestrado, POLI-USP.
- Rayward-Smith V.J. , Osman I.H., Reeves C.R and Smith G.D. (1996),** Modern Heuristic Search Methods. John Wiley & Sons.
- Pacheco, M. A. C. , ALGORITMOS GENÉTICOS: PRINCÍPIOS E APLICAÇÕES, Apostila,**
http://www.ica.ele.puc-rio.br/inteligencia_computacional/apostila_comp_evol.htm, (acessado em 05/06/2006)
- Stemmer, M. R.,** Algoritmos Genéticos, Notas de Aula, DAS / CTC / UFSC,
http://www.das.ufsc.br/~camponog/Disciplinas/DAS-5341/stemmer/Algoritmos_Geneticos.pdf, (acessado em 02/06/2006)
- Yepes, I.,** UMA INCURSÃO AOS ALGORITMOS GENÉTICOS , (<http://www.geocities.com/igoryepes>)
(acessado em 02/06/2006)
- Saavedra, O. R. (2002),** Algoritmos Genéticos, Notas de Aula, DEE – UFMA
<http://www.dee.ufma.br/~osvaldo/evolutivo2003.pdf> ,(acessado em 02/06/2006)
- Whitley, D. , Gordon V. S., Mathias K. (1994)** Lamarckian Evolution, The Baldwin Effect and Function Optimization, Parallel Problem Solving from Nature -- PPSN III.
- Barreto, A. M. S. (2003),** Uma Introdução aos Algoritmos Genéticos, Apostila,
http://www.coc.ufrj.br/~andrembs/_private/apostilaAG.pdf, “(acessado em 02/06/2006)
- Morales, A. B. T. (1997),** IDENTIFICAÇÃO DIFUSA DE SISTEMAS: PROPOSTA DE UM MODELO ADAPTATIVO, Tese de Doutorado, UFSC,
- Manoel, H. P. (1998),** Algoritmos Genéticos, <http://www.professor.webizu.org/ga/> (acessado em 02/06/2006)