

Física Experimental I

Teoria dos erros

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Medidas diretas e indiretas

Nas **medidas diretas**, o valor numérico atribuído à grandeza física é lido diretamente da escala do instrumento.

Exemplos:

- *Comprimento medido com uma régua*
- *Tempo medido com um cronômetro*
- *Corrente elétrica medida com um amperímetro*

Nas **medidas indiretas**, a grandeza resulta de um cálculo realizado com valores de grandezas medidas diretamente.

Exemplo:

- *O volume de um objeto pode ser medido indiretamente, a partir das medidas diretas de suas dimensões com uma régua.*

Medida direta de uma grandeza

A medida direta da grandeza, com seu erro estimado pode ser feita de duas formas:

- Medindo-se apenas uma vez a grandeza x
- Medindo-se várias vezes a mesma grandeza x , mantendo as mesmas condições físicas

Medidas diretas

- Medindo-se apenas uma vez a grandeza x

A estimativa do erro na medida Δx é feita a partir do equipamento utilizado e o resultado será dado por:

$$(x \pm \Delta x) \text{ unidade de medida}$$

- **Analógicos calibrados:** metade da menor divisão
- **Analógicos não calibrados:** menor divisão
- **Digitais:** última casa decimal mostrada.

Medidas diretas

- Medindo-se várias vezes a mesma grandeza x

Valor médio ou média aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$

Desvio padrão: $\sigma_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$

Com isso, o resultado do experimento com sua incerteza, é expresso como:

$$(\bar{x} \pm \sigma_p) \text{ unidade de medida}$$

Medidas indiretas ???

Propagação de incertezas

A propagação de incerteza é uma forma estatística de encontrar o erro ou a incerteza de uma grandeza física proveniente de uma ou diferentes operações matemáticas.

Propagação de incertezas

Seja a grandeza física representada por $f = f(x, y, z, \dots)$ e as incertezas padrões $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots$ de x, y, z, \dots , respectivamente.

Para erros completamente independentes entre si, temos:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots$$

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots$$

Exemplos

- Uma única variável:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 \quad \longrightarrow \quad \sigma_f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \sigma_x$$

As incertezas σ_f e σ_x são positivas, por definição.

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots$$

Exemplos

- Soma de variáveis: $f = x + y + z$
- Subtração de variáveis: $f = -x - y - z$
- Relação linear: $f = ax + b$
- Produto de variáveis: $f = axy$
- Razão de variáveis: $f = a \frac{x}{y}$

Exemplos de fórmulas de propagação de incertezas

- $f = \pm x \pm y \pm z \longrightarrow \sigma_f = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$
- $f = x^m \longrightarrow \sigma_f = |m\sigma^{m-1}|\sigma_x$
- $f = ax \longrightarrow \sigma_f = |a|\sigma_x$
- $f = ax + b \longrightarrow \sigma_f = |a|\sigma_x$
- $f = axy \longrightarrow \sigma_f = f\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
- $f = a\frac{x}{y} \longrightarrow \sigma_f = f\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
- $f = x^p y^q \longrightarrow \sigma_f = f\sqrt{\left(p\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(q\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
- $f = \sin x \longrightarrow \sigma_f = |\cos x|\sigma_x$