9)

a) $A := \begin{pmatrix} c & 1 & 0 \\ 1 & c & 1 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix}$.

RESOLUÇÃO.

Vamos escalonar a matriz $A$:

$$A = \begin{pmatrix} c & 1 & 0 \\ 1 & c & 1 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix} \underset{L_1 \leftrightarrow L_2}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & c & 1 \\ c & 1 & 0 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix} \underset{L_2'' = L_2' - cL_1'}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & c & 1 \\ 0 & 1-c^2 & -c \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix} \underset{L_2'' \leftrightarrow L_3''}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & c & 1 \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 1-c^2 & -c \end{pmatrix}$$

$$\underset{L_3''' = L_3'' - (1-c^2)L_2'''}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & c & 1 \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & c(c^2-2) \end{pmatrix} =: A'.$$

A matriz $A$ será inversível se, e somente se, o número de linhas de $A'$ for igual ao seu número de pivôs. Sendo assim, $A$ será inversível se, e somente se, $c(c^2-2) \neq 0$. Mas $c(c^2-2) = 0$ se, e somente se, $c \in \{0, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$. Logo, $A$ será inversível se, e somente se, $c \in \mathbb{R} \setminus \{0, -\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$.