Engineering School of São Carlos, University of São Paulo

SEL 5739 - Sistemas Não Lineares
Introdução

Prof. Luís Fernando C. Alberto e Prof. Fabiolo Moraes Amaral

August 16, 2021

Por que Estudar Sistemas Não Lineares?
A Teoria de Sistemas Lineares Seria Suficiente?

Sistemas Não Lineares Exibem Comportamentos que Não Podem ser Explicados/Modelados por Sistemas Lineares:

- Coexistência de Múltiplos Pontos de Equilíbrio
- Ciclos Limites
- Bifurcações
- Efeitos de Sincronização
- Dinâmicas Complexas: Caos

Motivação - 3

Sistemas Lineares:

- Soluções podem ser explicitadas
- Procedimentos sistemáticos de análise e síntese
- Autoanálise

Sistemas Não Lineares:

- Em geral não é possível explicitar soluções em termos de funções elementares conhecidas
  - Análises qualitativas
  - Estimativas de Soluções
- Não existem procedimentos sistemáticos que se aplicam a todos os sistemas
- Ferramentas variadas e sofisticadas de análise

$$\dot{x} = f(t, x(t), u(t))$$

- $t \in \mathbb{R}$ - tempo
- $x(t) \in \mathbb{R}^n$ - estado do sistema
- $u(t) \in \mathbb{R}^m$ - entrada ou função de controle
- $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ - campo vetorial suave

$$\dot{x} = f(t, x(t), u(t))$$

- Problema de Síntese:
  - encontrar $u(t)$ tal que $x(t)$ se comporte conforme especificado
- Problema de Análise:
  - Determinar/estudar o comportamento de $x(t)$ dado $u(t)$ especificado

Classe de Sistemas Não Lineares Modelados por Equações Diferenciais Ordinárias:

$$\dot{x} = f(t, x(t))$$

Sistema Predador-Presa:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= -3x + 4x^2 - \tfrac{1}{2}xy - x^3 \\
\dot{y} &= -2.1y + xy
\end{aligned}
$$

Oscilador de Van der Pol:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= (1 - x^2)y - x \end{aligned}$$

Oscilador de Van der Pol Forçado:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= (1-x^2)y - x + \tfrac{1}{2}\cos(1.1t)\end{aligned}$$

Equação de Duffing:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= y \\
\dot{y} &= x - x^3 - \frac{y}{4} + 0.3\cos t
\end{aligned}
$$

Contato

lfcalberto@usp.br
fabiolo@ifba.edu.br