Física IV (IF 2023)
Aula 10

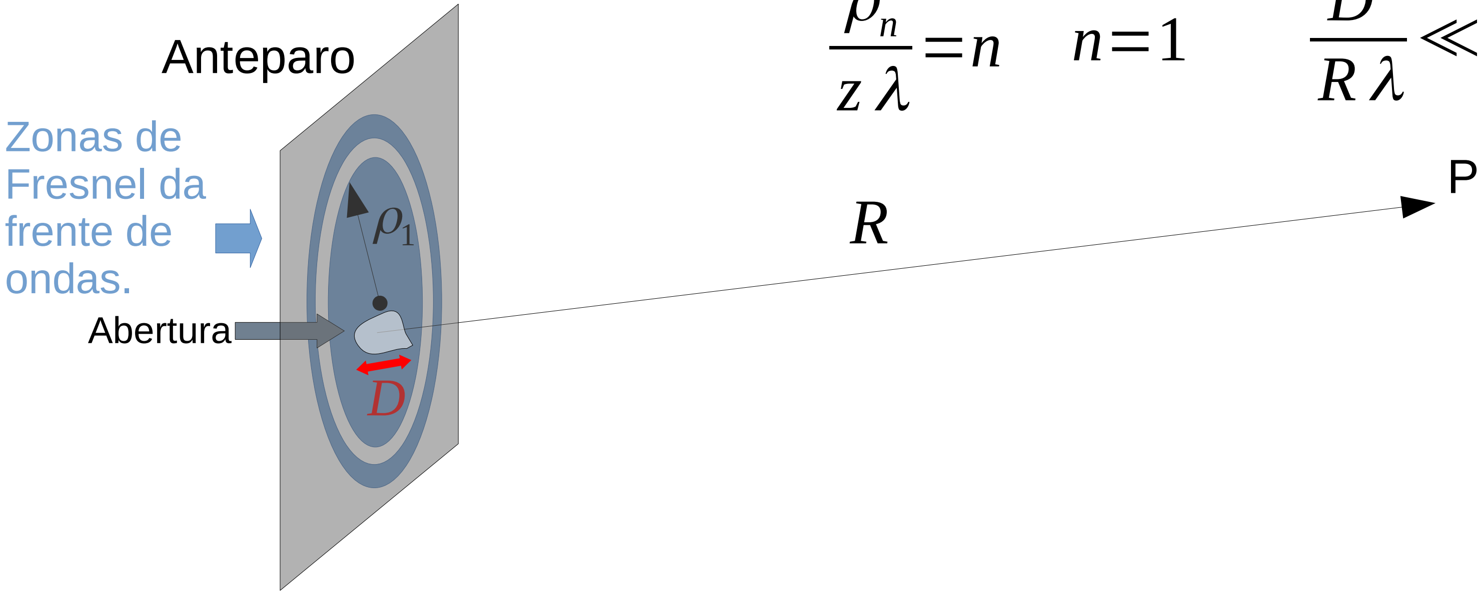
- Objetivos de aprendizagem:
  - Reconhecer a situação correspondente à difração “de Fraunhoffer”.
  - Obter o padrão de interferência de uma abertura retangular
  - Reconhecer o padrão de interferência de aberturas de algumas formas poligonais simples.

Difração de Fraunhoffer

- Distância Fonte (abertura)-observador tão grande que o padrão de difração depende somente do ângulo de observação.
- Diâmetro máximo D da abertura muito menor que o raio da primeira zona de Fresnel
- D muito maior que o comprimento de onda

Raio da primeira zona de Fresnel da onda plana: $\rho_n \approx \sqrt{n \lambda z}$

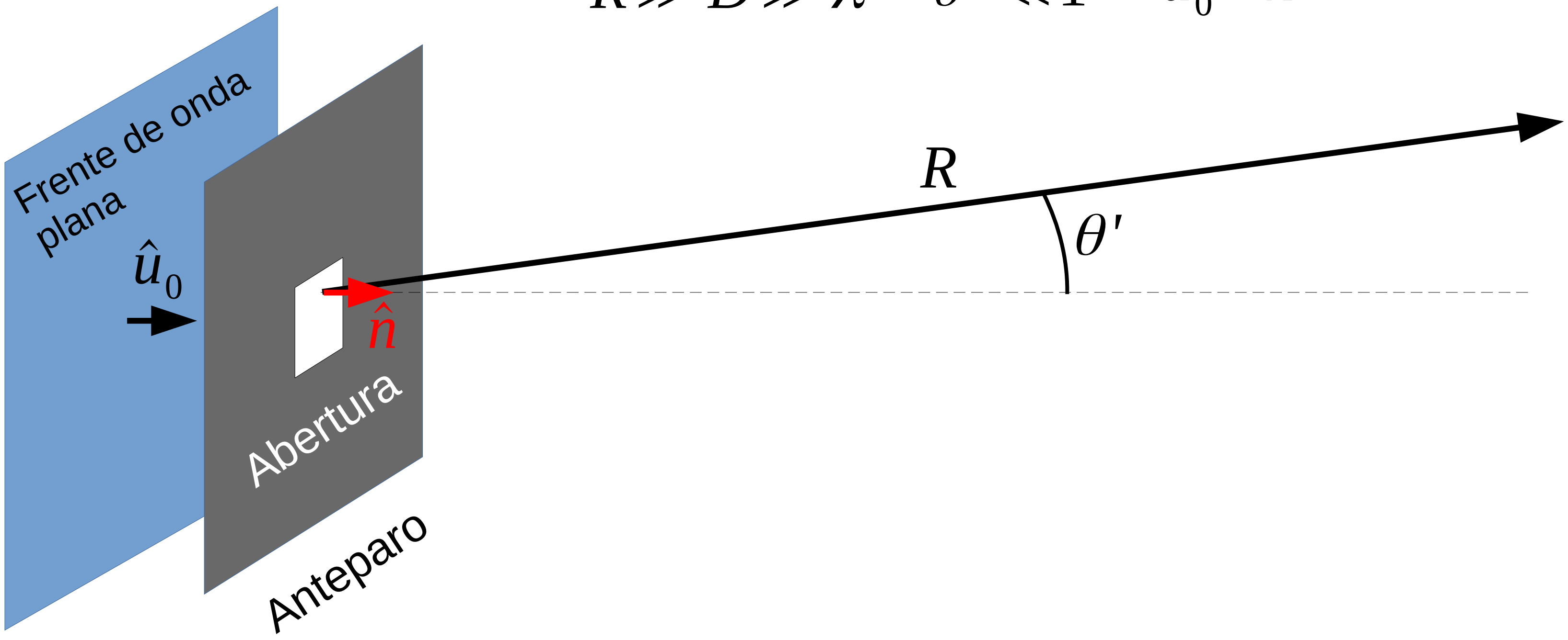
$$\frac{\rho_n^2}{z\lambda} = n \quad n = 1 \qquad \frac{D^2}{R\lambda} \ll 1 \qquad R \gg D \gg \lambda$$



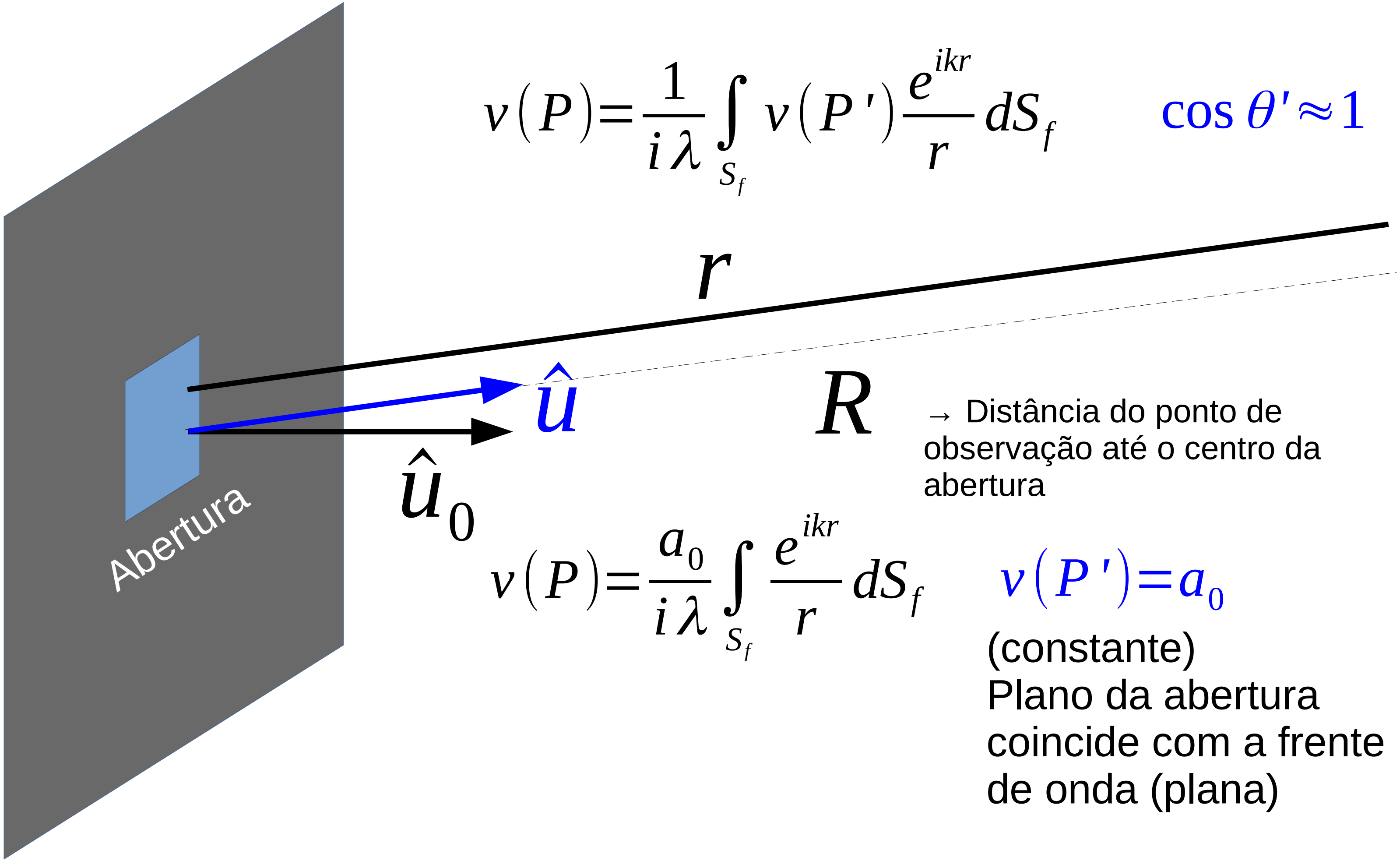
Difração de onda plana // plano da abertura

- Huygens-Fresnel: $$v(P) = \frac{1}{i\lambda} \int_{S_f} v(P')\cos\theta' \frac{e^{ikr}}{r} dS_f$$
- Condições típicas:

$$R \gg D \gg \lambda \quad \theta' \ll 1 \quad \hat{u}_0 = \hat{n}$$



Aproximações/simplificações



$$v(P)=\frac{1}{i\lambda}\int_{S_f} v(P')\frac{e^{ikr}}{r}dS_f$$

$\cos\theta'\approx 1$

→ Distância do ponto de observação até o centro da abertura

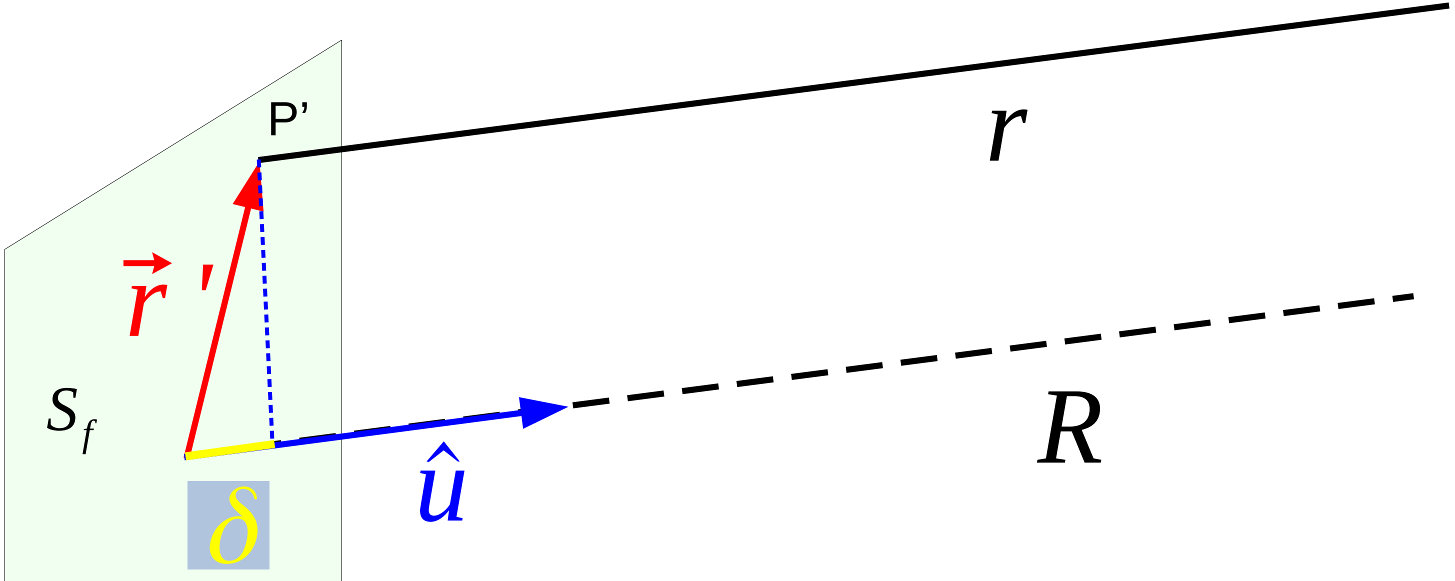
$$v(P)=\frac{a_0}{i\lambda}\int_{S_f}\frac{e^{ikr}}{r}dS_f$$

$v(P')=a_0$

(constante)
Plano da abertura coincide com a frente de onda (plana)

Diferença de caminho

$$v(P)=\frac{a_0}{i\lambda}\int_{S_f}\frac{e^{ikr}}{r}\,dS_f$$



$$\delta=\vec{r}\,'.\hat{u}$$

$$r=R-\delta=R-\vec{r}\,'.\hat{u}$$

R: Distância do ponto de observação até o centro da abertura

Aproximação para o denominador

$$v(P)=\frac{a_0}{i\lambda}\int_{S_f}\frac{e^{ikr}}{r}dS_f$$

$$\Rightarrow \quad \frac{e^{ikr}}{r}=\frac{e^{ik(R-\delta)}}{r}\approx\frac{e^{ikR}}{R}e^{-ik\,\delta}$$

$$\delta=\vec{r}\,'.\hat{u}$$

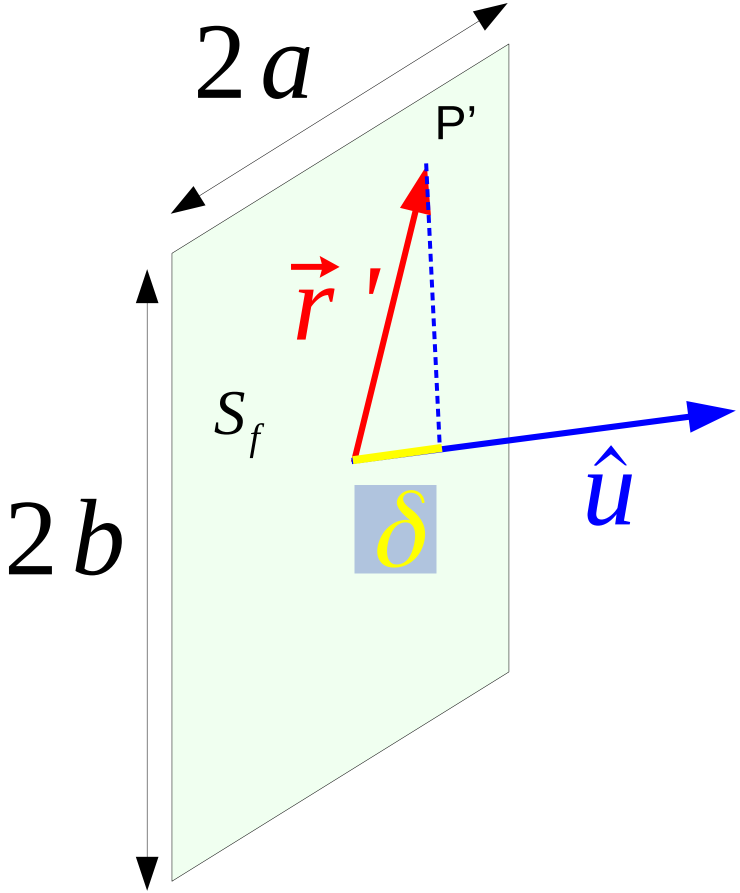
$$v(P)=\frac{a_0}{i\lambda}\frac{e^{ikR}}{R}\int_{S_f}e^{-ik\,\vec{r}\,'.\hat{u}}dS_f$$

$$\hat{u}=(\alpha,\beta,\gamma)$$

α,β,γ: cossenos diretores de u

$$\vec{r}\,'=(x',y',0)$$

Abertura retangular



$$v(P)=\frac{a_0}{i\lambda}\frac{e^{ikR}}{R}\int_{S_f} e^{ik\vec{r}\,'.\hat{u}}\,dS_f$$

$$\hat{u}=(\alpha,\beta,\gamma) \qquad \vec{r}\,'=(x',y',0)$$

$$v(P)=\frac{a_0}{i\lambda}\frac{e^{ikR}}{R}\int_{-a}^{a} e^{ik\alpha x'}dx'\int_{-b}^{b} e^{ik\beta y'}dy'$$

→ Obter $\dfrac{I}{I_0}$

Resultado

$$\frac{I}{I_0}=\frac{I(\hat{u})}{I(\hat{u}_0)}=\frac{\operatorname{sen}^2 X}{X^2}\frac{\operatorname{sen}^2 Y}{Y^2}$$

$$X=k\alpha a,\ \ Y=k\beta b$$

$$(k\alpha=k_x,\ \ k\beta=k_y)$$

$$\hat{u}_0=(0,0,1),(\alpha\rightarrow 0,\beta\rightarrow 0)$$

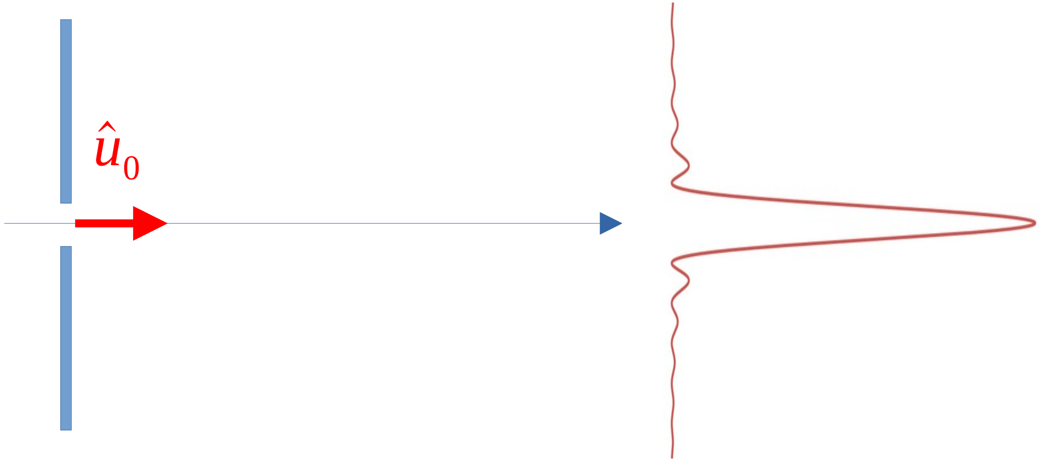
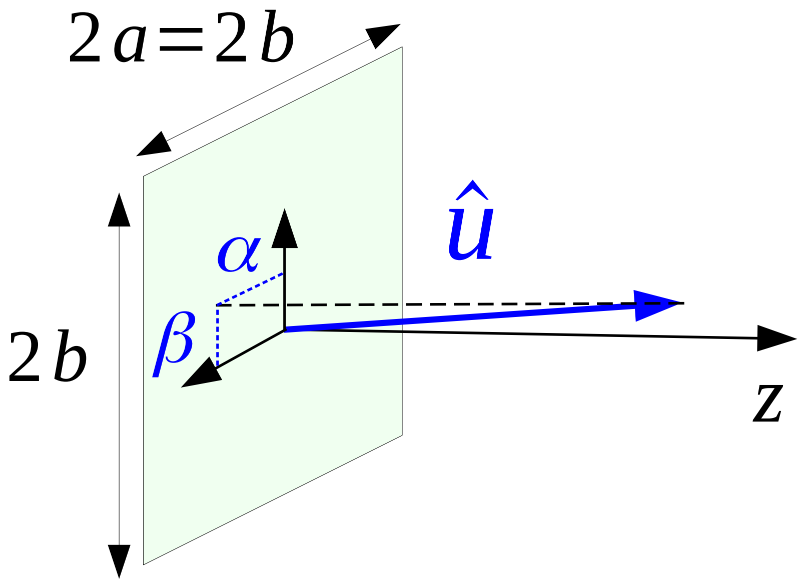


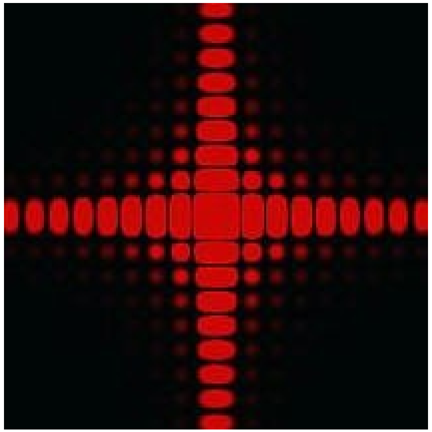
Figura de difração por fenda quadrada

$$\hat{u}=(\alpha,\beta,\gamma)$$

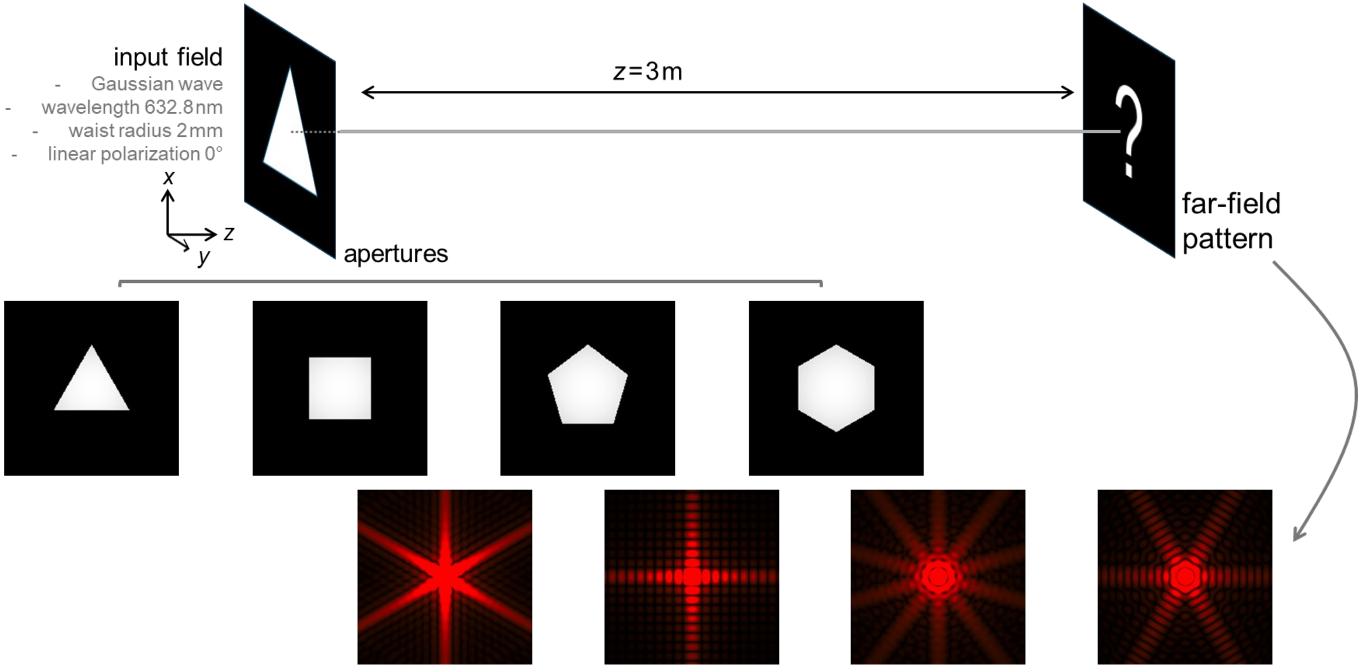
$$\frac{I}{I_0}=\frac{\operatorname{sen}^2(ka\,\alpha)}{(ka\,\alpha)^2}\frac{\operatorname{sen}^2(kb\,\beta)}{(kb\,\beta)^2}$$



$$\frac{I}{I_0}=\frac{\operatorname{sen}^2(ka\,\alpha)}{(ka\,\alpha)^2}\frac{\operatorname{sen}^2(ka\,\beta)}{(ka\,\beta)^2}$$



Difração por aberturas poligonais



https://www.lighttrans.com/use-cases/application/diffraction-patterns-behind-different-apertures.html