

## Lista 6

### Dimensionamento de eixos sob fadiga

#### 6.1 Exercícios propostos

- 1) Considerando-se o problema 4 da lista 5 e usando o pré-dimensionamento feito, assumo agora as forças variáveis com  $P_{1 \text{ máx}} = 15$  [kN],  $P_{2 \text{ máx}} = 18$  [kN] e  $P_{1 \text{ mín}} = P_{2 \text{ mín}} = 0$  [kN]. Calcule o novo diâmetro necessário.
- 2) Dimensione o eixo do problema 6 da lista 5, agora levando em conta a fadiga. Desenhe o eixo escalonado, proporcionando apoio axial a ambas as engrenagens, as quais serão unidas por meio de chavetas planas cujos rasgos foram usinados com fresa de topo.
- 3) Dimensione em relação à fadiga o eixo do problema 7 da lista 5. Redesenhe-o como um eixo escalonado, com apoio axial para ambas as polias. Essas polias serão chavetadas no eixo como no exercício anterior. Sabe-se que o diâmetro do furo da polia maior é 20% maior que o furo da polia de 150 [mm].
- 4) Dimensione em relação à fadiga o eixo de um pinhão, pertencente a um redutor de engrenagens cilíndricas, sendo que o pinhão e o eixo formam uma só peça. Na extremidade direita do eixo está montado um platô de acionamento de uma embreagem ligada a um motor. A potência máxima fornecida é 57 [HP] à 570 [rpm]. O material do eixo é o aço ABNT 1035, temperado e revenido, com  $\sigma_r = 420$  [MPa] e  $\sigma_e = 320$  [MPa]. O material do eixo deverá receber acabamento de usinagem fina com ferramenta de corte. São dados:

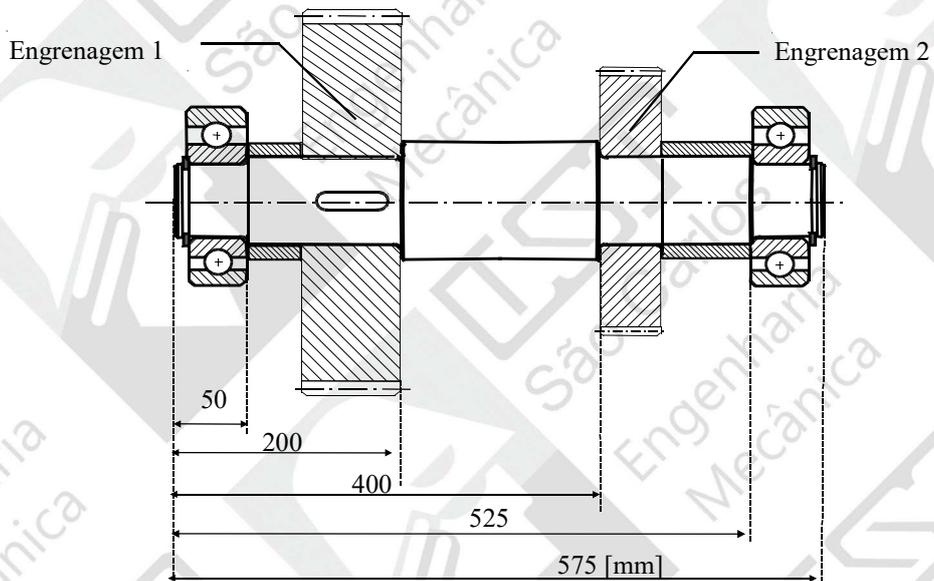
Pinhão	Número de dentes	$Z = 18$ dentes retos
	Módulo	$m = 6,0$ [mm]
	Ângulo de pressão	$\theta = 20$ [°]
	Largura da engrenagem	$l_e = 100$ [mm]

A força axial devido à embreagem é de 100 [kgf].

A falha do eixo acarretará grandes prejuízos.



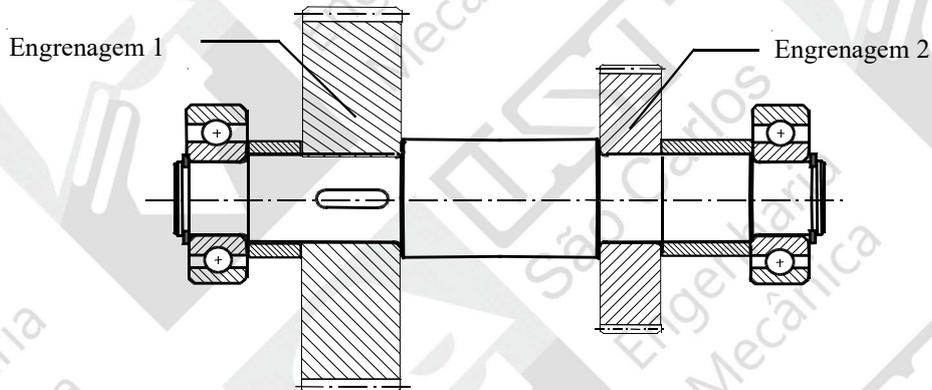
Eixo feito de ABNT 8620, acabamento médio em torno;  
Adotar demais dados que julgar necessários.



## 6.2 Exercícios resolvidos

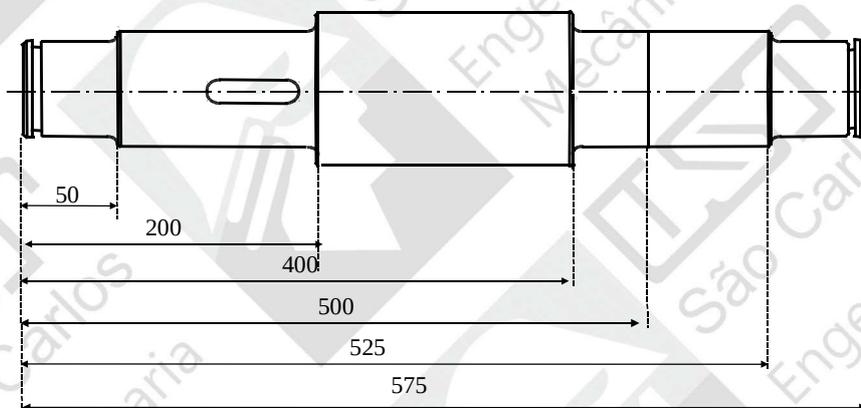
### Exercício 6

Sugere-se que a solução siga os seguintes passos:



#### a) Faça croqui do eixo

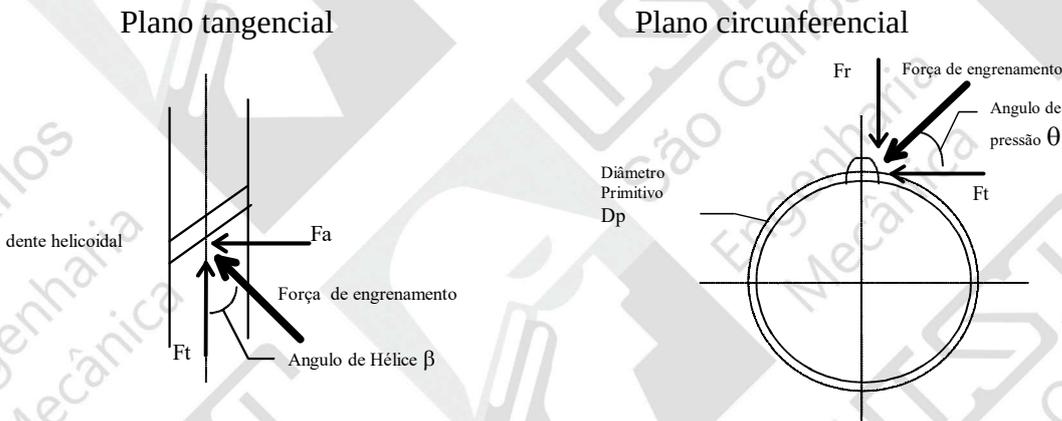
Normalmente, são dadas as dimensões longitudinais e os diâmetros precisam, então, ser determinados. É impossível fazer os cálculos de verificação de eixos sem antes fazer um croqui do mesmo, porque os cálculos dependem da forma escolhida para o eixo. Ao se fazer o croqui, é muito importante que se raciocine como o eixo vai ser fabricado e como ele vai ser montado. Por exemplo, o segundo escalonamento da direita para a esquerda foi criado para facilitar a montagem por interferência da engrenagem 2. Os demais escalonamentos são necessários para o correto posicionamento axial dos elementos montados sobre o eixo. Além do posicionamento axial estes elementos precisam de fixação axial, ou seja, resistir a esforços axiais em ambos os sentidos. Estes tópicos serão vistos em maior detalhe nos capítulos referentes à união eixo-cubo e mancais de rolamentos. No exemplo acima foram utilizadas buchas separadoras o que nem sempre é a melhor solução.



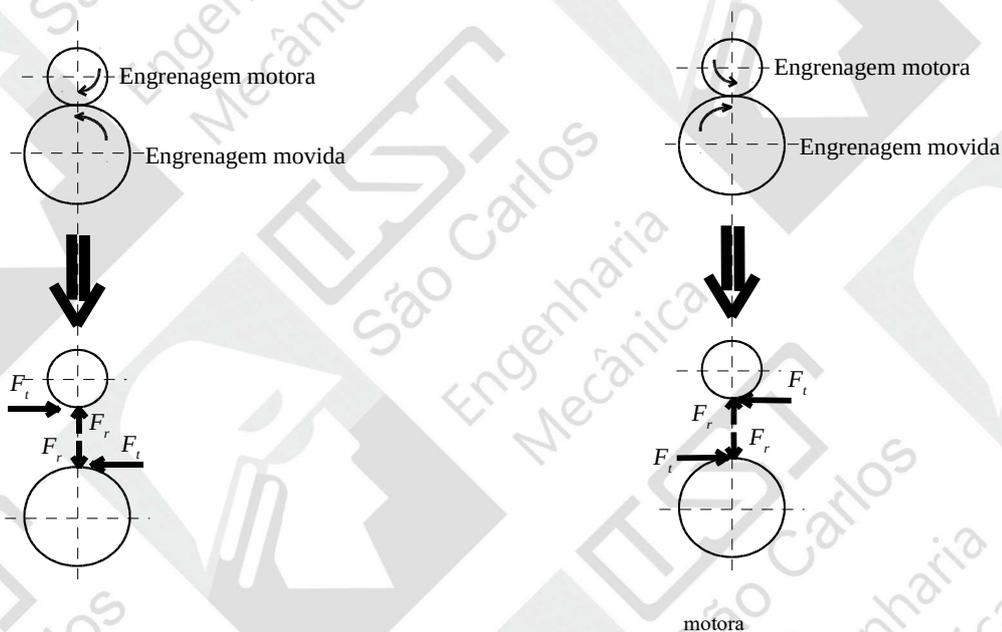
## b) Efeitos e pré-dimensionamento

### b.1) Determinação dos diagramas dos esforços solicitantes

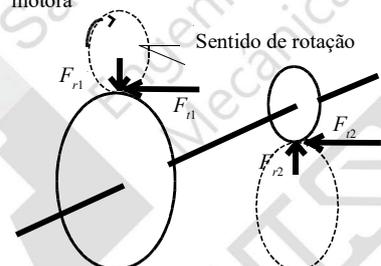
Inicialmente, é preciso identificar quais forças estão presentes e calcular seus respectivos valores. O caso mais geral é o de engrenagens helicoidais: tem-se a força de engrenamento com três componentes. No plano tangente ao diâmetro primitivo no ponto de contato tem-se a força axial  $F_a$  e a força tangencial  $F_t$ . No plano circunferencial, passando também pelo ponto de contato, tem-se a mesma força tangencial  $F_t$  e a força radial  $F_r$  (ver figuras a seguir).



É interessante notar que  $F_t$  produz momento de torção e momento de flexão no eixo (normalmente no plano horizontal), a força axial  $F_a$  produz tração/compressão e momento de flexão (normalmente no plano vertical) e finalmente a força radial  $F_r$  produz um momento de flexão (normalmente no plano vertical). É importante observar as direções destas forças, as quais dependem se engrenagens são motoras ou movidas e também de seu sentido de rotação.



No presente caso, a situação é mostrada na figura ao lado. Foram adotadas as disposições de engrenagens e os sentidos de rotação mostrados. Também aparecem na figura as forças radiais e tangenciais atuantes nas engrenagens 1 e 2 (não há forças axiais pois as engrenagens tem dentes retos)



Passa-se agora aos cálculos das forças atuantes

### Cálculo das forças atuantes

Inicialmente se calcula o momento de torção:

$$M_t = 716200 \cdot \frac{N}{n} [\text{kgf} \cdot \text{mm}] , \text{ com } N \text{ em [HP] e } n \text{ em [rpm]}. \text{ Então:}$$

$$M_t = 716200 \times \frac{30 [\text{HP}]}{80 [\text{rpm}]} = 268575 [\text{kgf} \cdot \text{mm}] = 2685,750 [\text{N} \cdot \text{m}]$$

Para calcular a força tangencial sabe-se que numa engrenagem:

$$M_t = F_t \cdot \frac{d_p}{2}$$

e também que o diâmetro primitivo é igual ao módulo da engrenagem multiplicado pelo número de dentes.

$$d_{p1} = m \cdot z_1 = 8 [\text{mm}] \times 57 = 456 [\text{mm}].$$

Daí vem que:

$$M_t = F_t \cdot \frac{d_p}{2} \Rightarrow F_{t1} = \frac{2 \cdot M_t}{d_{p1}} = \frac{2 \times 2685,750 [\text{N} \cdot \text{m}]}{0,456 [\text{m}]} = 11779,605 [\text{N}]$$

No cálculo da componente radial usa-se a seguinte formulação:

$$\text{tg}(\theta) = \frac{F_r}{F_t} \Rightarrow F_r = F_t \cdot \text{tg}(\theta)$$

sendo  $\theta$  o ângulo de pressão da engrenagem.

$$F_{r1} = 11779,605 [\text{N}] \times \text{tg}(20^\circ) = 4287,425 [\text{N}]$$

$$F_{r1} = 11779,605 [\text{N}] \times \text{tg}(20^\circ) = 4287,425 [\text{N}]$$

caso se tivesse um par de engrenagens helicoidais com  $\beta = 30^\circ$ , por exemplo, o cálculo da força axial seria o seguinte:

$$\text{tg}(\beta) = \frac{F_a}{F_t} \Rightarrow F_{a1} = 11779,605 \times \text{tg}(30^\circ) = 6800,958 [\text{N}]$$

neste caso não se deveria esquecer que a força axial produz também um momento de flexão localizado, no plano vertical igual a  $F_a \cdot \frac{d_p}{2}$  !

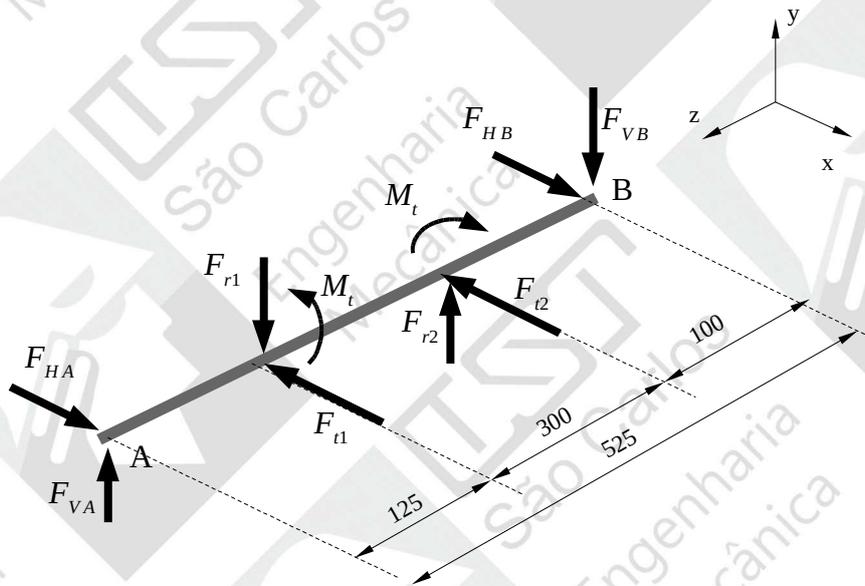
Tanto o módulo como o ângulo de pressão de engrenagens helicoidais podem ser medidos no plano normal ou no circunferencial, conforme será visto no capítulo referente a projeto de engrenagens.

Continuando o presente caso, na engrenagem 2 tem-se:

$$M_{t1} = M_{t2} = M_t = 2685,750 [\text{N} \cdot \text{m}] , \quad d_{p2} = 8 [\text{mm}] \times 34 = 272 [\text{mm}]$$

$$F_{t2} = \frac{2 \cdot M_{t2}}{d_{p2}} = \frac{2 \times 2685,750 [\text{N} \cdot \text{m}]}{0,272 [\text{m}]} = 19748,162 [\text{N}]$$

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \text{tg}(\theta) = 19748,162 \times \text{tg}(20^\circ) = 7187,743 [\text{N}]$$



### Cálculo das reações dos vínculos

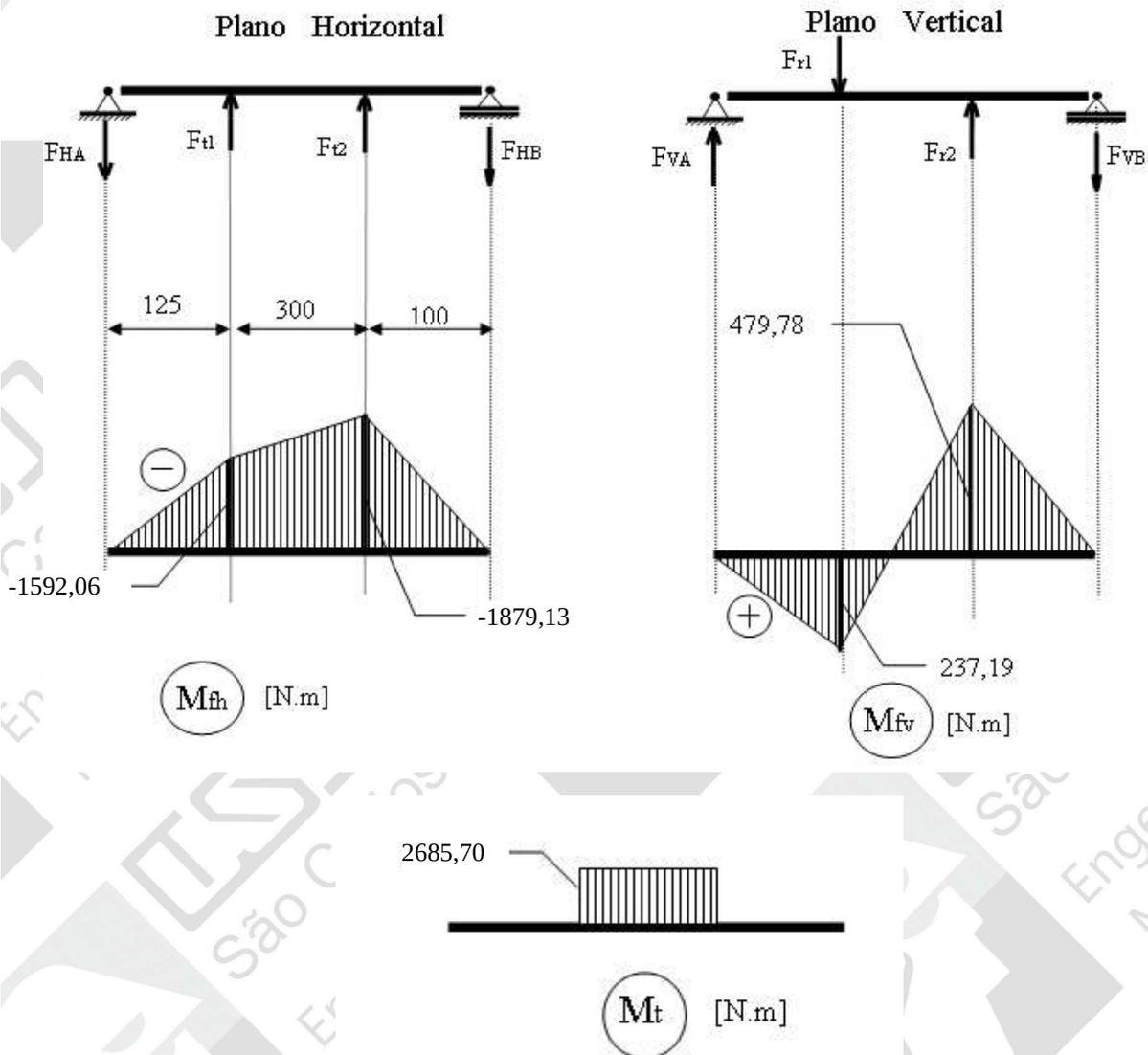
As equações de equilíbrio são dadas abaixo e se referem à figura acima:

$$\begin{cases} \sum F_V = 0 \Rightarrow F_{VA} - F_{r1} + F_{r2} - F_{VB} = 0 & (1) \\ \sum F_H = 0 \Rightarrow F_{HA} - F_{t1} + F_{t2} + F_{HB} = 0 & (2) \\ \sum M_V^A = 0 \Rightarrow -F_{r1} \times 0,125 + F_{r2} \times 0,425 - F_{VB} \times 0,525 = 0 & (3) \\ \sum M_H^A = 0 \Rightarrow F_{t1} \times 0,125 + F_{t2} \times 0,425 - F_{HB} \times 0,525 = 0 & (4) \end{cases}$$

cuja solução é:

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow F_{VA} - F_{VB} = F_{r1} - F_{r2} = 4287,425 [N] - 7187,743 [N] = -2900,318 [N] \\ (2) \Rightarrow F_{HA} + F_{HB} = F_{t1} + F_{t2} = 11779,605 [N] + 19748,162 [N] = 31527,767 [N] \\ (3) \Rightarrow F_{VB} = \frac{1}{0,525 [m]} \times (7187,743 [N] \times 0,425 [m] - 4287,425 [N] \times 0,125 [m]) = 4797,834 [N] \\ (1) \Rightarrow F_{VA} = -2900,318 [N] + 4797,834 [N] = 1897,516 [N] \\ (4) \Rightarrow F_{HB} = \frac{1}{0,525 [m]} \times (11779,605 \times 0,125 [m] + 19748,162 \times 0,425 [m]) = 18791,275 [N] \\ (2) \Rightarrow F_{HA} = 11779,605 [N] + 19748,162 [N] - 18791,275 [N] = 12736,492 [N] \end{cases}$$

Têm-se agora todos os valores necessários para traçar os diagramas dos esforços solicitantes  $M_v$ ,  $M_{th}$  e  $M_t$ , que estão dados a seguir. Note-se que não há força axial neste caso e supondo que  $\frac{L}{D} > 5$ ;  $D < \frac{525 [mm]}{5} = 105 [mm]$  não é necessário se considerar a cortante  $Q$ .



### b) Localização das secções críticas para pré-dimensionamento

Este exame requer muito cuidado. Devem-se procurar as secções onde se tem a tensão de confronto ( $\sigma^*$ ) máxima. Isto implica que o momento equivalente ( $M_{eq}$ ) deve ter o valor máximo, ou a secção do eixo deve ter módulo de resistência ( $W_f$ ) pequeno ou mesmo uma combinação destas situações. Às vezes é impossível prever o resultado e então se deve fazer o cálculo completo para cada secção candidata para depois se concluir onde se acha a secção mais crítica.

No presente caso, as secções com diâmetro menor têm momento desprezível e as duas secções com momentos maiores têm diâmetros iguais. Isto implica que a secção com maior  $M_{fR}$  deve ter o maior  $\sigma^*$  e somente ela será verificada.

O exame dos diagramas de  $M_{fh}$  e  $M_{fv}$  permite calcular que no plano médio da engrenagem 1 age um momento de flexão resultante tal que:

$$M_{fR1} = \sqrt{(-1592,061 [N.m])^2 + (237,189 [N.m])^2} = 1609,632 [N.m]$$

e para engrenagem 2 tem-se

$$M_{fR2} = \sqrt{(-1879,128 [N.m])^2 + (-479,783 [N.m])^2} = 1939,411 [N.m]$$

Portanto, a secção onde está montada a engrenagem 2 é a mais crítica.

### b<sub>3</sub>) Determinação da $\sigma_{adm}$ para o pré-dimensionamento

$\sigma_{adm} = \frac{TP}{a \cdot b \cdot c \cdot d}$ . A tensão perigosa para materiais dúcteis (um aço com sigla XX20 é dúctil) é a tensão de escoamento. Para o aço ABNT 8620 a tabela de materiais para eixos das Notas de Aula [6, pág. 6] indica:

$$\sigma_e = 60,0 \left[ \frac{kgf}{mm^2} \right] \text{ e } \sigma_{rt} = 95,0 \left[ \frac{kgf}{mm^2} \right]$$

Fatores escolhidos:

- $a = 1,0 \rightarrow$  material dúctil
- $b = 2,0 \rightarrow$  carga variável com reversão (alternada simétrica devida à rotação do eixo)
- $c = 1,0 \rightarrow$  carga aplicada gradualmente (embreagem)
- $d = 1,7 \rightarrow$  condições gerais ligeiramente críticas 

}	condições pouco severas (elevação de cargas)
	material dúctil
	segurança normal (elevação de cargas pouco valiosas)

$$\sigma_{adm} = \frac{60,0 [kgf/mm^2]}{1,0 \times 2,0 \times 1,0 \times 1,7} = 17,647 \left[ \frac{kgf}{mm^2} \right] = 176,470 [MPa]$$

### b<sub>4</sub>) Determinação do diâmetro $d$

Para solicitação com  $M_f$  e  $M_t$  e eixo com secção circular

$$\bar{d} = 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{eq \text{ eng2}}}{\sigma_{adm}}}, \text{ com } M_{eq \text{ eng2}} = \sqrt{M_{fR}^2 + \frac{3}{4} \cdot M_t^2}$$

$$M_{eq \text{ eng2}} = \sqrt{(1939,411 [N \cdot m])^2 + \frac{3}{4} \times (2685,750 [N \cdot m])^2} = 3028,408 [N \cdot m]$$

$$\bar{d} = 2,17 \times \sqrt[3]{\frac{3028,408 [N \cdot m]}{176,470 \times 10^6 [Pa]}} = 0,05597 [m], \text{ com } d = (1,1 \sim 1,3) \bar{d}$$

Adotar-se-á  $d = 70$  [mm] e tem-se  $L / D = 7,5 > 5$  e, portanto, despreza-se a cortante  $Q$ .

Entretanto, a situação seria um pouco mais complicada caso se tivesse a presença de força normal  $N$ . Neste caso, ficaria muito difícil determinar  $\bar{d}$  de forma explícita, como feita acima. Apesar da contribuição de  $N$  para o aumento da tensão normal ser normalmente pequena, o correto seria adotar o seguinte procedimento:

- calcula-se  $\bar{d}$  como acima, desprezando, portanto  $N$ .
- assume-se  $d = (1,1 \text{ a } 1,3) \bar{d}$ .
- com este valor de diâmetro, calcula-se então a tensão normal máxima da secção:

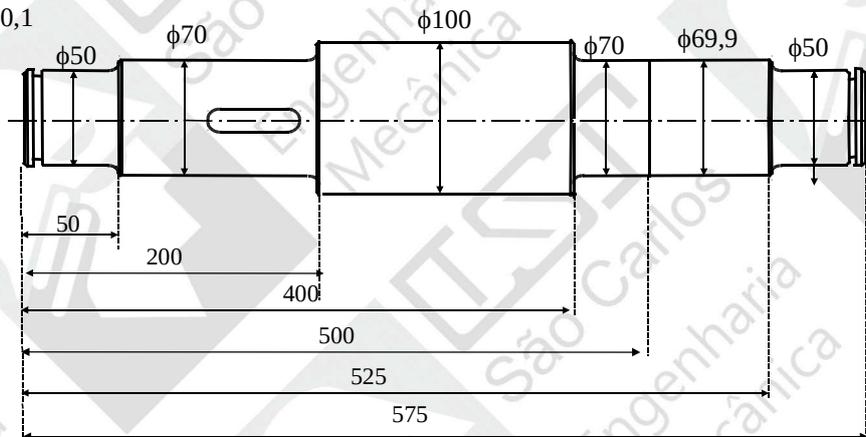
$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_{fR}}{W_f}, \text{ sendo que } \tau \text{ permanece como acima (} \tau \text{ não depende de } N \text{)}.$$

- calcula-se a tensão de confronto  $\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$  e então faz-se a verificação  $\sigma^* \leq \sigma_{adm}$

### c) Complete o croqui com os diâmetros

Assumem-se os demais diâmetros a partir do pré-dimensionamento. É normal assumirem-se escalonamentos com a relação  $d_1 / d_2$  entre 1,2 e 1,4 e  $r / d = 0,1$ .

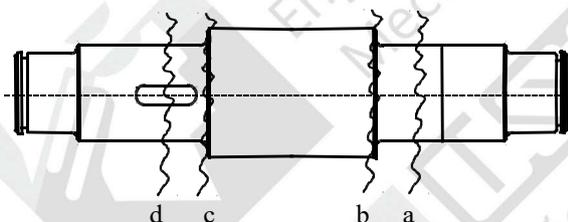
$$r / d = 0,1$$



### d) Verifique quanto à fadiga

#### d<sub>1</sub>) Localização das secções críticas à fadiga

Aqui novamente cabe uma discussão sobre a localização das secções críticas. Agora, além das considerações feitas sobre a procura das secções críticas no pré-dimensionamento, levando-se em conta o esforço máximo e o diâmetro da secção, entram em cena também os parâmetros de cálculo à fadiga. Estes influem tanto na tensão admissível como na tensão de confronto. Dentre estes parâmetros, o que mais influirá é o valor do fator de concentração de tensões  $\beta_k$ .



- a - meio da engrenagem 2
- b - mudança de secção  $\phi 100 / \phi 70$
- c - mudança de secção  $\phi 70 / \phi 100$
- d - meio da engrenagem 1

Desta forma, as maiores candidatas são a secção “a” passando pela engrenagem 2 (devido ao maior momento de flexão resultante); as mudanças de secções “b” e “c” (devido ao  $\beta_k$ ); e a secção “d” que passa pela engrenagem 1 (devido ao  $\beta_k$  da chaveta e ao elevado momento de flexão). Não é possível saber de antemão qual será a mais crítica, tornando necessária a verificação de todas.

Em um caso geral dever-se-ia também efetuar-se a verificação das secções dos escalonamentos próximas das extremidades do eixo. No presente caso o momento de torção é nulo e o momento de flexão é pequeno, por isso estas secções foram desconsideradas.

#### d<sub>2</sub>) Verificação à fadiga na secção “a”

##### Tensão de Confronto

Deve-se ter tensão de confronto tal que  $\sigma^* \leq \sigma_{adm}$ .

Examinando-se o diagrama de esforços, vê-se que não há força normal e, portanto, a máxima tensão normal de tração será igual à máxima tensão normal de compressão. Como o eixo gira, isto vai submeter um ponto qualquer à sollicitação de fadiga com o coeficiente de variação da sollicitação de flexão  $k_f = \infty$ . No caso do momento de torção, seu valor é considerado constante e, então, o coeficiente de variação da sollicitação de torção  $k_t = 1$ . Tem-se, portanto um caso de flexão e torção combinados com  $k_f = \infty$  e  $k_t = 1$ , ou seja, recai-se no caso c) da formulação da teoria de cálculo de tensão de confronto das notas de aula. Esta teoria (fadiga com tensão normal e tangencial combinadas) é uma simplificação da formulação apresentada em [Niemann, G.; Winter, H. e Höhn, B.-R., *Maschinenelemente*, vol 1, 2005].

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}^2 + H^2 \cdot \tau^2} \quad \text{com} \quad H = \frac{\sigma_{Faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kaf}}$$

e ainda  $\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{N}{S} + \frac{M_{FR}}{W_f}$ . Mas neste caso  $N = 0$ , como já observado. O momento de flexão resultante na secção “a” é igual a 1939,411 [N.m] e o módulo de resistência à flexão na mesma secção é:  $W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \times (0,070[m])^3}{32} = 3,367 \times 10^{-5} [m^3]$ .

Portanto  $\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{1939,411 [N \cdot m]}{3,367 \times 10^{-5} [m^3]} = 57,601 [MPa]$ . Aqui a tensão tangencial é simplesmente aquela devida à torção:

$$\tau = \frac{M_t}{W_t}; \quad W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \times (0,070[m])^3}{16} = 6,735 \times 10^{-5} [m^3]$$

Tem-se o momento de torção de 2685,750 [N.m]

$$\Rightarrow \tau = \frac{2685,750 [N \cdot m]}{6,375 \times 10^{-5} [m^3]} = 39,878 [MPa]$$

Nesta secção não há entalhe, uma vez que ajuste prensado não afeta o comportamento à fadiga  $\Rightarrow \beta_{kt} = \beta_{kaf} = 1,0$ .

Para o cálculo de  $\sigma_{Faf}$  usar-se-á a Figura 1 da apostila de ábacos de fadiga [5, pág. 2]. Em tese esta figura é válida para flexão pura, porém é o único recurso que se tem para flexo-torção.

$$\sigma_{Faf} \frac{\text{Figura 1}}{\text{aço liga com } \sigma_{rt} = 95 [kgf/mm^2]} = 520,000 [MPa]$$

$\sigma_e = 600 [MPa]$  (tabela de material para eixos das Notas de Aula)

Tem-se também  $\tau_e = 0,577 \cdot \sigma_e = 0,577 \times 600 = 346,200 [MPa]$  e portanto

$$H = \frac{520,000 [MPa] \times 1,0}{346,200 [MPa] \times 1,0} = 1,500 \quad \text{e, finalmente, se tem a tensão de confronto}$$

$$\sigma_a^* = \sqrt{(57,601 [MPa])^2 + 1,500^2 \times (39,878 [MPa])^2} = 83,034 [MPa]$$

### Tensão admissível

$$\sigma_{Fadm} = \sigma_{Faf} \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

Aqui se tem  $\sigma_{Faf} = 520 [MPa]$ , já determinada acima. Prossegue-se na verificação à fadiga como nos exercícios anteriores.

$b_1$	$\frac{\text{fig 22, pag 12}}{\sigma_{rt}, \text{ acabamento médio}} = 0,87$	$\eta_2$	$\frac{\text{modelo}}{\text{OK!}} = 1,10$
$b_2$	$\frac{\text{fig 21, pag 12}}{d = 70 [\text{mm}]} = 0,80$	$\eta_3$	$\frac{\text{falha}}{\text{fato grave}} = 1,25$
$b_3$	$\frac{\text{secção circular}}{} = 1,00$	$\eta_4$	$\frac{\text{valor de cargas}}{\text{OK}} = 1,00$
$\beta_k$	$\frac{\text{sem entalhe}}{} = 1,00$	$\eta_5$	$\frac{\text{grupo II}}{\text{aparelho elevação}} = 1,30$
$\eta_1$	$\frac{\text{dados metalográficos OK}}{} = 1,05$		

Finalmente se chega a:

$$\sigma_{Fadma} = 520,000 [\text{MPa}] \times \frac{0,87 \times 0,80 \times 1,00}{1,00 \times 1,05 \times 1,10 \times 1,25 \times 1,00 \times 1,30} = 192,831 [\text{MPa}]$$

Portanto se tem  $83,034 [\text{MPa}] \ll 217,532 [\text{MPa}]$ , ou seja,  $\sigma_{secção a}^* \ll \sigma_{F adm secção a} \rightarrow$  a secção “a” está superdimensionada!

### d<sub>3</sub>) Verificar à fadiga na secção “b”

Tensão de confronto

Também neste caso  $\sigma^* = \sqrt{\sigma_{máx}^2 + H^2 \cdot \tau^2}$  com  $H = \frac{\sigma_{Faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kaf}}$ . A secção “b” está a 150 [mm] da extremidade direita do eixo (notar que os diagramas dos esforços estão traçados a partir da linha média dos rolamentos) e logo:

$$\begin{aligned} M_{fV \text{ secção } b} &= F_{VB} \times 0,150 [\text{m}] - F_{r2} \times 0,005 [\text{m}] = 360,288 [\text{N} \cdot \text{m}] \\ M_{fH \text{ secção } b} &= F_{HB} \times 0,150 [\text{m}] - F_{t2} \times 0,005 [\text{m}] = 1831,283 [\text{N} \cdot \text{m}] \\ \Rightarrow M_{fR \text{ secção } b} &= \sqrt{(360,288 [\text{N} \cdot \text{m}])^2 + (1831,283 [\text{N} \cdot \text{m}])^2} = 1866,388 [\text{N} \cdot \text{m}] \end{aligned}$$

Então ter-se-á:

$$\begin{aligned} \sigma_{máx \text{ secção } b} &= \frac{M_{fR \text{ secção } b}}{W_{f \text{ secção } b}} = \frac{1866,388 [\text{N} \cdot \text{m}]}{3,367 \times 10^{-5} [\text{m}^3]} = 55,432 [\text{MPa}], \text{ e também} \\ \tau_{secção a} &= \tau_{secção b} = 39,878 [\text{MPa}] \end{aligned}$$

Note-se que nos cálculos relativos às secções com escalonamento de diâmetros, usa-se sempre o diâmetro menor que é o mais crítico.

Da mesma forma anterior, tem-se:  $\sigma_{Faf} = 520 [\text{MPa}]$  e  $\tau_e = 346,200 [\text{MPa}]$ .

Na determinação de  $\beta_{kt}$ , observa-se que não se tem disponível  $\beta_k$  para  $k = 1$ . Usa-se então  $\beta_k$  para  $k = \infty$ , a favor da segurança. Usando-se a figura 17 da apostila de ábacos de fadiga [5, pag. 10].

$$\beta_{kt} \frac{\text{fig 17, pag 10}}{\sigma_{rt} = 95 [\text{kgf}/\text{mm}^2], r/d_1 = 0,10} = 1,25 \quad \text{para} \quad \frac{d_1}{d_2} = 1,40 \quad (\text{neste caso} \frac{100}{70} = 1,43)$$

Portanto, não é necessário corrigir porque a relação de diâmetros é praticamente a mesma. Caso se tivesse a relação de diâmetros diferente de 1,4, proceder-se-ia como no caso do cálculo de  $\beta_{kaf}$  mostrado abaixo.

Outra alternativa para o cálculo de  $\beta_{kt}$  quando  $k_t = 1$  é considerar-se que neste caso  $\beta_{kt}$  recai em  $\alpha_{kt}$ . Caso se tenha um ábaco de  $\alpha_{kt}$  o problema fica resolvido. Por exemplo, no presente caso o uso

da Fig 11 [5, pág. 7] fornece  $\alpha_{kt} = 1,42$  valor apenas aproximado de 1,25 obtido acima. É bom lembrar que sempre  $\alpha_k > \beta_k$ . Ainda mais, se se quisesse  $\beta_{kt}$  para  $k \neq 1$ , ter-se-ia que utilizar o  $\alpha_{kt}$  acima, obter  $\eta_k$  na Fig 20 [5, pág. 11] e usar  $\beta_{kt} = 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{kt} - 1)$ .

Voltando ao caso presente, passa-se agora à determinação de  $\beta_{kaf}$ . Neste caso  $k_f = \infty$  então basta consultar as figuras 15 e 16 [5, pág. 9]:

$$\beta_{kaf} \frac{\text{fig 15, pag 9}}{\sigma_{rt} = 95[\text{kgf/mm}^2], r/d_1 = 0,10} = 1,85 \quad \text{para} \quad \frac{d_1}{d_2} = 2,00$$

Neste caso é preciso que a correção seja feita. A correção será dada por:

$$\beta_{kaf 1,43} = 1 + C \cdot (\beta_{kaf 2,00} - 1)$$

É importante não se esquecer de agora usar-se a escala “F” na figura 16 para a obtenção de C.

Sendo  $C \frac{\text{fig 16, pag 9}}{\frac{d_1}{d_2} = 1,43} = 0,75$ . Portanto o valor corrigido será:

$$\beta_{kaf 1,43} = 1 + 0,75 \times (1,85 - 1) = 1,64$$

Finalmente se pode calcular H:

$$H = \frac{520,000[\text{MPa}] \times 1,25}{346,200[\text{MPa}] \times 1,64} = 1,14$$

e, finalmente, a tensão de confronto:

$$\sigma_b^* = \sqrt{(55,432[\text{MPa}])^2 + 1,14^2 \times (39,878[\text{MPa}])^2} = 71,690[\text{MPa}]$$

#### Tensão admissível

Comparando-se as secções “a” e “b”, ve-se que só muda o valor de  $\beta_k$ , ou seja, tem-se:

$$\frac{\sigma_{adm b}}{\sigma_{adm a}} = \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kb}}, \text{ mas aqui se usa } \beta_{kt} \text{ ou } \beta_{kf}?$$

A resposta é  $\beta_{kf}$ , pois na flexo-torção  $\sigma_{F adm}$  é calculada como flexão. Da expressão acima, vem:

$$\sigma_{F adm b} = \sigma_{F adm a} \times \frac{1,00}{1,64} = 117,580[\text{MPa}]$$

Chega-se então a 71,690 [MPa] << 117,580 [MPa] e portanto,  $\sigma_b^* \ll \sigma_{F adm b} \rightarrow$  a secção “b” está superdimensionada!

#### **d.) Verificar à fadiga na secção “c”**

A secção “c” é geometricamente idêntica à “b”, logo  $\sigma_{F adm c} = \sigma_{F adm b}$ .

Como no cálculo da tensão de confronto  $M_{fr c} < M_{fr b}$  e  $M_{tc} = M_{tb} \Rightarrow \sigma_c^* < \sigma_b^*$ .

Das duas relações:  $\sigma_c^* < \sigma_b^* < \sigma_{F adm b} = \sigma_{F adm c}$  ou, simplesmente,  $\sigma_c^* < \sigma_{F adm c}$ .

Neste caso nem se precisa fazer a verificação!

#### **d.) Verificação à fadiga na secção “d”**

#### Tensão de confronto

O procedimento segue os casos anteriores:

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2}$$

$$M_{fRd} = \sqrt{(1592,061[N \cdot m])^2 + (237,190[N \cdot m])^2} = 1609,633[N \cdot m], \text{ e } W_f = 3,367 \times 10^{-5}[m^3]$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{1609,633[N \cdot m]}{3,367 \times 10^{-5}[m^3]} = 47,806[MPa]$$

Os valores de  $\beta_k$  para rasgos de chaveta são dados na apostila de gráficos de fadiga [5, pág. 13].

$$\beta_{kaf d} \frac{\text{caso 1A, pag 13}}{\text{aço liga}} = 2,00$$

$$\beta_{kat d} \frac{\text{caso 2A, pag 13}}{\text{aço liga}} = 1,60$$

Também aqui se usa  $\beta_{kat}$  para  $k = \infty$  em lugar de  $\beta_{kt}$  para  $k = 1$ . Agora se tem:

$$H = \frac{520,000[MPa] \times 1,60}{346,200[MPa] \times 2,00} = 1,20 \quad \text{e}$$

$$\sigma_d^* = \sqrt{(47,806[MPa])^2 + 1,20^2 \times (39,878[MPa])^2} = 67,642[MPa]$$

### Tensão admissível

Novamente se tem:  $\sigma_{F adm d} = \sigma_{Faf} \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$

e, seguindo o mesmo raciocínio anterior:  $\frac{\sigma_{F adm d}}{\sigma_{F adm a}} = \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kd}}$

onde  $\beta_{kd} = \beta_{kaf} = 2,00$  e daí:

$$\sigma_{F adm d} = \sigma_{F adm a} \cdot \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kd}} = 192,831[MPa] \times \frac{1,00}{2,00} = 96,416[MPa]$$

Assim se chega a:

$$\sigma_d^* = 67,642[MPa] \ll 96,416[MPa] = \sigma_{F adm d} \rightarrow \text{secção "d" está superdimensionada!}$$

O coeficiente de superdimensionamento CS, neste caso, é  $CS = \frac{S_{F adm}}{S^*} = 1,43$ . O resultado geral da verificação é mostrado na tabela abaixo:

Item	Secção "a"	Secção "b"	Secção "c"	Secção "d"
$\sigma_{F adm}[MPa]$	192,831	117,580	117,580	96,416
$\sigma^*[MPa]$	83,034	71,690	< 71,690	67,642
CS [-]	2,32	1,64	> 1,64	1,43

Um valor aceitável de CS é até 1,1, acima disto o eixo está superdimensionado e haverá então um desperdício de material. Entretanto, vários outros fatores precisam ser levados em consideração na prática. Por exemplo, perde-se no custo ao se redimensionar um certo eixo para um diâmetro de 23 [mm] se a bitola da matéria prima disponível no mercado é de 25 [mm] e o restante do material

terá que ser usinado de qualquer forma, mas se não redimensionar, aumenta-se o peso. A decisão cabe ao projetista. Também é comum se ter que respeitar certas proporções entre os diâmetros e, portanto, é praticamente inevitável se ter valores de CS elevados perto dos extremos, onde a solicitação é bem menor.

No presente caso, porém, o exame da tabela acima indica que se deve redimensionar. Dá-se abaixo um procedimento orientativo aproximado para se estimar o novo valor a ser assumido pelo diâmetro.

Suponha-se que se deseja que o novo CS = 1,05. Então, a nova tensão de confronto deverá ser menor ou igual a:

$$\sigma_{novo}^* = \frac{\sigma_{Fadm}}{CS} = \frac{96,416 [MPa]}{1,05} = 91,824 [MPa]$$

Por outro lado, sabe-se que a tensão de confronto é, a grosso modo, inversamente proporcional a  $W_f$ . Como  $W_f$  é proporcional a  $d^3$ , então:

$$\frac{\sigma_{velho}^*}{\sigma_{novo}^*} = \left( \frac{d_{novo}}{d_{velho}} \right)^3 \Rightarrow d_{novo} = d_{velho} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sigma_{velho}^*}{\sigma_{novo}^*}}, \text{ e}$$
$$d_{novo} = 70,0 [mm] \times \sqrt[3]{\frac{67,642 [MPa]}{91,824 [MPa]}} = 63,2 [mm]$$

Deve-se então refazer os cálculos com  $d = 64$  [mm] somente para a secção crítica. Finalmente, vale observar que nesta nova verificação, vários cálculos não precisarão ser refeitos pois independem (ou dependem minimamente) do diâmetro.

