

7.1 Exemplo de cálculo

A figura abaixo representa um eixo pertencente a um redutor de velocidades.

Todo o torque recebido pela engrenagem I é integralmente transmitido através da engrenagem II.

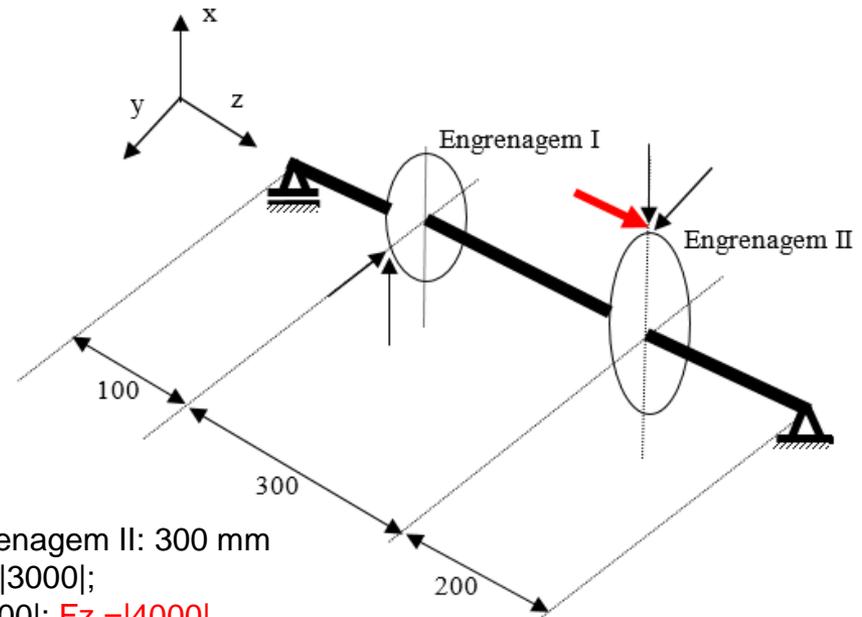
Dados:

Diâmetros primitivos (d_p) : Engrenagem I: 180 mm Engrenagem II: 300 mm

Forças atuantes na Engrenagem I (N): $F_x = |5000|$; $F_y = |3000|$;

Forças atuantes na Engrenagem II (N): $F_x = |8000|$; $F_y = |3000|$; $F_z = |4000|$

(sentidos conforme indicados na Figura)



Dados:

Diâmetros primitivos (d_p) : Engrenagem I: 180 mm Engrenagem II: 300 mm

Forças atuantes na Engrenagem I (N): $F_x = |5000|$; $F_y = |3000|$;

Forças atuantes na Engrenagem II (N): $F_x = |8000|$; $F_y = |3000|$; $F_z = |4000|$

(sentidos conforme indicados na Figura)

Considerar:

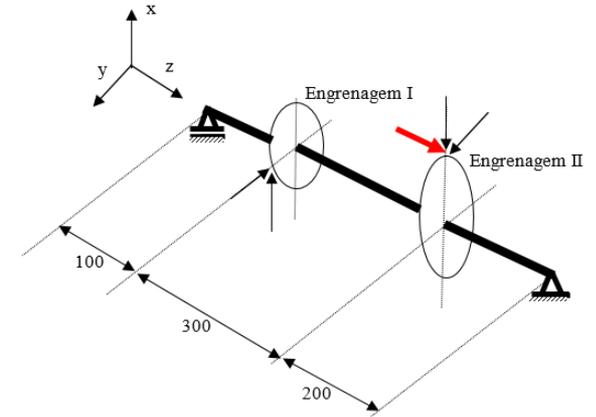
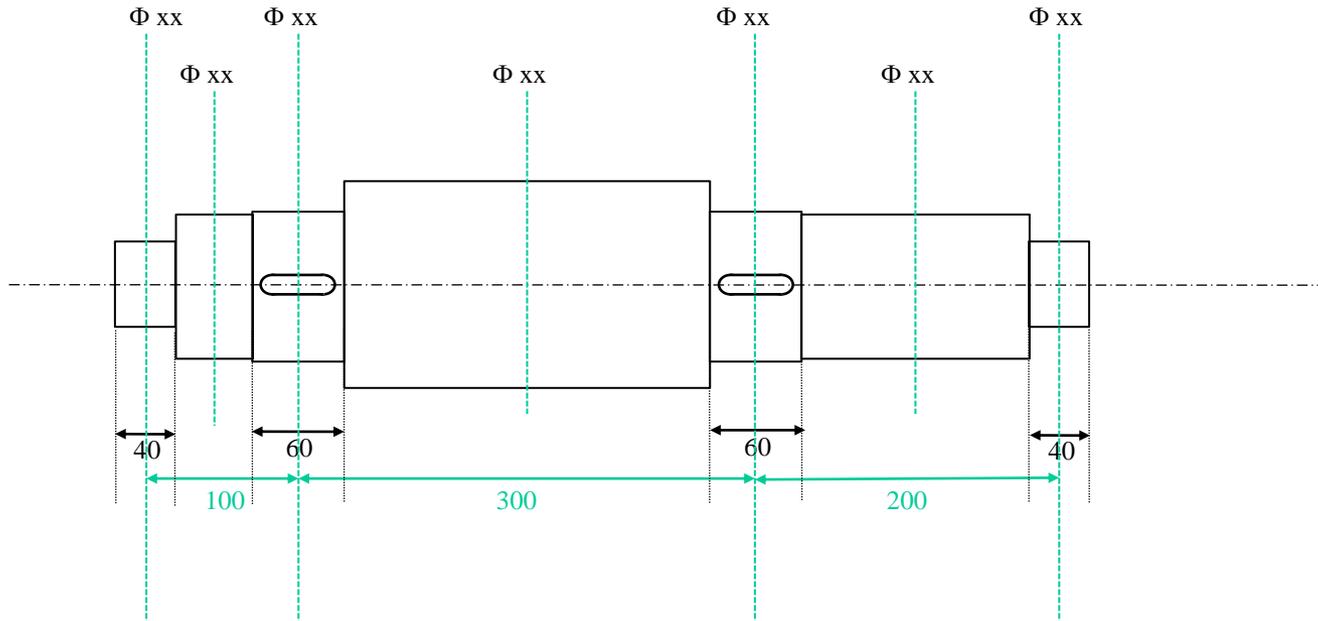
- Considerar $s = a \times b \times c \times d = 3,0$;
- Largura das engrenagens: 60 mm; mancais de rolamento: 40 mm
- Eixo feito de ABNT 1050, frágil, de muito boa procedência, temperado e revenido, com $\sigma_{rt} = 75 \text{ Kgf/mm}^2$ e $\sigma_e = 38 \text{ Kgf/mm}^2$.
- Mecanismo tem funcionamento suave, carga constante aplicada gradualmente, sem choque e sem reversão.
- Eixo com acabamento médio com ferramenta em superfícies não funcionais e retificado em superfícies funcionais.
- Considerar flexo-torção (dada a relação L/d do eixo, desprezar forças cortantes).
- Adotar raios nos escalonamentos $(r/d) = 0,1$

Resolução – método 01

$$\sigma^* \leq \sigma_{adm}$$

σ^*	Solicitação Estática	$\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$ $\sigma = \sigma_{max}$ $\tau = \tau_{max}$
	Solicitação Dinâmica	$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2}$ $H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}}$ <p>(Casos com $K_f = \infty$ e $K_t = 1$)</p>
σ_{adm}	Solicitação Estática	$\sigma_{adm} = \frac{\textit{tensão limite}}{S}$
	Solicitação Dinâmica	$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$

Croquis inicial



Cálculos

Região mais crítica: **apoio Engrenagem II** (cálculos anteriores)

$$M_{fR} = \sqrt{M_{fx-z}^2 + M_{fy-z}^2} = \sqrt{1100^2 + 300^2} = 1140,18 \text{ N.m}$$

$$V_R = \sqrt{V_{x-z}^2 + V_{y-z}^2} = \sqrt{5500^2 + 1500^2} = 5700,88 \text{ N}$$

$$M_t = 450 \text{ N.m}$$

$$N = 4000 \text{ N}$$

Considerando Flexo-torção (cálculos anteriores): $L/D \geq 5$ →

$$M_{eq} = \sqrt{M_{fr}^2 + \frac{3}{4} \cdot M_t^2} = \sqrt{1140,18^2 + \frac{3}{4} \cdot 450^2} = 1204,95 \text{ N.m}$$

$$\sigma_{adm} = \frac{\text{tensão limite}}{s} = \frac{750}{3} = 250 \text{ MPa}$$

Orientação geral : $\begin{cases} \text{material dúctil: tensão limite} = \sigma_e \\ \text{material frágil: tensão limite} = \sigma_R \end{cases}$

$$\bar{d} = 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{eq}}{\sigma_{adm}}}$$

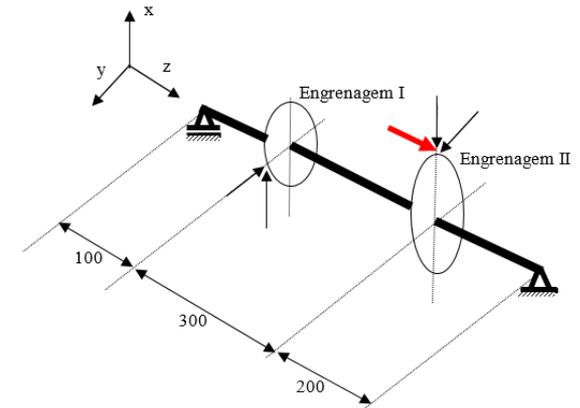
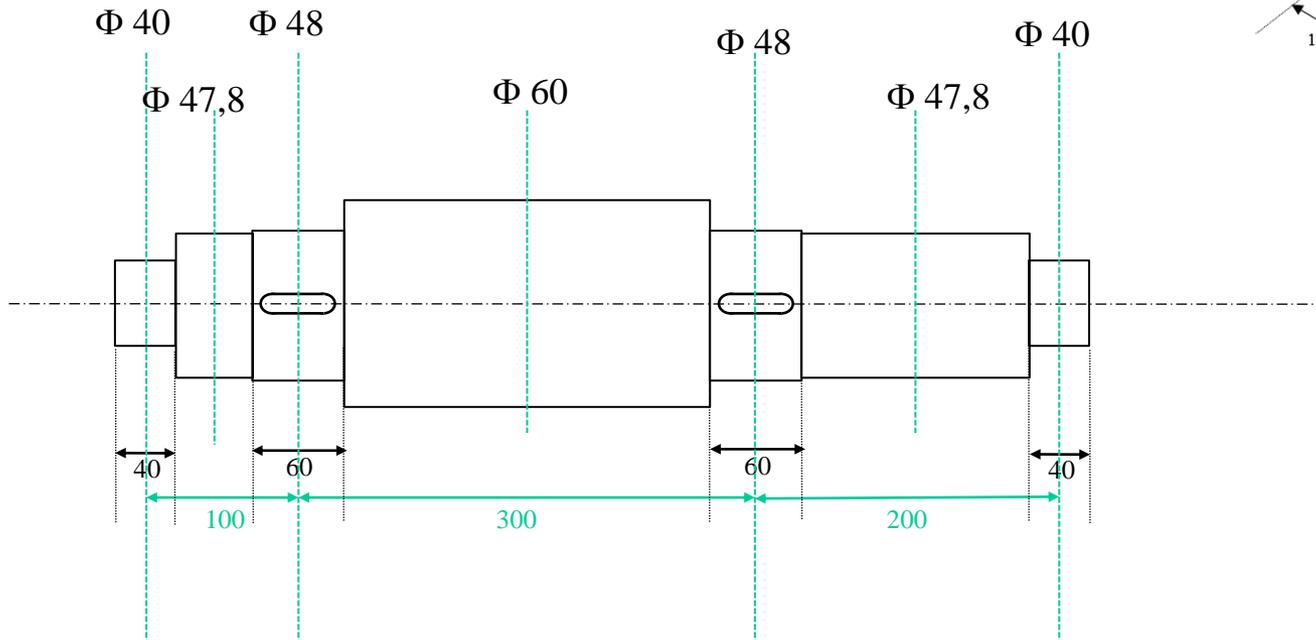
$$\bar{d} = 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{1204,95}{250 \cdot 10^6}} = 0,03665 \text{ m}$$

$$d = (1,1 \text{ a } 1,3) \cdot \bar{d}$$

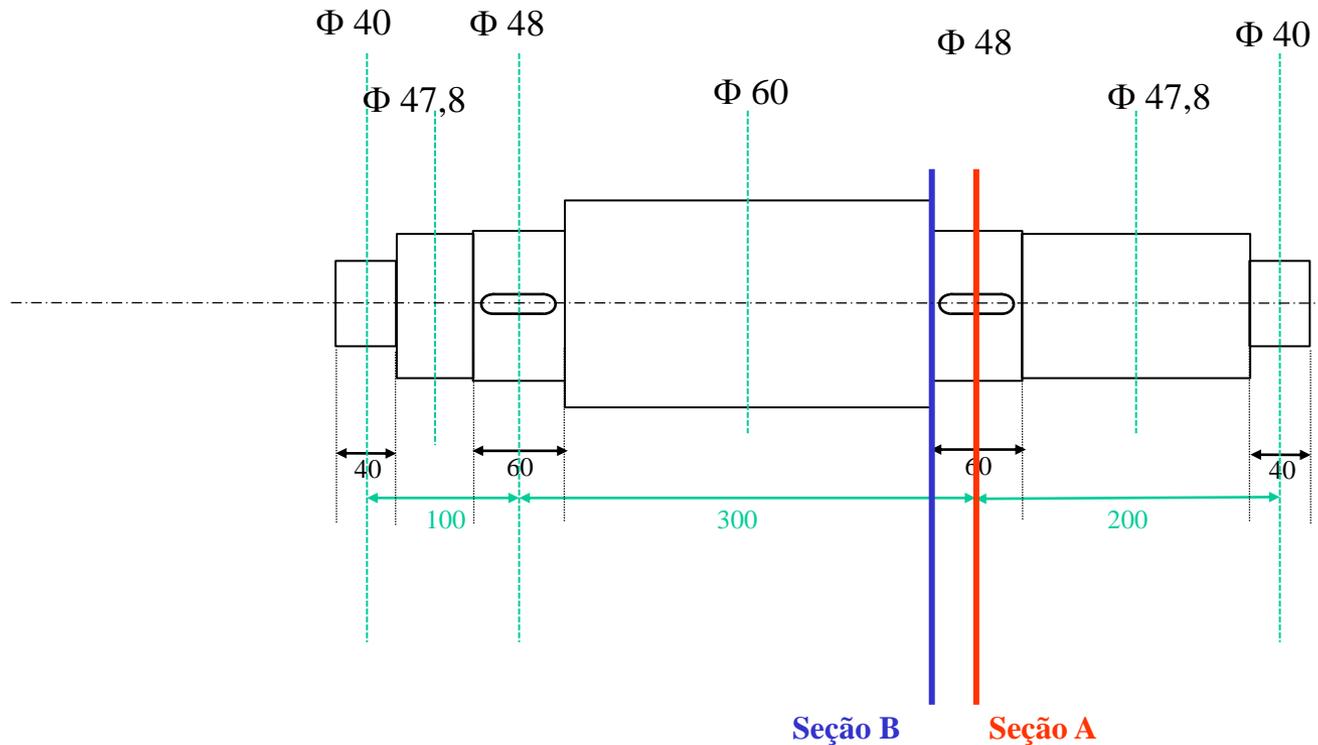
$$d = (40 \text{ a } 48) \text{ mm}$$

Adotado: $d = 48 \text{ mm}$

Atualização croquis inicial



Seções críticas à fadiga



Seção A: maiores esforços atuantes, chaveta

Seção B: altos esforços atuantes, escalonamento

Verificação da seção a

Cálculo de σ_{adm}

$$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

S_F : gráfico à fadiga (Figura 1, aula 05): $S_F = 33 \text{ Kgf/mm}^2 = 330 \text{ MPa}$

b_1 : acabamento médio = 0,88

b_2 : dimensão 48 mm = 0,85

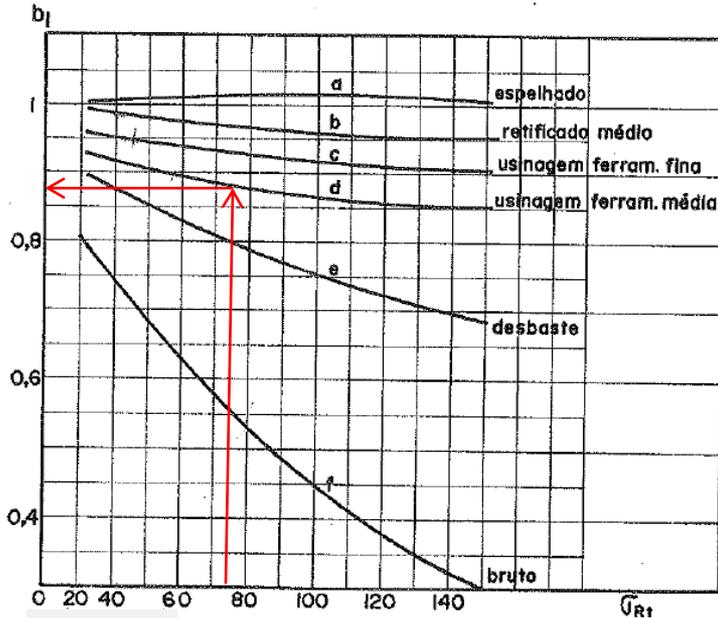


Figura 4

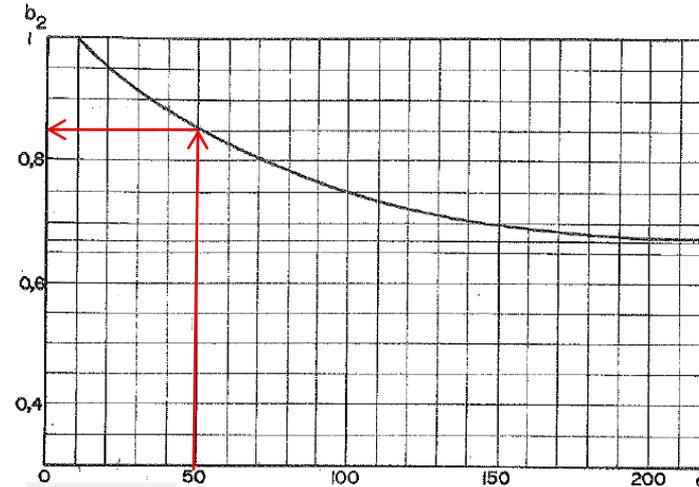


Figura 5

$b_3 = 1$ (seção circular)

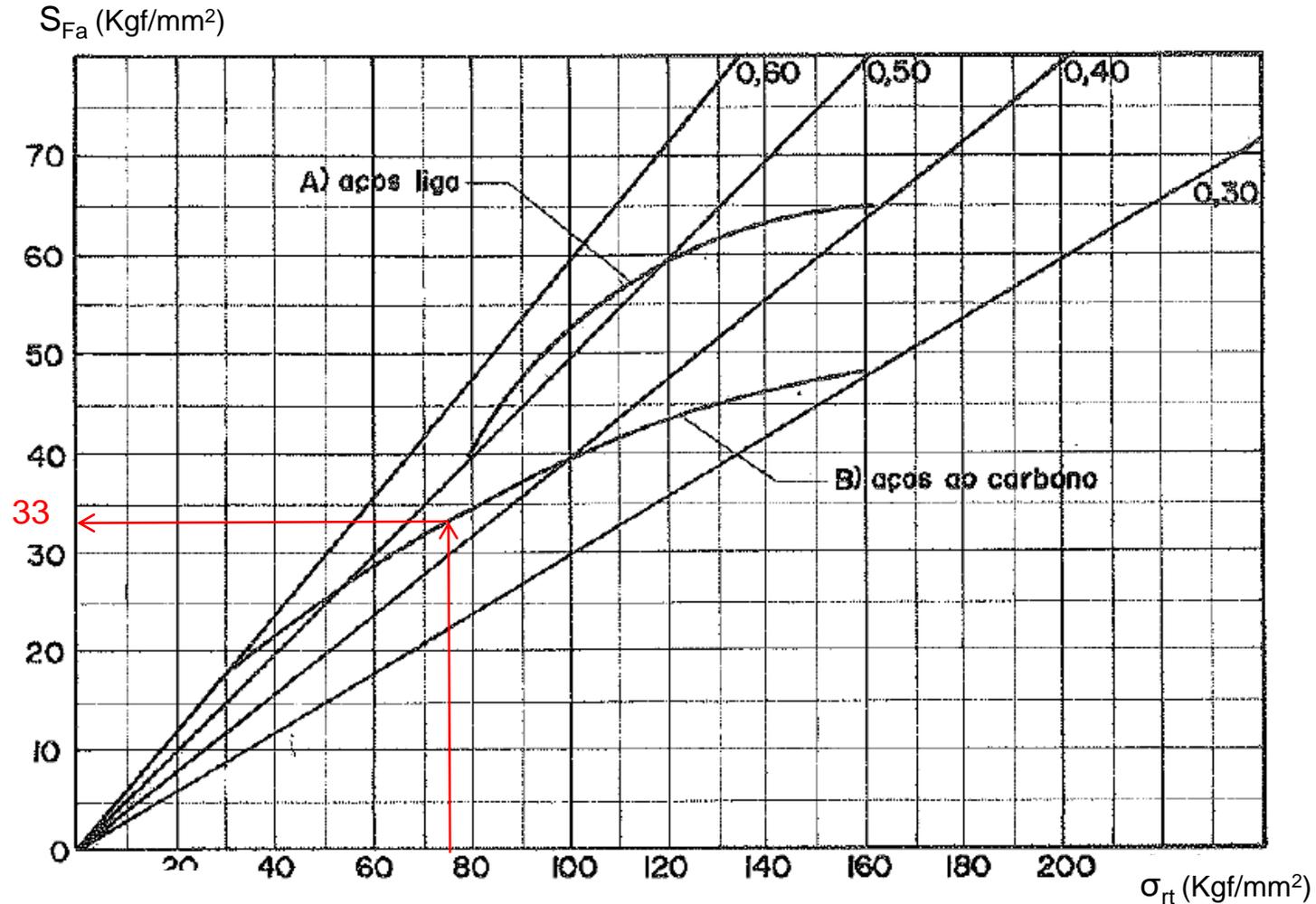


Figura 1 - Curvas do limite de resistência à fadiga alternada simétrica de **FLEXÃO (Pura e mista)** para aços em função da tensão de ruptura a Tração.

$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$: Coeficientes de Segurança
Valores adotados

- η_1 : Leva em conta as incertezas de dados metalúrgicos e tratamentos térmicos

$$\eta_1 = 1,1$$

$$1,0 \leq \eta_1 \leq 1,2$$

- η_2 : Hipóteses simplificadoras
 $1,25 \leq \eta_2 \leq 1,5$ Incertezas quanto ao β_k
 Incertezas de solicitação,
 $1,1 \leq \eta_2 \leq 1,25$ modelo, carga e vínculos.

$$\eta_2 = 1,2$$

- η_3 : Importância da falha da peça

$$1,0 \leq \eta_3 \leq 1,25$$

$$\eta_3 = 1,1$$

- η_4 : Incerteza da determinação do valor das cargas

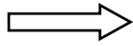
$$1,0 \leq \eta_4 \leq 1,2$$

$$\eta_4 = 1,1$$

- η_5 : Leva em conta choques e sobrecargas

$$\eta_5 = 1,0$$

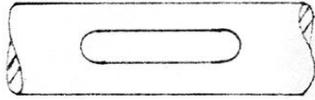
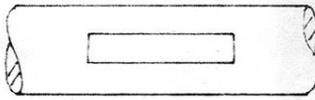
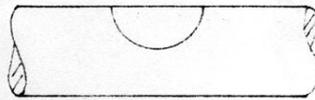
Grupo	Tipo de Choque	η_5
I	Leves	1,0 a 1,1
II	Médios	1,2 a 1,5
III	Fortes	1,5 a 2,0
IV	Muito Fortes	2,0 a 3,0

β_k


Coeficiente de entalhe para sollicitação dinâmica

Valores adotados
(aço 1050 temperado)

 1) Sollicitação de flexão
alternada simétrica

	VALORES DE β (β_{kf})	
	EIXO AÇO CARBONO	EIXO AÇO CARBONO TRATADO OU AÇO-LIGA
A) RASGOS COM FRESA DE TOPO 	1,6	2,0
B) RASGOS COM FRESA WOODROFF (DE DISCO) 	1,3	1,6
C) RASGOS CHAVETA AMERICANA (MEIA LUA) 	2,0	3,0

$$\beta_{kf} = 2,0$$

 2) Sollicitação de torção
alternada simétrica

	VALORES DE β	
	EIXO AÇO CARBONO	EIXO AÇO CARBONO TRATADO OU AÇO-LIGA
A) QUALQUER TIPO DE RASGO EXCETO AMERICANA	1,3	1,6
B) RASGO AMERICANA	1,6	2,0

$$\beta_{kt} = 1,6$$

$$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5} \quad \rightarrow \quad \sigma_{adm} = 330 \cdot \frac{0,88 \cdot 0,85 \cdot 1}{2,0 \cdot 1,1 \cdot 2,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1} = 77,27 \text{ MPa}$$

Cálculo de σ^*

Como o eixo gira, isto vai submeter um ponto qualquer à solicitação de fadiga com $k_f = \infty$. No caso do momento torçor, seu valor é considerado constante e portanto neste caso $k_t = 1$. Temos portanto um caso de flexão e torção combinados, $k_f = \infty$ e $k_t = 1$.

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2} \qquad H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}}$$

Parâmetros geométricos:

$$\text{Área da seção: } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,048^2}{4} = 1,81 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{Módulo de resistência à flexão: } W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,048^3}{32} = 1,08 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{Módulo à resistência à torção: } W_t = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 0,048^3}{16} = 2,16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{Tensão tangencial limite ao escoamento: } \tau_e = 0,577 \cdot \sigma_e = 0,577 \cdot 380 = 219,26 \text{ MPa}$$

Tensão normal máxima devido à Flexão:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{fR}}{W_f} = \frac{1140,18}{1,08 \cdot 10^{-5}} = 105,58 \cdot 10^6 = 105,58 \text{ MPa}$$

Tensão cisalhamento devido à Torção:

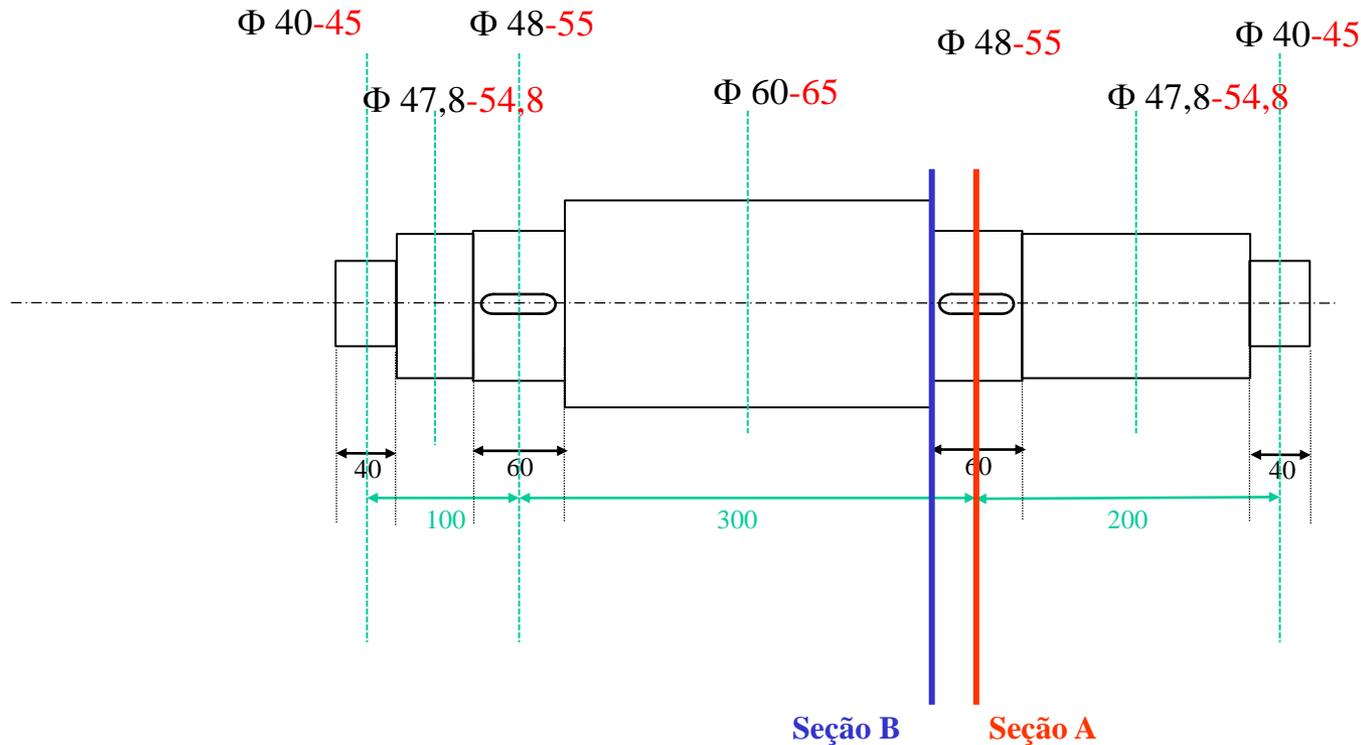
$$\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{450}{2,16 \cdot 10^{-5}} = 20,84 \cdot 10^6 = 20,84 \text{ MPa}$$

$$H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}} = \frac{330 \cdot 1,6}{219,26 \cdot 2,0} = 1,20$$

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2} = \sqrt{105,58^2 + 1,20^2 \cdot 20,84^2} = \mathbf{108,50 \text{ MPa}}$$

$$\sigma^* = \mathbf{108,50 \text{ MPa}} > \sigma_{adm} = \mathbf{77,27 \text{ MPa}} \quad \mathbf{\rightarrow \text{ RECALCULAR !!}}$$

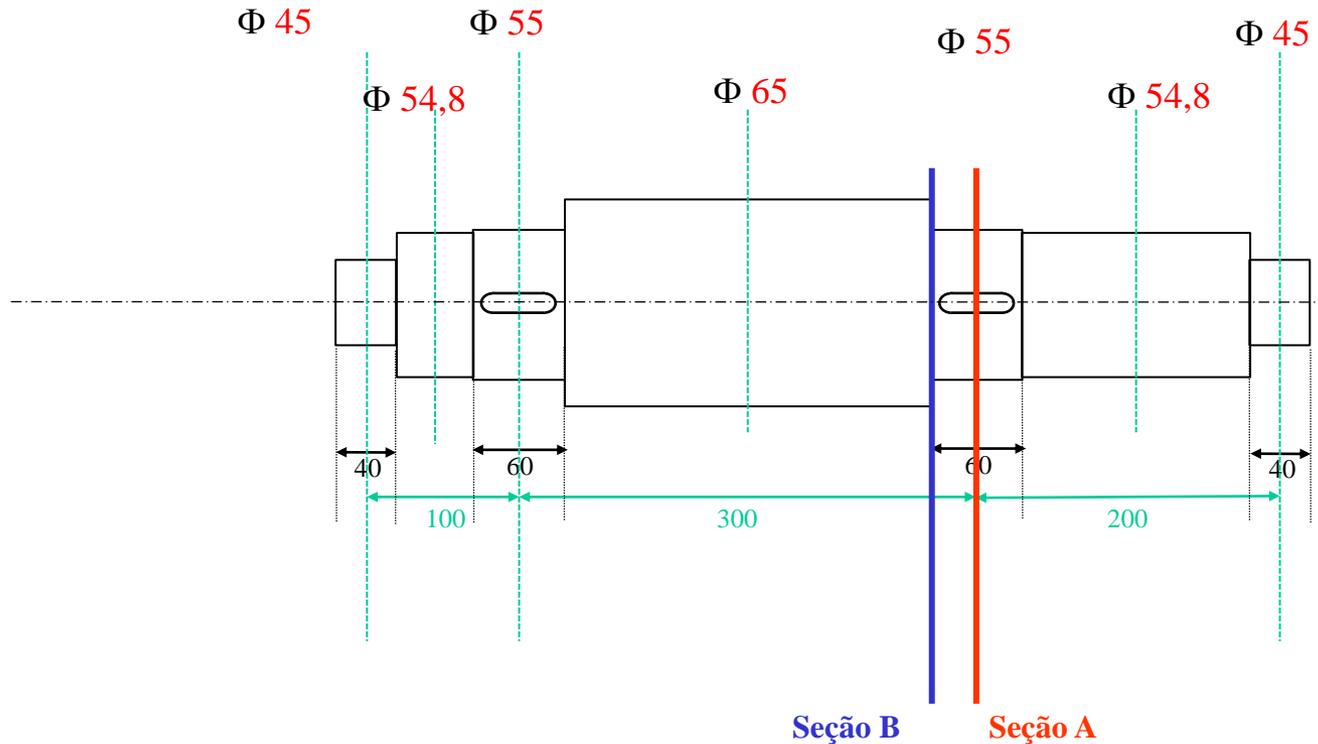
Adotando novos diâmetros



Seção A: maiores esforços atuantes, chaveta

Seção B: altos esforços atuantes, escalonamento

Adotando novos diâmetros



Seção A: maiores esforços atuantes, chaveta

Seção B: altos esforços atuantes, escalonamento

Verificação da seção A

Cálculo de σ_{adm}

$$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

S_F : gráfico à fadiga (Figura 1, aula 05): $S_F = 33 \text{ Kgf/mm}^2 = 330 \text{ MPa}$

b_1 : acabamento médio = 0,88

b_2 : dimensão 55 mm = 0,83

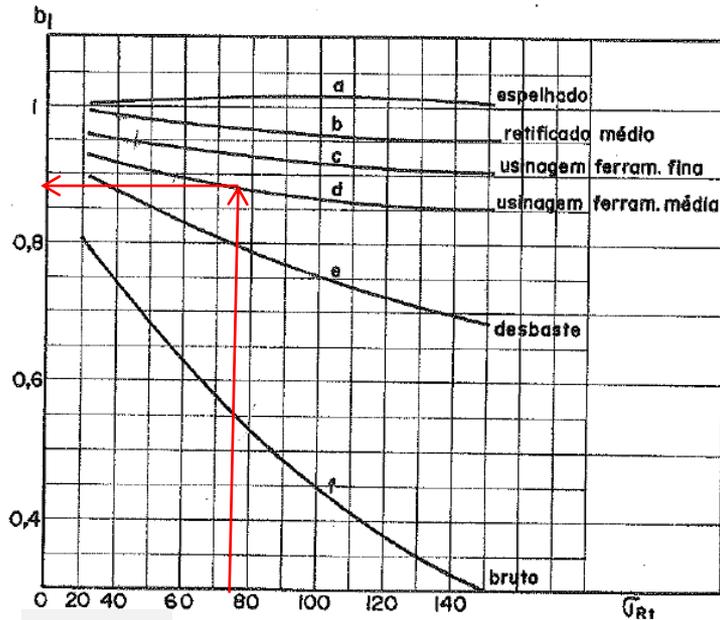


Figura 4

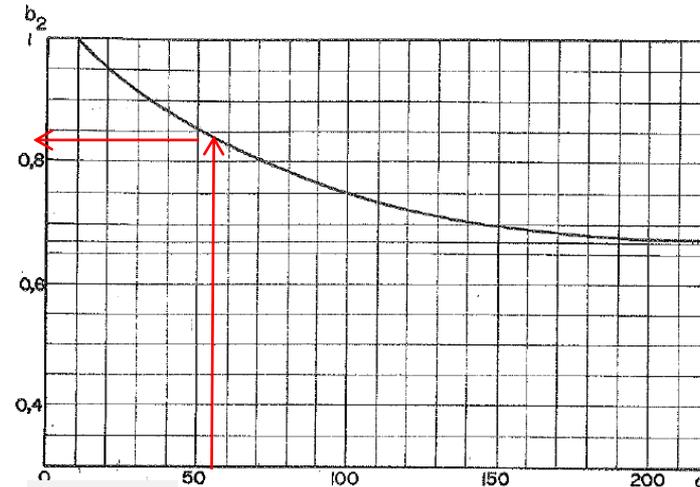


Figura 5

$b_3 = 1$ (seção circular)

$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$: Coeficientes de Segurança

Valores adotados

- η_1 : Leva em conta as incertezas de dados metalúrgicos e tratamentos térmicos

$\eta_1 = 1,1$

$$1,0 \leq \eta_1 \leq 1,2$$

- η_2 : Hipóteses simplificadoras
 $1,25 \leq \eta_2 \leq 1,5$ Incertezas quanto ao β_k
 Incertezas de solicitação,
 $1,1 \leq \eta_2 \leq 1,25$ modelo, carga e vínculos.

$\eta_2 = 1,2$

- η_3 : Importância da falha da peça

$$1,0 \leq \eta_3 \leq 1,25$$

$\eta_3 = 1,1$

- η_4 : Incerteza da determinação do valor das cargas

$$1,0 \leq \eta_4 \leq 1,2$$

$\eta_4 = 1,1$

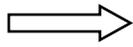
- η_5 : Leva em conta choques e sobrecargas

$\eta_5 = 1,0$

Grupo	Tipo de Choque	η_5
I	Leves	1,0 a 1,1
II	Médios	1,2 a 1,5
III	Fortes	1,5 a 2,0
IV	Muito Fortes	2,0 a 3,0

Conhecido o valor da tensão admissível de fadiga S_{Fadm} , está terminado o estudo de fadiga

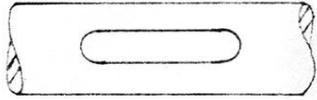
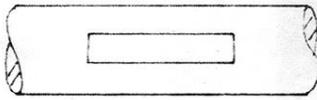
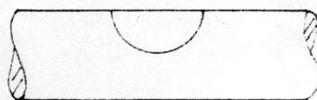
β_k



Coeficiente de entalhe para sollicitação dinâmica

Valores adotados
(aço 1050 temperado)

1) Sollicitação de flexão
alternada simétrica

	VALORES DE β (β_{kf})	
	EIXO AÇO CARBONO	EIXO AÇO CARBONO TRATADO OU AÇO-LIGA
A) RASGOS COM FRESA DE TOPO 	1,6	2,0
B) RASGOS COM FRESA WOODROFF (DE DISCO) 	1,3	1,6
C) RASGOS CHAVETA AMERICANA (MEIA LUA) 	2,0	3,0

$$\beta_{kf} = 2,0$$

2) Sollicitação de torção
alternada simétrica

	VALORES DE β	
	EIXO AÇO CARBONO	EIXO AÇO CARBONO TRATADO OU AÇO-LIGA
A) QUALQUER TIPO DE RASGO EXCETO AMERICANA	1,3	1,6
B) RASGO AMERICANA	1,6	2,0

$$\beta_{kt} = 1,6$$

$$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5} \quad \rightarrow \quad \sigma_{adm} = 330 \cdot \frac{0,88 \cdot 0,83 \cdot 1}{2,0 \cdot 1,1 \cdot 2,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1} = 75,45 \text{ MPa}$$

Cálculo de σ^*

Como o eixo gira, isto vai submeter um ponto qualquer à solicitação de fadiga com $k_f = \infty$. No caso do momento torçor, seu valor é considerado constante e portanto neste caso $k_t = 1$. Temos portanto um caso de flexão e torção combinados, $k_f = \infty$ e $k_t = 1$.

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2} \qquad H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}}$$

Parâmetros geométricos:

$$\text{Área da seção: } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,055^2}{4} = 2,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{Módulo de resistência à flexão: } W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,055^3}{32} = 1,63 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{Módulo à resistência à torção: } W_t = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 0,055^3}{16} = 3,26 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{Tensão tangencial limite ao escoamento: } \tau_e = 0,577 \cdot \sigma_e = 0,577 \cdot 380 = 219,26 \text{ MPa}$$

Tensão normal máxima devido à Flexão:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{fR}}{W_f} = \frac{1140,18}{1,63 \cdot 10^{-5}} = 69,95 \cdot 10^6 = 69,95 \text{ MPa}$$

Tensão cisalhamento devido à Torção:

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{450}{3,26 \cdot 10^{-5}} = 20,84 \cdot 10^6 = 13,80 \text{ MPa}$$

$$H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}} = \frac{330 \cdot 1,6}{219,26 \cdot 2,0} = 1,20$$

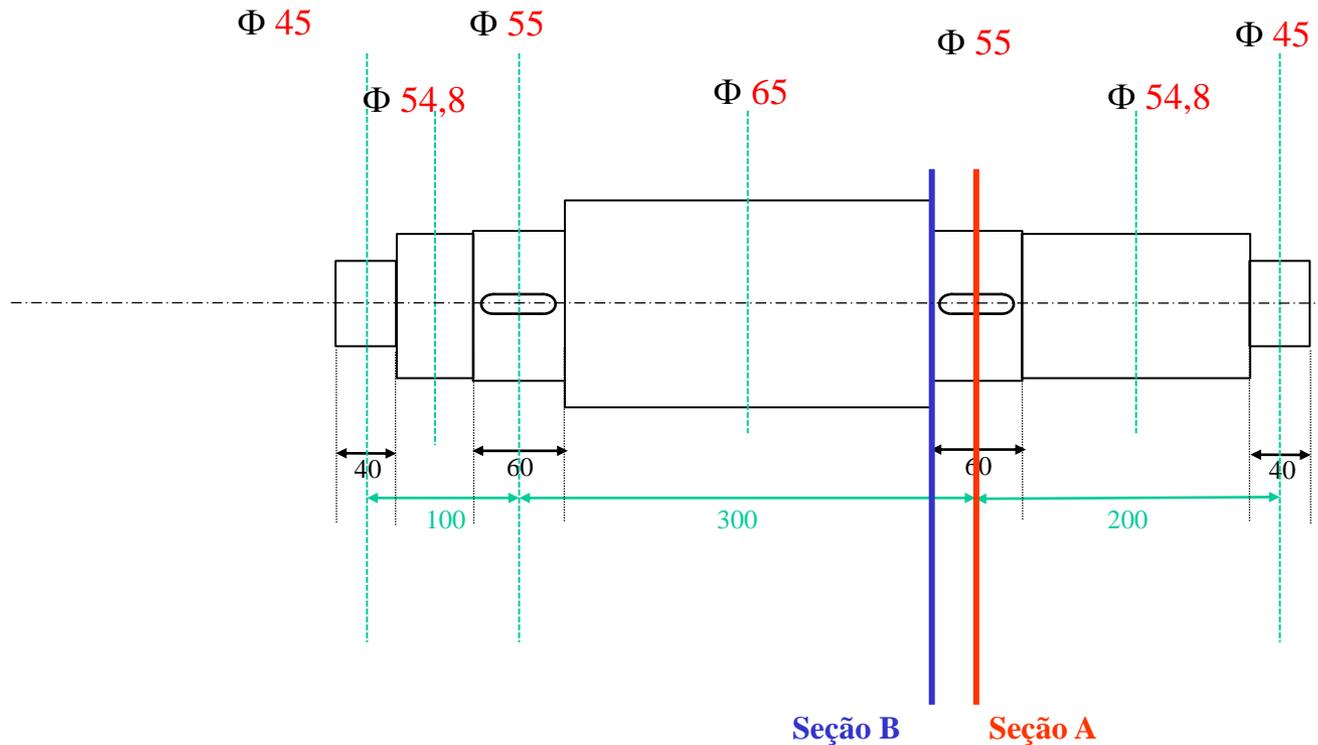
$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2} = \sqrt{69,95^2 + 1,20^2 \cdot 13,80^2} = 71,30 \text{ MPa}$$

$$\sigma^* = 71,30 \text{ MPa} < \sigma_{adm} = 75,45 \text{ MPa} \quad \rightarrow \text{OK!}$$

$$\text{coef. segurança} = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma^*} = \frac{75,45}{71,30} = 1,06$$

Embora maior que 1,0, recomenda-se aumentar novamente o diâmetro para se chegar em um valor entre 1,1 e 1,3.

Verificação da seção B



Seção A: maiores esforços atuantes, chaveta

Seção B: altos esforços atuantes, escalonamento

Verificação da seção B

Cálculo de σ_{adm}

$$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

S_F : gráfico à fadiga (Figura 1, aula 05): $S_F = 33 \text{ Kgf/mm}^2 = 330 \text{ MPa}$

b_1 : acabamento médio = 0,88

b_2 : dimensão 55 mm = 0,83

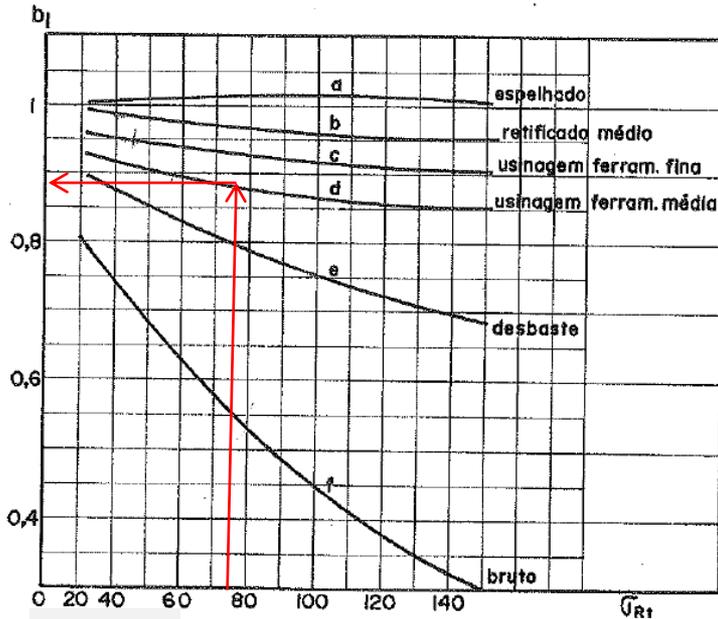


Figura 4

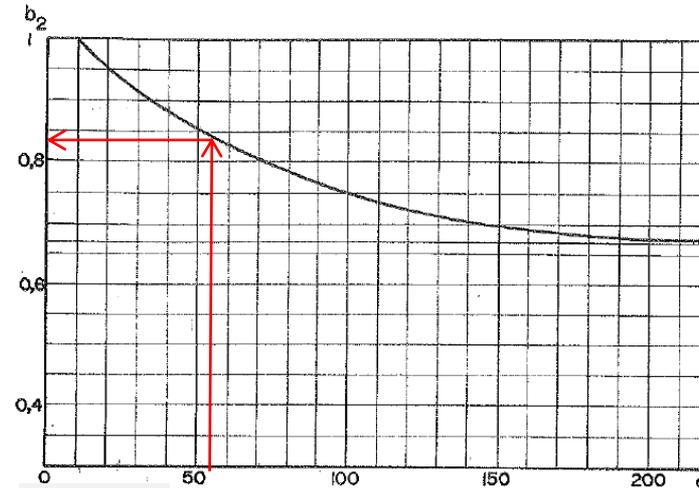


Figura 5

$b_3 = 1$ (seção circular)

$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$: Coeficientes de Segurança

Valores adotados

- η_1 : Leva em conta as incertezas de dados metalúrgicos e tratamentos térmicos

$\eta_1 = 1,1$

$$1,0 \leq \eta_1 \leq 1,2$$

- η_2 : Hipóteses simplificadoras
 $1,25 \leq \eta_2 \leq 1,5$ Incertezas quanto ao β_k
 Incertezas de solicitação,
 $1,1 \leq \eta_2 \leq 1,25$ modelo, carga e vínculos.

$\eta_2 = 1,2$

- η_3 : Importância da falha da peça

$$1,0 \leq \eta_3 \leq 1,25$$

$\eta_3 = 1,1$

- η_4 : Incerteza da determinação do valor das cargas

$$1,0 \leq \eta_4 \leq 1,2$$

$\eta_4 = 1,1$

- η_5 : Leva em conta choques e sobrecargas

$\eta_5 = 1,0$

Grupo	Tipo de Choque	η_5
I	Leves	1,0 a 1,1
II	Médios	1,2 a 1,5
III	Fortes	1,5 a 2,0
IV	Muito Fortes	2,0 a 3,0

Conhecido o valor da tensão admissível de fadiga S_{Fadm} , está terminado o estudo de fadiga

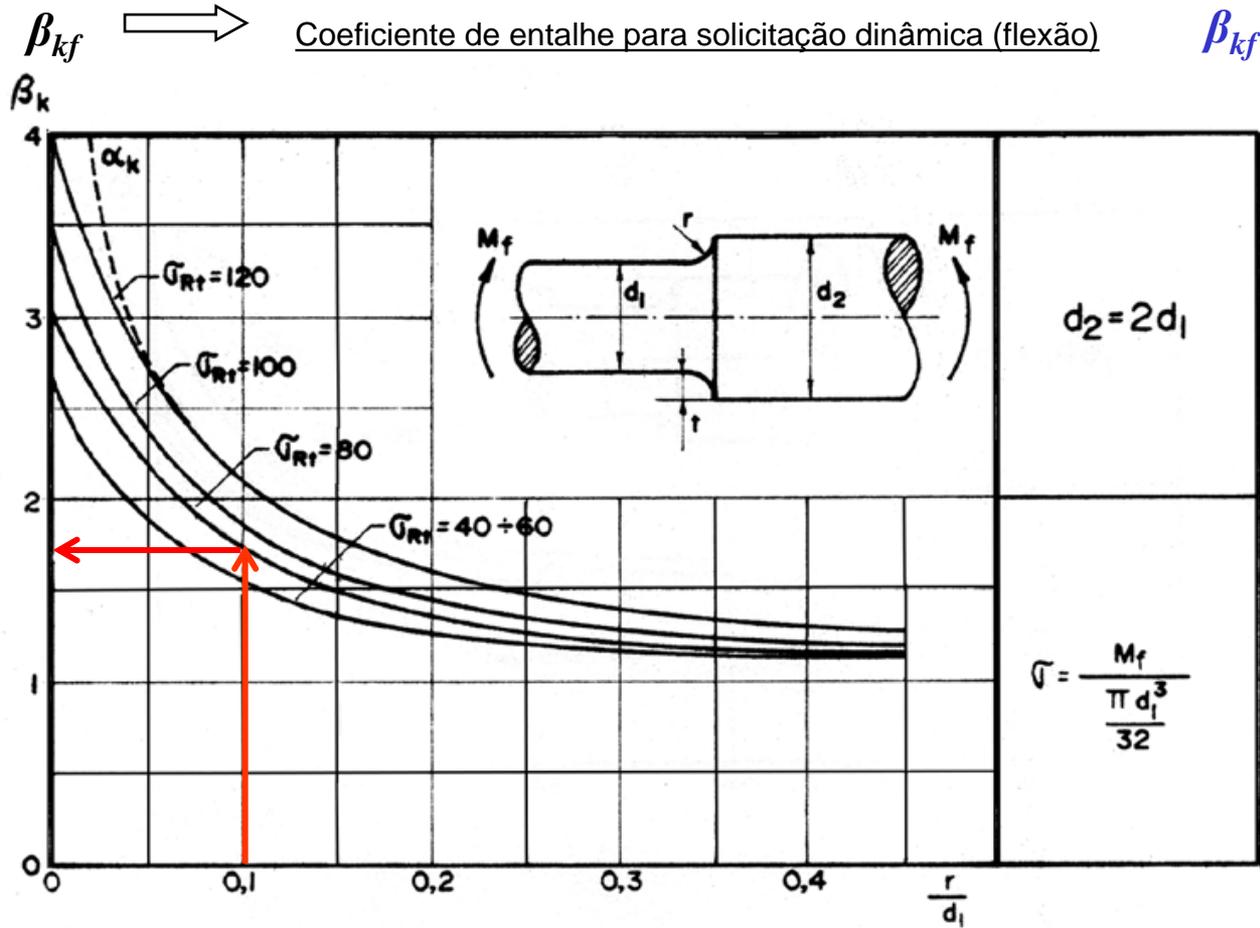


Figura 8

$\beta_{kf} = 1,7$ para $d_2=2d_1$

No nosso caso: $\frac{d_2}{d_1} = \frac{65}{55} = 1,18$

$$\text{Para } \frac{d_2}{d_1} \neq 2 \Rightarrow \beta_k = 1 + c \left(\beta_k^{\frac{d_2}{d_1} - 2} - 1 \right)$$

$$\beta_{kf} = 1 + 0,48 \cdot (1,7 - 1) = 1,336$$

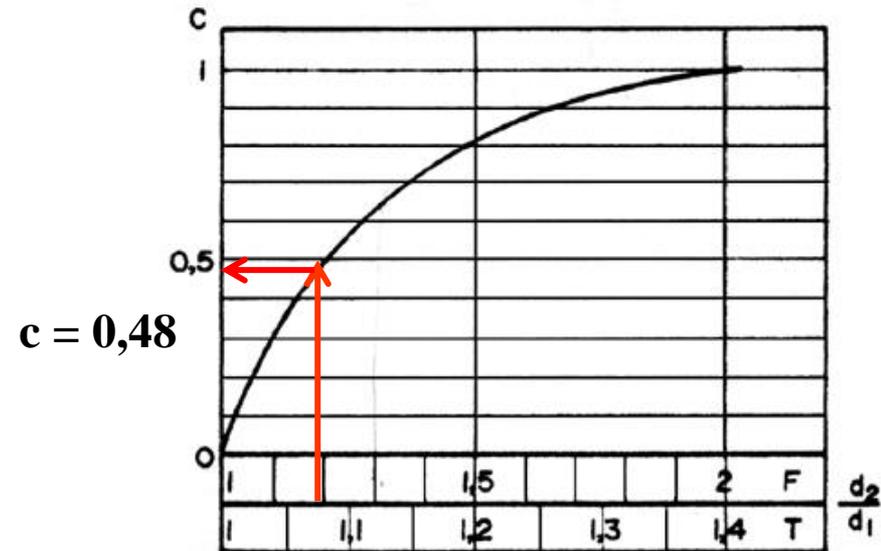


Figura 10

β_{kt} \longrightarrow Coeficiente de entalhe para sollicitação dinâmica (torção) β_{kt}

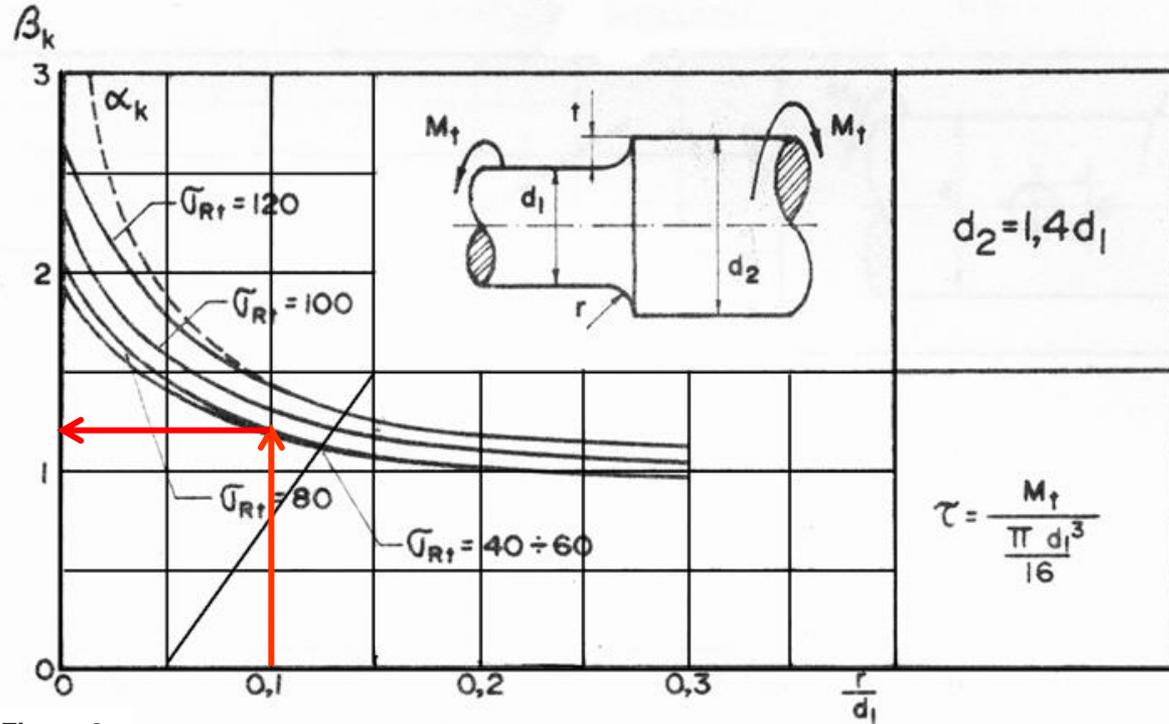


Figura 9

$$\beta_{kt} = 1,2 \quad \text{para } d_2=1,4d_1$$

No nosso caso: $\frac{d_2}{d_1} = \frac{65}{55} = 1,18$

$$\text{Para } \frac{d_2}{d_1} \neq 2 \Rightarrow \beta_k = 1 + c \left(\beta_k \frac{d_2}{d_1} - 1 \right)$$

$$\beta_{kt} = 1 + 0,8 \cdot (1,2 - 1) = 1,16$$

$c = 0,8$

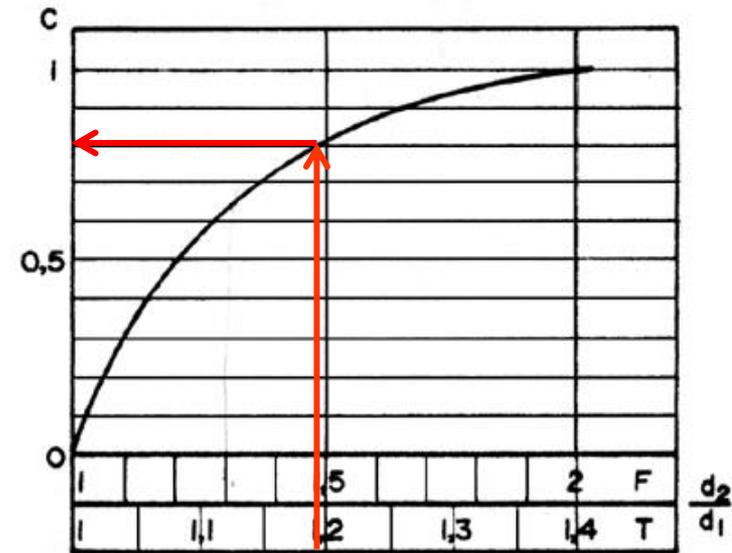


Figura 10

$$\sigma_{adm} = S_{Fadm} = S_F \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5} \quad \rightarrow \quad \sigma_{adm} = 330 \cdot \frac{0,88 \cdot 0,83 \cdot 1}{1,336 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1} = 112,96 \text{ MPa}$$

Cálculo de σ^*

Como o eixo gira, isto vai submeter um ponto qualquer à solicitação de fadiga com $k_f = \infty$. No caso do momento torçor, seu valor é considerado constante e portanto neste caso $k_t = 1$. Temos portanto um caso de flexão e torção combinados, $k_f = \infty$ e $k_t = 1$.

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2} \qquad H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}}$$

Parâmetros geométricos:

$$\text{Área da seção: } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,055^2}{4} = 2,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{Módulo de resistência à flexão: } W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,055^3}{32} = 1,63 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{Módulo à resistência à torção: } W_t = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 0,055^3}{16} = 3,26 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{Tensão tangencial limite ao escoamento: } \tau_e = 0,577 \cdot \sigma_e = 0,577 \cdot 380 = 219,26 \text{ MPa}$$

Tensão normal máxima devido à Flexão:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{fR}}{W_f} = \frac{1140,18}{1,63 \cdot 10^{-5}} = 69,95 \cdot 10^6 = 69,95 \text{ MPa}$$

Tensão cisalhamento devido à Torção:

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{450}{3,26 \cdot 10^{-5}} = 20,84 \cdot 10^6 = 13,80 \text{ MPa}$$

$$H = \frac{\sigma_{faf} \cdot \beta_{kt}}{\tau_e \cdot \beta_{kf}} = \frac{330 \cdot 1,16}{219,26 \cdot 1,336} = 1,30$$

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \cdot \tau^2} = \sqrt{69,95^2 + 1,30^2 \cdot 13,80^2} = 72,21 \text{ MPa}$$

$$\sigma^* = 72,21 \text{ MPa} < \sigma_{adm} = 112,96 \text{ MPa} \quad \rightarrow \quad \text{OK!}$$

$$\text{coef. segurança} = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma^*} = \frac{112,96}{72,21} = 1,56$$

Resultado final (pode ser otimizado !!)

