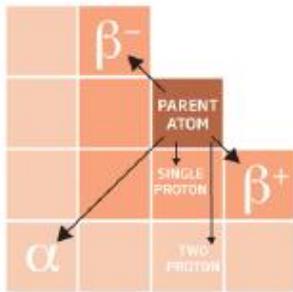


Introdução a Física Nuclear (4300406)

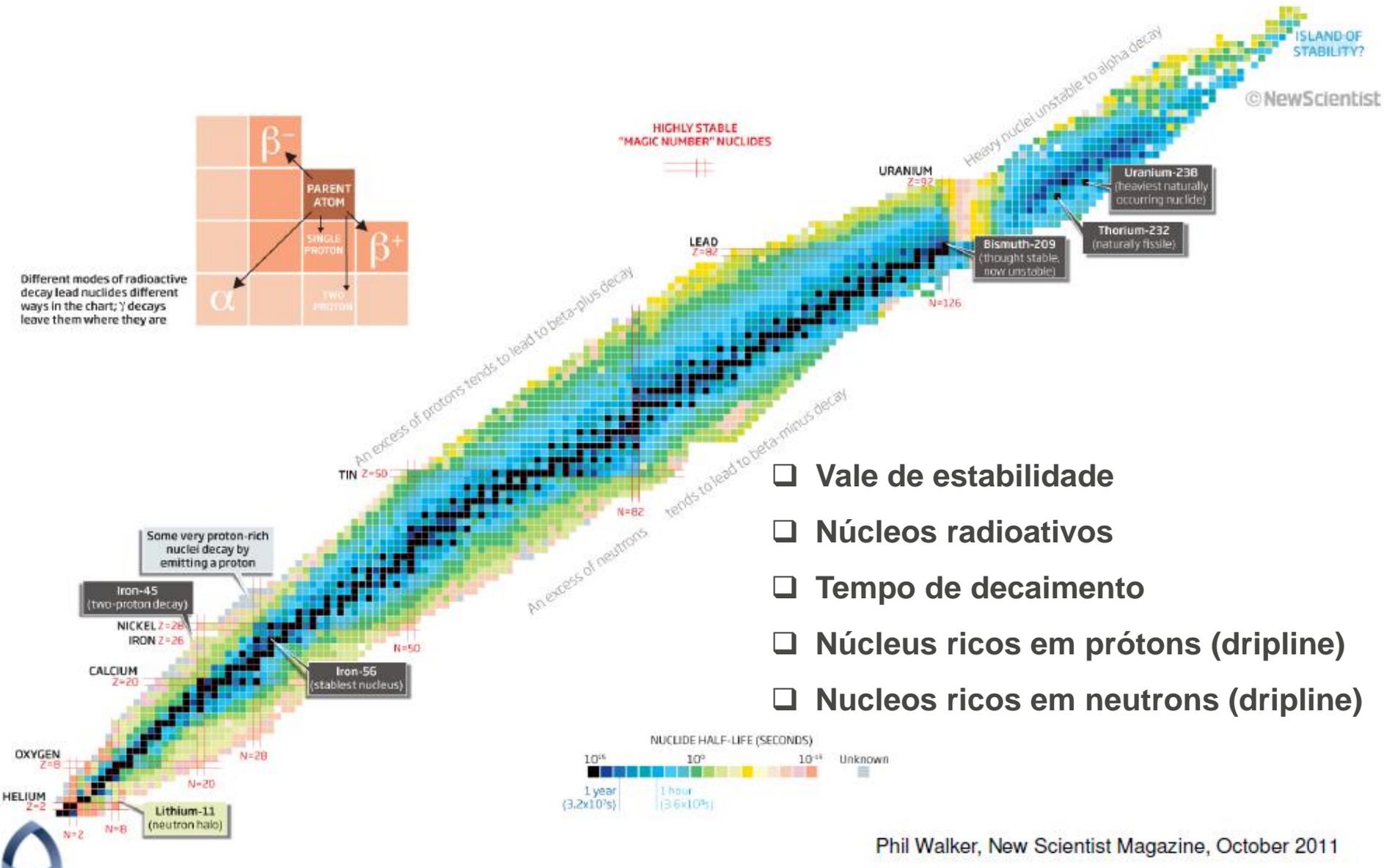
- ▶ Prof. Valdir Guimarães
- ▶ Instituto de Física

Aula 4 - Massa nuclear

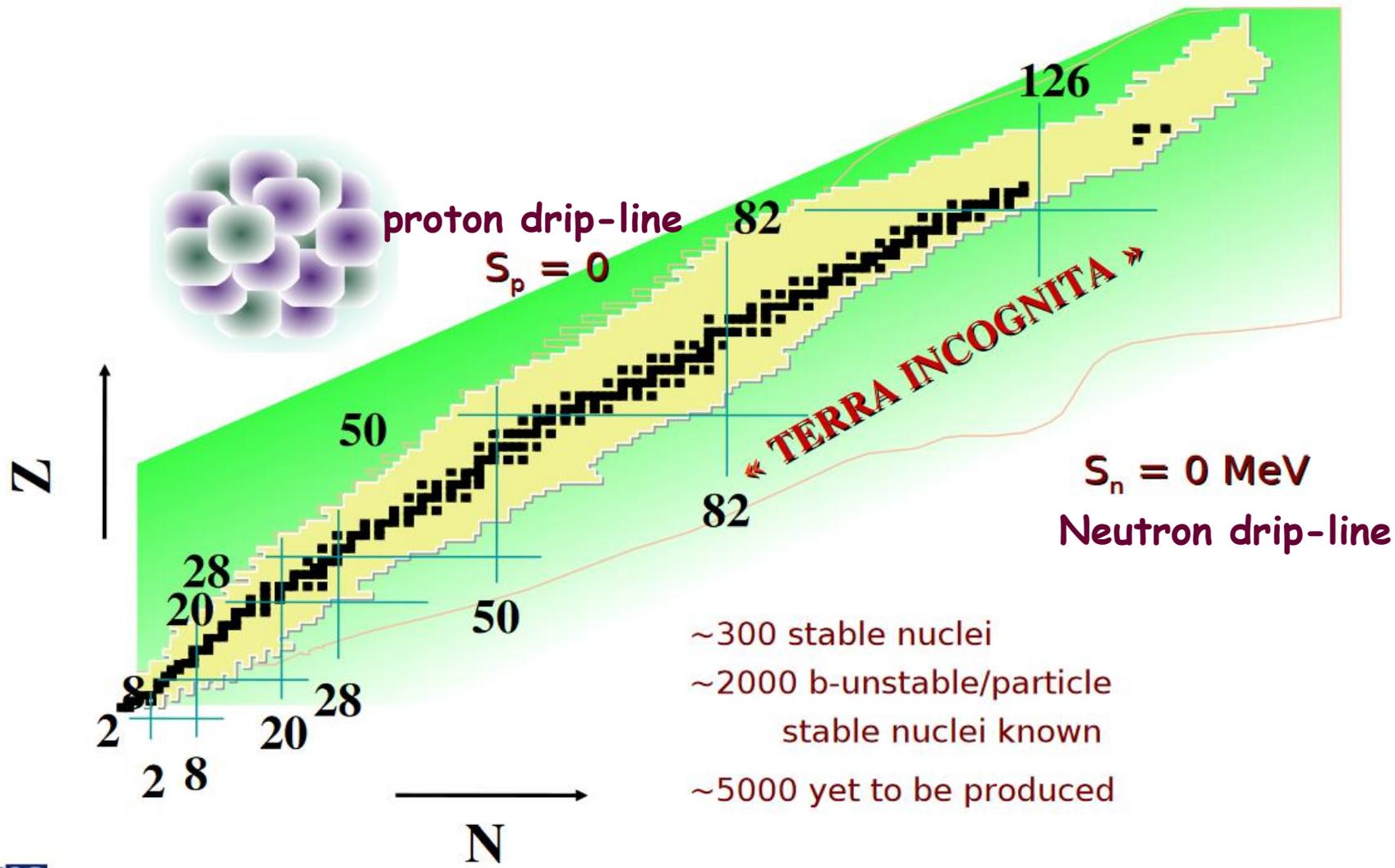
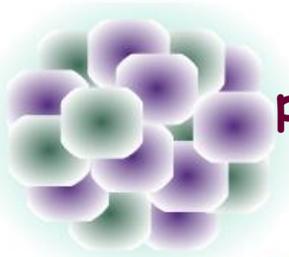
Tabela de nuclídeos



Different modes of radioactive decay lead nuclides different ways in the chart; γ decays leave them where they are



- Vale de estabilidade
- Núcleos radioativos
- Tempo de decaimento
- Núcleos ricos em prótons (dripline)
- Nucleos ricos em neutrons (dripline)



proton drip-line
 $S_p = 0$

$S_n = 0$ MeV
Neutron drip-line

TERRA INCOGNITA →

- ~300 stable nuclei
- ~2000 β -unstable/particle stable nuclei known
- ~5000 yet to be produced

Núcleos com massa conhecida

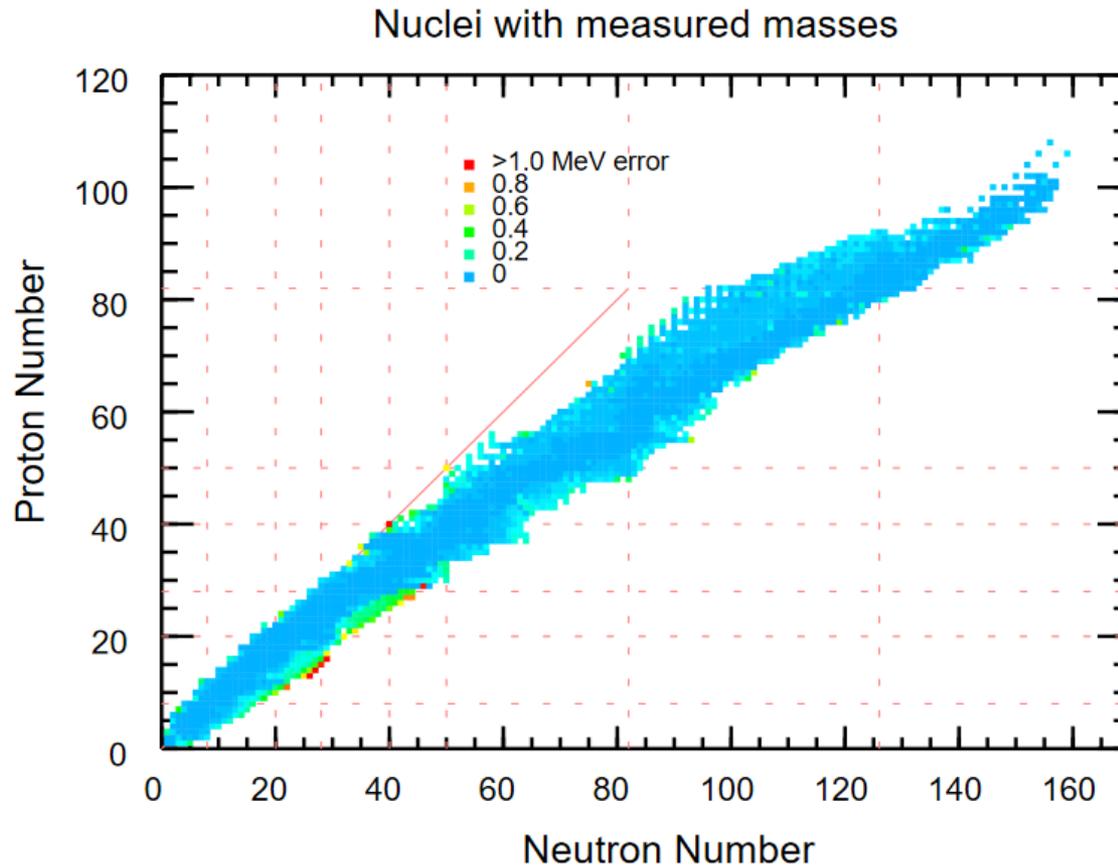


Figure 1: Nuclei with measured masses. The solid line is for $N = Z$. The dashed lines indicate the locations of the magic numbers 8, 20, 28, 40, 50, 82 and 126

Lecture Notes in Nuclear Structure Physics

B. Alex Brown November 2005

Informações sobre os núcleos



Brookhaven National Laboratory

<https://www.nndc.bnl.gov/>

Live chart of nuclides

ENSDF: Evaluated Nuclear Structure Data File

Search and Retrieval

Last updated 2021-04-01

48 new datasets added/modified in the last month!

Quick Search | By Decay

Nuclide or mass: Search

(208Pb, pb-208, 144, 1n (neutron), etc.)

How does this work?

- Use the arrow keys to move the chart.
- Press 'Shift' and '+'/'-' to zoom in/out.
- Click on a cell to search ENSDF for that nuclide.

Color Code: Zoom Level:

Major radiations	
Type	keV %
α	6117 96.6

<https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>

Informações específica sobre massa e energia de ligação

<https://www-nds.iaea.org/amdc/>



Atomic Mass Evaluation - AME 2020

The AME 2020 atomic mass evaluation has been published in [Chinese Phys. C 45, 030002 \(2021\)](#) and [Chinese Phys. C 45, 030003 \(2021\)](#).

There are five main ASCII files associated with AME 2020:

- [mass_1.mas20](#) - atomic masses [mass excess, binding energy/A, beta-decay energy, atomic mass]
- [massround.mas20](#) - atomic masses "rounded" version [mass excess, binding energy/A, beta-decay energy, atomic mass]
- [rct1.mas20](#) - reaction energies, table 1 [S(2n), S(2p), Q(a), Q(2B-), Q(ep), Q(B-n)]
- [rct2_1.mas20](#) - reaction energies, table 2 [S(1n), S(1p), Q(4B-), Q(d,a), Q(p,a), Q(n,a)]
- [covariance.mas20](#) - variances and covariances of primary nuclides [note this file is a .zip file]

Any work that will use these files should make reference to the original papers listed above, and not to the electronic files.

[Archives](#)

CODATA (2018): internationally recommended values of constants

<https://physics.nist.gov/cuu/Constants/>

The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty

Information at the foundation of modern science and technology from the [Physical Measurement Laboratory of NIST](#)

CODATA Internationally recommended **2018 values** of the Fundamental Physical Constants

[Version history](#) and [disclaimer](#)

(e.g., **electron mass**, most misspellings okay)

Search by name

Display alphabetical list, table (image), or table (pdf)

by clicking a category below

Universal	Defined constants	Frequently used constants
Electromagnetic	Non-SI units	Extensive listings
Atomic and nuclear	Conversion factors for energy equivalents	All values (ascii)
Physico-chemical	X-ray values	

Find the [correlation coefficient](#) between any pair of constants

See also

- [Wall Chart](#) and [Wallet Card](#) of the 2018 constants
- [Background information](#) related to the constants
- [Links to selected scientific data](#)
- Previous Values ([2014](#)) ([2010](#)) ([2006](#)) ([2002](#)) ([1998](#)) ([1986](#)) ([1973](#)) ([1969](#))

Constants Topics:

- [Values](#)
- [Energy Equivalents](#)
- [Searchable Bibliography](#)
- [Background](#)

[Constants Bibliography](#)

[Constants, Units & Uncertainty home page](#)

proton mass

$$m_p$$

Numerical value **1.672 621 923 69 x 10⁻²⁷ kg**

Standard uncertainty **0.000 000 000 51 x 10⁻²⁷ kg**

Relative standard uncertainty **3.1 x 10⁻¹⁰**

Concise form **1.672 621 923 69 (51) x 10⁻²⁷ kg**

proton mass energy equivalent in MeV

$$m_p c^2$$

Numerical value **938.272 088 16 MeV**

Standard uncertainty **0.000 000 29 MeV**

Relative standard uncertainty **3.1 x 10⁻¹⁰**

Concise form **938.272 088 16 (29) MeV**

Unidade de massa

Partícula	Carga	Massa (kg)	Massa (u)	Massa (MeV/c ²)
Próton	+e	1.672 6 E-27	1.007 276	938.27
Neutron	0	1.675 0 E-27	1.008 665	939.57
Elétron	-e	9.109 E-31	5.486 E-4	0.511

Temos 3 unidades de massa mais utilizadas:

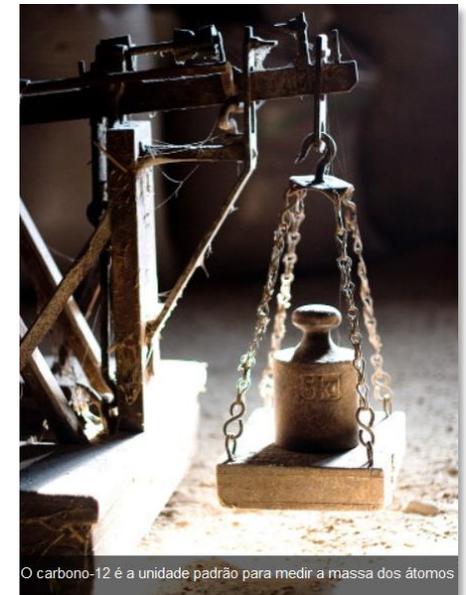
- Kg
- u.m.a. ou u
- MeV/c²

- Unidade de massa atômica “**u.m.a**” ou simplesmente “**u**” é definida a partir do ¹²C (Carbono Z=6 e N=6).

- Definição: $1 u = \frac{1}{12} \cdot m(^{12}\text{C})$

- A relação entre u.m.a e kilograma é:

$$1 u.m.a. = 1.660559 \times 10^{-27} kg$$



O carbono-12 é a unidade padrão para medir a massa dos átomos

Massa e energia

- ❑ A unidade MeV/c² vem da relatividade devido a conversão massa-energia $E=mc^2$
- ❑ A partir da Equação de Einstein para equivalência entre massa e energia é:

$$E = mc^2; \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

A energia para uma unidade de massa (1 uma) é:

$$E = (1 \text{ uma}) c^2 = (1.660559 \times 10^{-27} \text{ kg}) (2.99792 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = E = 1.49243 \times 10^{-10} \text{ J}$$



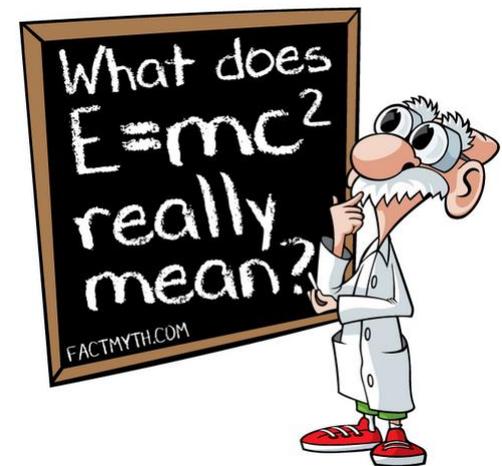
$$1 \text{ eV} = 1.6017733 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = 1.49243 \times 10^{-10} \text{ J} / 1.602 \times 10^{-19} = 931.49 \text{ MeV}$$

$$931.49 \sim 931.5 \text{ MeV}$$

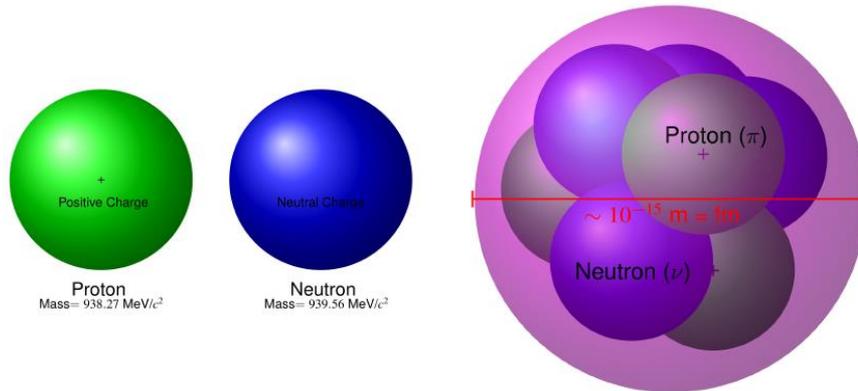
$$\text{Massa (MeV/c}^2\text{)} = \text{Massa (uma)} \times 931.5 \text{ (MeV/c}^2\text{uma)}$$

$$\text{Energia (MeV)} = \text{Massa (uma)} \times 931.5 \text{ (MeV/uma)}$$



Massa nuclear

A primeira consideração importante sobre massa nuclear é que a massa de um determinado elemento não é a soma das massas dos prótons e dos nêutrons.



As massas dos núcleos devem obedecer a relação:

$$M(^A X) c^2 < Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2$$

A razão disso é que temos ainda uma parte da massa dos núcleos na forma de energia de ligação para manter os nucleons (prótons e nêutrons) ligados.

Massa atômica e massa nuclear

A segunda consideração importante é que a massa atômica é diferente da massa nuclear, exatamente devido a presença dos elétrons.

$$m_A c^2 = m_N c^2 + [Z m_e c^2 - B_e(Z, A)]$$

Diagram illustrating the equation above with red arrows pointing from labels to terms:

- Massa atômica points to $m_A c^2$
- Massa nuclear points to $m_N c^2$
- Massa dos elétrons points to $Z m_e c^2$
- Energia de ligação dos elétrons points to $B_e(Z, A)$

Os elétrons podem estar em orbitais diferentes e a energia de ligação é a soma da energia de ligação de cada um deles.

$$B_e(Z, A) = \sum_{i=1}^Z B_i^e$$

O elétron do átomo de hidrogênio no estado fundamental está ligado por 13 eV. No entanto, para elementos pesados a soma das energias de ligação pode chegar a 1 MeV.

Como as massas dos elementos são da ordem de $1.000 \times A$ (MeV) essa energia pode ser desprezada e consideraremos:

$$m_A c^2 \approx m_N c^2 + Z m_e c^2$$

Diagram illustrating the approximation above with red arrows pointing from labels to terms:

- Massa atômica points to $m_A c^2$
- Massa nuclear points to $m_N c^2$
- Massa dos elétrons points to $Z m_e c^2$

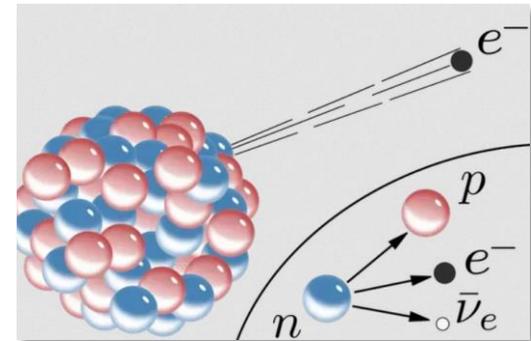
A massa atômica é que é tabulada.

Podemos ter elétrons dentro do núcleo ?

- ❑ O raio de um núcleo é dado por $R=r_0A^{1/3}$ (fm) com $r_0\sim 1.25$.
- ❑ Portanto o diâmetro típico de um núcleo está entre 5×10^{-15} m a 10×10^{-15} m.
- ❑ Vamos supor que um elétron confinado dentro de um núcleo com $d=10\times 10^{-15}$ m
- ❑ Nesse caso a incerteza na posição do elétron deve ser $\Delta x = 10\times 10^{-15}$ m
- ❑ A incerteza no momento do elétron seria:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

- ❑ A variação de energia seria: $\Delta pc = \frac{\hbar c}{2\Delta x} = 20$ MeV.



- ❑ Elétrons podem sair do núcleo devido ao decaimento beta.
- ❑ No entanto, a energia observada para um decaimento beta é da ordem de 1.0 MeV
- ❑ Impossível ter elétrons com 20 MeVs dentro do núcleo.
- ❑ Resposta: Não podemos encontrar elétrons confinados dentro do núcleo (nunca foi observado).

Tabela de massa atômica (Krane – Introductory Nuclear Physics)

					<i>Abundance or Half-life</i>						
Z	A	Atomic mass (u)	I^π	Abundance or Half-life	Z	A	Atomic mass (u)	I^π	Abundance or Half-life		
H	1	1.007825	$\frac{1}{2}^+$	99.985%	C	10	10.012937	3^+	19.8%		
	2	2.014102	1^+	0.015%		11	11.009305	$\frac{3}{2}^-$	80.2%		
	3	3.016049	$\frac{1}{2}^+$	12.3 y (β^-)		12	12.014353	1^+	20.4 ms (β^-)		
He	2	3.016029	$\frac{1}{2}^+$	$1.38 \times 10^{-4}\%$		13	13.017780	$\frac{3}{2}^-$	17.4 ms (β^-)		
	4	4.002603	0^+	99.99986%		6	9	9.031039	$\frac{3}{2}^-$	0.13 s (ϵ)	
Li	3	6.015121	1^+	7.5%		10	10.016856	0^+	19.2 s (ϵ)		
	7	7.016003	$\frac{3}{2}^-$	92.5%		11	11.011433	$\frac{3}{2}^-$	20.4 m (ϵ)		
	8	8.022486	2^+	0.84 s (β^-)		12	12.000000	0^+	98.89%		
Be	4	7	7.016928	$\frac{3}{2}^-$		53.3 d (ϵ)	13	13.003355	$\frac{1}{2}^-$	1.11%	
	8	8.005305	0^+	0.07 fs (α)		14	14.003242	0^+	5730 y (β^-)		
	9	9.012182	$\frac{3}{2}^-$	100%		15	15.010599	$\frac{1}{2}^+$	2.45 s (β^-)		
	10	10.013534	0^+	1.6 My (β^-)		N	7	12	12.018613	1^+	11 ms (ϵ)
	11	11.021658	$\frac{1}{2}^+$	13.8 s (β^-)			13	13.005739	$\frac{1}{2}^-$	9.96 m (ϵ)	
B	5	8	8.024606	2^+	0.77 s (ϵ)		14	14.003074	1^+	99.63%	
	9	9.013329	$\frac{3}{2}^-$	0.85 as (α)	15		15.000109	$\frac{1}{2}^-$	0.366%		
					16		16.006100	2^-	7.13 s (β^-)		

Importante: As massas são dadas em unidades de massa atômica (u).

Como podemos ver também as massas atômicas não são valores inteiros.

Excesso de massa ou defeito de massa

Muitas vezes o que é tabulado é a diferença entre o valor da massa atômica observada em u.m.a. e o valor da massa atômica.

Essa diferença é chamada **excesso de massa**.

$$\Delta = (m - A)c^2.$$



$$\Delta = (m - A)(u) \times 931.49 \left(\frac{\text{MeV}}{u} \right) \quad [\text{MeV}]$$

O excesso de massa do núcleo ^{13}C .

Pela tabela $m(^{13}\text{C}) = 13.003355 \text{ u}$

$$\Delta = (13.003355 - 13) \times 931,49 = +3,1251 \text{ MeV ou } +3.125,1 \text{ keV}$$

O excesso de massa do núcleo ^{16}O .

Pela tabela $m(^{16}\text{O}) = 15.994915 \text{ u}$

$$\Delta = (15.994915 - 16) \times 931,49 = -4,7366 \text{ (MeV) ou } -4.736,6 \text{ keV}$$

The AME2020 atomic mass evaluation **

(II). Tables, graphs and references

Meng Wang (王猛)^{1,2,*} W.J. Huang(黄文嘉)^{1,3,4,5} F.G. Kondev⁶ G. Audi (欧乔治)⁵ S. Naimi⁷

Table I. The 2020 Atomic mass table (continued, Explanation of Table on p. 030003-5)

<i>N</i>	<i>Z</i>	<i>A</i>	Elt.	Orig.	Mass excess (keV)		Binding energy per nucleon (keV)		Beta-decay energy (keV)		Atomic mass μ		
10	3	13	Li	-nn	56980	70	3508	5	β^-	23320	70	13 061170	80
9	4		Be	-n	33659	10	5241.4	0.8	β^-	17097	10	13 036135	11
8	5		B	nn	16561.9	1.0	6496.42	0.08	β^-	13436.9	1.0	13 017780.0	1.1
7	6		C		3125.00933	0.00023	7469.850	<i>a</i>	*			13 003354.83534	0.00025
6	7		N	-p	5345.48	0.27	7238.863	0.021	β^+	2220.47	0.27	13 005738.61	0.29
5	8		O	+3n	23115	10	5811.8	0.7	β^+	17770	10	13 024815	10
4	9		F	x	42030#	500#	4300#	40#	β^+	18920#	500#	13 045120#	540#
10	4	14	Be	x	39950	130	4994	9	β^-	16290	130	14 042890	140
9	5		B		23664	21	6101.6	1.5	β^-	20644	21	14 025404	23
8	6		C		3019.893	0.004	7520.320	<i>a</i>	β^-	156.476	0.004	14 003241.989	0.004
7	7		N		2863.41683	0.00022	7475.615	<i>a</i>	*			14 003074.00425	0.00024
6	8		O		8007.781	0.025	7052.278	0.002	β^+	5144.364	0.025	14 008596.706	0.027
5	9		F	-p	31960	40	5285.2	2.9	β^+	23960	40	14 034320	40
11	4	15	Be	-n	49830	170	4541	11	β^-	20870	170	15 053490	180
10	5		B		28957	21	5880.0	1.4	β^-	19084	21	15 031087	23
9	6		C	-n	9873.1	0.8	7100.17	0.05	β^-	9771.7	0.8	15 010599.3	0.9
8	7		N		101.4381	0.0006	7699.460	<i>a</i>	*			15 000108.8983	0.0006
7	8		O		2855.6	0.5	7463.69	0.03	β^+	2754.2	0.5	15 003065.6	0.5
6	9		F	-p	16567	14	6497.5	0.9	β^+	13711	14	15 017785	15
5	10		Ne	-pp	40220	70	4869	4	β^+	23650	70	15 043170	70

Medidas de massa - Espectrografo

$$F = q.v.B \text{ e } F = m.a_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} \text{ portanto } F = \frac{m.v^2}{R}$$

O raio da órbita é obtido através da seguinte equação:

$$r = \frac{m.v}{q.B}$$

$$m = \frac{qrB^2}{E}$$

Com $v = E/B$

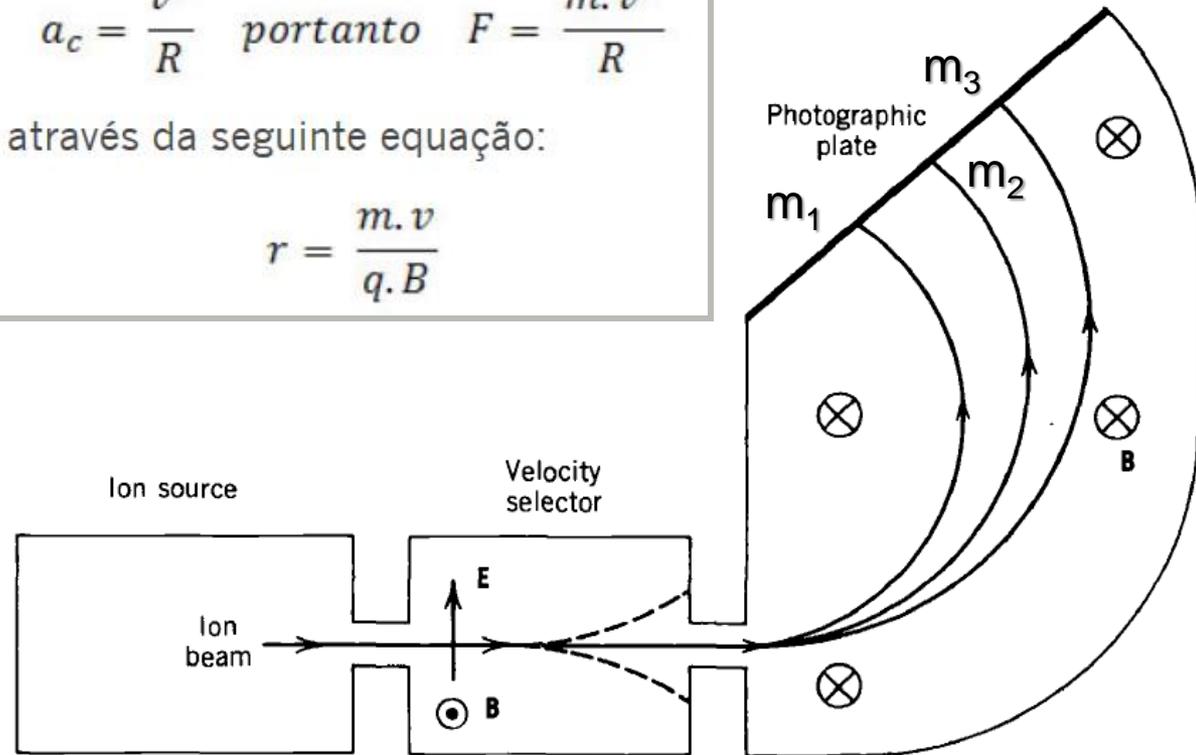
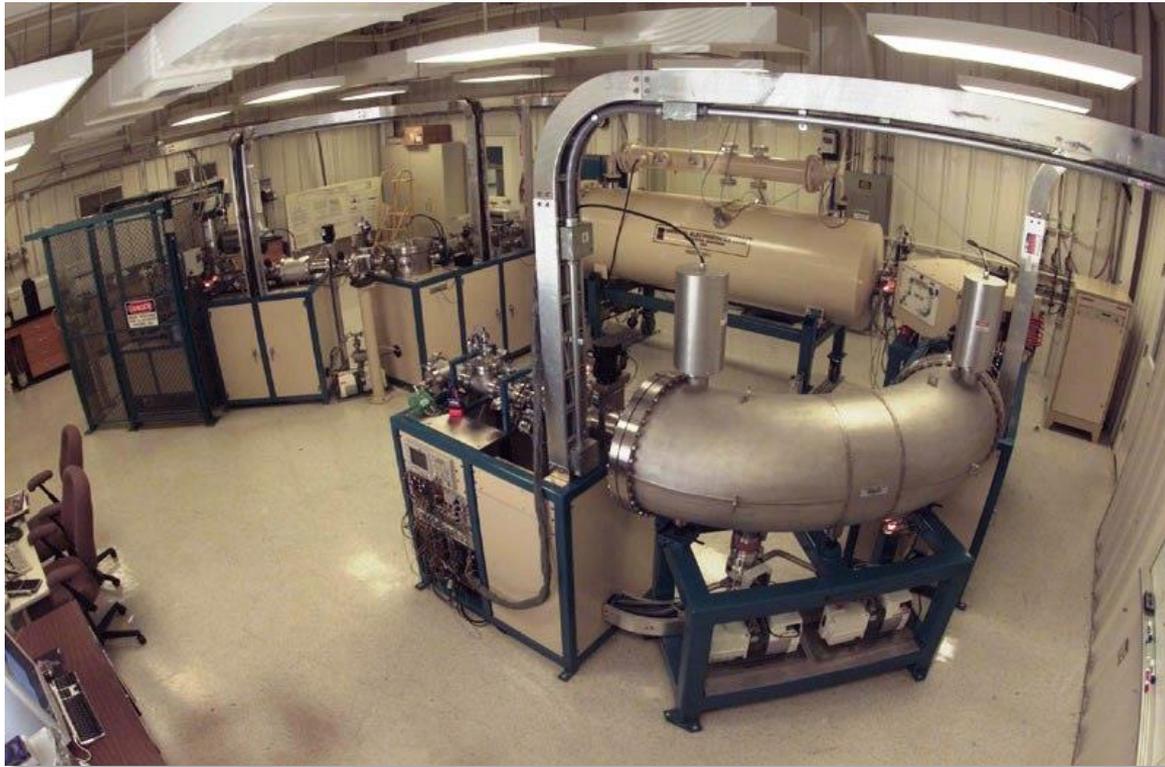


Figure 3.13 Schematic diagram of mass spectrograph. An ion source produces a beam with a thermal distribution of velocities. A velocity selector passes only those ions with a particular velocity (others being deflected as shown), and momentum selection by a uniform magnetic field permits identification of individual masses.

Laboratório para medidas de massa - Espectrógrafo



Medidas de massa - Espectrógrafo

Podemos usar para medir proporção isotópica. Ex. Kriptônio

Um material de kriptônio natural teria a presença desses isótopos.

Os isótopos ^{79}Kr , ^{81}Kr e ^{85}Kr são radioativos com vidas médias curtas

Z	73Sr	74Sr	75Sr	76Sr	77Sr	78Sr	79Sr	80Sr	81Sr	82Sr	83Sr	84Sr	85Sr	86Sr	87Sr	88Sr	89Sr
	72Rb	73Rb	74Rb	75Rb	76Rb	77Rb	78Rb	79Rb	80Rb	81Rb	82Rb	83Rb	84Rb	85Rb	86Rb	87Rb	88Rb
36	71Kr	72Kr	73Kr	74Kr	75Kr	76Kr	77Kr	78Kr	79Kr	80Kr	81Kr	82Kr	83Kr	84Kr	85Kr	86Kr	87Kr
	70Br	71Br	72Br	73Br	74Br	75Br	76Br	77Br	78Br	79Br	80Br	81Br	82Br	83Br	84Br	85Br	86Br
34	69Se	70Se	71Se	72Se	73Se	74Se	75Se	76Se	77Se	78Se	79Se	80Se	81Se	82Se	83Se	84Se	85Se
	68As	69As	70As	71As	72As	73As	74As	75As	76As	77As	78As	79As	80As	81As	82As	83As	84As
32	67Ge	68Ge	69Ge	70Ge	71Ge	72Ge	73Ge	74Ge	75Ge	76Ge	77Ge	78Ge	79Ge	80Ge	81Ge	82Ge	83Ge
	66Ga	67Ga	68Ga	69Ga	70Ga	71Ga	72Ga	73Ga	74Ga	75Ga	76Ga	77Ga	78Ga	79Ga	80Ga	81Ga	82Ga
30	65Zn	66Zn	67Zn	68Zn	69Zn	70Zn	71Zn	72Zn	73Zn	74Zn	75Zn	76Zn	77Zn	78Zn	79Zn	80Zn	81Zn
	35	37	39	41	43	45	47	49	N								



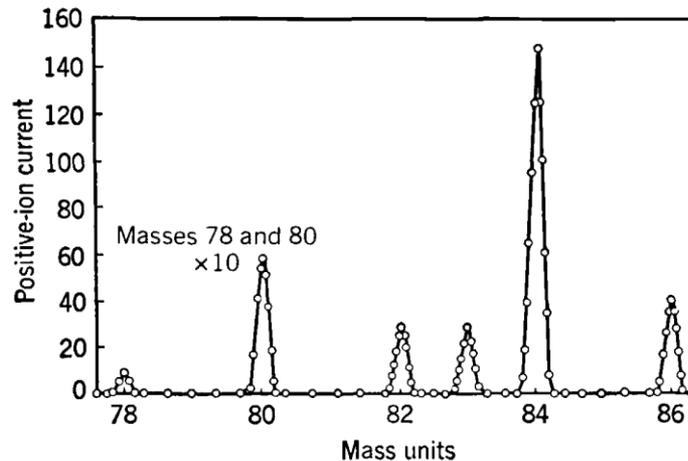


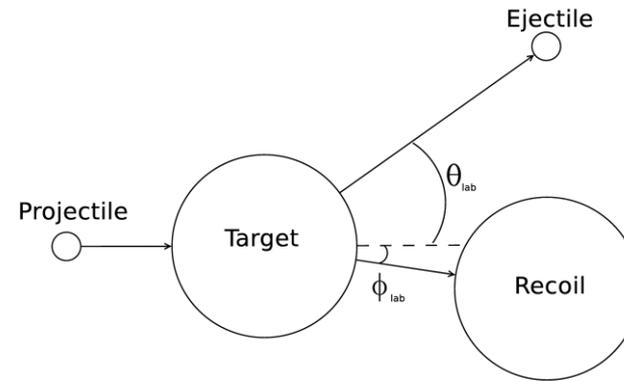
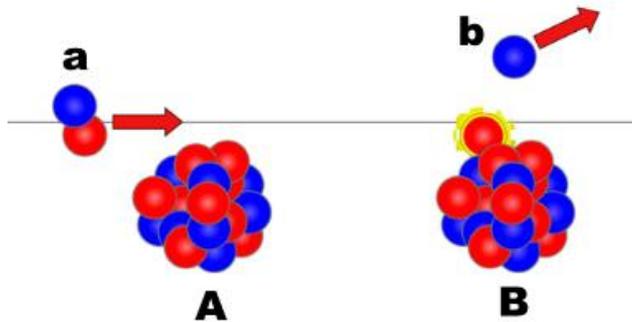
Figure 3.14 A mass-spectrum analysis of krypton. The ordinates for the peaks at mass positions 78 and 80 should be divided by 10 to show these peaks in their true relation to the others.

^{78}Kr	0.356%	^{83}Kr	11.5%
^{80}Kr	2.27%	^{84}Kr	57.0%
^{82}Kr	11.6%	^{86}Kr	17.3%

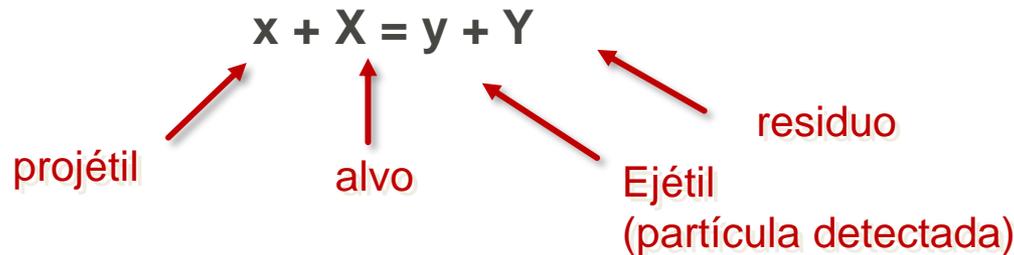
Um material de kriptônio natural teria a presença desses isótopos nessa abundância. Os isótopos ^{79}Kr , ^{81}Kr e ^{85}Kr são radioativos com vidas médias curtas

Medidas de massa – reações nucleares

Uma outra forma de medir massa de núcleos é através de medidas das energias das partículas envolvidas em uma reação nuclear.



- ❑ “Q” da reação corresponde a energia liberada na reação devido a diferença de massas.
- ❑ Se conhecermos a massa de 3 partículas e o Q da reação, podemos determinar a massa da quarta partícula (mesmo que ela seja radiativa e tenha uma vida média curta).

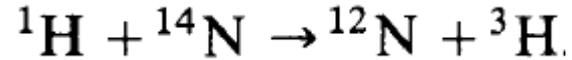


$$Q = [m(x) + m(X) - m(y) - m(Y)] c^2$$

- ❑ Ótimo método para determinar massa dos núcleos radioativos:

Exemplo

- ❑ Determinar a massa do ^{12}N (radiativo com tempo de meia vida da ordem de 0.01 s)
- ❑ Podemos usar a reação:



- ❑ Sabendo a energia de incidência do ${}^1\text{H}$ e medindo as energias cinéticas das partículas de ${}^{12}\text{N}$ e ${}^3\text{H}$ foi obtido:
- ❑ $Q = - 22.1355 \pm 0.0010$
- ❑ Considerando então a diferença de massas e o Q da reação o valor estimado para a massa do ${}^{12}\text{N}$ foi:

$$\begin{aligned} m({}^{12}\text{N}) &= m({}^1\text{H}) + m({}^{14}\text{N}) - m({}^3\text{H}) - Q/c^2 \\ &= 12.018613 \pm 0.000001 \text{ u} \end{aligned}$$

Espectrógrafos modernos

- ❑ Medir massa de núcleos radioativos.

FRS at GSI



SPEG at GANIL

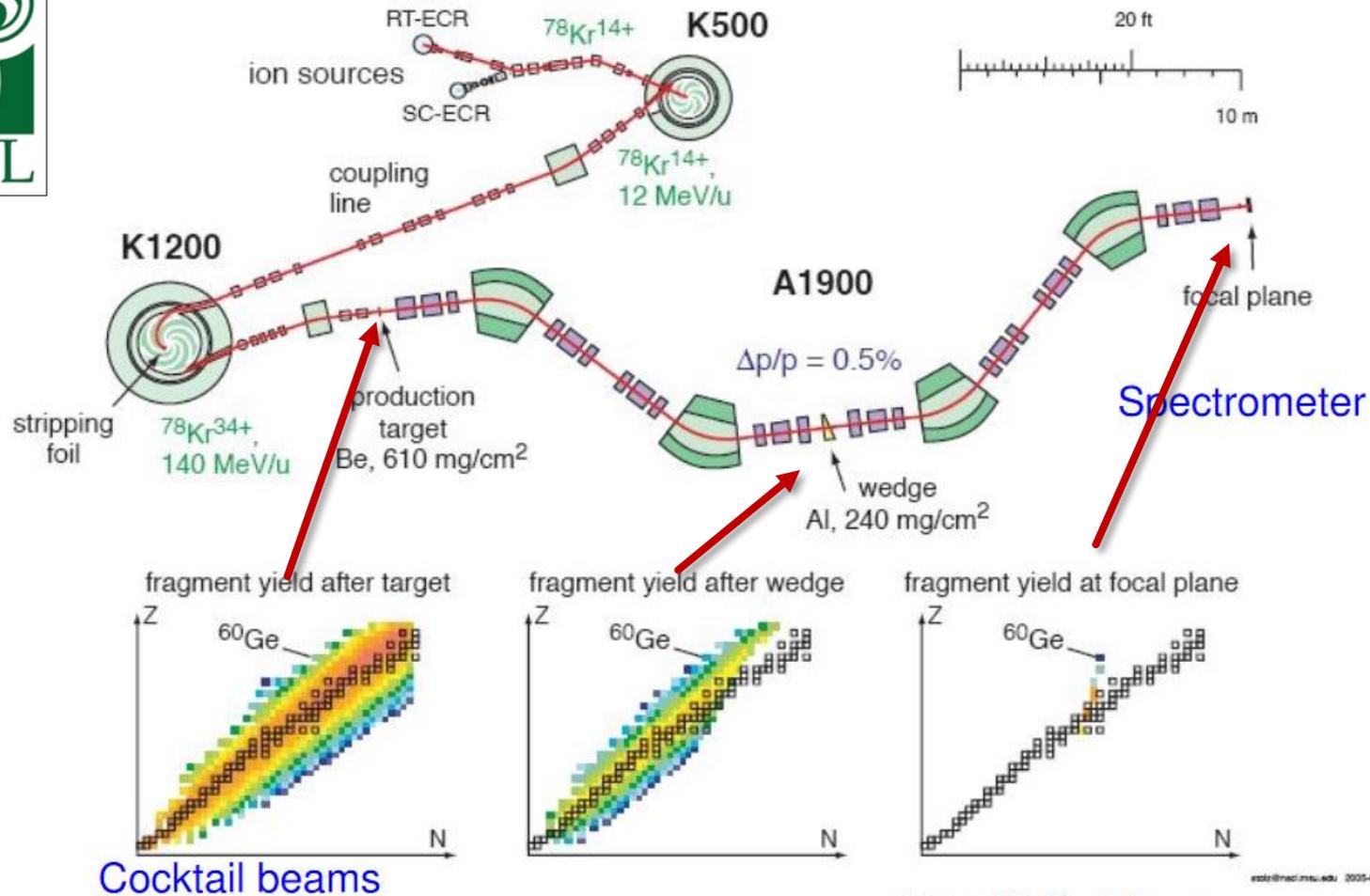


S800 at NSCL



Espectrógrafo do NSCL-MSU (Michigan State University, USA)

- Produz e separa elementos radioativos com vidas médias de centenas de milisegundos



Cocktail beams

From NSCL web page

rsbl@nsl.msu.edu 2005-01

Storage rings

- ❑ Núcleos são produzidos por fragmentação e armazenados em ESR storage rings.
- ❑ Esse sistema permite a separação e medida do tempo de revolução para determinar as massas com alta precisão.
- ❑ RIKEN (Japão), Lanzhou (China), GSI (Alemanha)

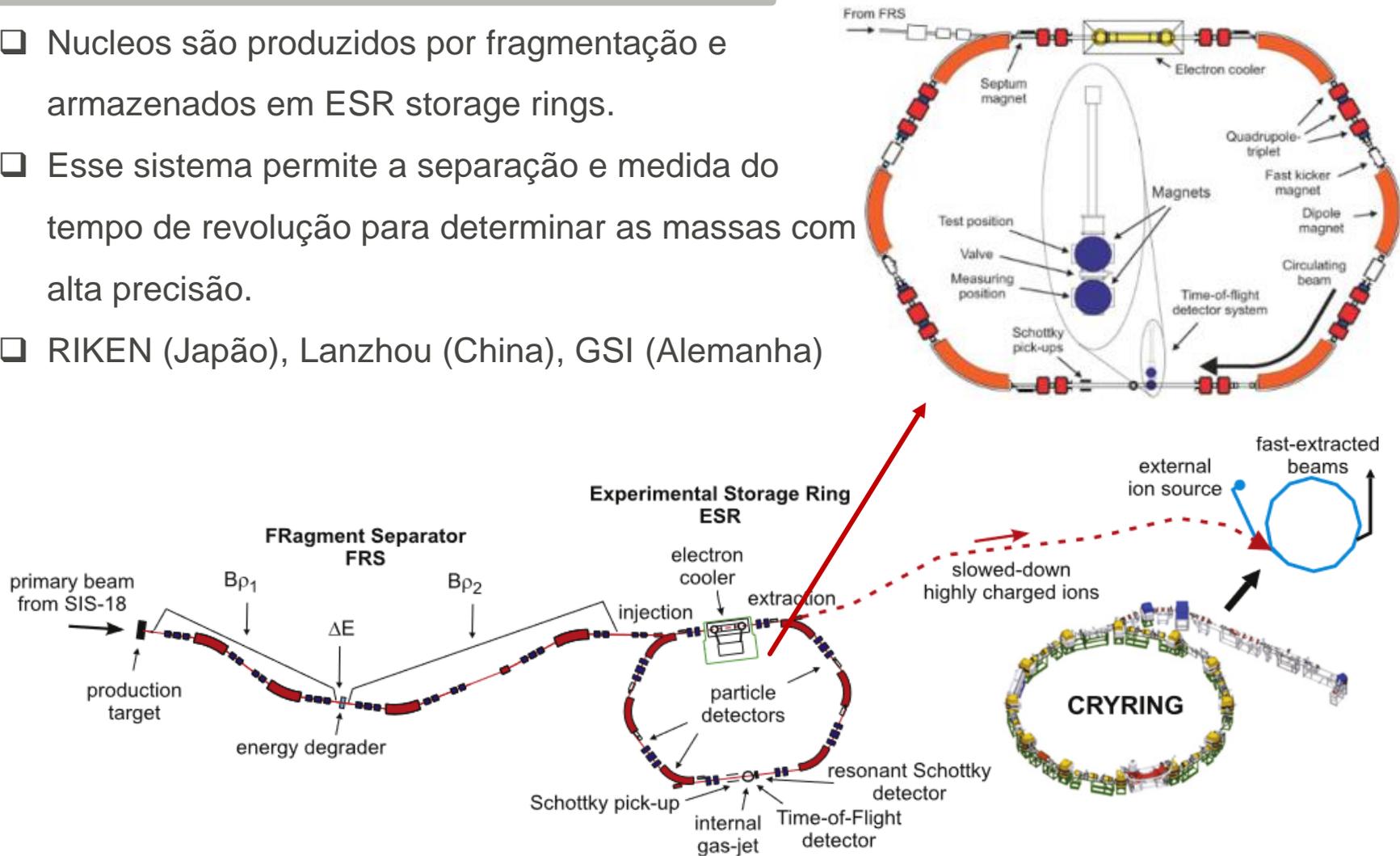


Figure 2. The FRS-ESR arrangement at GSI. The two stages for in-flight $B\rho - \Delta E - B\rho$ separation and the energy degrader in the FRS as well as the electron cooler and the main detection systems in the ESR are shown. The foreseen location of the low-energy storage ring CRYRING (see insert) is indicated together with the beam-line connecting it to the ESR for transporting slowed-down highly-charged stable or radioactive ions. Modified from [58].

Invited Comment

Storage ring mass spectrometry for nuclear structure and astrophysics research

Y H Zhang^{1,5}, Yu A Litvinov^{1,2,3,5}, T Uesaka⁴ and H S Xu¹

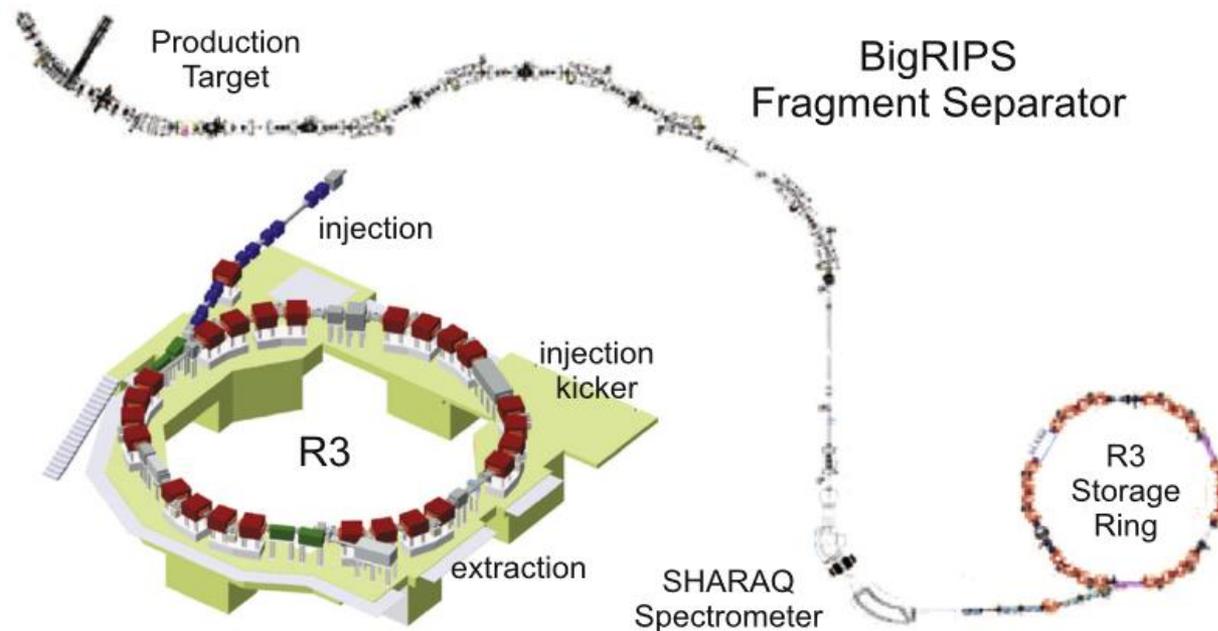
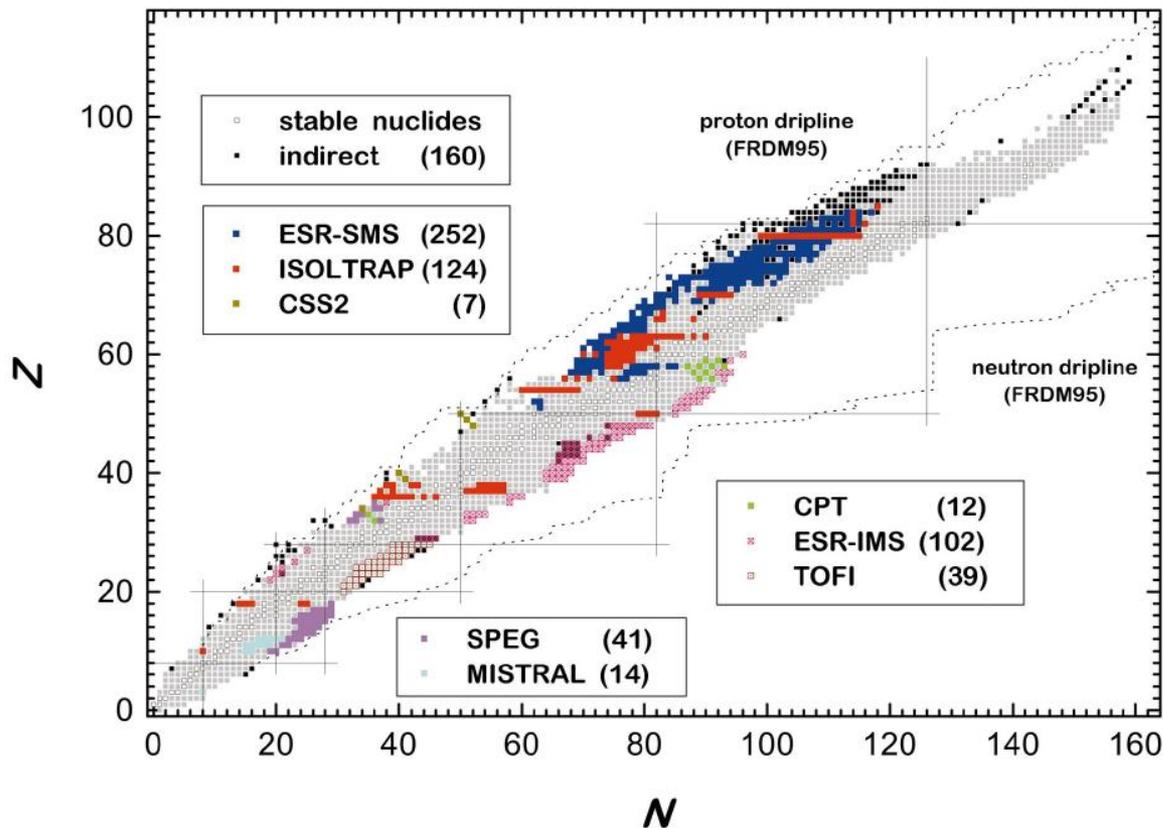


Figure 4. Schematic view of the BigRIPS-R3 facility at RIKEN. Exotic nuclei produced in the production target are identified in flight with the BigRIPS separator. If an ion of interest is observed, the injection kicker is fired and the particle is stored in the R3 [65]. The inset shows a 3D model of the R3 ring.



REVIEWS OF MODERN PHYSICS, VOLUME 75, JULY 2003

Recent trends in the determination of nuclear masses

D. Lunney*

CSNSM-CNRS/IN2P3, Université de Paris-Sud, F-91405 Orsay, France

FIG. 4. (Color) Nuclear chart showing the regions where measurements have been made (since 1994) by the various dedicated mass programs using direct techniques and those determined by indirect measurements. Stable nuclides are shown as well as the drip lines calculated by the finite-range droplet model (Möller *et al.*, 1995). CPT, Canadian Penning Trap; CSS2, Separated Sector Cyclotron at GANIL; ESR-IMS, Experimental Storage Ring-Isochronous Mass Spectrometry; ESR-SMS, Experimental Storage Ring-Schottky Mass Spectrometry; ISOLTRAP, Isolde Penning trap; MISTRAL, Mass measurements at ISOLDE with a Transmission Radio frequency spectrometer on-Line; SPEG, Spectromètre à Perte d'Énergie au GANIL; TOFI, Time-Of-Flight Isochronous spectrometer.

The AME2020 atomic mass evaluation **

(I). Evaluation of input data, and adjustment procedures

W.J. Huang (黄文嘉)^{1,2,3,4} Meng Wang (王猛)^{1,5,*} F.G. Kondev⁶ G. Audi (欧乔治)³ S. Naimi⁷

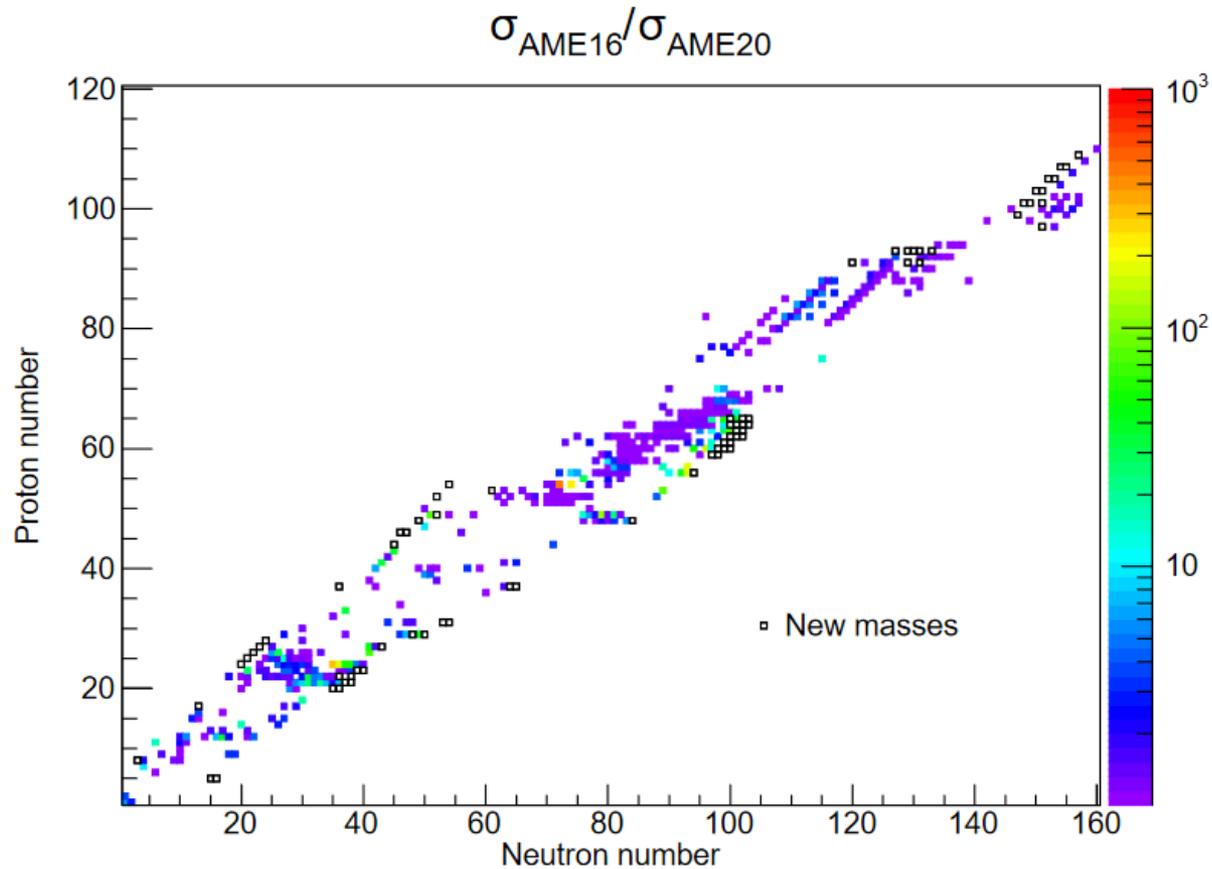


Figure 2. Ratios of mass uncertainties in AME2016 and AME2020 for nuclides whose mass precisions have been improved. The new experimental masses in AME2020 are shown as the black squares.

Energia de ligação

Energia de ligação = energia necessária para ligar prótons e os nêutrons dentro de um núcleo.

$$B = \left\{ Zm_p + Nm_n - \overbrace{[m(^A\text{X}) - Zm_e]}^{\text{Massa nuclear}} \right\} c^2$$

\swarrow
Massa atômica

❑ Como é a massa atômica que é tabelada vamos considerar “m” como sendo massa atômica.

❑ Então podemos escrever:

$$B = [Z(m_p + m_e) + Nm_n - m(^A\text{X})] c^2$$

$$\Downarrow \quad m_p + m_e \approx m(^1\text{H})$$

$$B = [Zm(^1\text{H}) + Nm_n - m(^A\text{X})] c^2$$

As massas do hidrogênio e dos núcleos são tabeladas em unidades de massa atômica (u).

Para obtermos a energia de ligação em MeV devemos considerar a conversão:

$$c^2 = 931.50 \text{ MeV/u}$$

Energia de ligação

- ❑ Para determinarmos a energia de ligação de um determinado núcleo precisamos conhecer a massa atômica do hidrogênio (não do prótons), do nêutron e do núcleo em questão.
- ❑ Os valores das massas dos prótons, hidrogênio, nêutron são considerados constantes básicas e estão também tabeladas na Tabela AME2020.

	Massa (u)	Massa (MeV/c ²)
Proton	1.007 276	938.27
Hidrogênio	1.007 825	938.78
Neutron	1.008 665	939.57


$$m_e = 0.511 \text{ MeV}$$

Exemplo determinar a energia de ligação do ⁴He.

$$\begin{aligned}\Delta m &= [Zm_H + Nm_n - m(^4\text{He})] \\ &= [2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665 - 4.002604] \\ &= 0.030376 \text{ u}\end{aligned}$$

$$B = \Delta m \times (c^2) = 0.030376 \times 931.49 \left(\frac{\text{MeV}}{\text{u}} \right) = 28.29 \text{ MeV}$$

Essa é a energia necessária para quebrar (separar) o ⁴He em seus constituintes (p+p+n+n)

$$\frac{B}{A} = \frac{28.29}{4} = 7.07 \text{ MeV}$$

Table I. The 2020 Atomic mass table (Explanation of Table on p.030003-5)

N	Z	A	Elt.	Orig.	Mass excess (keV)		Binding energy per nucleon (keV)		Beta-decay energy (keV)			Atomic mass μ u	
1	0	1	n		8071.3181	0.0004	0.0	0.0	β^-	782.347	a	1 008664.9159	0.0005
0	1		H		7288.97106	0.00001	0.0	0.0	*			1 007825.03190	0.00001
1	1	2	H		13135.72290	0.00002	1112.283	a	*			2 014101.77784	0.00002
2	1	3	H		14949.81090	0.00008	2827.265	a	β^-	18.592	a	3 016049.28132	0.00008
1	2		He		14931.21888	0.00006	2572.680	a	*			3 016029.32197	0.00006
0	3		Li	-pp	28670#	2000#	-2270#	670#	β^+	13740#	2000#	3 030780#	2150#
3	1	4	H	-n	24620	100	1720	25	β^-	22200	100	4 026430	110
2	2		He		2424.91587	0.00015	7073.916	a	*			4 002603.25413	0.00016
1	3		Li	-p	25520	210	1150	50	β^+	22900	210	4 027190	250
4	1	5	H	-nn	32890	90	1336	18	β^-	21660	90	5 035310	100
3	2		He	-n	11231	20	5512	4	*			5 012057	21
2	3		Li	-p	11680	50	5266	10	β^+	450	50	5 012540	50
1	4		Be	x	37140#	2000#	20#	400#	β^+	25460#	2000#	5 039870#	2150#
5	1	6	H	-3n	41880	250	960	40	β^-	24280	250	6 044960	270
4	2		He		17592.10	0.05	4878.520	0.009	β^-	3505.21	0.05	6 018885.89	0.06
3	3		Li		14086.8804	0.0014	5332.331	a	*			6 015122.8874	0.0015
2	4		Be	-	18375	5	4487.2	0.9	β^+	4288	5	6 019726	6
1	5		B	x	47320#	2000#	-470#	330#	β^+	28950#	2000#	6 050800#	2150#
6	1	7	H	-nn	49140#	1000#	940#	140#	β^-	23060#	1000#	7 052750#	1080#
5	2		He	-n	26073	8	4123.1	1.1	β^-	11166	8	7 027991	8
4	3		Li		14907.105	0.004	5606.440	0.001	*			7 016003.434	0.004
3	4		Be		15769.00	0.07	5371.549	0.010	β^+	861.89	0.07	7 016928.71	0.08
2	5		B	p4n	27677	25	3559	4	β^+	11908	25	7 029712	27

Energia de ligação por nucleon

Energia de ligação em função da massa e energia de ligação por nucleon.

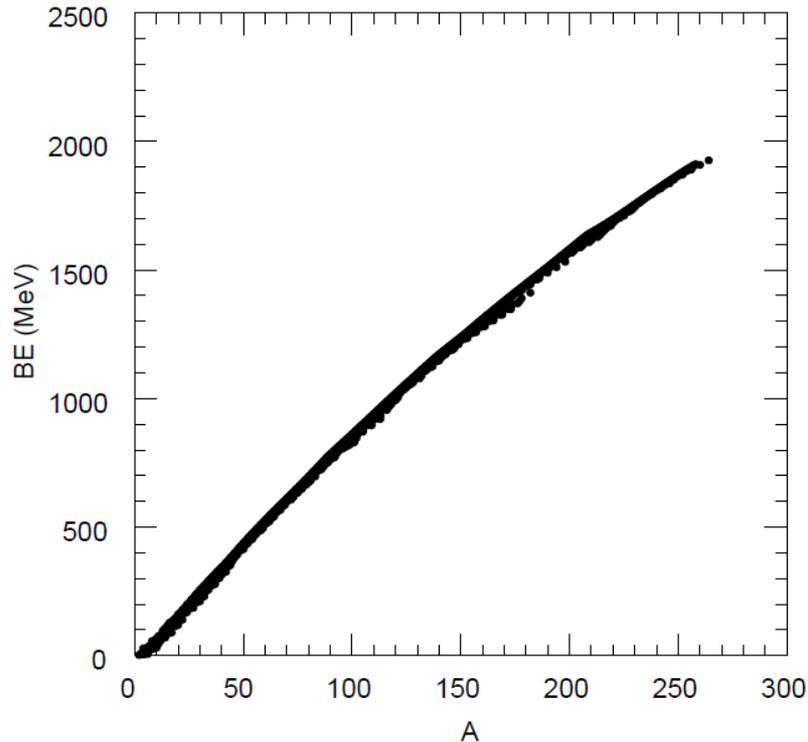


Figure 3: Binding energy as a function of A .

Lecture Notes in Nuclear Structure Physics

B. Alex Brown November 2005

Energia de ligação por nucleon

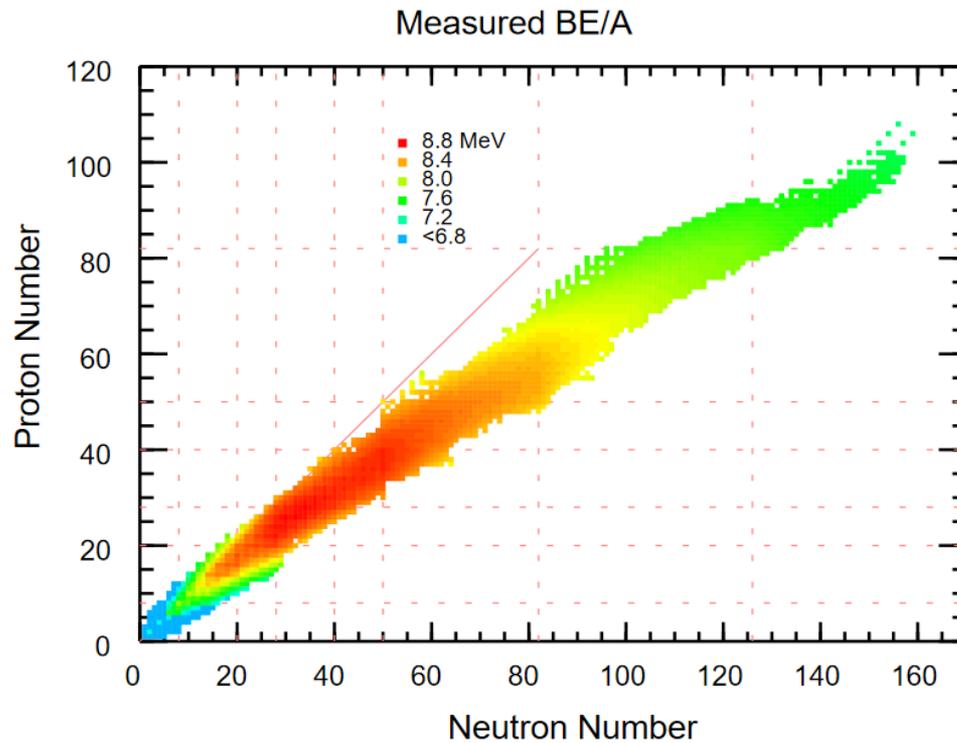


Figure 5: BE/A as a function of N and Z .

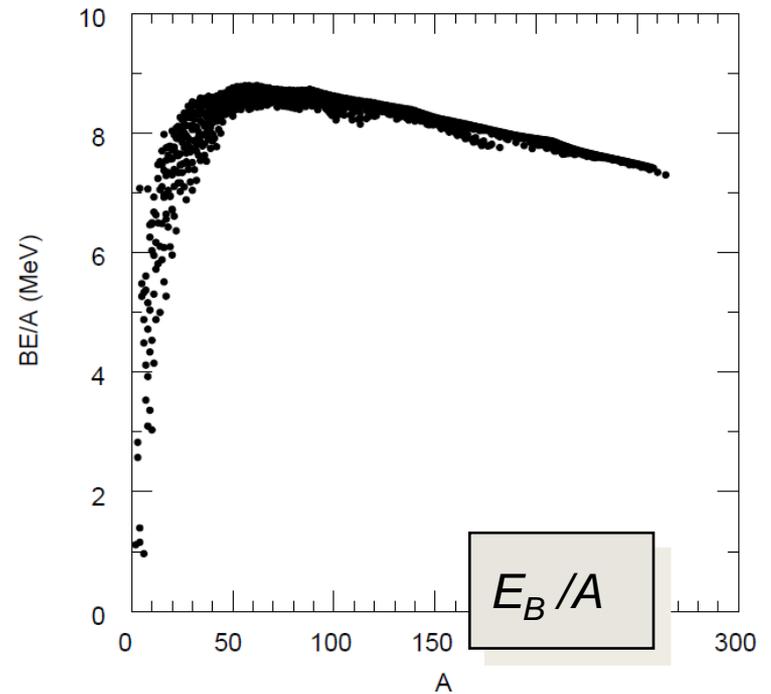


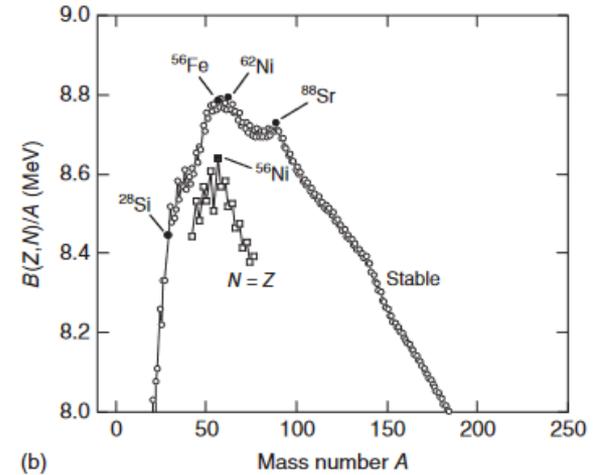
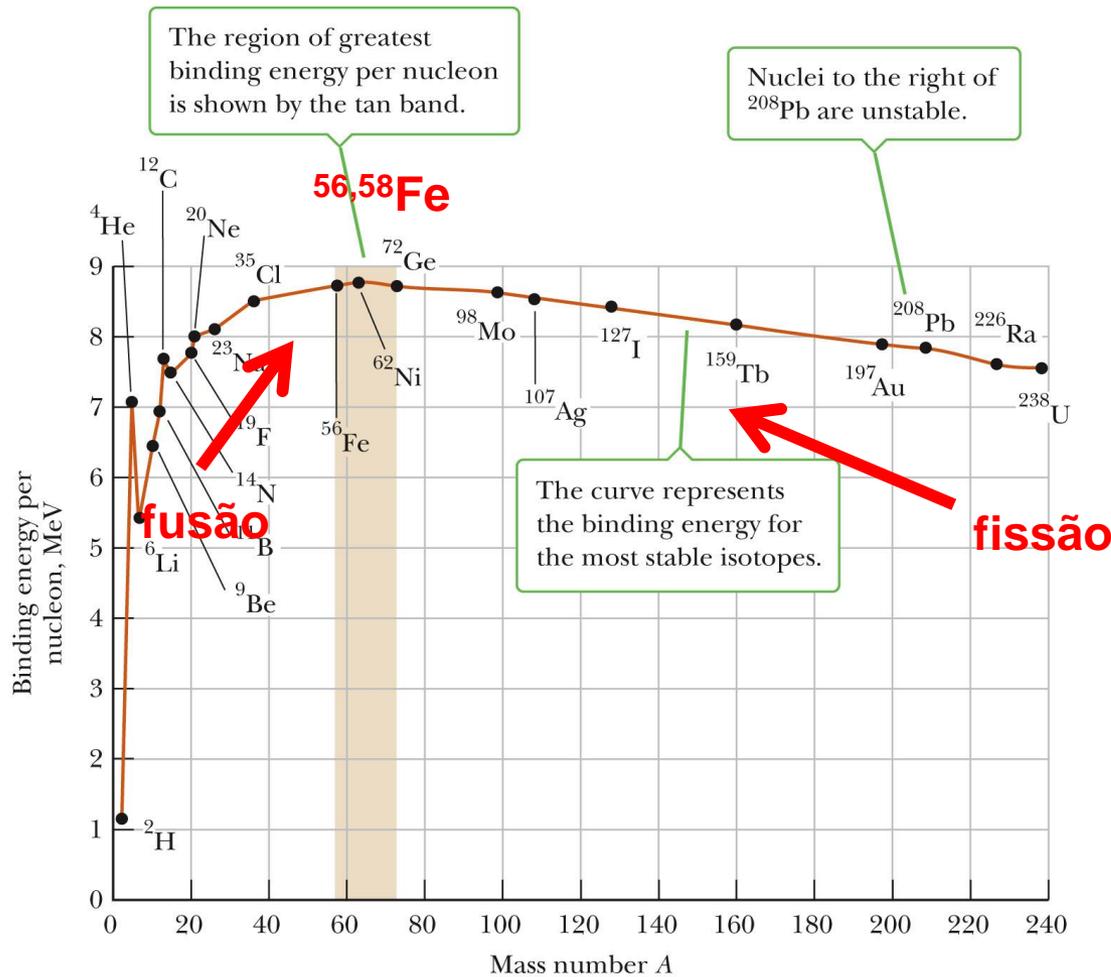
Figure 4: BE/A as a function of A .

Lecture Notes in Nuclear Structure Physics

B. Alex Brown November 2005

A máxima energia de ligação é obtida para o ^{58}Fe . Esse é o nucleio mais estável.

Energia de ligação por nucleon

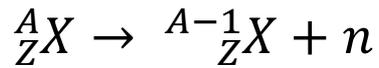


- Máximo próximo da massa $A=56$
- Se um núcleo situado a direita desse máximo for dividido por dois, os núcleos resultantes terão uma energia de ligação B/A maior, serão mais estáveis.
- Se dois núcleos a esquerda se juntarem o núcleo resultante terá B/A maior, será mais estável.

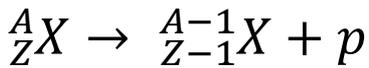
A máxima energia de ligação é obtida para o ^{58}Fe .
Esse é o núcleo mais estável.

Energia de separação de próton e nêutron

É a energia necessária para separar ou “arrancar” um próton ou um nêutron de um núcleo.



$$\begin{aligned} S_n &= B({}^A_ZX_N) - B({}^{A-1}_ZX_{N-1}) \\ &= [m({}^{A-1}_ZX_{N-1}) - m({}^A_ZX_N) + m_n] c^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S_p &= B({}^A_ZX_N) - B({}^{A-1}_{Z-1}X_N) \\ &= [m({}^{A-1}_{Z-1}X_N) - m({}^A_ZX_N) + m({}^1_1\text{H})] c^2 \end{aligned}$$

Exercício: provar essas relações.

Table 3.1 Some Mass Defects and Separation Energies

Nuclide	Δ (MeV)	S_n (MeV)	S_p (MeV)
${}^{16}\text{O}$	-4.737	15.66	12.13
${}^{17}\text{O}$	-0.810	4.14	13.78
${}^{17}\text{F}$	+1.952	16.81	0.60
${}^{40}\text{Ca}$	-34.847	15.64	8.33
${}^{41}\text{Ca}$	-35.138	8.36	8.89
${}^{41}\text{Sc}$	-28.644	16.19	1.09
${}^{208}\text{Pb}$	-21.759	7.37	8.01
${}^{209}\text{Pb}$	-17.624	3.94	8.15
${}^{209}\text{Bi}$	-18.268	7.46	3.80

Novamente a massa do hidrogênio aparece nessa fórmula ao invés da massa do próton porque estamos sempre considerando a massa atômica.

Krane pg 66

Energia de separação de próton e nêutron

A energia de separação de um próton ou um nêutron vem da definição mais geral para a determinação do “Q” da reação.

$$Q = \sum_i M(N_i, Z_i)c^2 - \sum_f M(N_f, Z_f)c^2 = \sum_f B(N_f, Z_f) - \sum_i B(N_i, Z_i).$$

- ❑ $Q > 0$ -> reação (endotérmica) espontânea. O decaimento de um próton ou nêutron é espontâneo
- ❑ $Q < 0$ -> reação (exotérmica) não espontânea. Para separar um próton ou nêutron é necessário fornecer energia.

- ❑ As energias de separação e Q de reação tem sinais trocados.



$$S_n = -Q_n = B(N, Z) - B(N - 1, Z),$$

$$S_p = -Q_p = B(N, Z) - B(N, Z - 1),$$

$$S_{2n} = -Q_{2n} = B(N, Z) - B(N - 2, Z),$$

$$S_{2p} = -Q_{2p} = B(N, Z) - B(N, Z - 2)$$

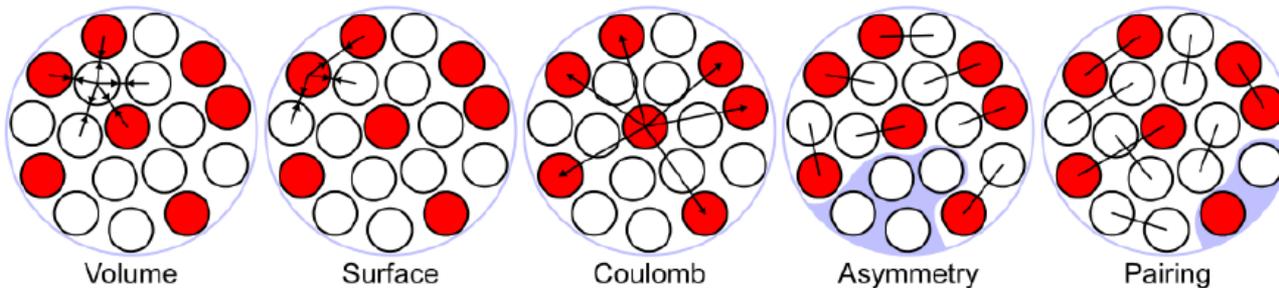
- ❑ A dripline é a fronteira entre os núcleos ligados e não ligados ($S=0$)
- ❑ Para $S < 0$ os núcleos decaem espontaneamente por próton ou nêutrons, que não permanecem ligados. Não podem então serem considerados núcleos.

$$S_p < 0 \Rightarrow [m({}_Z^A X)]c^2 > [m({}_{Z-1}^{A-1} X) + m({}_1^1 H)]c^2$$

Para determinarmos a dripline (limite da estabilidade nuclear) precisamos de um modelo e de uma formula para que possamos prever os valores das massas.

Modelo da gota líquida

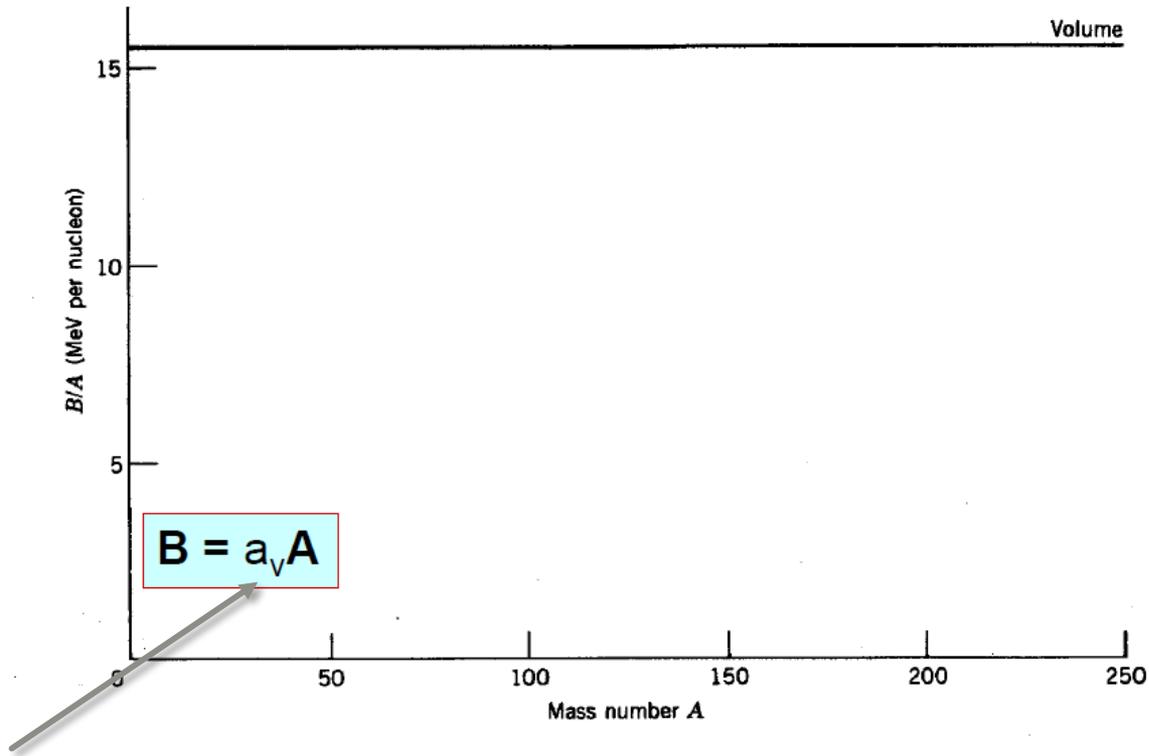
- ❑ Os nucleons são ligados pela força forte que atua apenas entre nucleons vizinhos.
- ❑ Além disso a dependência do raio de um núcleo com a massa sugere que ele possa ter uma densidade constante.
- ❑ A combinação dessas situações é similar ao que ocorre na gota líquida.
- ❑ Weizaecker formulou uma equação para a energia de ligação baseada no modelo de gota líquida
- ❑ Ele assumiu que o núcleo podia ser dado por um fluido incompressível com volume proporcional a massa (A) e superfície bem definida.
- ❑ No entanto, outras forças e efeitos também devem ser levados em consideração.



https://en.wikipedia.org/wiki/Atomic_nucleus

Termo de volume

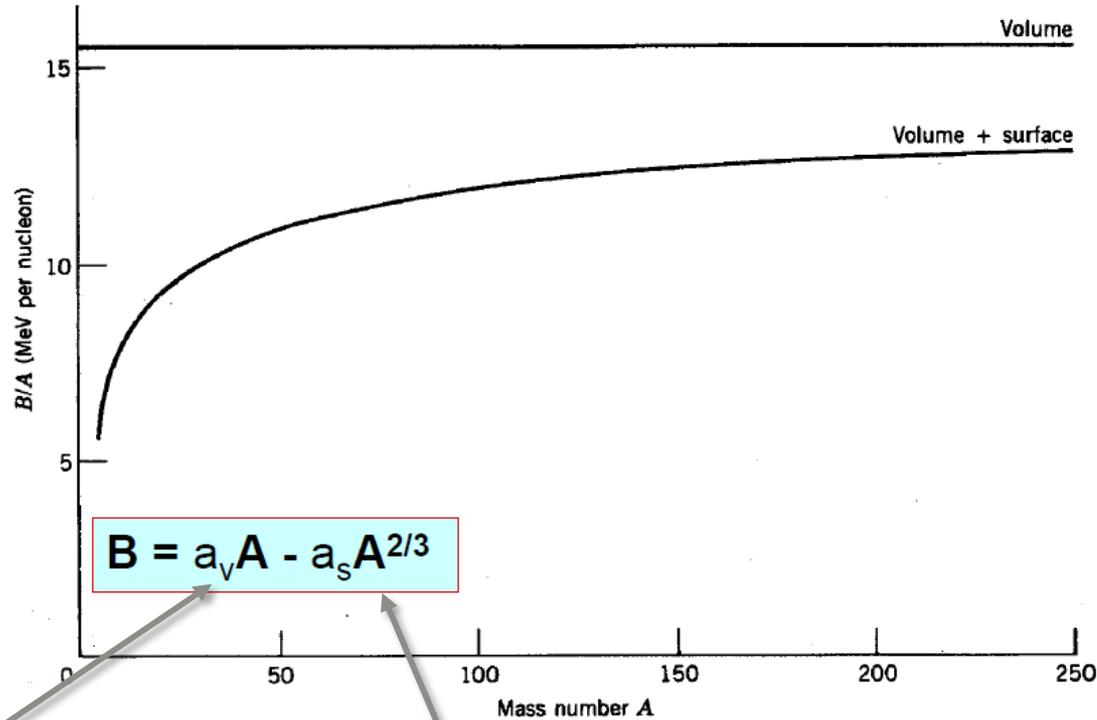
B/A



Constante
Curto alcance como
Força nuclear
 $B/A = \text{constante}$

Termo de superfície

B/A



Constante

Curto alcance como

Força nuclear

$B/A = \text{constante}$

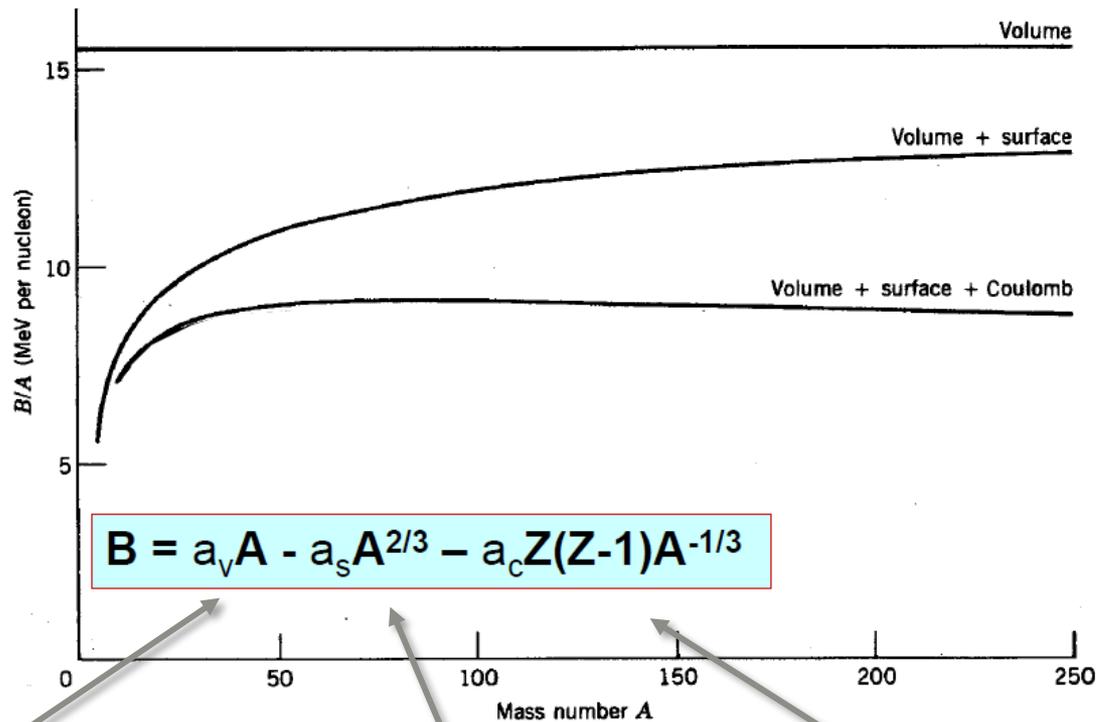
Superfície/Volume

$$B/A = A^{2/3}/A = A^{-1/3}$$

Favorece núcleos grandes

Termo devido carga (Coulombiano)

B/A



$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3}$$

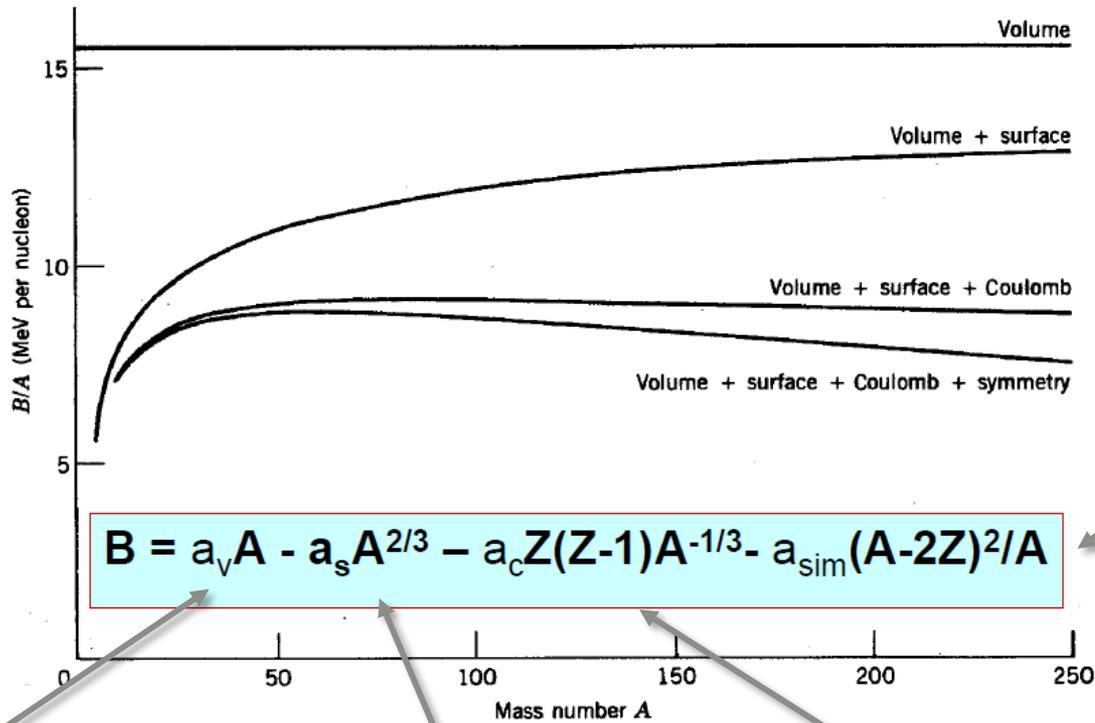
Constante
Curto alcance como
Força nuclear
 $B/A = \text{constante}$

Superfície/Volume
 $B/A = A^{2/3}/A = A^{-1/3}$
Favorece núcleos grandes

Força coulombiana tem
longo alcance. Quanto mais
protons maior repulsão
Favorece núcleos com Z
pequeno.

Termo devido efeito de simetria

B/A



$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{sim} (A-2Z)^2/A$$

Efeito de simetria aumenta com A , diminuindo B/A

Constante
Curto alcance como
Força nuclear
 $B/A = \text{constante}$

Superfície/Volume
 $B/A = A^{2/3}/A = A^{-1/3}$
Favorece núcleos grandes

Força coulombiana tem longo alcance. Quanto mais protons maior repulsão Favorece núcleos com Z pequeno.

Termo devido a emparelhamento

$$B(Z, A) = a_V A$$

$$- a_s A^{2/3}$$

$$- a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

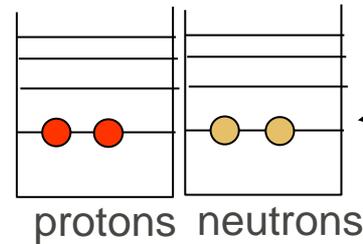
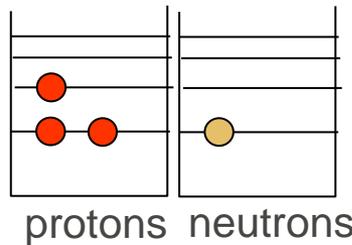
$$- a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A}$$

Termo de Volume

Termo de superfície ~ área da superfície
na superfície os nucleons são menos ligados

Coulomb termo Coulombiano. Repulsão colombiana reduz a energia de ligação

Termo de asymmetria: Princípio de Pauli: preenchimento simétrico de p e n tem energia mais baixa (ignorando Coulomb)



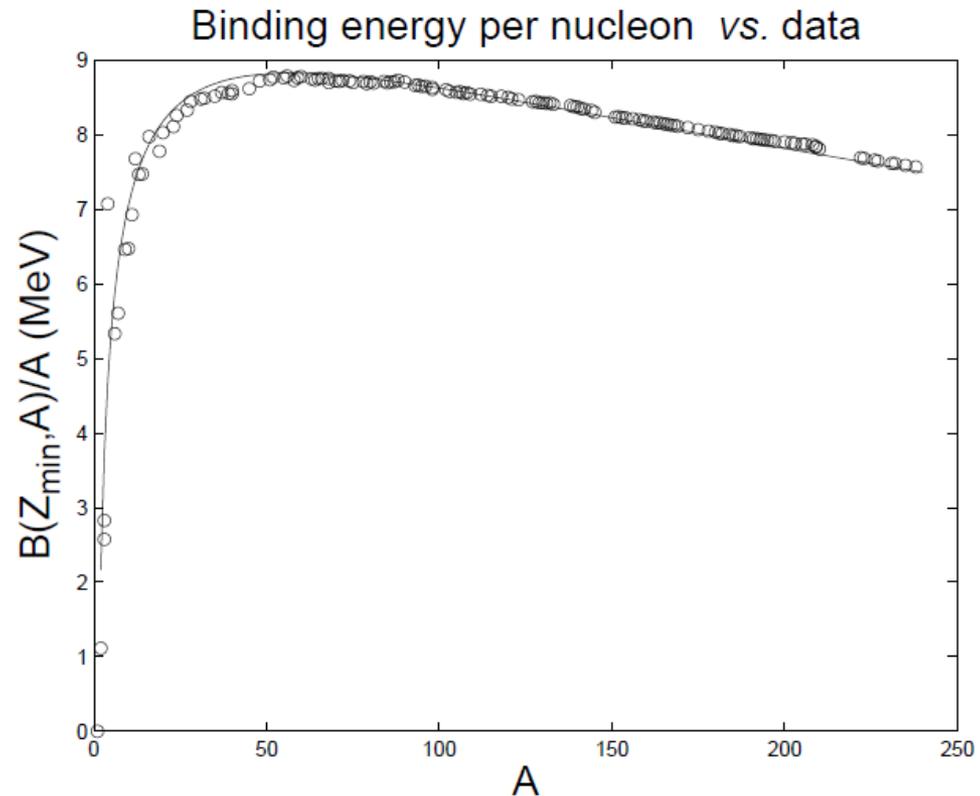
Energia total mais baixa.
Sistema mais ligado

$$+ a_p A^{-1/2} \begin{cases} \times 1 & \text{par-par} \\ \times 0 & \text{par-ímpar} \\ \times (-1) & \text{ímpar-ímpar} \end{cases} \text{ emparelhamento: número pares de nucleons é favorecido}$$

Fórmula Bethe-Weizsacker para modelo de gota líquida

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A} + a_p \frac{(-1)^Z [1 + (-1)^A]}{2} A^{-3/4}$$

a_i	[MeV]
a_V	15.5
a_S	16.8
a_C	0.72
a_{sym}	23
a_p	34



Fórmula Bethe-Weizsacker previsões

❑ A formula de Weizaecker para a energia de ligação, baseado no modelo de gota líquida, tem um carácter preditivo.

❑ Usando a expressão:

$$B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z(Z - 1)A^{-1/3} - a_{\text{sym}} \frac{(A - 2Z)^2}{A} + a_p \frac{(-1)^Z [1 + (-1)^A]}{2} A^{-3/4}$$

❑ Podemos prever o valor da massa de um determinado elemento como sendo:

$$m({}^A X) = Zm({}^1 H) + Nm_n - B(Z, A)/c^2$$

❑ Várias correções foram ao longo do tempo incorporadas a essa equação, principalmente com relação aos termos de paridade e assimetria.

Aplicação para o decaimento beta

- ❑ O decaimento beta ocorre quando um próton ou um nêutron decaem se transformando em nêutron e próton, respectivamente: $p \rightarrow n$ $n \rightarrow p$
- ❑ A massa total é preservada nesse processo.
- ❑ Mantendo a cadeia isobárica, ou seja, mantendo “A” fixo, a equação da massa obtida anteriormente se torna uma parábola em função de Z com o mínimo:

$$Z_{\min} = \frac{[m_n - m(^1\text{H})] + a_c A^{-1/3} + 4a_{\text{sym}}}{2a_c A^{-1/3} + 8a_{\text{sym}} A^{-1}}$$

Exercício: determinar Zmin a partir da formula de energia de ligação.

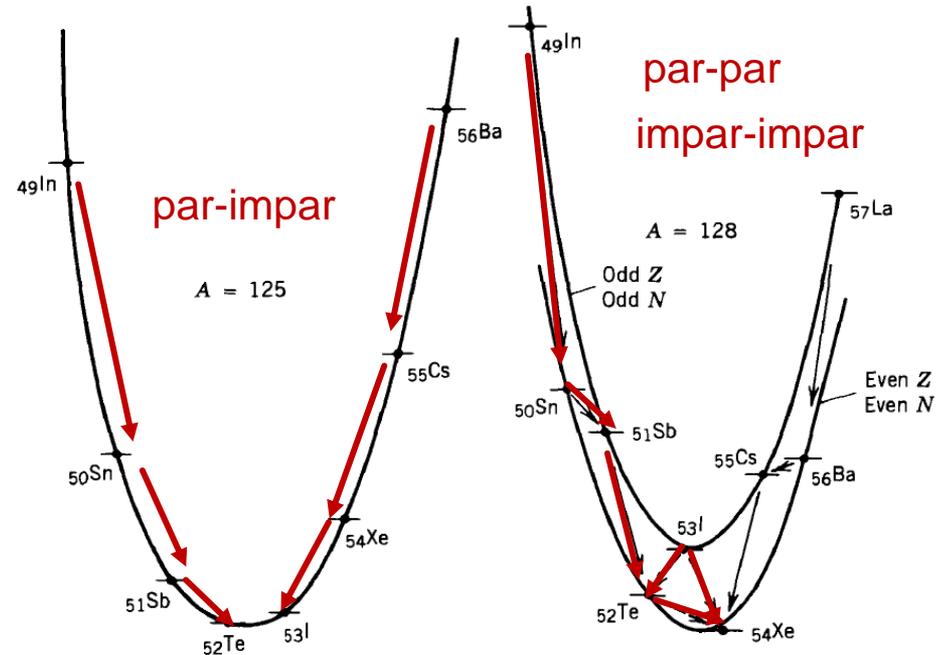
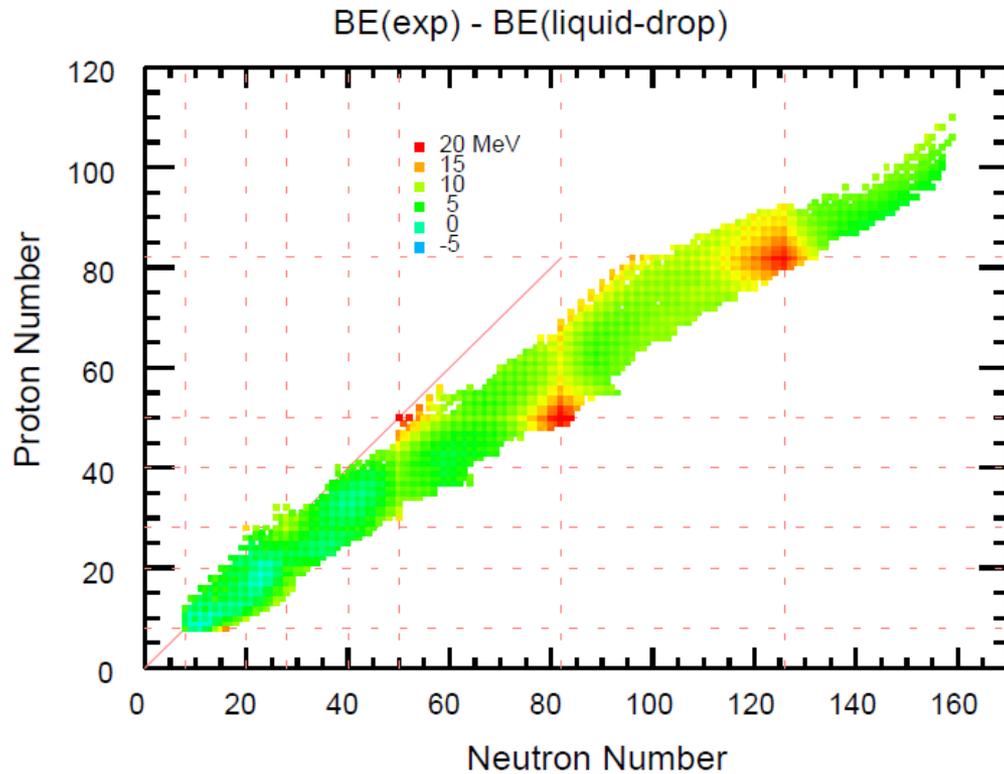


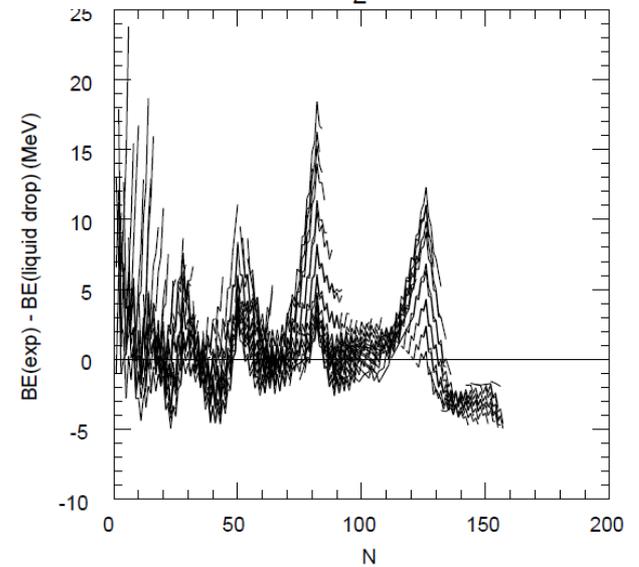
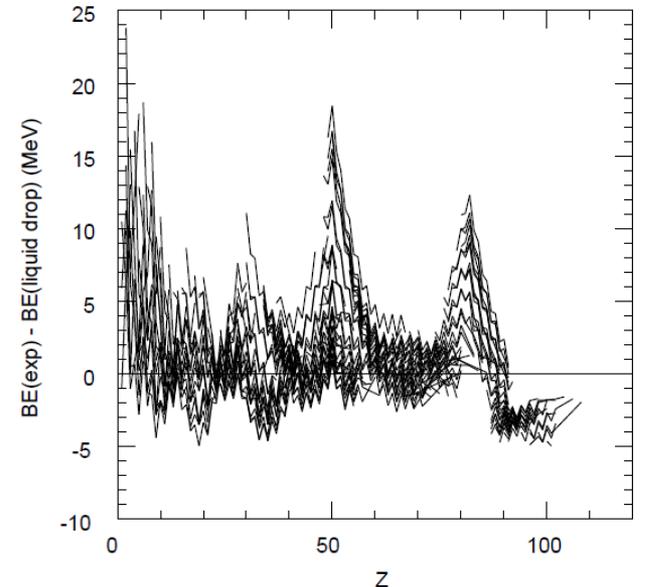
Figure 3.18 Mass chains for $A = 125$ and $A = 128$. For $A = 125$, note how the energy differences between neighboring isotopes increase as we go further from the stable member at the energy minimum. For $A = 128$, note the effect of the pairing term; in particular, ^{128}I can decay in either direction, and it is energetically possible for ^{128}Te to decay directly to ^{128}Xe by the process known as double β decay.

Efeito de camadas (LDM = Liquid Drop Model)

$$\left(\frac{B}{A}\right)_{\text{exp}} - \left(\frac{B}{A}\right)_{\text{LDM}}$$

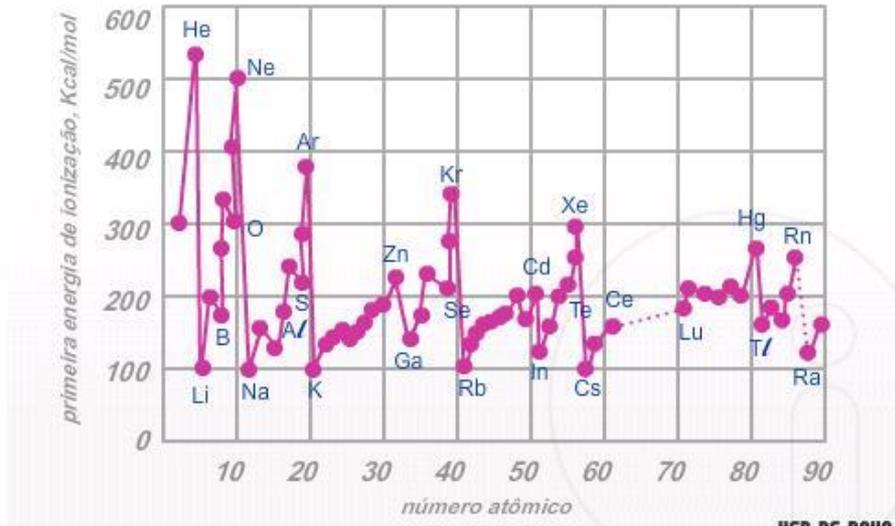


Tem alguma coisa a mais que está faltando



Energia de ionização – efeito de camadas

Esse efeito já havia sido observado antes na energia de ionização de átomos

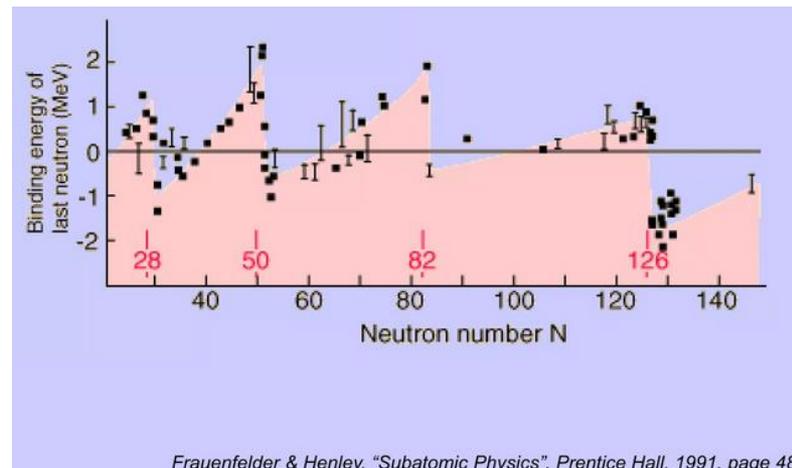


Isso é devido a camadas de níveis de energia

É necessário adicionar um termo de correção devido ao modelo de camada.

Números mágicos no núcleo 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

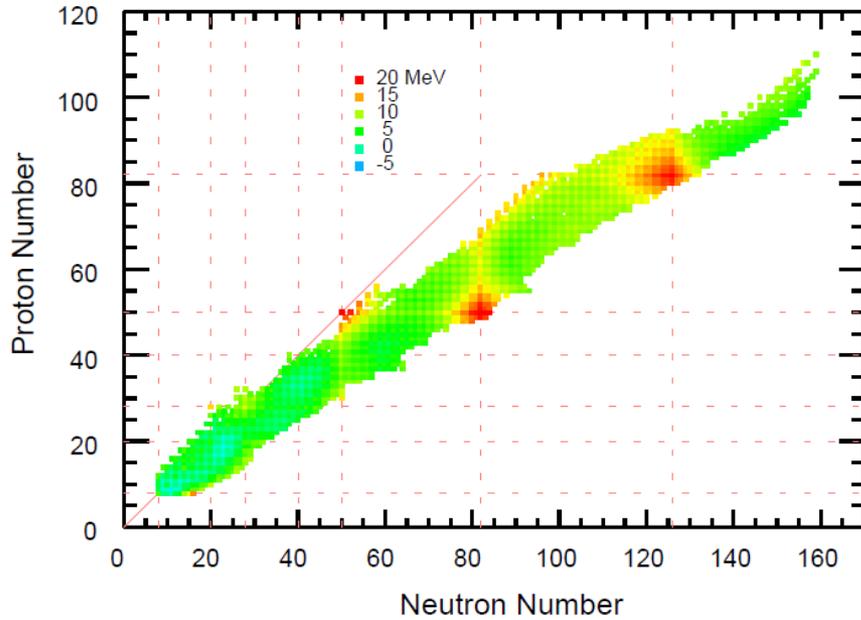
Neutron separation energy



Frauenfelder & Henley, "Subatomic Physics", Prentice Hall, 1991, page 488

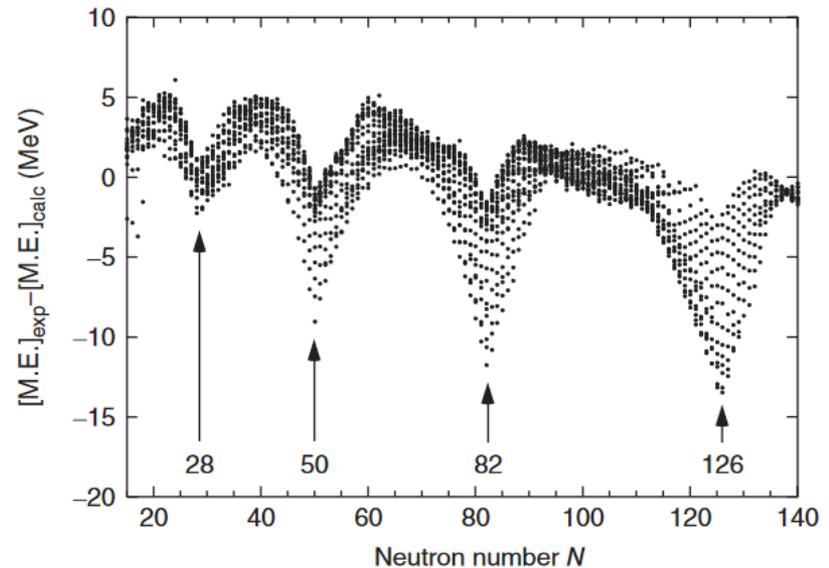
Efeito de camadas

BE(exp) - BE(liquid-drop)

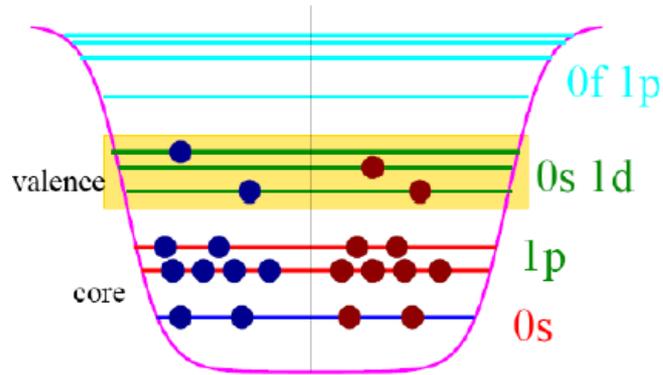


Números mágicos no núcleo
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

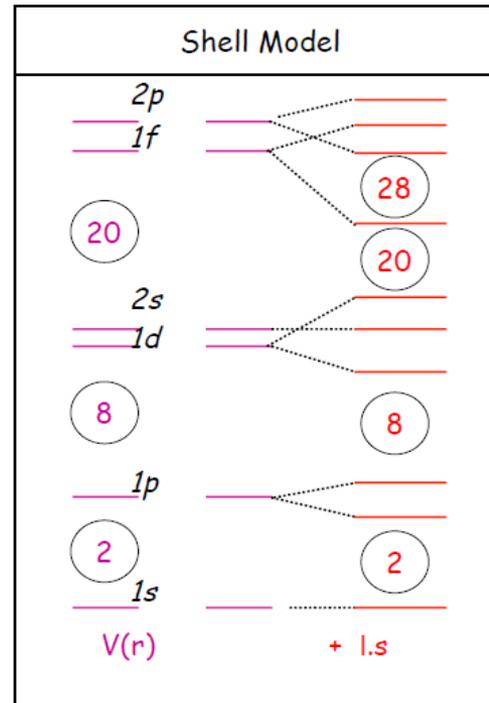
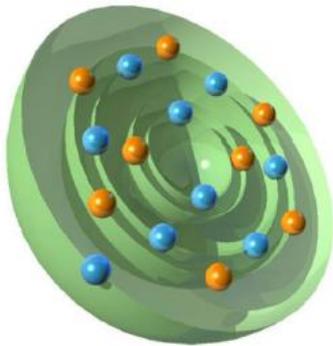
Valores do excesso de massa ($m(x) - A$)



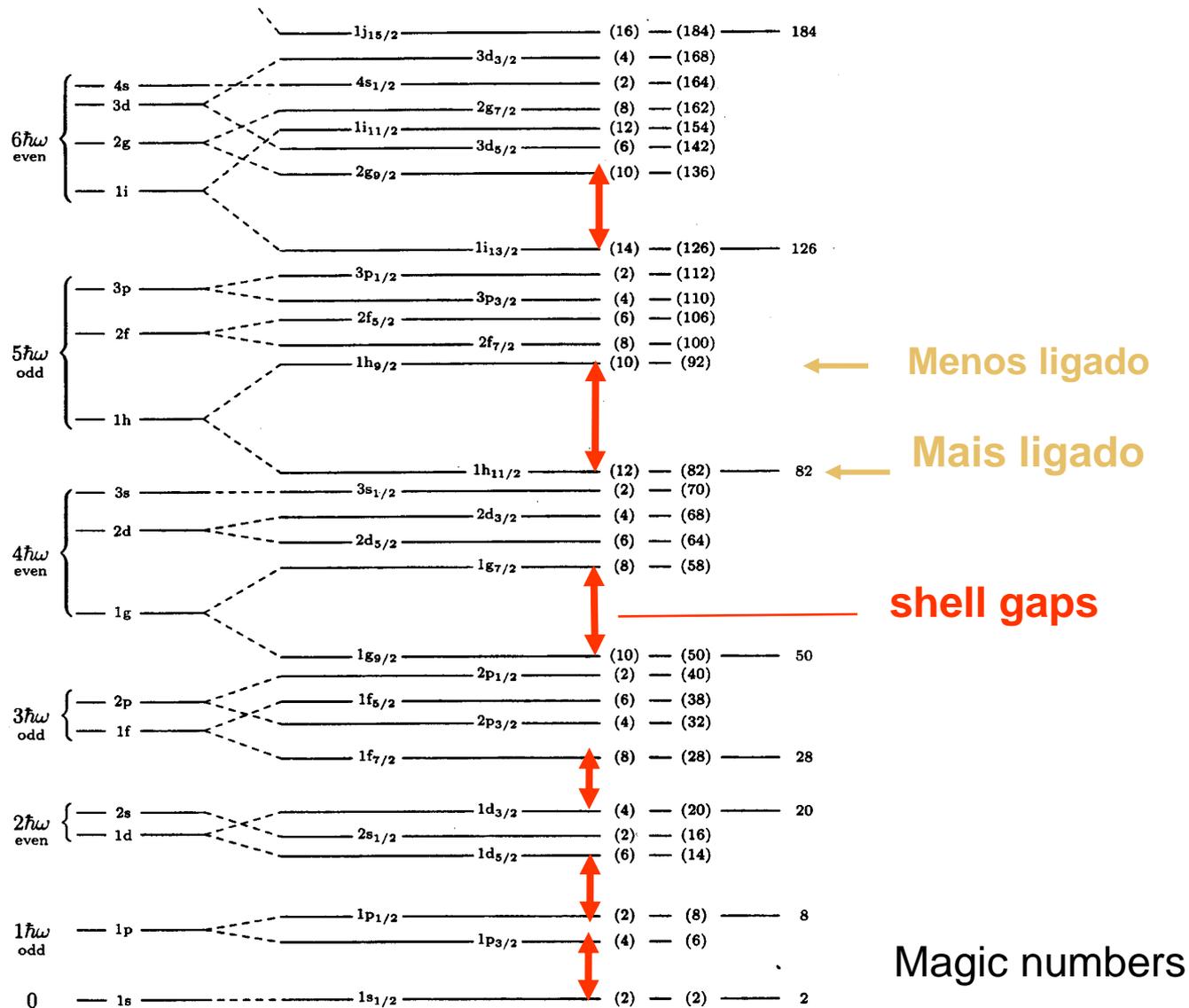
Efeito de camadas



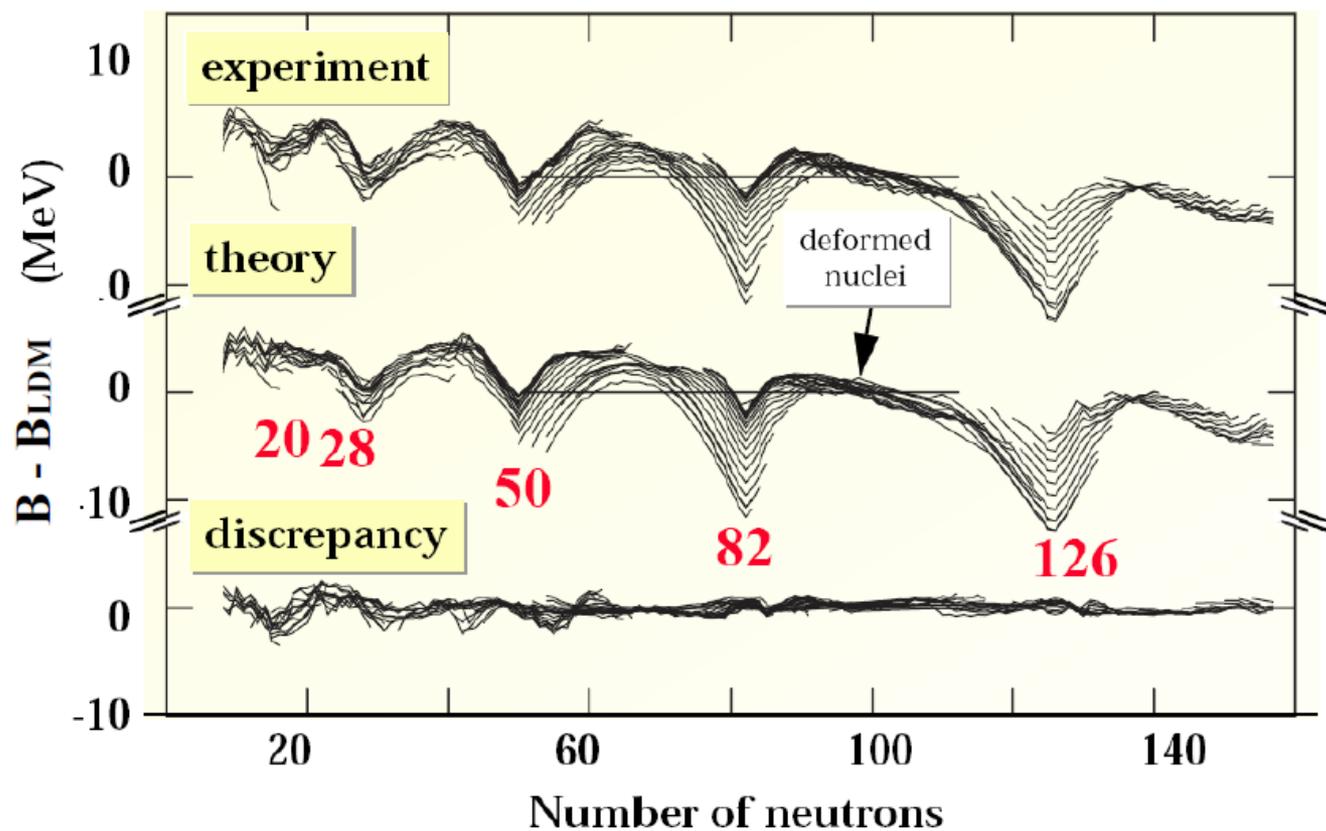
$$H = \sum_{k=1}^A \left[\frac{p^2}{2m} + V(r) + V_{so}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \right]$$



Shell model: (single nucleon energy levels)



Energia de ligação com correção de modelo de camadas



Estimativas de massa usando formula microscópicas

J. Duflo and A.P. Zuker , Phys. Rev. C 52 (1995) R23.

Leva em conta efeitos de camada usando teorias microscópicas de Hartree-Fock

Microscopic mass formulas

J. Duflo¹ and A.P. Zuker²

¹*Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse (IN2P3-CNRS), 91405 Orsay Campus, France*

²*Physique Théorique, Bât40/1 CRN, IN2P3-CNRS/Université Louis Pasteur BP 28, F-67037 Strasbourg Cedex 2, France*

(Received 3 March 1994; revised manuscript received 13 April 1995)

By assuming the existence of a pseudopotential smooth enough to do Hartree-Fock variations and good enough to describe nuclear structure, we construct mass formulas that rely on general scaling arguments and on a schematic reading of shell model calculations. Fits to 1751 known binding energies for $N, Z \geq 8$ lead to rms errors of 375 keV with 28 parameters. Tests of the extrapolation properties are passed successfully. The Bethe-Weizsäcker formula is shown to be the asymptotic limit of the present one(s). The surface energy of nuclear matter turns out to be probably smaller than currently accepted.

Towards a Hartree-Fock mass formula

F. Tondeur,^{1,2} S. Goriely,¹ J. M. Pearson,³ and M. Onsi³

A ten-parameter Skyrme force, along with a four-parameter δ -function pairing force, have been fitted, using the Hartree-Fock-BCS method, to the masses of 1719 nuclei, both spherical and deformed, with an rms error of 0.754 MeV. The corresponding value of the symmetry coefficient J is 28.0 MeV, and that of the effective nucleon mass M^* is $1.05M$.

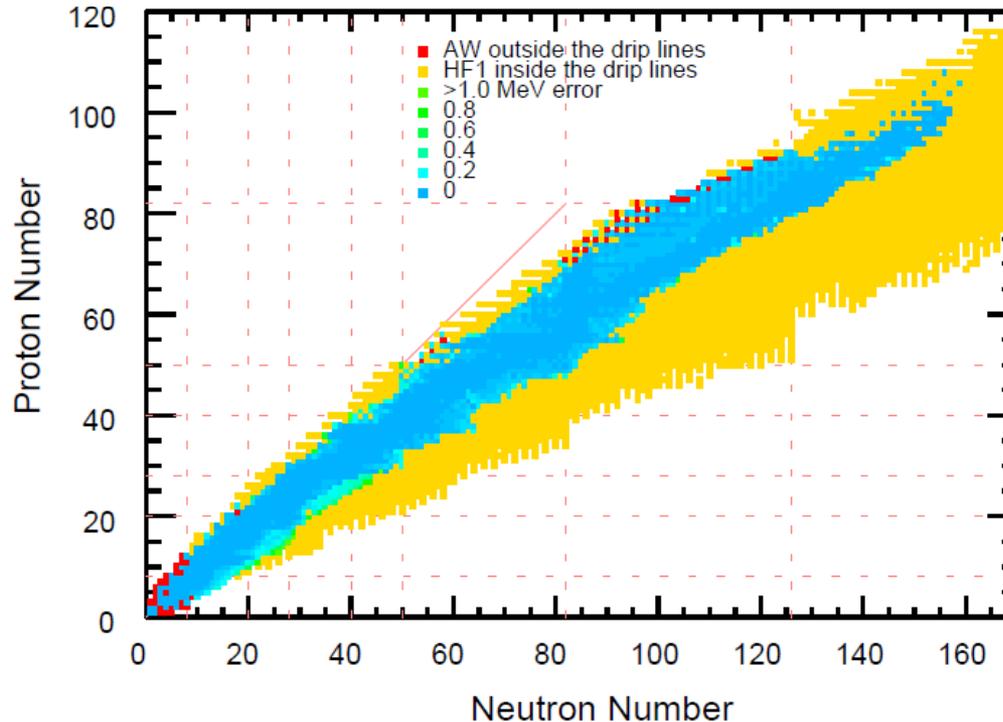


Figure 8: Nuclei in the Audi-Wapstra-Thibault mass compilation together with the HF1 prediction for nuclei out to the neutron and proton drip lines. Observed nuclei outside the drip lines are indicated.

Previsão energia de separação de um nêutron (Sn) – Hartree-Fock

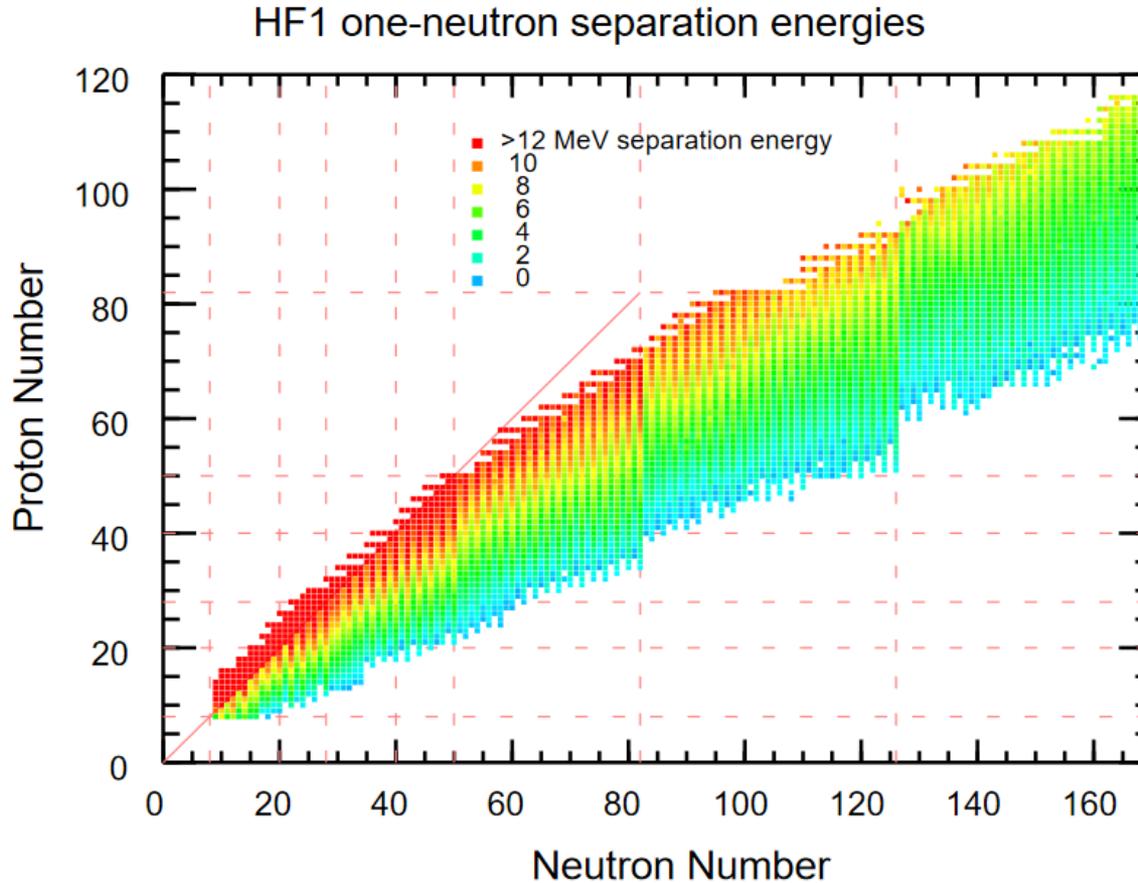


Figure 11: HF1 results for the one-neutron separation energies.

Nuclear Mass Measurement and Evaluation

Relevant to Astrophysics

Proc. 14th Int. Symp. on Nuclei in the Cosmos (NIC2016)

JPS Conf. Proc. 14, 011001 (2017)

<https://doi.org/10.7566/JPSCP.14.011001>

Meng WANG*

Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China

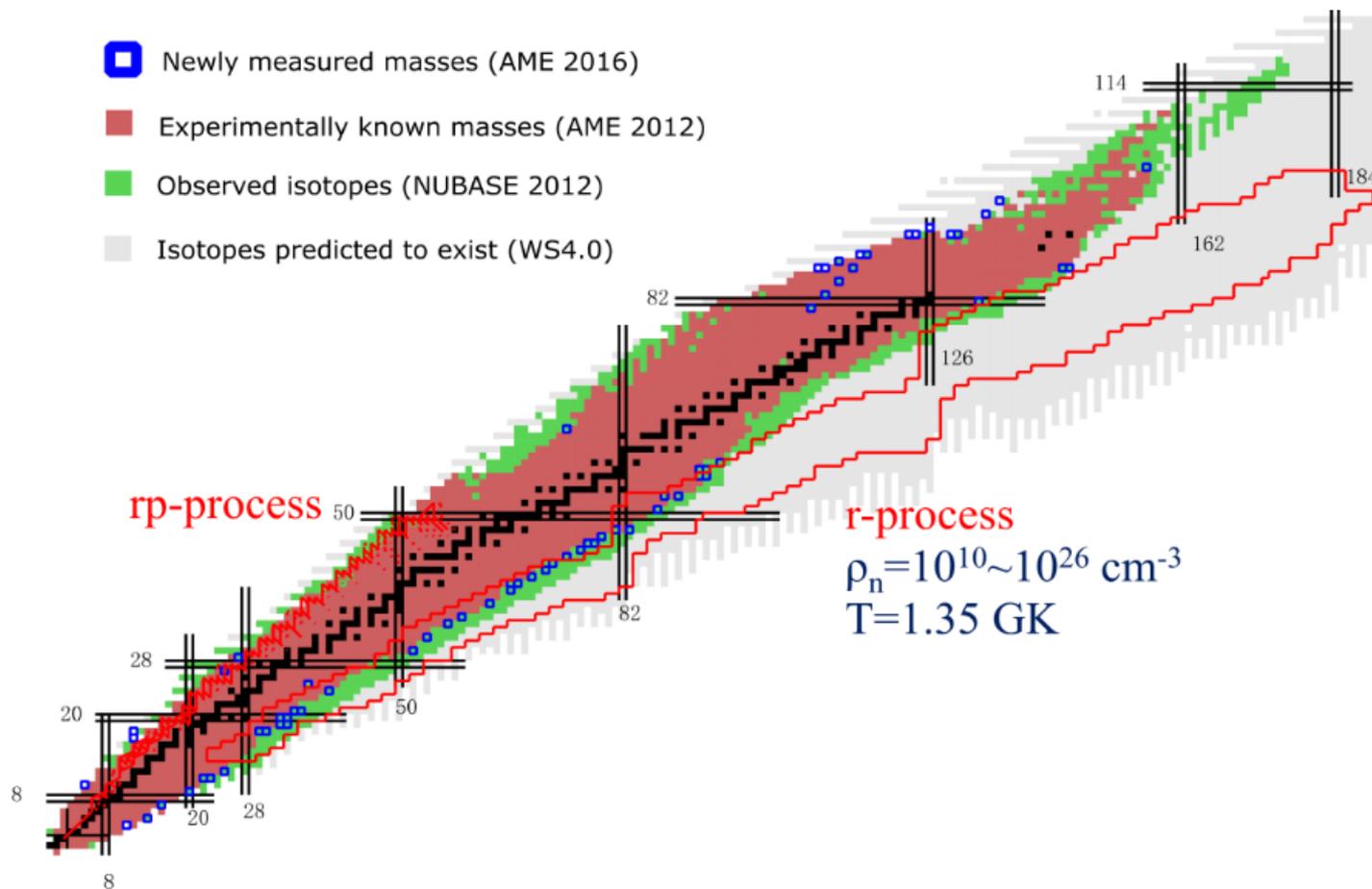


Fig. 1. The nuclear chart with experimentally known masses in AME2012 and newly measured masses, with the r- and rp-process paths also shown. The nuclear chart covered by the r-process is relatively broad due to the large range of the parameters used for the calculations.



Nuclear masses in astrophysics

H. Schatz*

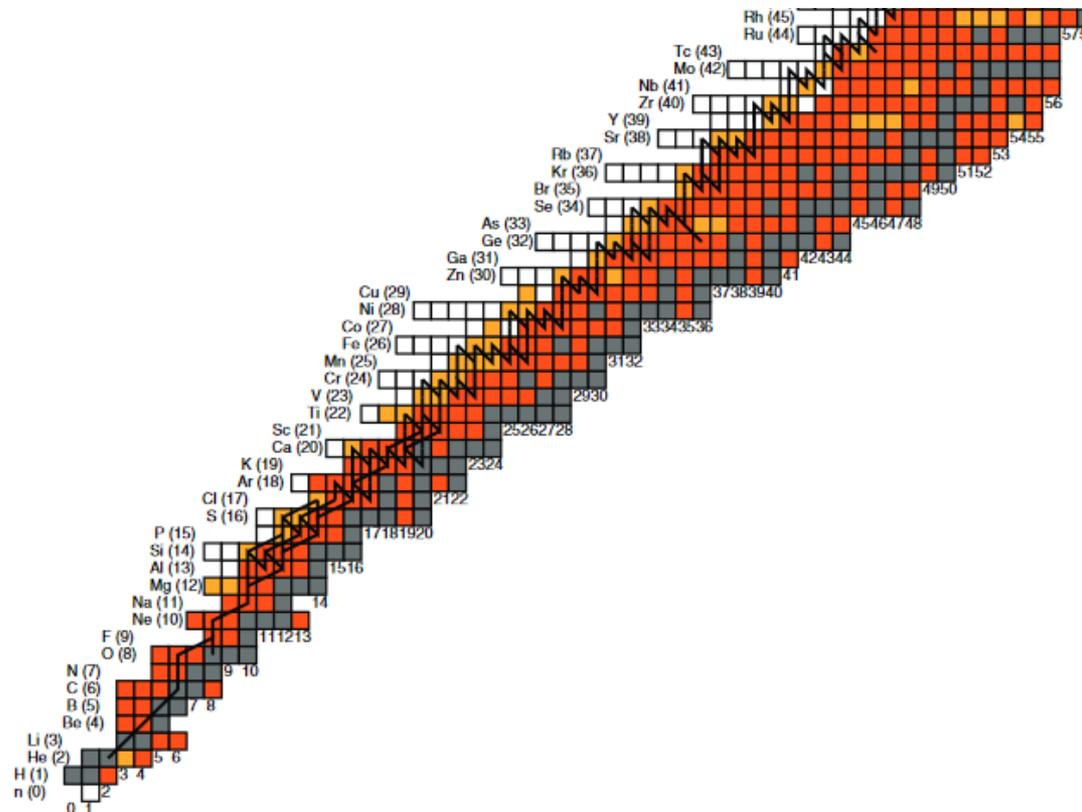


Fig. 1. Masses measured with accuracies of better (red) or worse (orange) than than 10 keV in relation to the path of the rp-process (line) [10] on the chart of nuclides.