

Exercícios de fixação: movimento 2D

- 1) Um elétron sofre um deslocamento $\Delta\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, terminando na posição $\vec{r} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ após 1 s de movimento. Determine sua posição inicial.
- 2) A posição de um pósitron é dada por $\vec{r} = 2t^4\hat{i} - t^2\hat{j} + 3\hat{k}$. Encontre:
 - a. a função velocidade do pósitron
 - b. a velocidade no instante $t = 1$ s
 - c. a direção da velocidade, em relação ao eixo x, em $t = 1$ s
 - d. a componente x da posição em $t = 1$ s
 - e. o deslocamento entre $0 \leq t \leq 1$ s
 - f. a velocidade média entre $0 \leq t \leq 1$ s
 - g. a função aceleração do pósitron
 - h. a direção da aceleração, em relação ao eixo x, em $t = 1$ s
- 3) Em um dado instante, o módulo da velocidade de uma partícula é 3 m/s na direção sudoeste.
 - a. Desenhe o vetor velocidade no plano
 - b. Encontre a componente x do vetor velocidade
 - c. Encontre a componente y do vetor velocidade
 - d. Escreva o vetor velocidade
- 4) A posição inicial de um íon faz um ângulo de 30° com a direção x e está a 2 m da origem. Após 2 s, o íon está à 2 m da origem, em uma direção a -30° em relação ao eixo x.
 - a. Desenhe os vetores posição inicial e final do íon no plano
 - b. Encontre o deslocamento
 - c. Qual a velocidade média no movimento?
- 5) Uma partícula se move com componentes da aceleração $a_x = 4 \text{ m/s}^2$ e $a_y = -2 \text{ m/s}^2$. A velocidade inicial tem componentes $v_{0x} = 8 \text{ m/s}$ e $v_{0y} = 12 \text{ m/s}$. Qual a velocidade (vetorial) da partícula quando atinge a maior posição y?
- 6) Se um projétil é arremessado com $\vec{v}_0 = 2\hat{i} + \hat{j}$ de uma posição dada por $\vec{r}_0 = 2\hat{i}$, encontre:
 - a. as componentes v_{0x} e v_{0y}
 - b. a direção de lançamento
 - c. o tempo decorrido até que atinja sua posição mais alta
 - d. o alcance R
- 7) Um projétil é lançado a 2 m/s em uma direção que faz 30° com o a direção positiva do eixo x. Encontre o tempo para que percorra:
 - a. metade da trajetória
 - b. a trajetória inteira até voltar ao chão
- 8) Um rifle atira balas a 460 m/s em um alvo que está a 50 m de distância. Se o centro do alvo está na mesma altura do cano do rifle, para que altura acima do alvo o cano do rifle deve ser apontado para que a bala atinja o centro do alvo?

$$1) \left. \begin{aligned} \Delta \vec{r} &= 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \\ \vec{r}_f &= 4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} \end{aligned} \right\} t=1s$$

$\vec{r}_i = ?$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i \Rightarrow \vec{r}_i = \vec{r}_f - \Delta \vec{r}$$

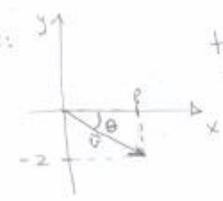
$$\Rightarrow \vec{r}_i = (4-2)\hat{i} + (2-1)\hat{j} + (1-3)\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{r}_i = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} \text{ m}$$

$$2) \vec{r} = 2t^4\hat{i} - t^2\hat{j} + 3\hat{k}$$

a) $\vec{v}(t) = ? \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 8t^3\hat{i} - 2t\hat{j} \text{ m/s}$

b) $\vec{v}(1) = 8 \cdot 1^3\hat{i} - 2 \cdot 1\hat{j} \Rightarrow \vec{v}(1) = 8\hat{i} - 2\hat{j} \text{ m/s}$

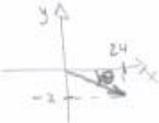
c) em relação aos eixos x:  $\text{tg } \theta = \frac{-2}{8} \Rightarrow \theta = \text{arctg } \frac{-2}{8} \Rightarrow \theta = -14^\circ$

d) $\vec{r}_x(1) = ?$
 $\vec{r}_x(1) = 2 \cdot 1^4\hat{i} \Rightarrow \vec{r}_x(1) = 2\hat{i} \text{ m}$

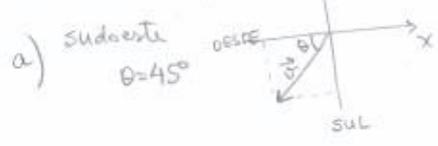
e) $\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = \vec{r}(1) - \vec{r}(0) = (2 \cdot 1^4\hat{i} - 1^2\hat{j} + 3\hat{k}) - (2 \cdot 0^4\hat{i} - 0^2\hat{j} + 3\hat{k})$
 $\Rightarrow \Delta \vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} \text{ m}$

f) $\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{2\hat{i} - \hat{j}}{1} = 2\hat{i} - \hat{j} \text{ m/s}$

g) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(8t^3\hat{i} - 2t\hat{j})}{dt} \Rightarrow \vec{a} = 24t^2\hat{i} - 2\hat{j} \text{ m/s}^2$

h) $\vec{a}(1) = 24 \cdot 1^2\hat{i} - 2\hat{j} = 24\hat{i} - 2\hat{j}$  $\text{tg } \theta = \frac{-2}{24} \Rightarrow \theta = \text{arctg } \frac{-2}{24} \Rightarrow \theta = -4,8^\circ$

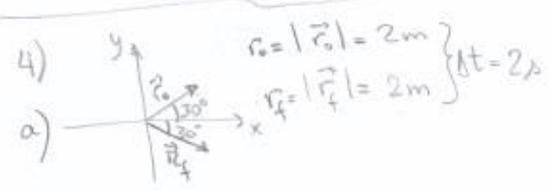
3) $v = |\vec{v}| = 3 \text{ m/s}$



b) $\vec{v}_x = v \cdot \cos \theta (-\hat{i}) = -3 \cdot \cos 45^\circ \hat{i} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_x = -2,1 \hat{i}} \text{ m/s}$

c) $\vec{v}_y = v \cdot \sin \theta (-\hat{j}) = -3 \cdot \sin 45^\circ \hat{j} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_y = -2,1 \hat{j}} \text{ m/s}$

d) $\vec{v} = -2,1 \hat{i} - 2,1 \hat{j} \text{ m/s}$



b) $\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0 = (r_{xf} - r_{x0}) \hat{i} + (r_{yf} - r_{y0}) \hat{j} = (x_f - x_0) \hat{i} + (y_f - y_0) \hat{j}$

$r_{xf} = r_{x0} = r \cdot \cos \theta = 2 \cdot \cos 30^\circ = 1,73 \text{ m}$
 $r_{yf} = |\vec{r}_f| \cdot \sin(-30^\circ) = 2 \cdot \sin(-30^\circ) = -1 \text{ m}$
 $r_{y0} = |\vec{r}_0| \cdot \sin(30^\circ) = 2 \cdot \sin 30^\circ = 1 \text{ m}$

$\Rightarrow \Delta \vec{r} = (1,73 - 1,73) \hat{i} + (-1 - 1) \hat{j}$
 $\Rightarrow \boxed{\Delta \vec{r} = -2 \hat{j}} \text{ m}$

c) $\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{-2 \hat{j}}{2} = -\hat{j} \text{ m}$

5) $a_x = 4 \text{ m/s}^2$ $v_{0x} = 8 \text{ m/s}$
 $a_y = -2 \text{ m/s}^2$ $v_{0y} = 12 \text{ m/s}$

P/ $v_{y \max} \rightarrow v_y = 0 \Rightarrow$ apenas haverá v_x

em y: $v_y = v_{0y} + a_y t \Rightarrow 0 = 12 - 2t \Rightarrow t = 6 \text{ s}$

em x: $v_x = v_{0x} + a_x t \Rightarrow v_x = 8 + 4 \cdot 6 = \boxed{32 \text{ m/s}}$

6) $\vec{v}_0 = 2\hat{i} + \hat{j}$
 $\vec{v}_0 = 2\hat{i}$

a) $v_{0x} = 2 \text{ m/s}$
 $v_{0y} = 1 \text{ m/s}$

$v_0 = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ m/s}$

(3)

b) $\tan\theta = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} 0,5 \Rightarrow \theta = 26,6^\circ$

c) em $y_{\max} \Rightarrow v_y = 0$

$\Rightarrow v_y = v_{0y} - gt$ se $v_y = 0 \Rightarrow v_{0y} = gt$

$\Rightarrow t = \frac{1}{9,8} = 0,1 \text{ s}$

d) $R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta = \frac{5}{9,8} \sin(2 \times 26,6) = 0,41 \text{ m}$

$\Rightarrow X_f = X_0 + R = 2 + 0,41 = 2,41 \text{ m}$

alternativamente: em $R \Rightarrow t = 0,2 \text{ s}$

$x = x_0 + v_{0x} t \Rightarrow x = 2 + 2 \cdot 0,2 = 2,4 \text{ m}$

$\Rightarrow R = 0,4 \text{ m}$

7) $v_0 = 2 \text{ m/s}$
 $\theta = 30^\circ$

a) na metade da trajetória: y_{\max} e $v_y = 0$

$\Rightarrow 0 = v_0 \sin\theta - gt \Rightarrow t = \frac{2 \cdot \sin 30^\circ}{9,8} = 0,1 \text{ s}$

b) como $v_x = \underline{cte} \Rightarrow$ tempo $p/ R = 2 \times$ tempo para y_{\max}

$\Rightarrow t = 0,2 \text{ s}$

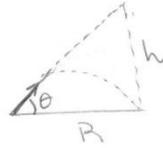
alternativamente: no final da trajetória, $y = 0$:

$0 = v_0 \sin 30^\circ t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow 2 \cdot \sin 30^\circ t - \frac{9,8}{2} t^2 = 0$

$\Rightarrow -4,9t^2 + t = 0$

$t = 0 \quad t = 0,2 \text{ s}$

8) $v_0 = 460 \text{ m/s}$
 $R = 50 \text{ m}$
 $h = ?$



$$R = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\theta$$

$$\Rightarrow \frac{R \cdot g}{v_0^2} = \sin 2\theta$$

$$\Rightarrow \sin^{-1} \left(\frac{R \cdot g}{v_0^2} \right) = 2\theta$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{50 \times 9,8}{460^2} \right) \Rightarrow \boxed{\theta = 0,07^\circ}$$

$$\text{tg} \theta = \frac{h}{R} \Rightarrow h = R \text{tg} \theta = 50 \times \text{tg} 0,07^\circ$$

$$\Rightarrow h = 0,057 \text{ m} = \boxed{5,7 \text{ cm}}$$

(4)