

Lista 9

União eixo-cubo por adaptação de forma

9.1 Exercícios propostos

1) Deseja-se unir uma polia de aço fundido (GS), que transmite um momento de torção constante de 3000 [kgf.cm], a um eixo de aço ABNT 1040 de diâmetro $d = 50$ [mm]. Dimensione a união supondo-a feita por meio de pino transversal de material ABNT 1020.

2) Faça a união eixo cubo do exercício 1 por meio de chaveta plana.

3) Faça novamente a união eixo cubo do exercício 1 usando-se união com ranhuras múltiplas, sendo que agora o momento de torção é alternado com choques.

4) Dimensione a chaveta plana necessária para transmitir um momento de torção $M_t = 3000$ [kgf.cm] entre um eixo e uma engrenagem, ambos de aço.

São dados:

Diâmetro do eixo	$d = 40$ [mm]
Largura da engrenagem	$L = 30$ [mm]
Pressão específica admissível do material da chaveta	$p_{adm} = 800$ [kgf/cm ²]
Tensão tangencial admissível do material da chaveta	$\tau_{adm} = 450$ [kgf/cm ²]

5) Qual o máximo momento de torção que pode ser transmitido por uma chaveta tangencial que une um eixo de aço a um cubo de ferro fundido com os dados abaixo?

São dados:

Diâmetro do eixo	$d = 100$ [mm]
Comprimento do cubo	$L = 120$ [mm]
Pressão específica admissível do material do cubo	$p_{adm} = 7$ [kgf/mm ²]
Tensão tangencial admissível do material da chaveta	$\tau_{adm} = 4$ [kgf/mm ²]
Funcionamento com choques	

6) Numa barra de aço de 47 [mm] de diâmetro deve ser usinado um eixo entalhado para a colocação de uma engrenagem de ferro fundido cujo cubo mede 40 [mm] de comprimento. A pressão

específica do material do cubo é $5 \text{ [kgf/mm}^2\text{]}$. Qual o máximo momento de torção que pode ser transmitido para o funcionamento com choques?

7) Uma engrenagem de ferro fundido deve ser unida a um eixo de aço por meio de uma chaveta vazada côncava ($\text{tg}(\alpha) = 1:100$). A engrenagem tem um diâmetro primitivo $d_p = 300 \text{ [mm]}$ e a força tangencial nela aplicada vale $F_t = 100 \text{ [kgf]}$.

a) Escolha as dimensões do cubo da engrenagem.

b) Dimensione a chaveta, sabendo que o eixo tem diâmetro $d = 50 \text{ [mm]}$.

8) Dimensione a chaveta plana necessária para união de uma engrenagem a um eixo, para a transmissão de um momento de torção $M_t = 2000 \text{ [kgf.cm]}$. Dados:

Diâmetro do eixo	$d = 40 \text{ [mm]}$
Comprimento do cubo	$L = 20 \text{ [mm]}$
Pressão específica admissível do material da chaveta	$p_{adm} = 8 \text{ [kgf/mm}^2\text{]}$
Tensão tangencial admissível do material da chaveta	$\tau_{adm} = 5 \text{ [kgf/mm}^2\text{]}$
Funcionamento com choques	

9) Pretende-se transmitir um momento de torção constante $M_t = 4500 \text{ [kgf.cm]}$ entre um eixo de aço ABNT 1030 de diâmetro $d = 55 \text{ [mm]}$ e uma engrenagem de ferro fundido cinzento, cujo cubo tem comprimento $L = 60 \text{ [mm]}$ por meio de chaveta plana. Verifique a viabilidade de tal construção e, caso não seja viável, proponha uma nova solução.

9.2 Exercícios resolvidos

Exercício 1)

a) Dimensões do cubo

Aqui, a relação de diâmetros pode ser tomada igual a 2,0 para cubo de aço fundido (GS) [3, Tab. 11.3, pág.184].

$$\frac{D}{d} = 2,0 \Rightarrow D = 100[mm];$$

$$S = \frac{D-d}{2} = \frac{100[mm]-50[mm]}{2} = 25,0[mm]$$

A largura pode ser obtida como na solução do exercício 1 da lista 8. O valor de x é dado na tabela 18.1 [4, pg 61]. Neste caso, para cubo de aço fundido e união por forma obtém-se: $x = (0,35 \text{ a } 0,46)$ e adota-se $x = 0,40$

$$L = x \cdot \sqrt[3]{M_t} = 0,40 \times \sqrt[3]{3000[kgf \cdot cm]} = 5,767[cm] \approx 57,7[mm]$$

adota-se $L = 60,0 [mm]$.

b) Diâmetro do pino

A relação q varia na faixa de 0,2 a 0,3 [3, Tab 11.3, pág. 184], então adota-se $q = 0,25$ e daí:

$$q = \frac{d_p}{d} \Rightarrow 0,25 = \frac{d_p}{50[mm]} \Rightarrow d_p = 0,25 \times 50[mm] = 12,5[mm]$$

c) Tensões de Cisalhamento no pino

A tensão de cisalhamento no pino é igual à força tangencial U dividida pela área resistente, que é duas vezes a secção transversal do pino.

$$\tau_p = \frac{4 M_t}{\pi \cdot d \cdot d_p^2} = \frac{4 \times 300[N \cdot m]}{\pi \times 0,05[m] \times (0,0125[m])^2} = 48,892[MPa]$$

Deve-se satisfazer a condição $\tau_p \leq \tau_{adm}$. A tensão tangencial admissível precisa ser obtida.

Normalmente se usa a teoria dada nas notas de aula:

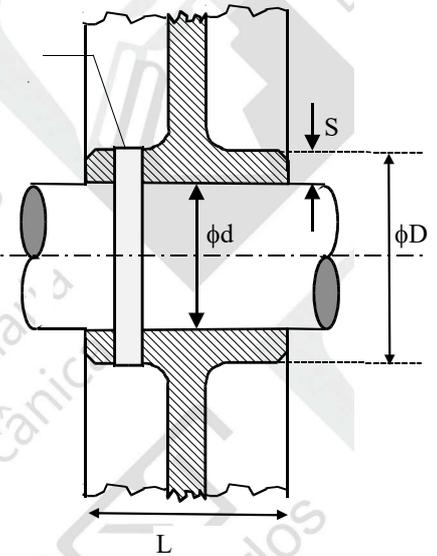
$$\tau_{adm} = \frac{TP}{a \cdot b \cdot c \cdot d}, \text{ neste caso } TP = \tau_e = \alpha \cdot \sigma_e$$

Este, entretanto, é um procedimento geral. Às vezes, dispõe-se de dados mais específicos que levam em consideração peculiaridades de certos elementos de máquinas (por exemplo: parafusos), tais como concentrações de tensões, tratamentos térmicos especiais, etc. Este é o caso de uniões eixo-cubo, onde se usam os dados da tabela 11.4 [3, pág. 185]. Assumindo-se que ABNT 1020 seja aproximadamente o material St 37 e solicitação constante:

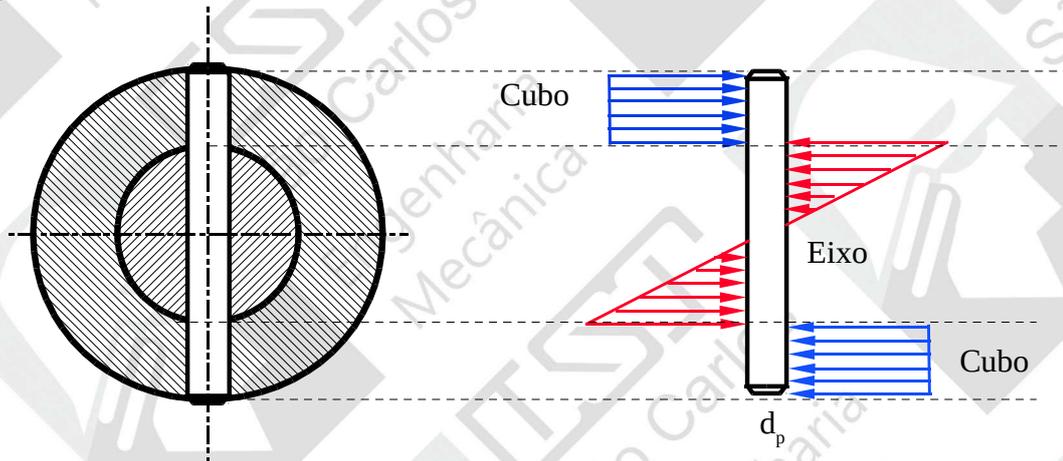
$$\tau_{adm} = \tau_{adm \text{ tabelado}} \cdot \text{fator} = 36[MPa] \times 1,5 = 54[MPa]$$

Note-se que se usou o fator 1,5 porque os valores desta tabela referem-se às solicitações pulsantes e, neste caso, o momento de torção é constante.

diâmetro do pino d_p



d) Pressão



A pressão específica máxima no contato entre eixo e pino é:

$$p_{e \text{ máx}} = \frac{6 M_t}{d_p \cdot d^2} = \frac{6 \times 300 [N \cdot m]}{0,0125 [m] \times (0,050 [m])^2} = 57,600 [MPa]$$

e no contato entre cubo e pino:

$$p_{cubo} = \frac{M_t}{S \cdot d_p \cdot (d + S)} = \frac{300 [N \cdot m]}{0,025 [m] \times 0,0125 [m] \times (0,05 [m] + 0,025 [m])} = 12,800 [MPa]$$

É preciso notar-se que a pressão específica calculada é aplicada a ambas as interfaces, por exemplo, na interface eixo/pino a $p_{e \text{ máx}}$ de 57,600 [MPa] aplica-se tanto ao eixo de aço ABNT 1040 como ao pino de aço ABNT 1020. Obviamente a situação mais crítica dá-se no material menos resistente à pressão específica.

Para se obter a p_{adm} consulta-se a tabela 11.4 [3, pág. 185] acima referida usando-se as equivalências ABNT 1020/St 37; ABNT 1040/St 60 e Aço Fundido/GS. Esta tabela é, aliás, uma das poucas fontes disponíveis para se obter a pressão específica admissível.

O quadro abaixo mostra a situação geral existente.

Interface	Pressão específica	Elemento	Material	p_{adm}	Situação
pino/cubo	$p_{cubo} = 12,800 [MPa]$	pino	ABNT 1020	$p_{adm} = 65 \times 1,5 = 97,500 [MPa]$	aceitável
		cubo	Aço Fundido	$p_{adm} = 45 \times 1,5 = 67,500 [MPa]$	aceitável
pino/eixo	$p_{e \text{ máx}} = 57,600 [MPa]$	pino	ABNT 1020	$p_{adm} = 65 \times 1,5 = 97,500 [MPa]$	aceitável
		eixo	ABNT 1040	$p_{adm} = 105 \times 1,5 = 157,500 [MPa]$	aceitável

e) Cisalhamento no Eixo

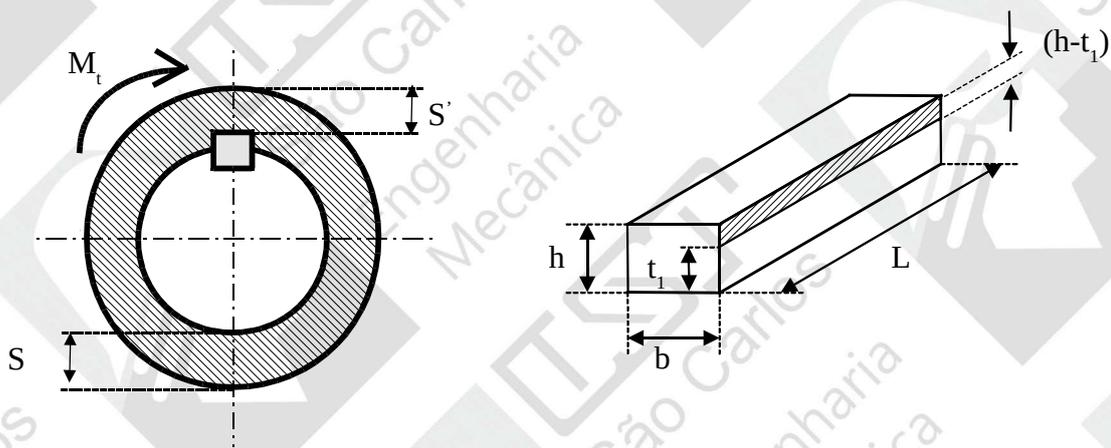
$$\tau_{eixo} = \frac{M_t}{W_t}, \text{ com } W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 \cdot \left(1 - 0,9 \times \frac{d_p}{d}\right) = \frac{\pi}{16} \times (0,050 [m])^3 \times \left(1 - \frac{0,9 \times 0,0125 [m]}{0,050 [m]}\right) = 1,902 \times 10^{-5} [m^3]$$

$$\text{e portanto } \tau_{eixo} = \frac{300 [N \cdot m]}{1,902 \times 10^{-5} [m^3]} = 15,773 [MPa]$$

e da mesma forma anterior $\tau_{adm} = 58 \times 1,5 = 87 [MPa]$. Finalmente se verifica que $\tau_{eixo} < \tau_{adm}$.

Como a tensão atuante resultou inferior à admissível em todas as verificações, a união está corretamente dimensionada.

Exercício 2)



a) Dimensões principais:

Quando o valor do diâmetro do eixo é conhecido, como neste caso, as dimensões S , S' e D são estimadas como nos exercícios anteriores:

$$S = 0,2 \times \sqrt[3]{3000 [\text{kgf} \cdot \text{cm}]} = 2,88 [\text{cm}] = 28,8 [\text{mm}]$$

$$S' = 0,17 \times \sqrt[3]{3000 [\text{kgf} \cdot \text{cm}]} = 2,45 [\text{cm}] = 24,5 [\text{mm}]$$

$$D = d + 2S = 0,050 [\text{m}] + 2 \times 0,0288 [\text{m}] = 0,1076 [\text{m}] = 107,6 [\text{mm}]$$

Entretanto, o comprimento do cubo L (neste caso determinado pelo comprimento da chave) pode ser calculado diretamente (e não apenas estimado) conforme o procedimento dado abaixo.

Inicialmente são obtidas as dimensões da chave na tabela 18.6 (DIN 6885) [4, pág. 71]. Para o diâmetro do eixo ≥ 50 e < 58 [mm] e chavetas planas de faces paralelas comuns (“não mais fracas”):

$$b = 16 [\text{mm}], \quad h = 10 [\text{mm}], \quad t_2 = 3,9 [\text{mm}], \quad t_1 = 6,2 [\text{mm}]$$

A seguir é feito o dimensionamento do comprimento da chave segundo os 3 critérios seguintes:

b) Esmagamento do cubo

Da mesma forma que anteriormente, $p_{adm} = 55 \times 1,5 = 82,5$ [MPa]. Note-se que se usou a pressão específica admissível do material mais sensível, no caso o cubo (p_{adm} do aço fundido é menor que a do material da chave, assumido ser aço ABNT 1020).

$$p_{cubo} = \frac{U}{L \cdot (h - t_1) \cdot i} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot L \cdot (h - t_1) \cdot i} \leq p_{adm} \Rightarrow$$

$$L_b \geq \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot p_{adm} \cdot (h - t_1) \cdot i} = \frac{2 \times 300 [\text{N} \cdot \text{m}]}{0,050 [\text{m}] \times (82,5 \times 10^6) [\text{Pa}] \times (0,01 - 0,0062) [\text{m}] \times 1} =$$

$$= 0,0383 [\text{m}] = 38,3 [\text{mm}]$$

c) Esmagamento do eixo

Para chave de material ABNT 1020, $p_{adm} = 65 \times 1,5 = 97,5$ [MPa]. (ver item d do exercício anterior).

$$p_{eixo} = \frac{U}{t_1 \cdot L} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot t_1 \cdot L} \leq p_{adm} \Rightarrow$$

$$L_c \geq \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot t_1 \cdot p_{adm}} = \frac{2 \times 300 [\text{N} \cdot \text{m}]}{0,050 [\text{m}] \times 0,0062 [\text{m}] \times 97,5 \times 10^6 [\text{Pa}]} = 0,0199 [\text{m}] = 19,9 [\text{mm}]$$

d) Cisalhamento da chaveta

Como já assumido, a chaveta é de aço ABNT 1020 e, portanto: $\tau_{adm} = 36 \times 1,5 = 54 \text{ [MPa]}$.

$$\tau = \frac{U}{b \cdot L} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot b \cdot L} \leq \tau_{adm} \Rightarrow$$
$$L_d \geq \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot b \cdot \tau_{adm}} = \frac{2 \times 300 \text{ [N} \cdot \text{m]}}{0,050 \text{ [m]} \times 0,016 \text{ [m]} \times 54 \times 10^6 \text{ [Pa]}} = 0,0139 \text{ [m]} = 13,9 \text{ [mm]}$$

Finalmente, o comprimento da chaveta L deve satisfazer simultaneamente os 3 limites acima [b), c) e d)], portanto o valor mínimo de $L_{\min} \geq \max(L_b, L_c, L_d) = \max(38,3; 19,9; 13,9) = 38,3 \text{ [mm]}$. Assume-se então, por exemplo, $L = 40 \text{ [mm]}$.

Quando o valor do diâmetro do eixo não é conhecido, também o comprimento da chaveta deve ser estimado como nos exercícios anteriores. Para chaveta plana e cubo de aço fundido, tem-se da tabela 18.1 [4, pág. 61], que o valor de x está na faixa de 0,35 a 0,46. Adota-se $x = 0,4$:

$$L = 0,4 \times \sqrt[3]{3000 \text{ [kgf} \cdot \text{cm]}} = 5,77 \text{ [cm]} = 57,7 \text{ [mm]}$$

Normalmente, tendo-se o valor de L , tem-se o valor da largura do(s) cubo(s) e conseqüentemente é possível estimar-se o comprimento do eixo e efetuar-se o seu dimensionamento. Finalmente, de posse do diâmetro do eixo, é possível verificar-se se o comprimento da chaveta é adequado.

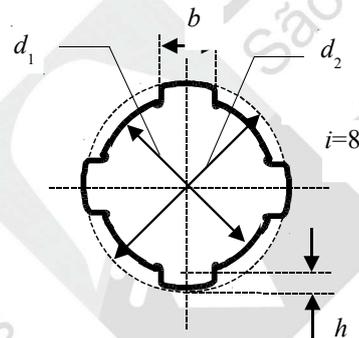
Exercício 3)

a) Determinação das dimensões principais

Pela tabela 18.8 [4, pág. 73] (DIN 5462), construção leve:

Para $d = 50 \text{ [mm]}$:

$$\begin{aligned} d_1 &= 46 \text{ [mm]} & i &= 8 & d_2 &= 50 \text{ [mm]} \\ b &= 9 \text{ [mm]} & M_{10} &= 173 \text{ [kgf} \cdot \text{cm /mm]} \end{aligned}$$



ou seja, devem ser usinadas 8 ranhuras no eixo e no cubo. Deve-se assumir que d_2 seja menor ou igual ao diâmetro do eixo porque as estrias são usinadas (neste caso os diâmetros são iguais).

b) Cálculo do comprimento do cubo

O raio médio e a altura são:

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{4} = \frac{46 \text{ [mm]} + 50 \text{ [mm]}}{4} = 24 \text{ [mm]}$$
$$h = \frac{d_2 - d_1}{2} = \frac{50 \text{ [mm]} - 46 \text{ [mm]}}{2} = 2 \text{ [mm]}$$

A pressão admissível é obtida da mesma forma anterior, mas para solicitação alternada no cubo, solicitação mais semelhante ao funcionamento com choques: $p_{adm} = 55 \text{ [MPa]} \times 0,7 = 38,5 \text{ [MPa]}$.

O momento de torção é dado por:

$$M_t = 0,75 \cdot i \cdot h \cdot r_m \cdot L \cdot p \Rightarrow L_{\min} \geq \frac{M_t}{0,75 \cdot i \cdot h \cdot r_m \cdot p_{adm}} \Rightarrow$$

$$L_{\min} \geq \frac{300 [N \cdot m]}{0,75 \times 8 \times 0,002 [mm] \times 0,024 [mm] \times 38,5 \times 10^6 [Pa]} = 0,0271 [m] = 27,1 [mm]$$

Adota-se $L = 28 [mm]$.

c) Momento de Torção máximo admissível.

É muito comum se fazer a verificação de uniões eixo-cubo por adaptação de forma usando-se o conceito de momento máximo admissível $M_t < M_{t adm}$. Os valores de $M_{t adm}$ estão presentes na tabela 18.8 [4, pág. 73] para $L = 1 [mm]$ e $p_{adm} = 10 [kgf/mm^2]$. As correções necessárias para os valores efetivos de cada caso são facilmente obtidas. Cuidado com as unidades!

Portanto, a expressão geral é:

$$M_{t adm} = \alpha \times L \times M_{10}, \text{ para } L \text{ em } [mm] \text{ obtém-se } M_{t adm} \text{ em } [kgf \cdot cm].$$

O fator α corrige o valor da pressão específica admissível para o material e tipo de esforço. Para cubos de ferro fundido e funcionamento com choque é recomendado o uso de $\alpha = 0,4$. Entretanto, no item b) obteve-se a $p_{adm} = 38,5 [MPa] = 3,85 [kgf/mm^2]$, o que corresponde a se utilizar $\alpha = 0,385$.

$$M_{t adm} = \alpha \cdot L \cdot M_{10} = 0,385 \times 28 \times 173 = 1865 [kgf \cdot cm] = 186,5 [N \cdot m] < M_t = 300 [N \cdot m].$$

Como $M_t = 300 [N \cdot m] > 186,5 [N \cdot m] = M_{t adm}$, o esforço não é suportado. Deve-se aumentar o comprimento da união (lembrando-se que nada impede que o comprimento do cubo seja maior que a largura da engrenagem ou da polia).

$$\frac{L_{novo}}{L_{velho}} = \frac{M_{t adm}}{M_t} \Rightarrow L_{novo} = 28 [mm] \times \frac{300 [N \cdot m]}{186,5 [N \cdot m]} = 45,0 [mm]$$

