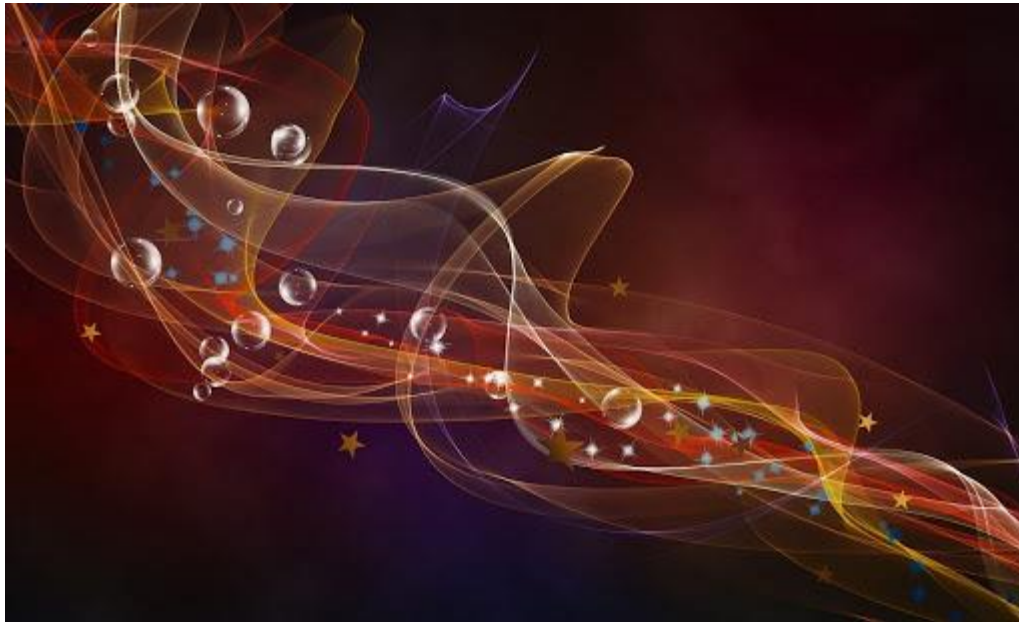


# Introdução a Física Nuclear (4300406)



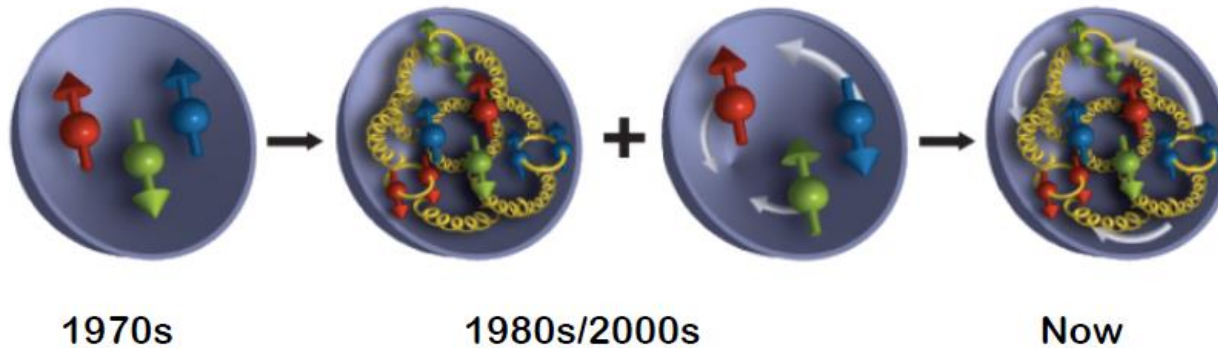
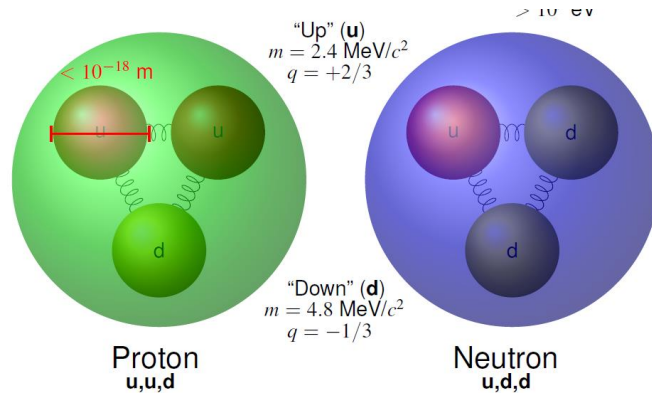
**Prof. Valdir Guimarães**

**Instituto de Física**

**Aula 3 – Raio nuclear**

# De volta a física nuclear

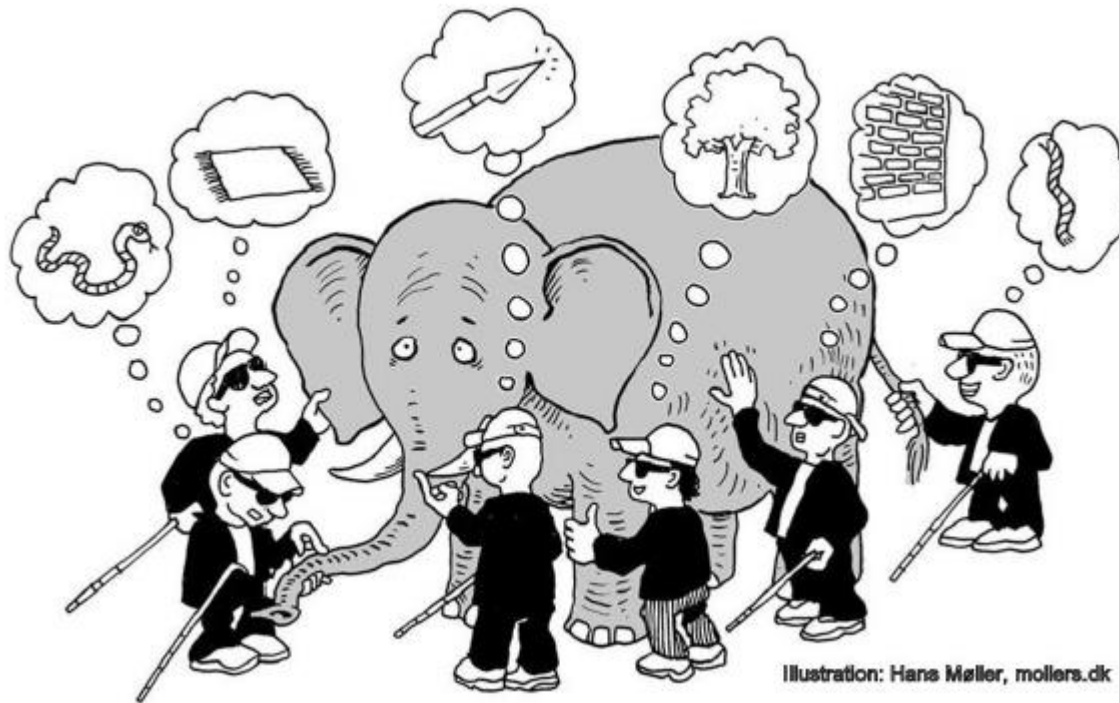
Prótons e nêutrons são chamados de núcleons.



- Sopa de quarks e gluons
- Nem os quarks nem os gluons são observados isoladamente.
- Núcleons são sistemas extremamente complicados.
- O desafio é estudar a estrutura do nucleon sem observar os quarks e gluons.

## Raio do próton

- Qual é o raio do próton?
- Estima-se que é da ordem de  $0.8 \text{ fm}$  ( $10^{-15} \text{ m}$ ) mas ainda não temos certeza.
- Como estudar uma partícula tão pequena ?

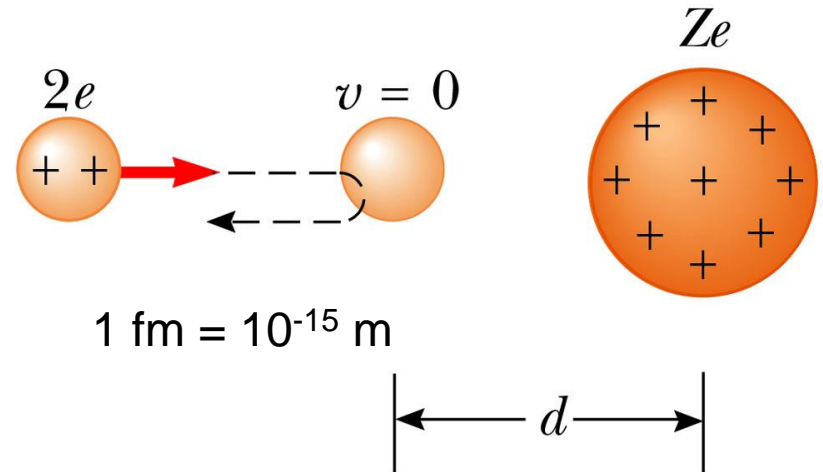


❑ Usando a ideia de Rutherford e incidindo um partícula pequena :

Quão próximos uma partícula a pode se aproximar de um núcleo com carga  $Ze$  ?

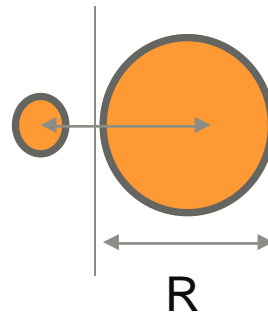
$$E_{\text{cinetica}} = U_{\text{potencial}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = k_e \frac{q_1q_2}{r} = k_e \frac{(2e)(Ze)}{d}$$



Estimativa de Rutherford partículas alfa de 7.7 MeV

$$d = \frac{4k_eZe^2}{mv^2} \approx \frac{1,44 \text{ eV nm} \cdot 2 \cdot 79}{7,7 \times 10^6 \text{ eV}} = 3 \times 10^{-5} \text{ nm}$$



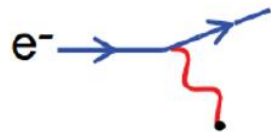
$$R = 30 \times 10^{-15} = 30 \text{ fm}$$

para o Ouro

# Como investigar partículas ?

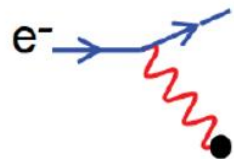
- ❑ Usando a ideia de Rutherford e incidindo um partícula pequena
- ❑ Elétrons?
- ❑ O importante é o comprimento da onda:  $\lambda = \frac{h}{p}$
- ❑  $r_p$  = raio do próton

## Espalhamento de elétrons:



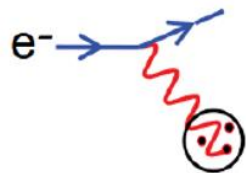
$$\lambda \gg r_p$$

**Baixíssima energia:** Os prótons seriam como partículas pontuais "point-like", sem estrutura e sem spin.



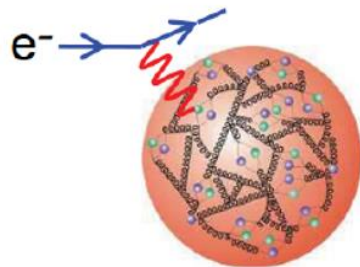
$$\lambda \simeq r_p$$

**Baixa energia:** Os prótons seriam como objetos com uma certa extensão mas sem estrutura.



$$\lambda < r_p$$

**Alta energia.** Podemos observar uma certa estrutura (quarks).



$$\lambda \ll r_p$$

**Altíssima energia:** Os prótons seriam como um mar de quarks e glúons.

# Stanford Linear Collider (SLAC)

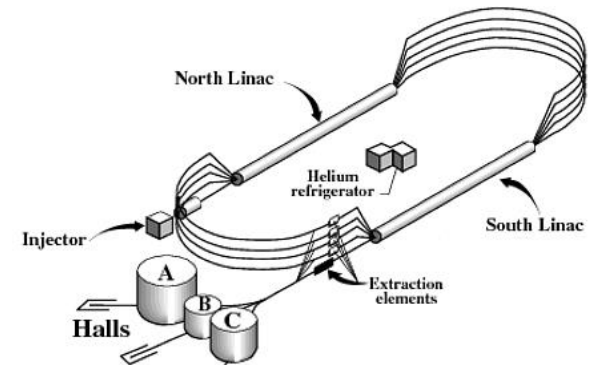
- ❑ Precisamos elétrons com comprimento de onda de De Broglie menor que 1 fm.

$$\hbar c = 197.3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

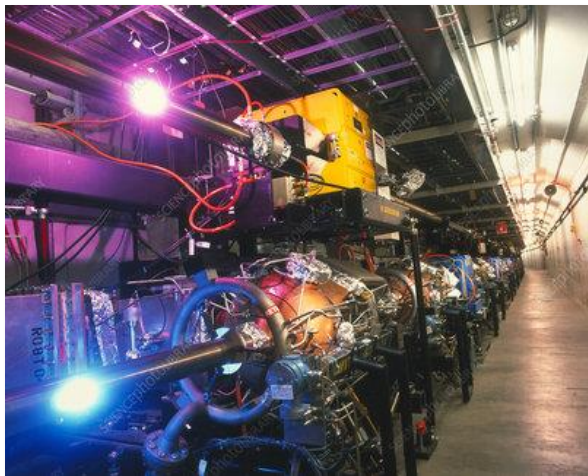
$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{\hbar 2\pi c}{p_e c} = \frac{197,3 \times 2\pi}{p_e c} = 1,0 \text{ fm} \quad \Rightarrow \quad p_e = 1240,0 \frac{\text{MeV}}{c}$$

$$T_e = \sqrt{m_{0e}^2 + (pc)^2} - m_{0e} = 1250,0 \text{ MeV} = 1,25 \text{ GeV}$$

- ❑ O acelerador de elétrons de Stanford é chamado “Stanford Linear Collider” Pode acelerar elétron de 50 GeV.
- ❑ Portanto podemos investigar a estrutura dos nucleons



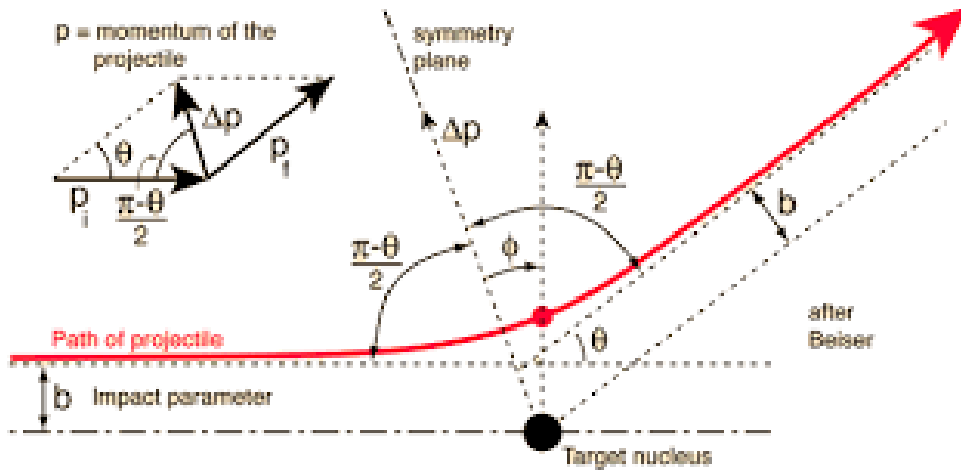
**The Stanford Linear Accelerator Center**



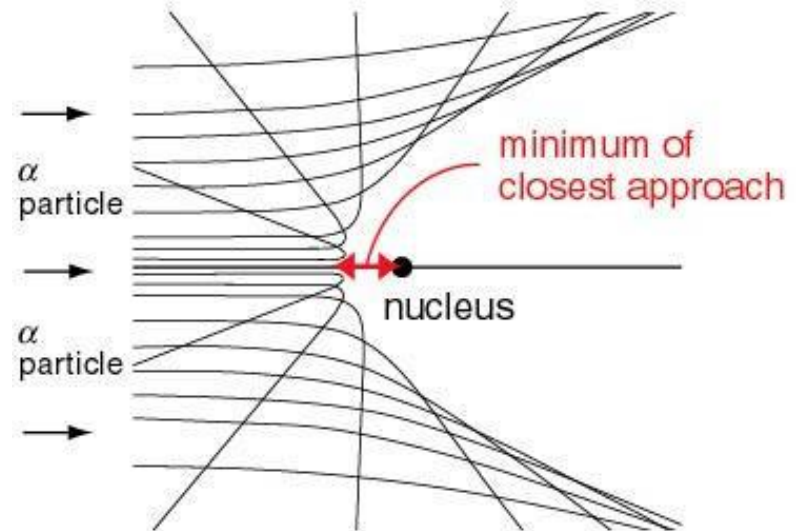
# Espalhamento de elétrons

- Espalhamento Rutherford (duas cargas pontuais)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R = \frac{(zeZe)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2(4E)^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$



Trajectories of alpha particles



# Espalhamento de elétrons

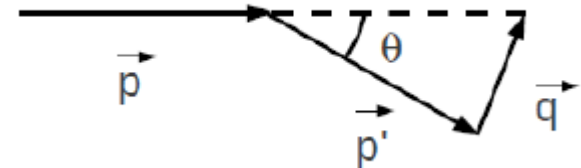
- ❑ Espalhamento Rutherford (duas cargas pontuais)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R = \frac{(zeZe)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2(4E)^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

- ❑ Essa formula é não relativística e o recuo do alvo é desprezado ( $E = E'$ ).

- ❑ O momento transferido “q” é dado por:

$$|\vec{p}| = |\vec{p}'|, \quad |\vec{q}| = |\vec{k}| = 2|\vec{p}| \sin \vartheta/2$$



- ❑ Se considerarmos a estatística de spin para o eletron (ainda sem recuo do próton) e a relatividade:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R \cdot \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}\right) \quad \beta \rightarrow 1$$



$$\frac{d\sigma^*}{d\Omega_{Mott}} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \left(\frac{1}{2}\theta\right)}{4E^2 \sin^4 \left(\frac{1}{2}\theta\right)}$$

Momento transferido levando-se em conta o recuo do proton.

$$q = \frac{2p \sin(\theta/2)}{[1 + (2E/M_p) \sin^2(\theta/2)]^{\frac{1}{2}}}$$



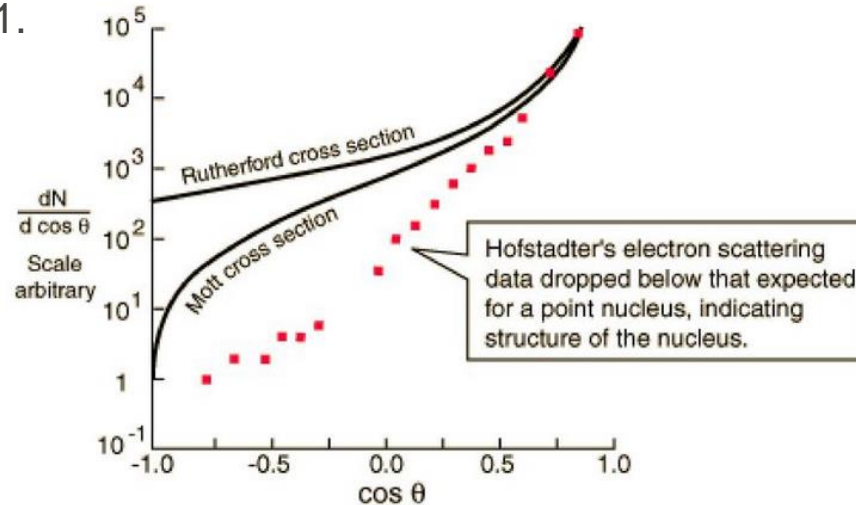
# Robert Hofstadter (espalhamento elétrons)



Robert Hofstadter  
1915-1990



- ❑ Usou espalhamento de elétrons para estudar a estrutura dos prótons.
- ❑ Realizou várias experiências em Stanford com elétrons de 100 a 500 MeV.
- ❑ Mostrou que o próton não poderia ser uma partícula pontual.
- ❑ Ganhou prêmio Nobel em 1961.



R. Hofstadter et al.  
Phys. Review, 92, 978 (1953)

- ❑ A expressão de Mott reproduz os dados experimentais para ângulos pequenos ou  $\cos \theta \rightarrow 1$ .
- ❑ Com ângulos de espalhamento pequenos obtemos informações sobre a superfície enquanto para ângulos grandes temos informações da parte interna.
- ❑ Para ângulos grandes a expressão de Mott não reproduz os dados indicando que o próton não pode ser tratado como uma partícula pontual.

- ❑ O núcleo tem um tamanho finito com uma estrutura e com a carga distribuída.
- ❑ No espalhamento eletron-nucleo, é a distribuição de carga que importa.
- ❑ Podemos então separar as contribuições para a seção de choque como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \longrightarrow \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{pointlike} |F(q^2)|^2$$

Seção de choque Mott  
Para cargas pontuais

Fator de forma relacionado com  
a distribuição de carga

- ❑ Podemos obter o fator de forma em função de (q) ou (q) dividindo a seção de choque experimental pela seção de choque de uma distribuição de carga pontual.

$$|F(\theta)|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) / \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \right]_{pointlike}$$

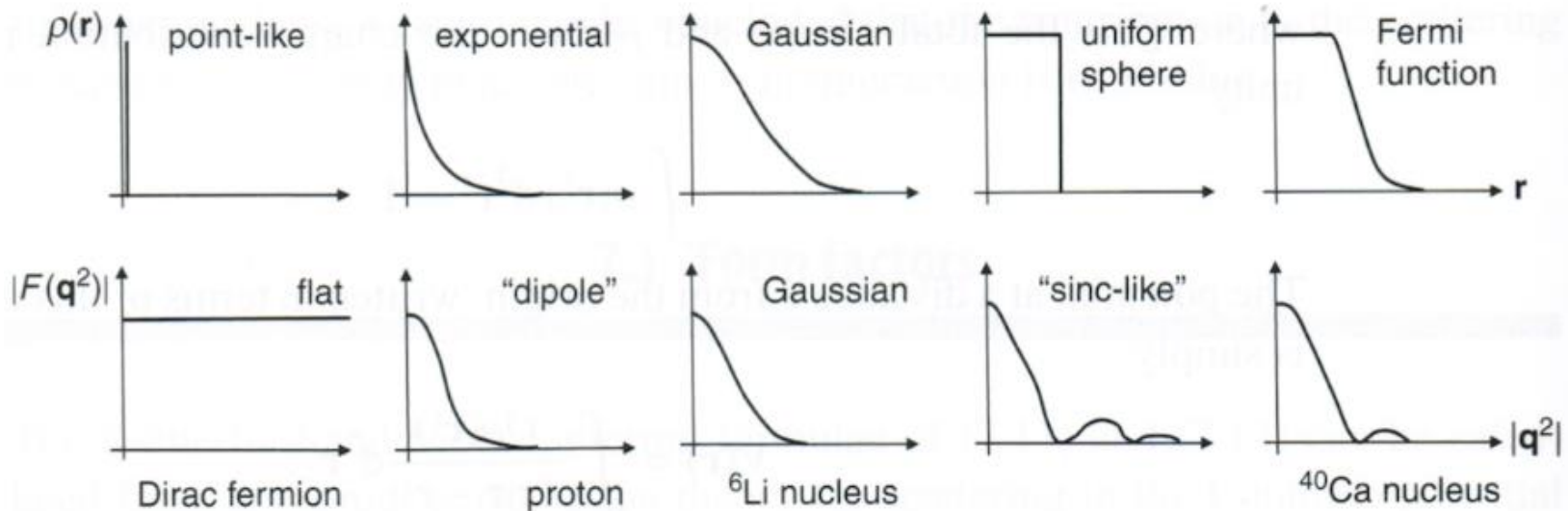
$$|F(\theta)|^2 \longleftrightarrow |F(q^2)|^2$$

□ Relação entre distribuição de carga e fator de forma.

Distribuição de carga  $\rho(r)$ :  $\int \rho(r) d^3r = 1$

Fator de forma é a transformada de Fourier da distribuição de carga:

$$F(q^2) = \int d^3r e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(r)$$



- ❑ Para pequenos momentos angulares transferidos  $q^2 \rightarrow 0, F(q^2) \rightarrow 1$
- ❑ Podemos expandir o Fator de Forma em serie de Taylor em torno de q (pequeno)

$$F(q^2) = \int d^3r e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(r)$$



$$F(q^2) = \int d^3r \left( 1 + i\vec{q}\cdot\vec{r} - \frac{1}{2}(\vec{q}\cdot\vec{r})^2 + \dots \right) \rho(r)$$

$$F(q^2) = 1 - \frac{1}{2} \int d^3r \rho(r) (qr)^2 \cos^2 \theta$$

$$= \langle r^2 \rangle = 4\pi \int_0^\infty r^2 \rho(r) dr$$

$$= 1 - \frac{\langle r^2 \rangle}{4} q^2 \int \cos^2 \theta d \cos \theta$$

$$= 1 - \frac{\langle r^2 \rangle}{4} q^2 \left[ \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{-1}^1$$

$$= 1 - \frac{\langle r^2 \rangle}{6} q^2$$

Podemos obter o raio de carga do próton a partir do fator de forma para cada valor de  $q^2$  ou  $Q^2$

☐ Várias experiências foram realizadas em Stanford com elétrons de 200 a 500 MeV

## Structure of the Proton

E. E. Chambers and R. Hofstadter

Phys. Rev. **103**, 1454 – Published 1 September 1956

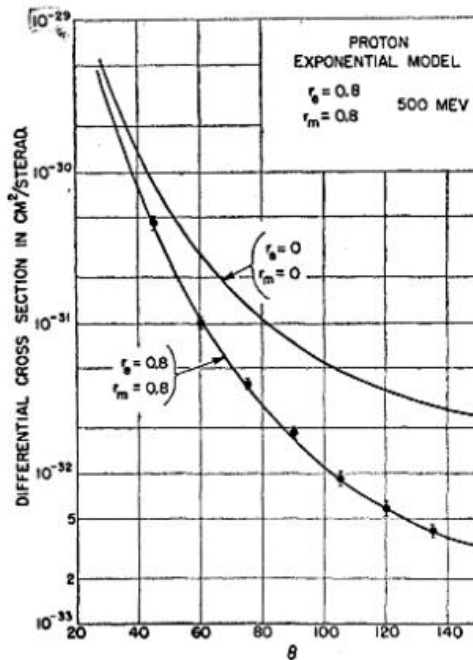


FIG. 8. The experimental points at 500 Mev. The theoretical calculations are similar to those referred to in the legend of Fig. 6.

$$\rho_a = \rho_1 \exp(-r^2), \quad \text{“Gaussian,”}$$

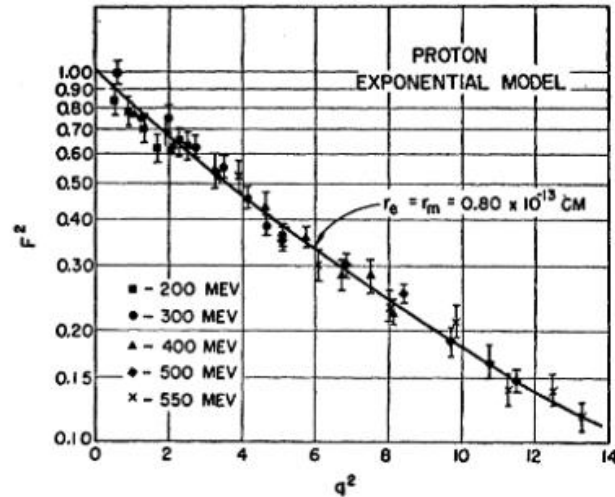
$$\rho_b = \rho_2 (e^{-r}/r^2), \quad \text{Yukawa}_1,$$

$$\rho_c = \rho_3 (e^{-r}/r), \quad \text{Yukawa}_2,$$

$$\rho_d = \rho_4 r e^{-r},$$

$$\rho_e = \rho_5 r^2 e^{-r},$$

$$\rho_f = \rho_6 r^2 \exp(-r^2),$$



☐ Assumindo uma densidade de carga exponencial:

$$\rho_{\text{expon}} = \rho_0 e^{-r}.$$

$$r_m = r_c = 0.8 \text{ fm}$$

# Elastic Scattering of 188-Mev Electrons from the Proton and the Alpha Particle

R. W. McAllister and R. Hofstadter  
 Phys. Rev. **102**, 851 – Published 1 May 1956

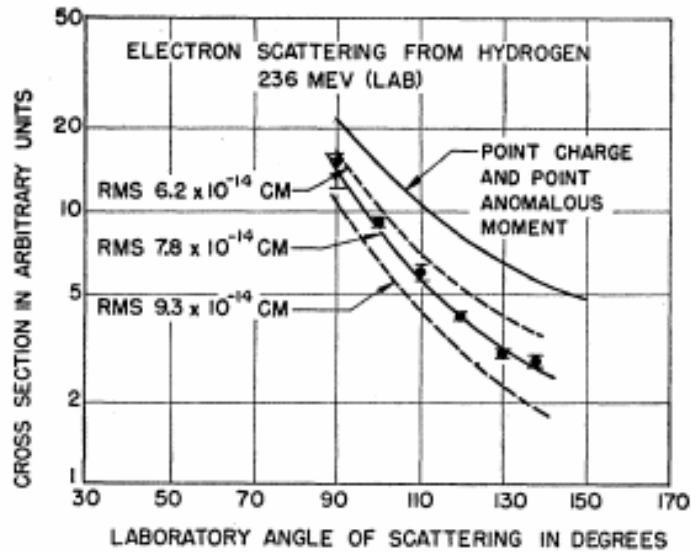
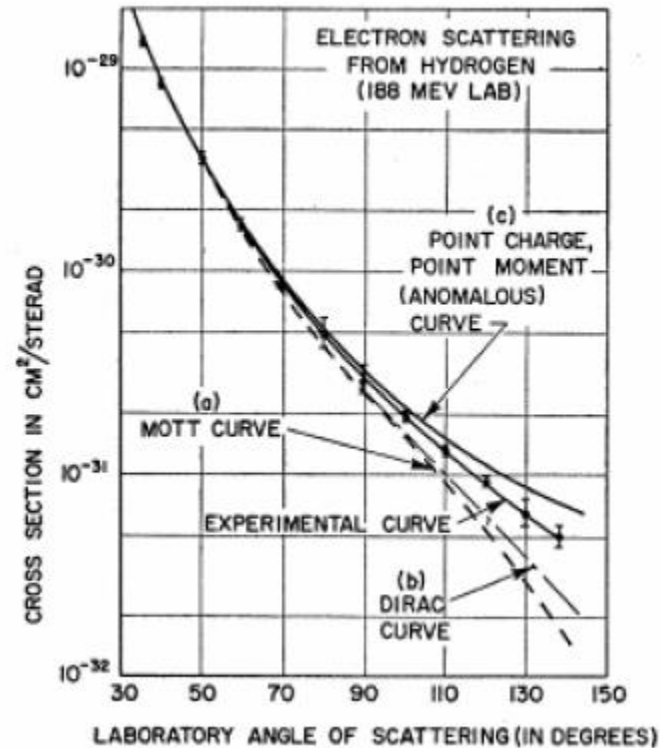


FIG. 6. This figure shows the experimental points at 236 Mev and the attempts to fit the shape of the experimental curve. The best fit lies near  $0.78 \times 10^{-13}$  cm.

$$r_m = r_c = 0.78 \text{ fm}$$

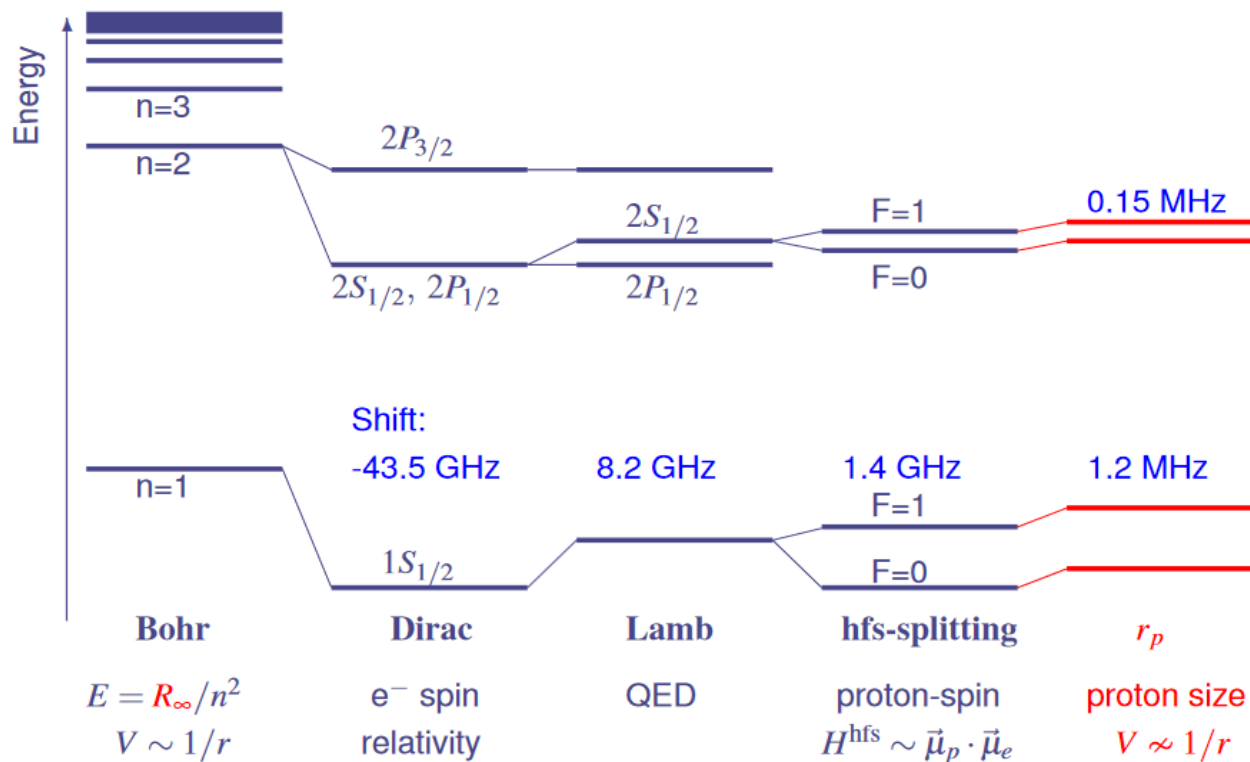


- No entanto, essas medidas indicaram um momento magnético anômalo (muito grande) para os prótons.
- Isso indica que o próton não é uma partícula sem estrutura.
- Temos uma diferença entre raio de massa e raio de carga ?

# Laser espectroscopia do átomo de hidrogênio e raio do prótons

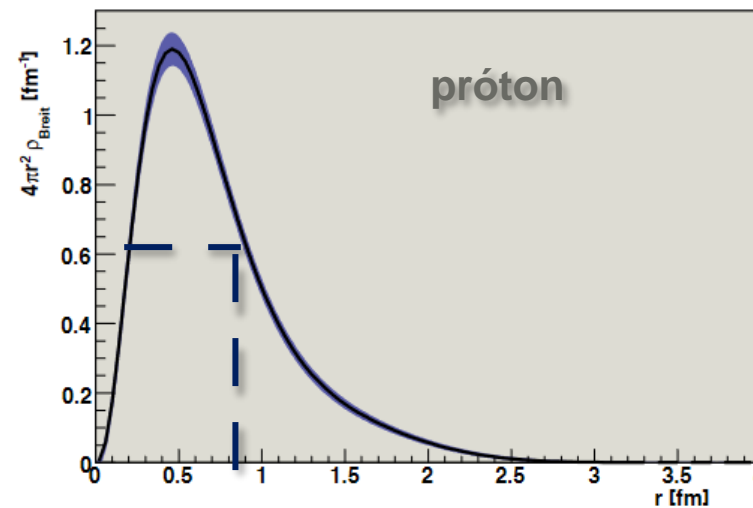
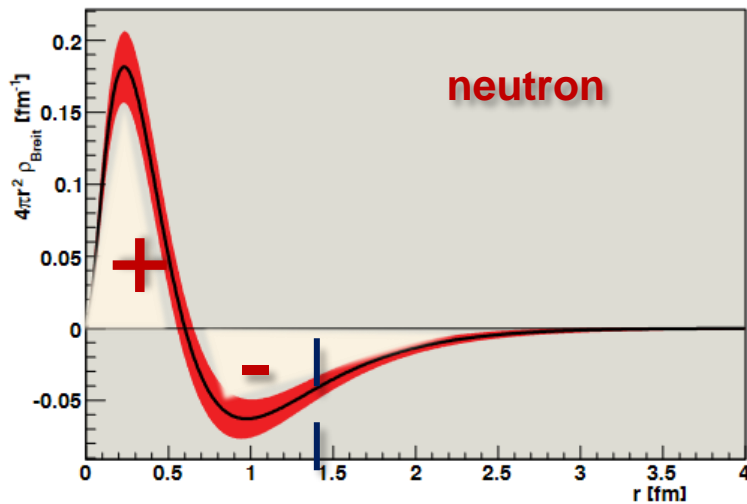
- Determinação precisa da energia depende do raio do próton.

$$E = R_\infty \left( -\frac{1}{n^2} + A_{20}\alpha^2 + A_{30}\alpha^3 + A_{31}\alpha^3 \ln(\alpha) + A_{40}\alpha^4 + \dots + \frac{16\pi^2 m_e^2 c^2 \alpha^2}{3n^3 h^2} r_p^2 \right)$$



# Distribuição carga próton e neutrons

- ❑ Sabemos que o raio médio do próton e do nêutron deve ser em torno de 0.85 fm.
- ❑ A definição de raio quadrático médio não é simples.
- ❑ Raio da distribuição de massa ? Distribuição de carga ?
- ❑ Distribuição de carga do próton e neutron



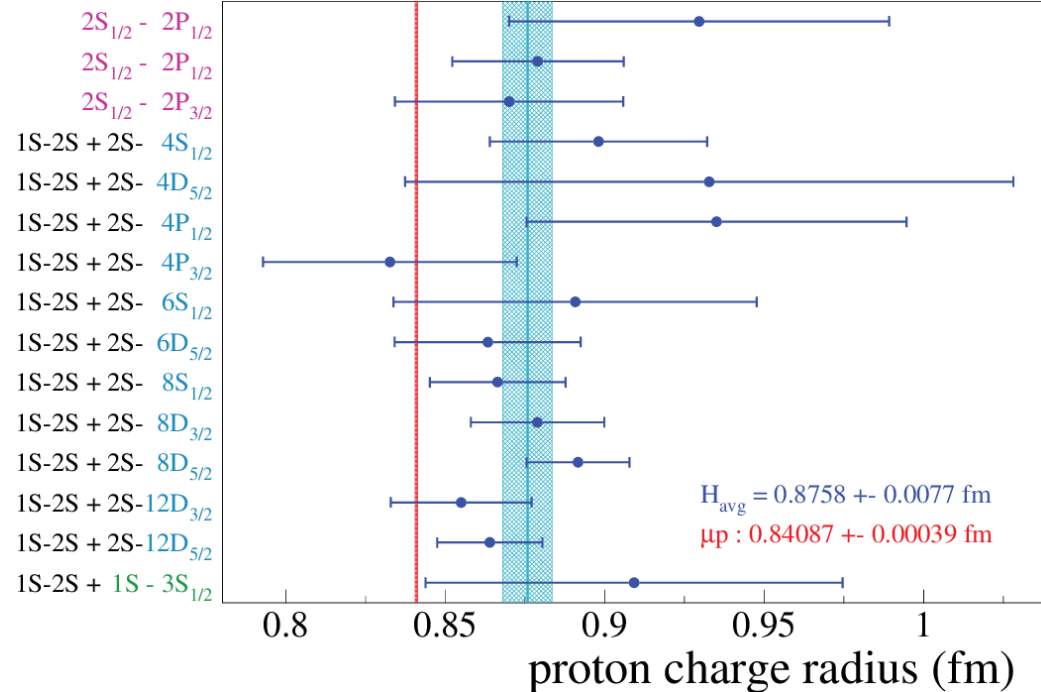
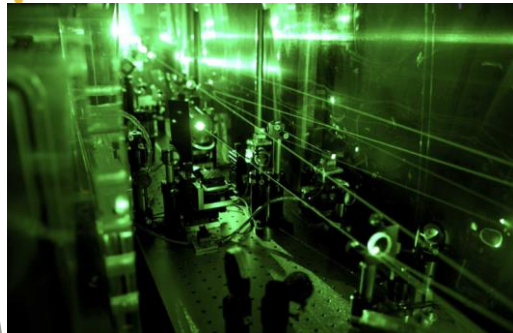
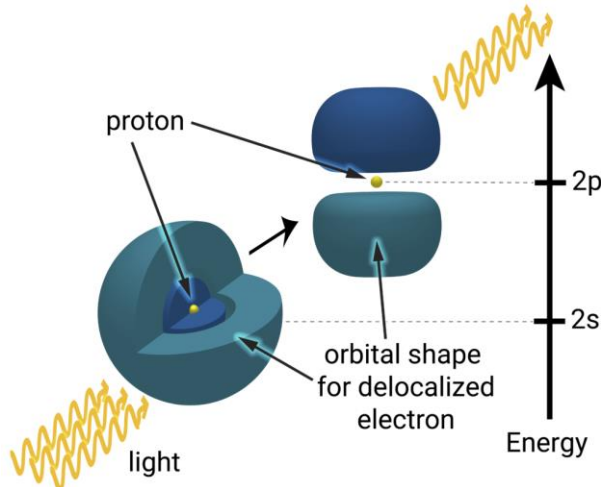
The Frontiers of Nuclear Science, A Long Range Plan, pg 26



# Laser espectroscopia do átomo de hidrogênio e raio do prótons

- ❑ Determinação precisa da energia depende do raio do próton.

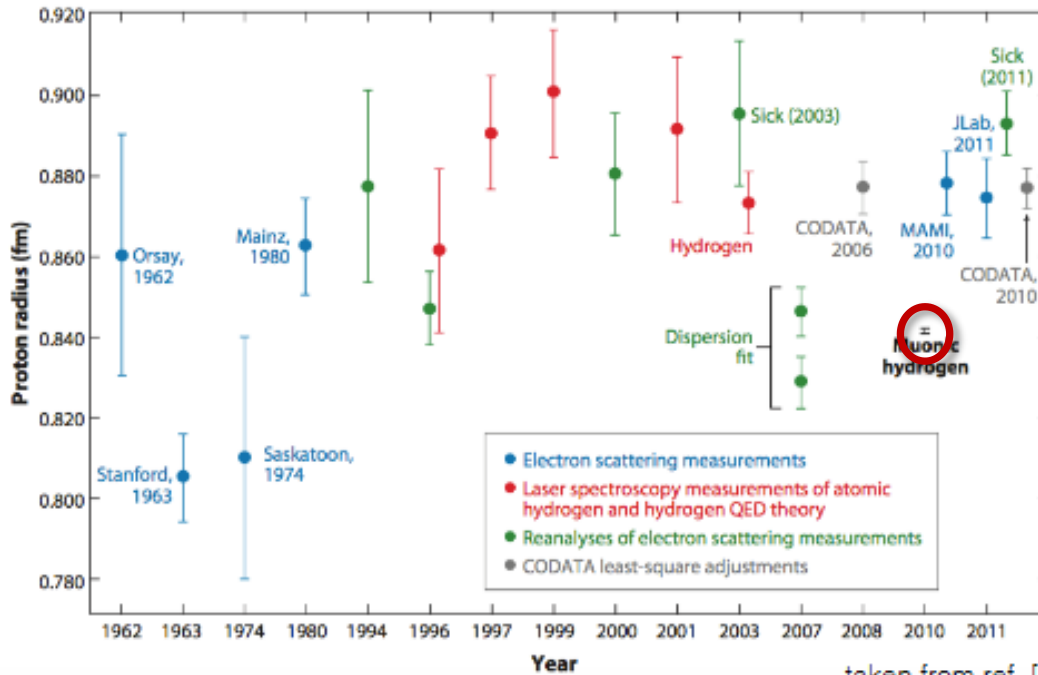
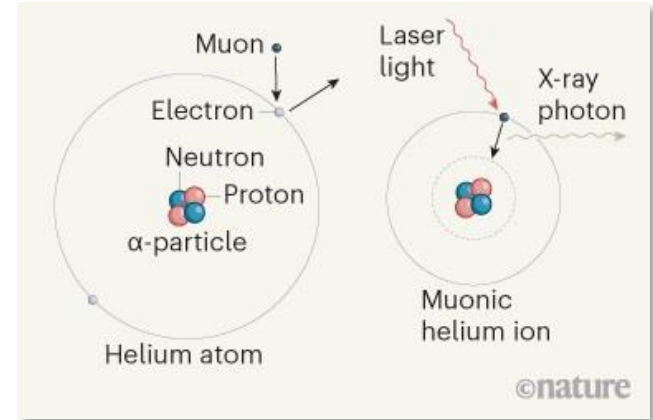
$$E = R_{\infty} \left( -\frac{1}{n^2} + A_{20}\alpha^2 + A_{30}\alpha^3 + A_{31}\alpha^3 \ln(\alpha) + A_{40}\alpha^4 + \dots + \frac{16\pi^2 m_e^2 c^2 \alpha^2}{3n^3 h^2} r_p^2 \right)$$



# Proton puzzle

- ❑ Espalhamento por próton
- ❑ Espectroscopia precisa do átomo de hidrogênio
- ❑ Espectroscopia precisa do átomo de hidrogênio muonico (muon ao invés do elétron).

$$\frac{m_{\mu}}{m_e} \simeq 200$$



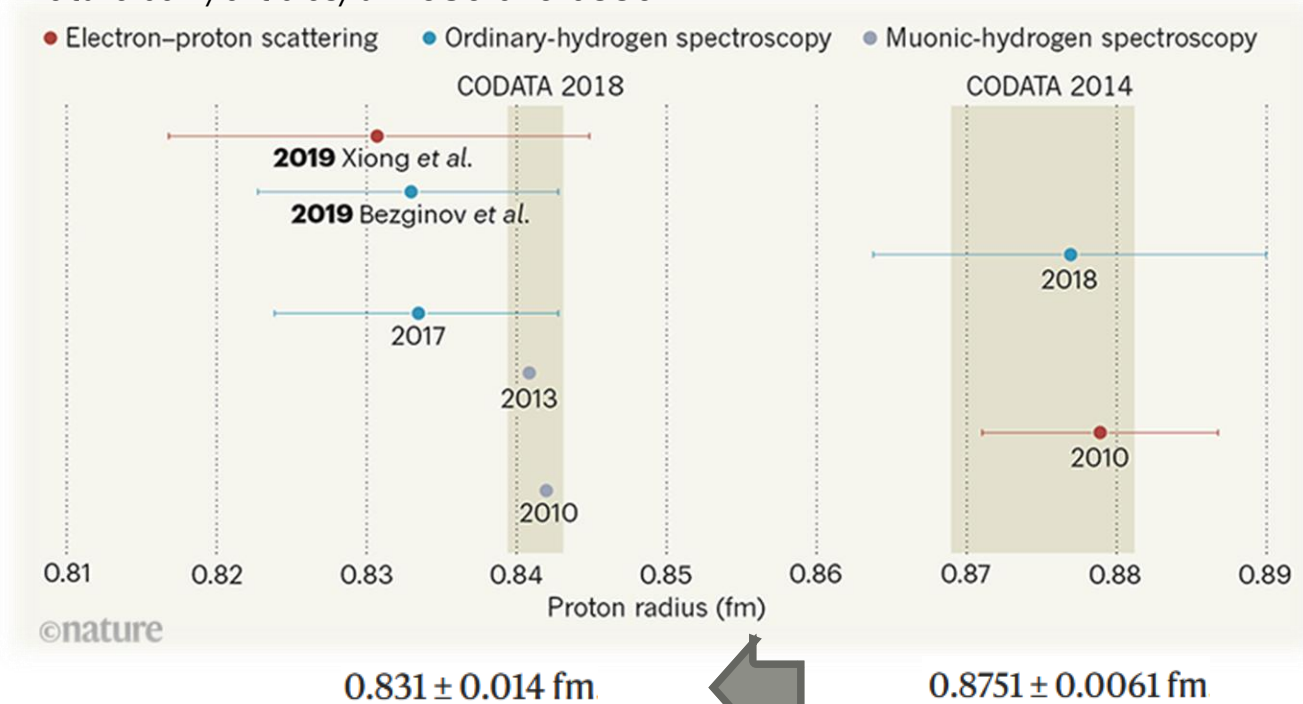
taken from ref. [19]



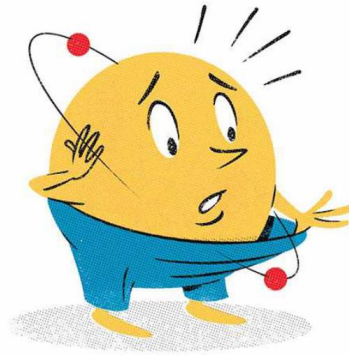
<https://www1.kph.uni-mainz.de/publications/>

# Proton puzzle (raio de carga)

<https://www.nature.com/articles/d41586-019-03364-z>



C.F. Perdrisat SAEMP Trento 2013



The New York Times

# Raio e densidade Nuclear

❑ O núcleo atômico consiste de prótons e nêutrons

❑ Prótons e nêutrons são chamados de nucleons

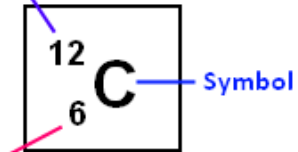
❑ O núcleo é então caracterizado por:

Z: número atômico ou carga = número de protons  
determina o elemento

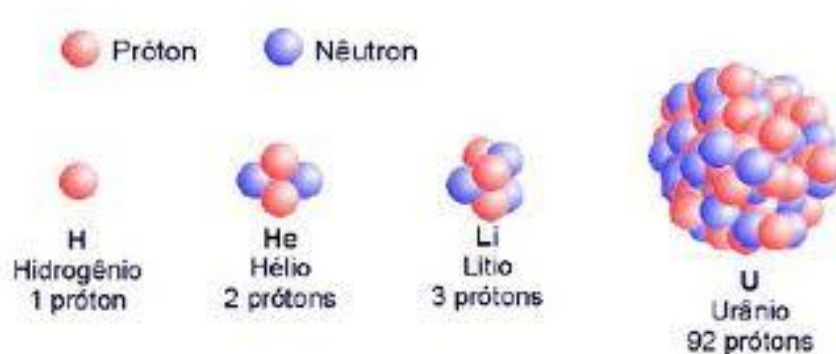
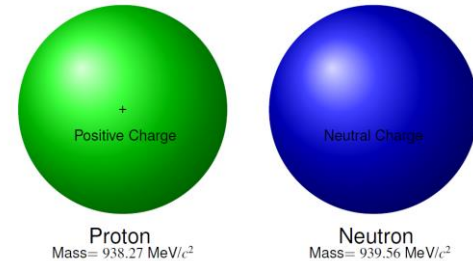
N: número de nêutrons = determina o isótopo

A: número de massa = número de nucleons (Z+N)

Protons + Neutrons = Atomic Mass Number

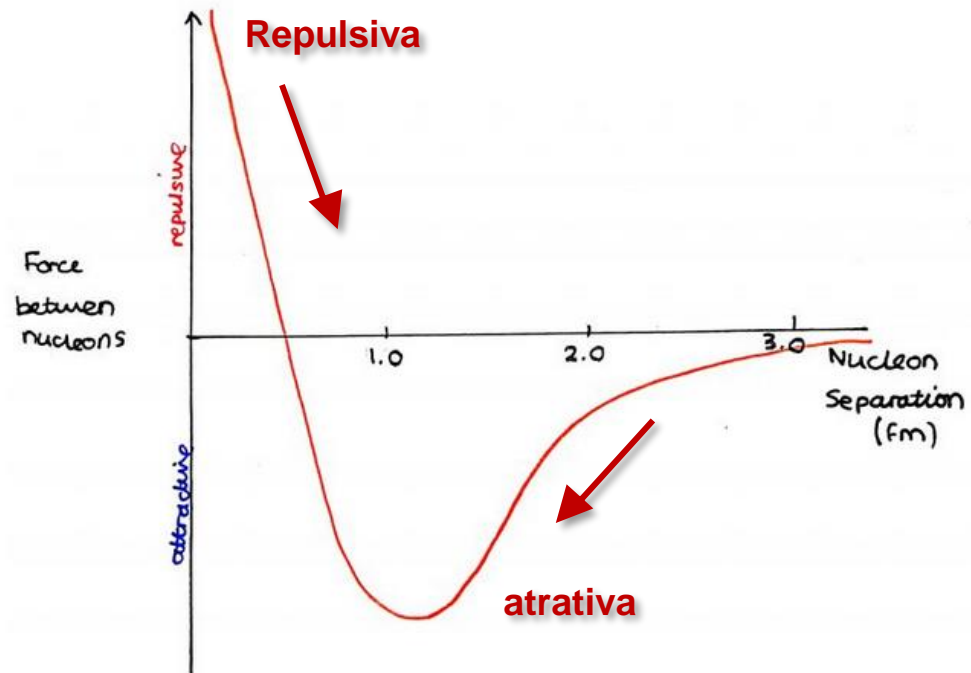
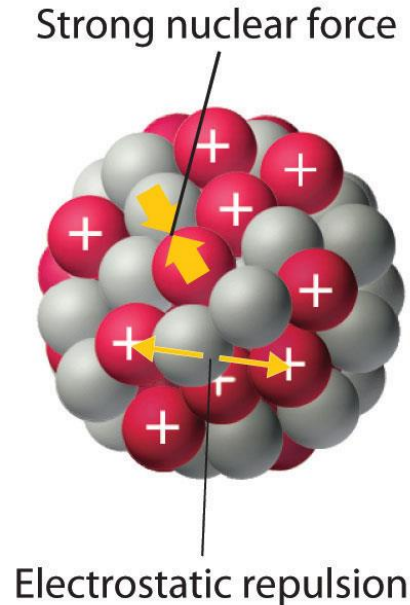


Number of Protons = Atomic Number



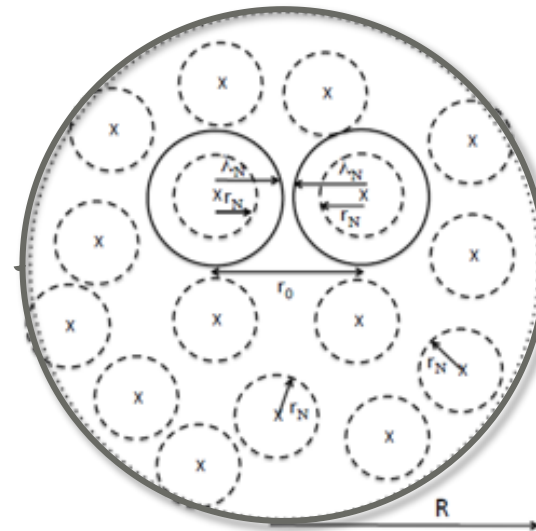
# Força nuclear

- ❑ Os nucleons formam núcleos devido a força nuclear
- ❑ A força nuclear deve ser atrativa para manter os nucleons ligados.
- ❑ Para curtas distâncias a parte radial da força forte deve ser repulsiva para garantir que os nucleons não colapsem entre si e mantenham uma certa distância.
- ❑ A força nuclear (forte) é de curto alcance: em torno de 2 fm
- ❑ Conclusão é que a densidade nuclear deve ser apenas um pouco menor que densidade dos nucleons propriamente dita.



# Como os núcleos são formados

- ❑ Devido ao curto alcance da força nuclear (2 fm) os núcleos são fortemente ligados.
- ❑ Cada nucleon é ligado aos seus vizinhos.
- ❑ Os nucleons no centro do núcleo devem ser mais ligados que os nucleons na superfície.
- ❑ Para os nucleons no centro a força nuclear é saturada (constante e isotrópica).
- ❑ Os nucleons na superfície, algumas vezes chamados de nucleons de valência, são menos ligados por ter menos vizinhos.
- ❑ Prótons e nêutrons são partículas quânticas ligadas por um potencial.
- ❑ Prótons e nêutrons são férmions e portanto devem obedecer o princípio de exclusão de Pauli.
- ❑ Ou seja, não podem ter o mesmo número quântico.



# Densidade

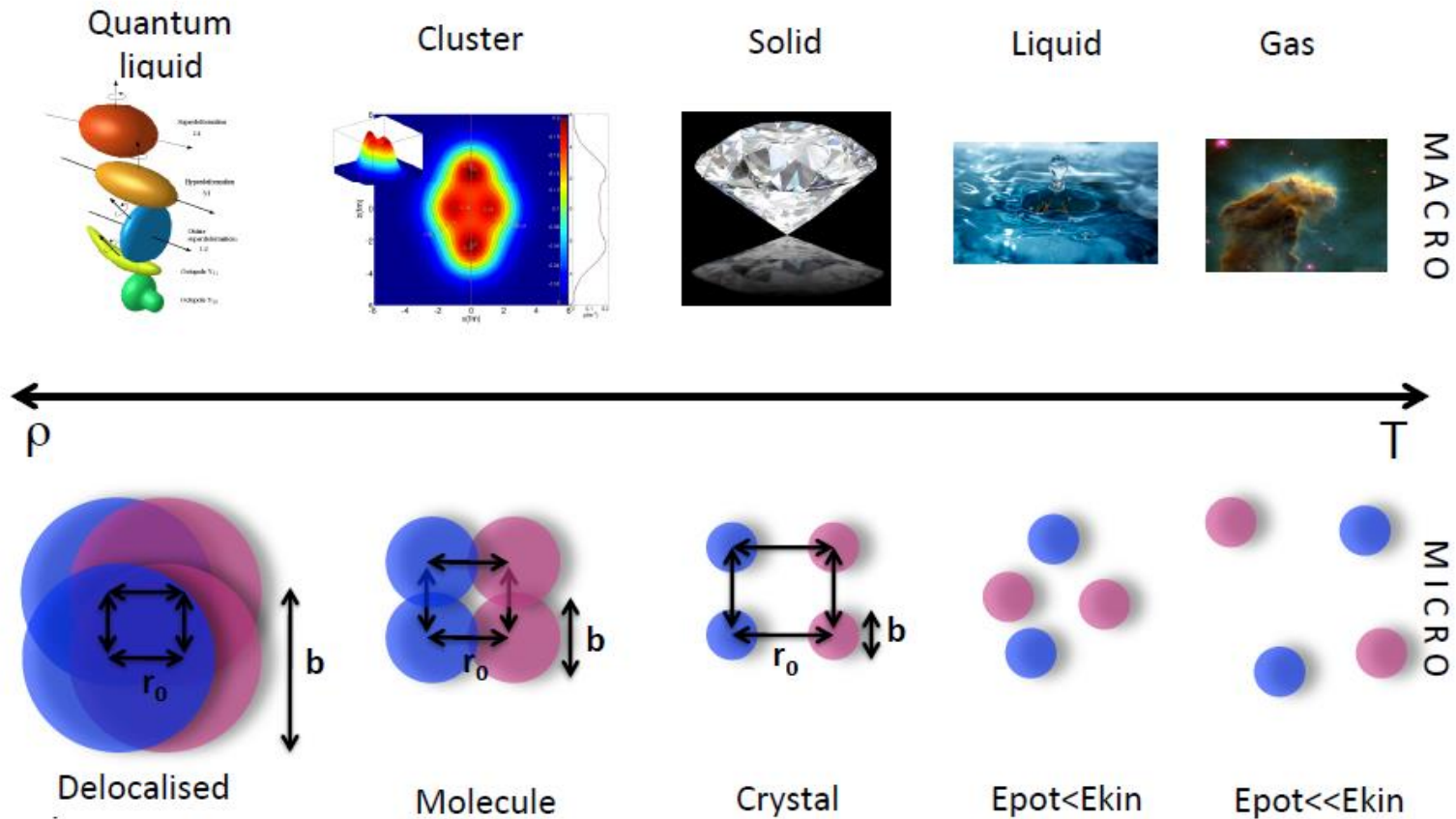
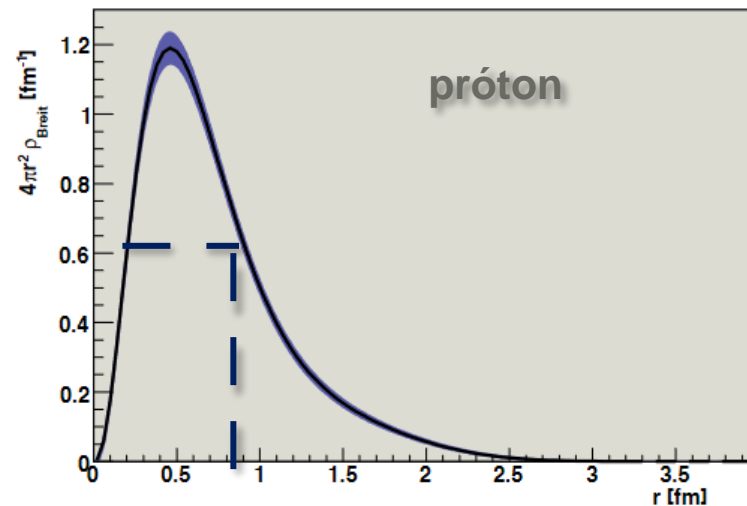
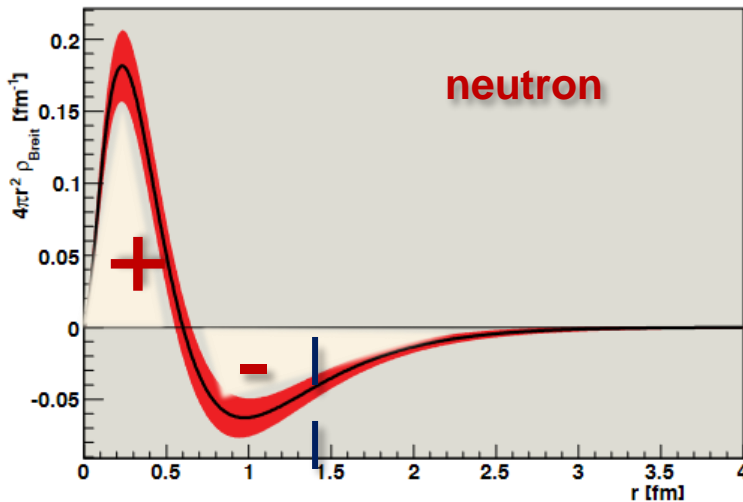


Figure 1.1: Summary picture of the matter states.  $\rho$  is the density of the system and  $T$  its temperature.



# Distribuição carga próton e neutrons

- ❑ Sabemos que o raio médio do próton e do nêutron deve ser em torno de 0.85 fm.
- ❑ A definição de raio quadrático médio não é simples.
- ❑ Raio da distribuição de massa ? Distribuição de carga ?
- ❑ Distribuição de carga do próton e neutron



The Frontiers of Nuclear Science, A Long Range Plan, pg 26

1

# Densidade

- ❑ Vamos supor que o raio do nucleon é 0.9 fm.
- ❑ O volume ocupado por um nucleon seria:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 3.05 \text{ (fm}^3\text{)}$
- ❑ A densidade de um nucleon seria então um limite de densidade superior para o núcleo:

$$\rho_{max} = \frac{1}{V} = 0.327 \left( \frac{\text{nucleon}}{\text{fm}^3} \right) = 5.5 \times 10^{14} \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \quad \begin{array}{l} 1 \text{ nucleon} = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ 1 \text{ fm} = 1.0 \times 10^{-15} \text{ m} \end{array}$$

Apenas estrelas de neutrons (que são partículas compactadas) tem uma densidade equivalente a do nucleon.

$$\rho_{agua} = 1,0 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

$$\rho_{Tantalo} = 17,0 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

Esperamos que a densidade do nucleo seja menor que a do nucleon

