

Termo-Estatística

Prof. Thales Souza Freire

23 de agosto de 2023

Q 1. Um jogo de dados consiste em jogar simultaneamente 3 dados.

- (a) Determine a probabilidade de obter todos os 3 dados com o mesmo número numa única jogada;
- (b) Determine a probabilidade de obter todos os 3 dados com números diferentes numa única jogada;
- (c) Construa a tabela e o gráfico de $P(s)$ onde s = soma;
- (d) Determine a s mais provável;
- (e) Determine os valores: da média $\langle s \rangle$, da média quadrática $\langle s^2 \rangle$, do desvio padrão $\langle \sigma \rangle$ e da variância σ^2 .

Q 2. Numa urna existem 10 bolas: 2 brancas (b), 5 vermelhas (v) e 3 azuis (a).

- (a) Determine a multiplicidade de sequências que existem com estas 10 bolas;
- (b) Determine a probabilidade de sortear 4 bolas e obter a sequência bvva, $P(bvva)$;
- (c) Determine a probabilidade de sortear 4 bolas e obter 2b e 2a, $P(2b \text{ e } 2a)$;
- (d) Assumindo que as bolas de cores diferentes são partículas de energias diferentes (brancas $\rightarrow \epsilon_1 = 1$ kcal/mol; vermelhas $\rightarrow \epsilon_2 = 2$ kcal/mol e azuis $\rightarrow \epsilon_3 = 3$ kcal/mol), e que existe agora um reservatório infinito destas partículas mantendo a mesma proporção (20% brancas, 50% vermelhas e 30% azuis) determine a distribuição de energia total, E , que se obtém para um sistema de 4 partículas sorteadas do reservatório (construa a tabela e gráfico e discuta se é uma distribuição simétrica); Para esta distribuição de energia: (*Continue os cálculos feitos em aula.*)
- (e) Determine a energia total mais provável, E_{mp} ;
- (f) Determine os valores: da média $\langle E \rangle$, da média quadrática $\langle E^2 \rangle$, do desvio padrão $\langle \sigma \rangle$ e da variância $\langle \sigma^2 \rangle$;

Q1. a) Como os eventos são independentes e equiprováveis,

$$P(3 \text{ iguais}) = \Omega(3 \text{ iguais}) P(3) = \underbrace{6 \cdot 1 \cdot 1}_{\Omega} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{36}$$

o primeiro pode ser qualquer valor, o demais devem ser o mesmo do primeiro

b) Da mesma forma do item a:

$$P(3 \text{ dif.}) = \Omega(3 \text{ dif.}) \cdot P(3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{5}{9}$$

c) Os valores possíveis da soma são:

$$3 \leq S \leq 18$$

$$S=3: 1+1+1 \Rightarrow P_3^3 = \frac{3!}{3!} = 1 \Rightarrow \Omega(3) = 1 \Rightarrow P(3) = \Omega(3) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = 0,0046$$

$$S=4: 1+1+2 \Rightarrow P_3^2 = \frac{3!}{2!} = 3 \Rightarrow \Omega(4) = 3 \Rightarrow P(4) = \Omega(4) \cdot \frac{1}{6^3} = 0,014$$

$$S=5: 1+1+3 \text{ ou } 1+2+2 \Rightarrow P_3^2 + P_3^2 \Rightarrow \Omega(5) = 6 \Rightarrow P(5) = \Omega(5) \cdot \frac{1}{6^3} = 0,028$$

$$S=6: 1+1+4 \text{ ou } 1+2+3 \text{ ou } 2+2+2 \Rightarrow P_3^2 + P_3 + P_3^3 = 10 \Rightarrow P(6) = \Omega(6) \cdot \frac{1}{6^3} = 0,046$$

$$S=7: 1+1+5 \text{ ou } 1+2+4 \text{ ou } 1+3+3 \text{ ou } 2+2+3 \Rightarrow P_3^2 + P_3 + P_3^2 + P_3^2 = 14 \\ \Rightarrow P(7) = \Omega(7) \cdot \frac{1}{6^3} = 0,069$$

$$S=8: 1+1+6 \text{ ou } 1+2+5 \text{ ou } 1+3+4 \text{ ou } 2+2+4 \text{ ou } 2+3+3 \\ P_3^2 + P_3 + P_3 + P_3^2 + P_3^2 \Rightarrow \Omega(8) = 21 \\ \Rightarrow P(8) = \Omega(8) \cdot \frac{1}{6^3} = 0,097$$

$$S=9: 1+2+6 \text{ ou } 1+3+5 \text{ ou } 1+4+4 \text{ ou } 2+2+5 \text{ ou } 2+3+4 \text{ ou } 3+3+3$$

$$P_3 + P_3 + P_3^2 + P_3^2 + P_3 + P_3^3$$

$$\Omega(9) = 25 \Rightarrow P(9) = 25 \cdot \frac{1}{6^3} = 0,1$$

$$S=10: 1+3+6 \text{ ou } 1+4+5 \text{ ou } 2+4+4 \text{ ou } 2+2+6 \text{ ou } 2+3+5 \text{ ou } 3+3+4$$

$$P_3 + P_3 + P_3^2 + P_3^2 + P_3 + P_3^2$$

$$\Omega(10) = 28 \Rightarrow P(10) = 28 \cdot \frac{1}{6^3} = 0,13$$

$$S=11: 1+4+6 \text{ ou } 1+5+5 \text{ ou } 2+3+6 \text{ ou } 2+4+5 \text{ ou } 3+3+5 \text{ ou } 3+4+4$$

$$P_3 + P_3^2 + P_3 + P_3 + P_3^2 + P_3^2$$

$$\Rightarrow \Omega(11) = 28 \Rightarrow P(11) = 28 \cdot \frac{1}{6^3} = 0,13$$

Como a distribuição é simétrica:

$$P(12) = P(9) ; P(13) = P(8) ; P(14) = P(7) ; P(15) = P(6) ;$$

$$P(16) = P(5) ; P(17) = P(4) ; P(18) = P(3)$$

