



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Elementos de Máquinas para Automação

PMR 3307 - A05

Introdução a falha por fadiga mecânica

2023.2



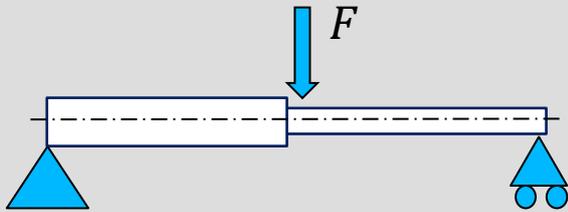
Tópicos

- ▶ Introdução
- ▶ Concentradores de tensões
- ▶ Fratura Mecânica

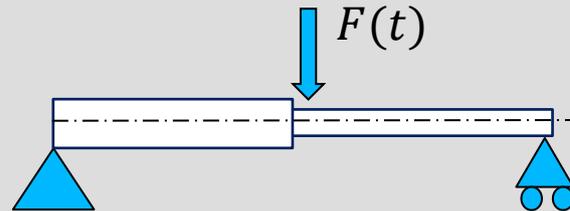


Considerações de falha de elementos de máquinas

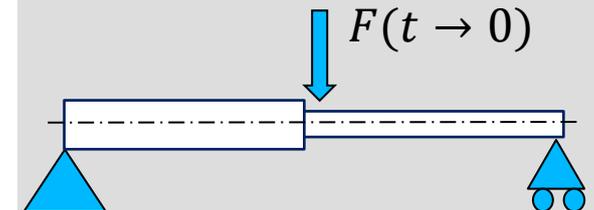
Condição estática



Condição dinâmica

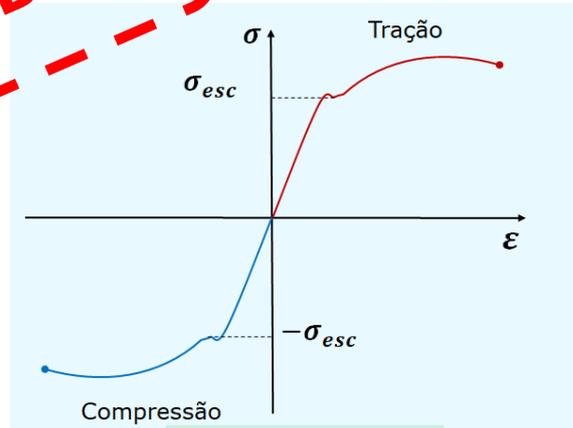


Condição impacto



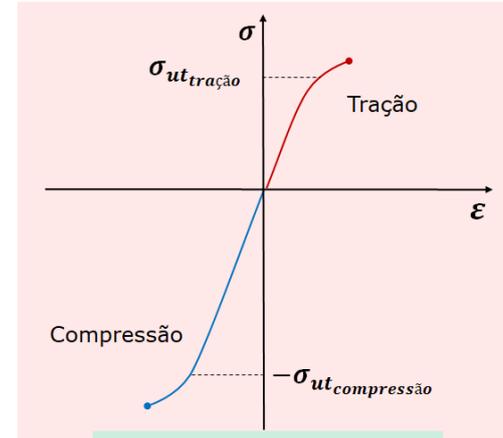


Materiais Dúcteis



$$\sigma_{esc} \cong -\sigma_{esc}$$

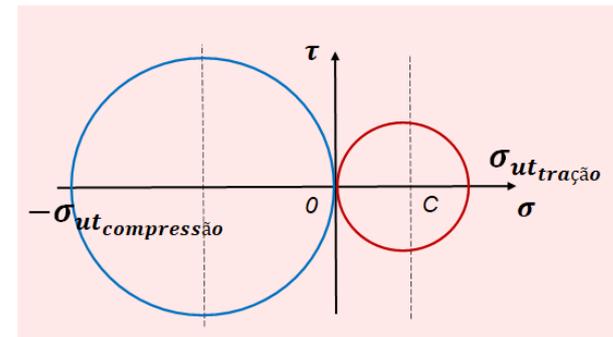
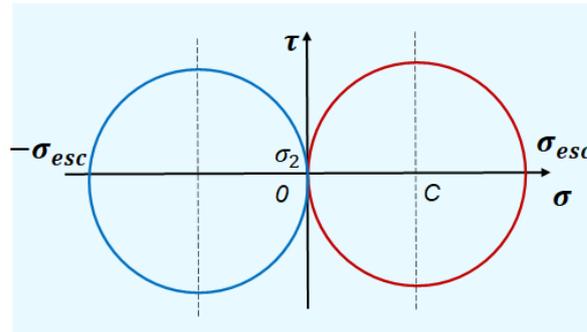
Materiais Frágeis



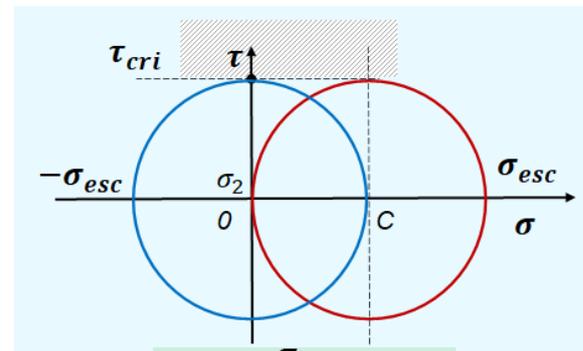
$$\sigma_{utcompressão} \gg \sigma_{uttração}$$

Sobreposição dos resultados dos ensaios de tração e compressão

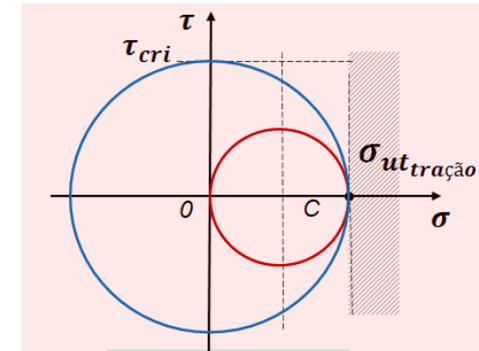
Sobreposição dos círculos de Mohr para tração e compressão



Sobreposição dos círculos de Mohr para ensaios de tração e torção



$$0,5 < \frac{\tau_{cri}}{\sigma_{esc}} < 0,6$$



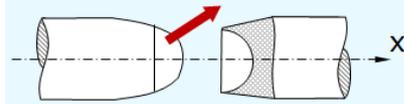
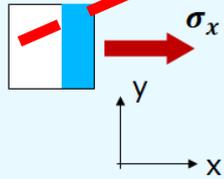
$$\tau_{cri} \cong \sigma_{uttração}$$



Materiais Dúcteis

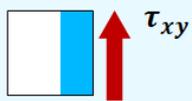
Tracção

Tensões Normais

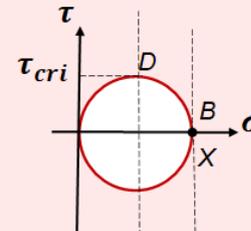


Torção

Tensões Cisalhantes

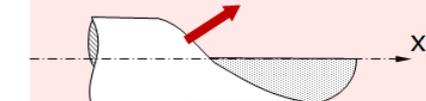
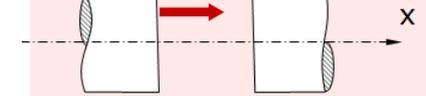
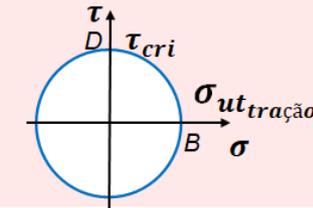


Materiais Frágeis

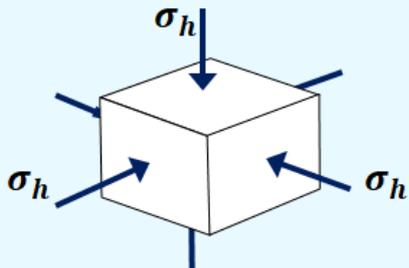


Torção

Tensões Cisalhantes

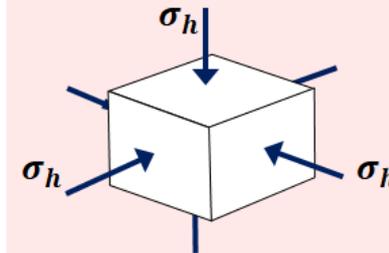


Hidrostática

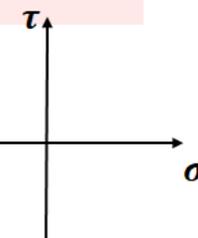


$$\sigma_{esc} \gg \sigma_h$$

Hidrostática



$$\sigma_{uttração} \cong \sigma_h$$





Teorias de falha -> Dúcteis

- Máxima tensão cisalhante - *Maximum shear stress*
- Máxima energia de distorção - *Maximum distortion energy*
- Teoria Coulomb-Mohr para materiais dúcteis

Teorias de falha -> Frágeis

- Máxima tensão normal - *Maximum normal stress*
- Falha frágil Coulomb-Mohr - *Brittle Coulomb-Mohr*
- Mohr modificado - *Modified Mohr*

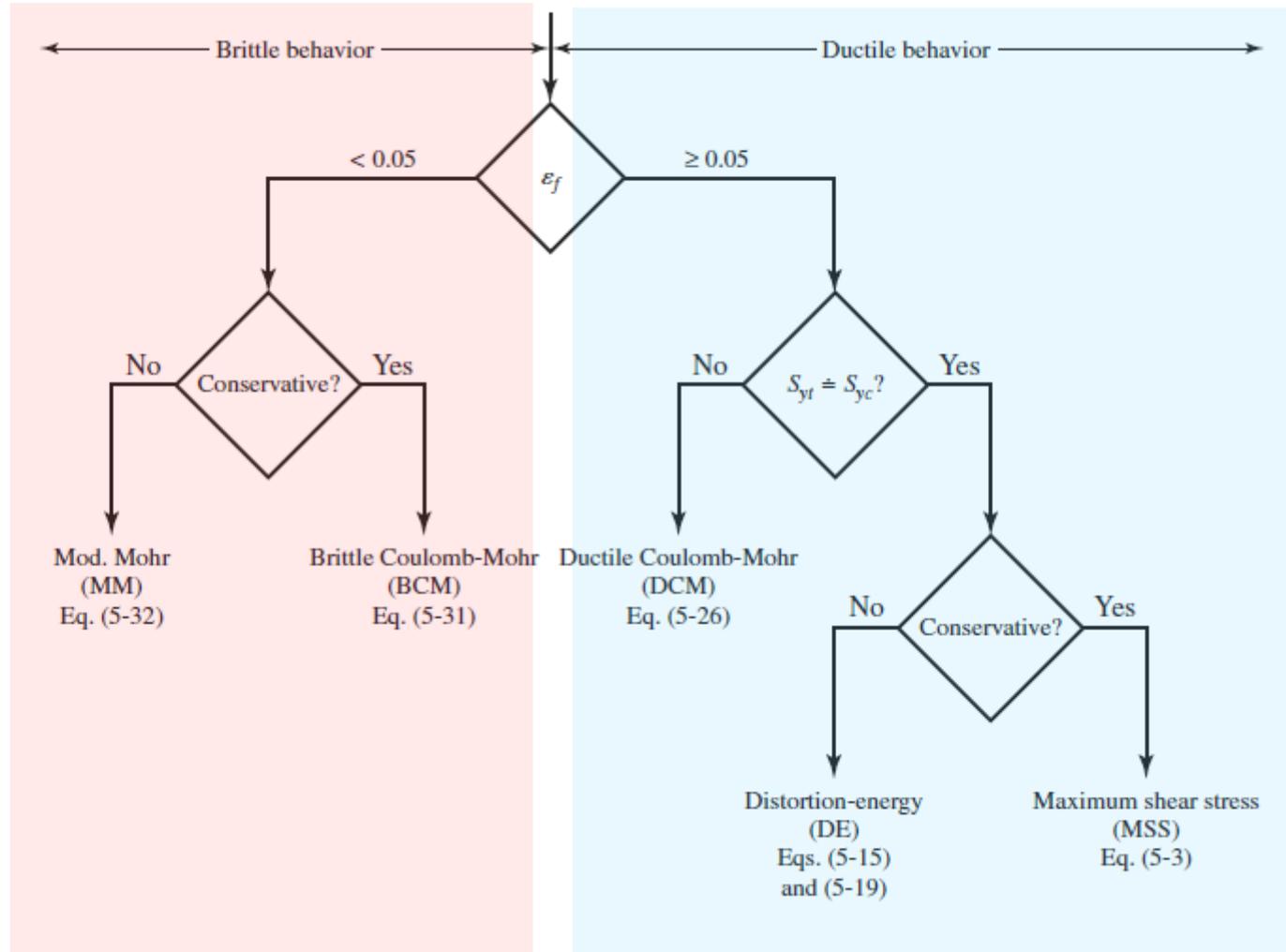


RELEBRANDO!

Fluxograma para seleção da teoria de falha

Figure 5-21

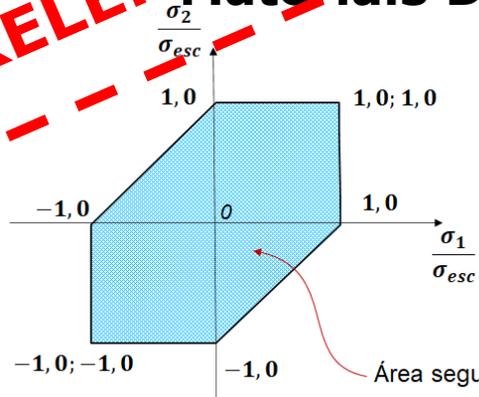
Failure theory selection flowchart.



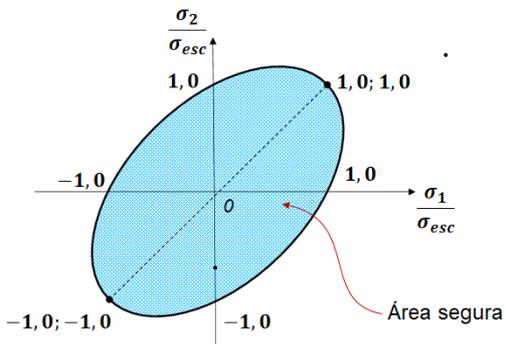


teoria de falha

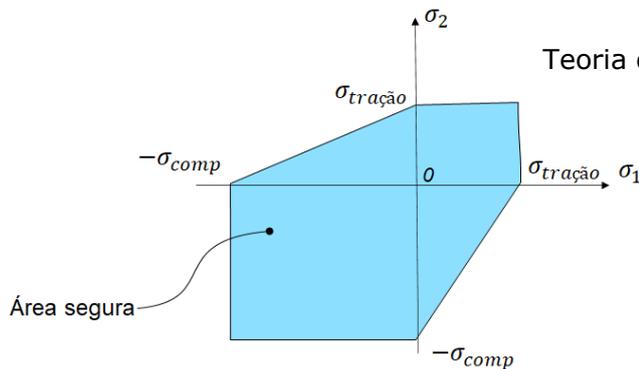
Materiais Dúcteis



Teoria de Tresca

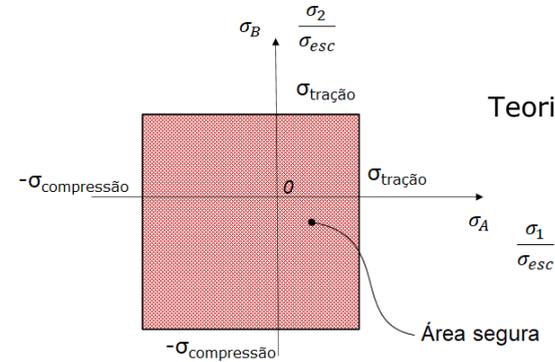


Teoria de v. Misses

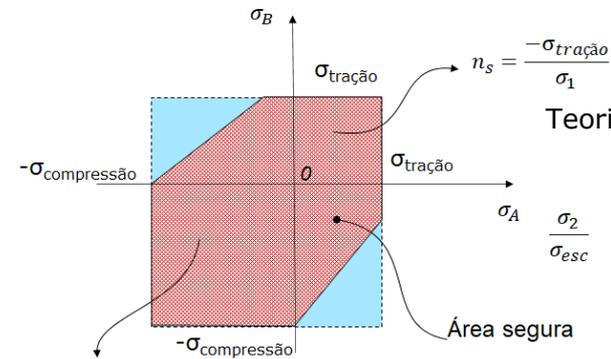


Teoria de Coulomb-Mohr

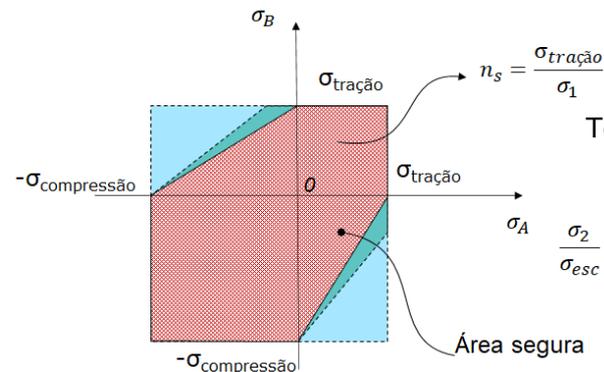
Materiais Frágeis



Teoria da Máxima Tensão Normal



Teoria de Mohr Modificada



Teoria de Coulomb-Mohr



Introdução a falha por fadiga mecânica



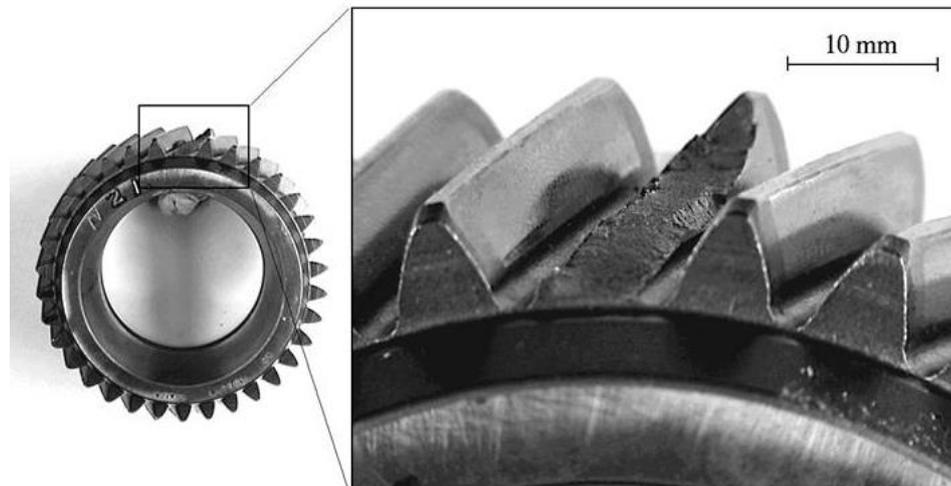
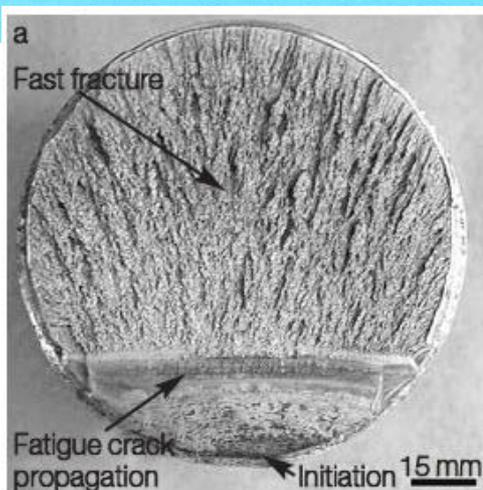
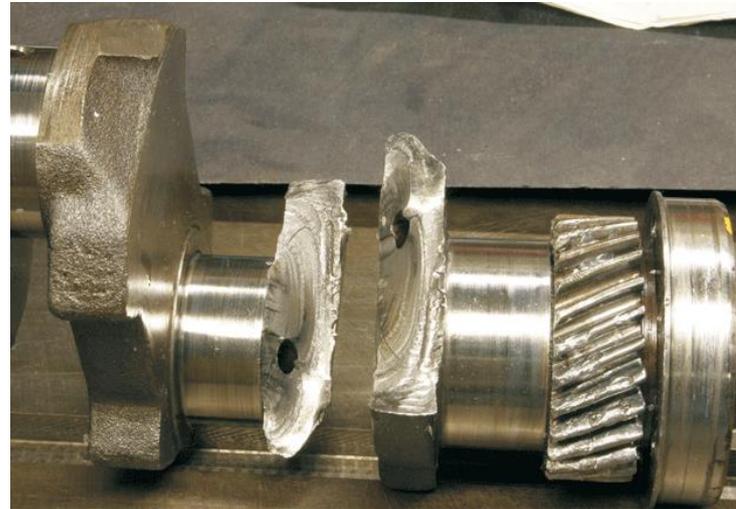


Introdução a falha por fadiga mecânica





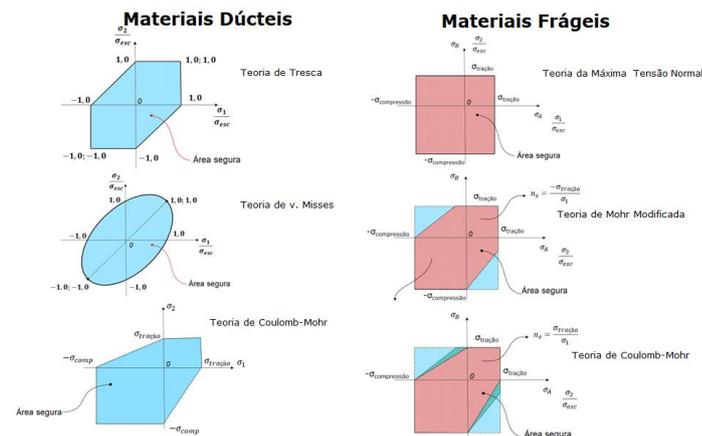
Introdução a falha por fadiga mecânica





Concentradores de tensões

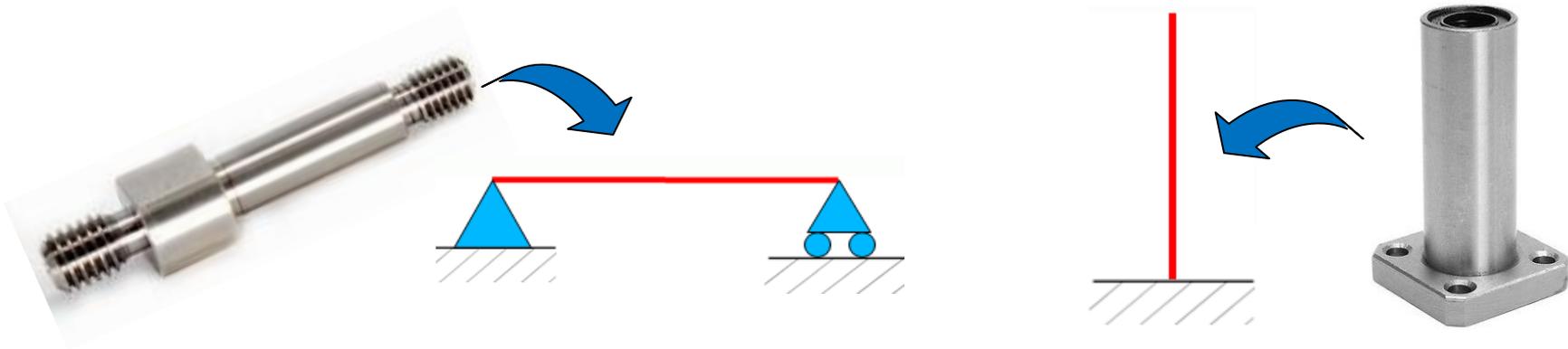
- ▶ Até agora todos os nossos problemas consideraram carregamentos estáticos e elementos sem irregularidades geométricas
- ▶ As tensões eram calculadas nos diversos componentes e peças estruturais através das expressões da Mecânica dos Sólidos. Essa apresentava valores nominais de tensões e deformações válidos apenas se forem satisfeitas uma série de condições





Concentradores de tensões

- ▶ Até agora todos os nossos problemas consideraram carregamentos estáticos e elementos sem irregularidades geométricas

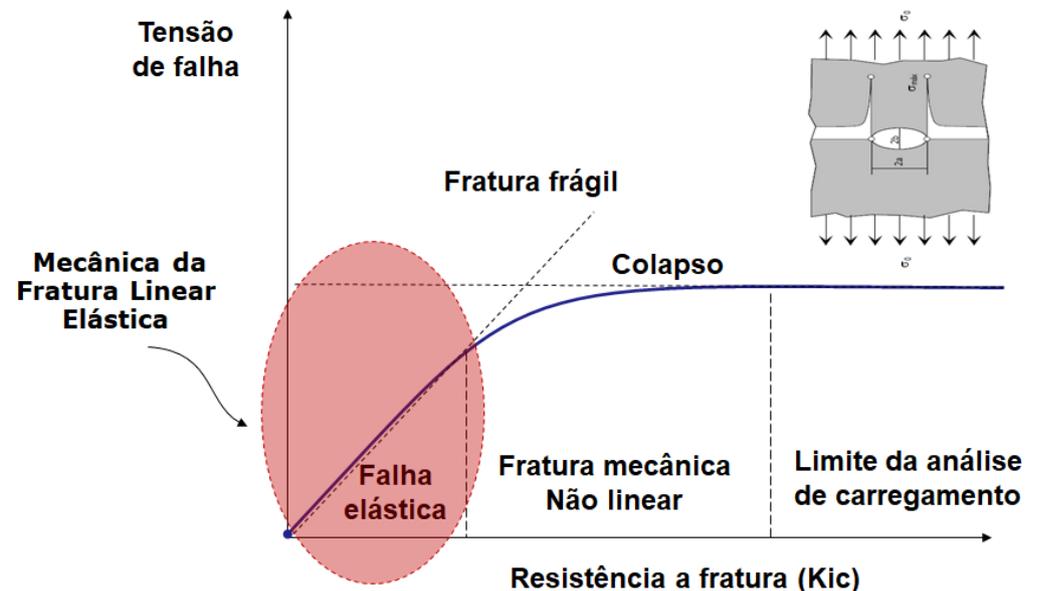
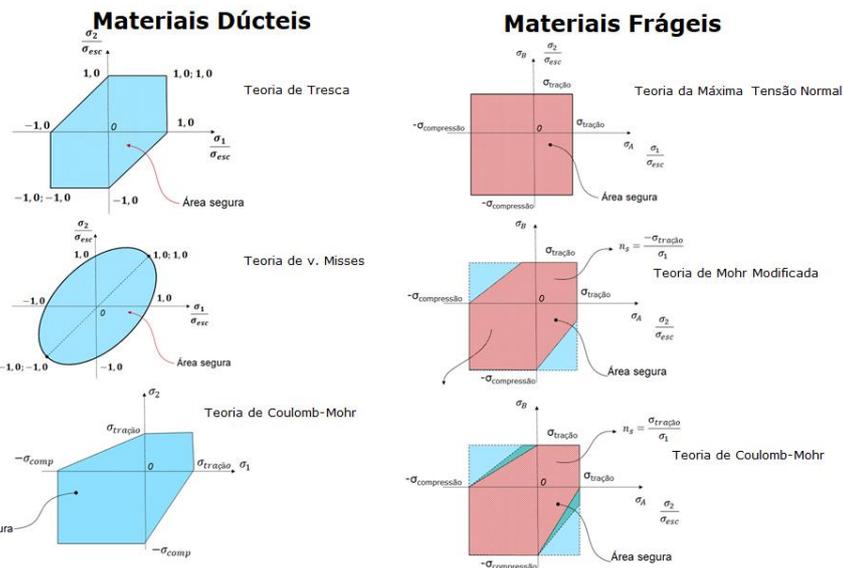


- ▶ A maior parte dos elementos de máquinas apresentam variações de geometria, ou detalhes que permitam montagens, fixações, etc. Essas são regiões com maior probabilidade de falha, o que faz com que a distribuição de tensões fique perturbada



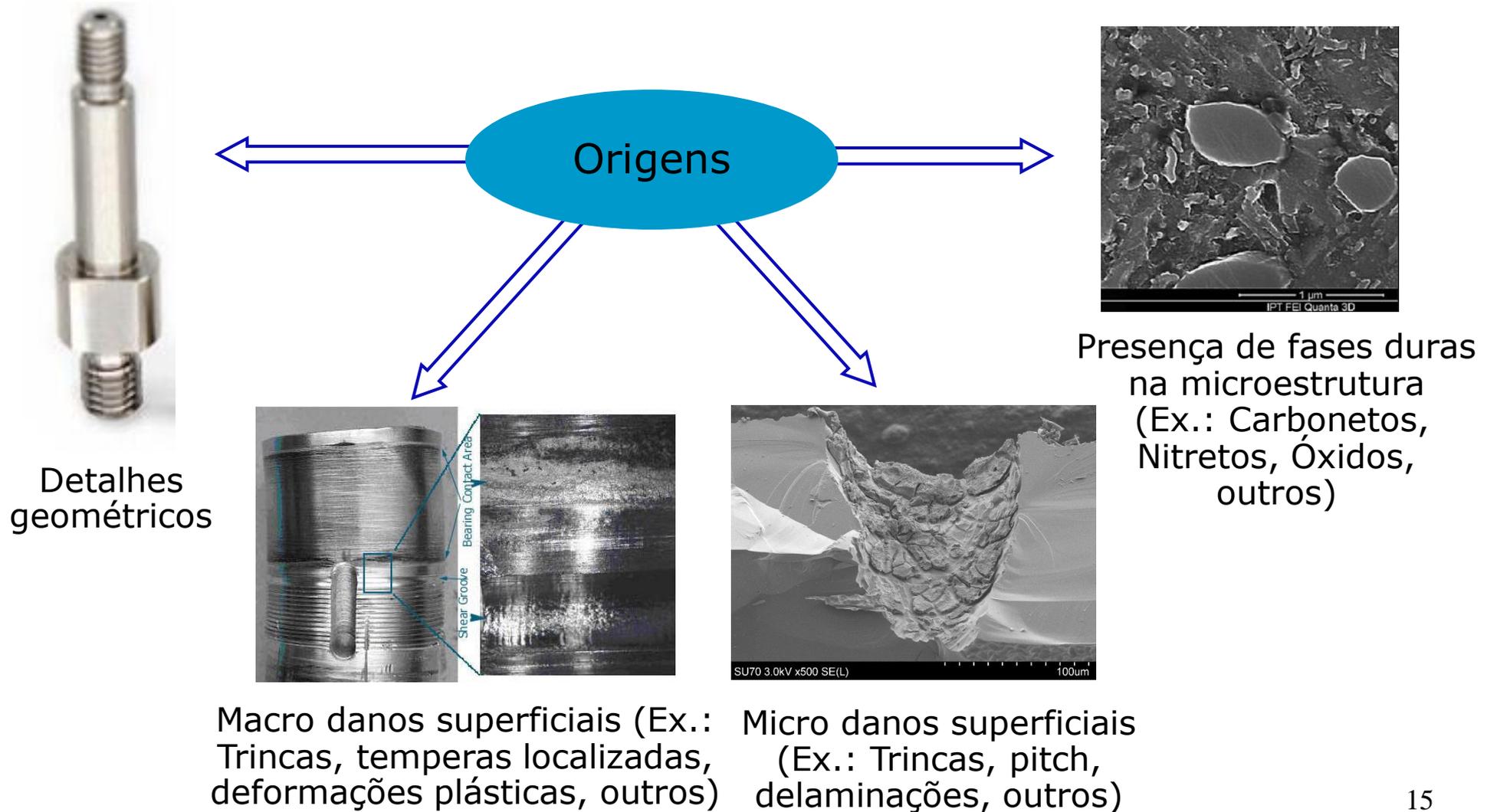
Concentradores de tensões

- ▶ Até agora as tensões eram calculadas nos diversos componentes e peças estruturais através das expressões da Mecânica dos Sólidos. Essa apresentava valores nominais de tensões e deformações válidos apenas se forem satisfeitas uma série de condições



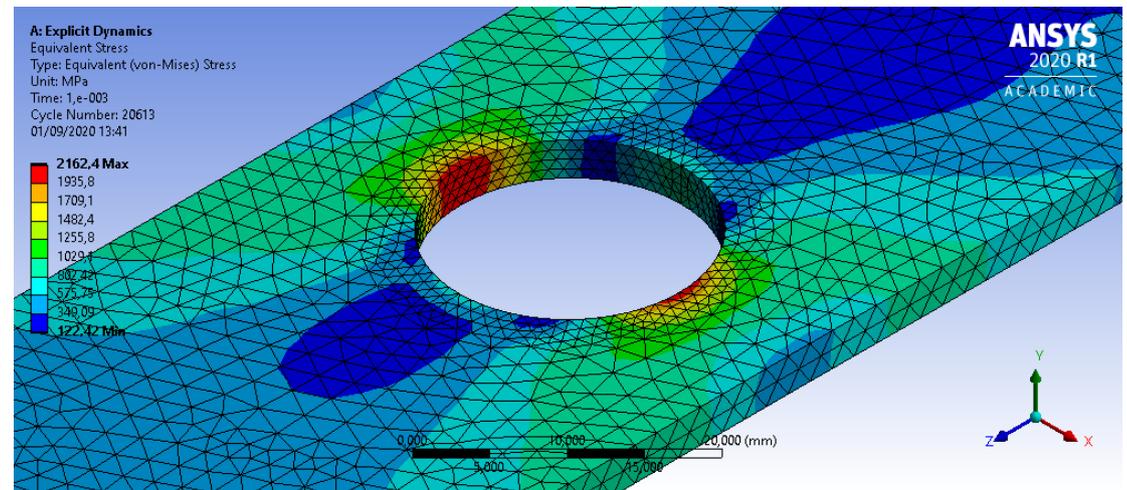
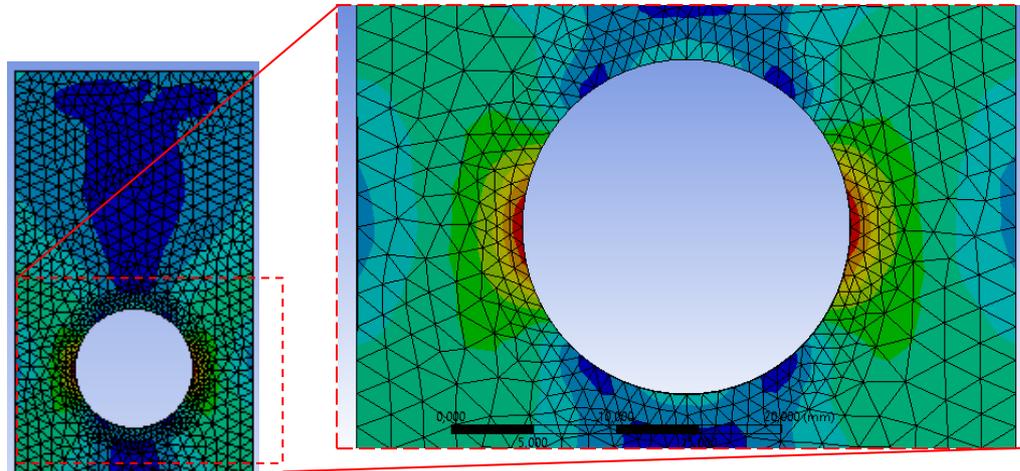
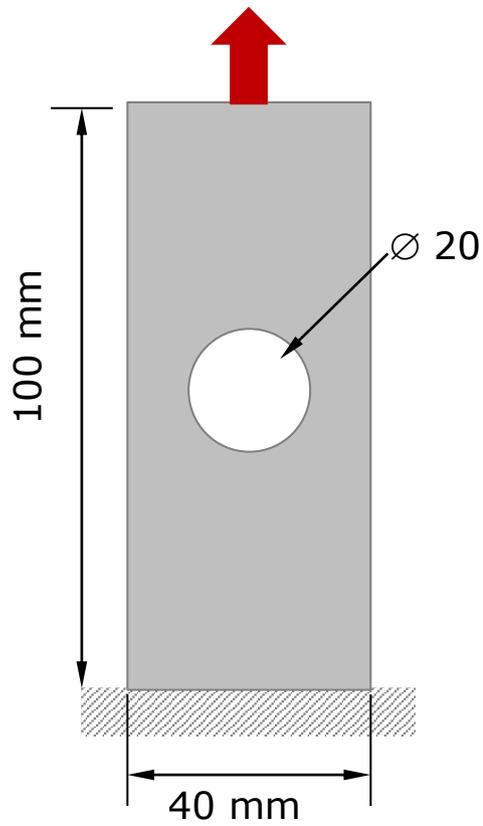


Concentradores de tensões





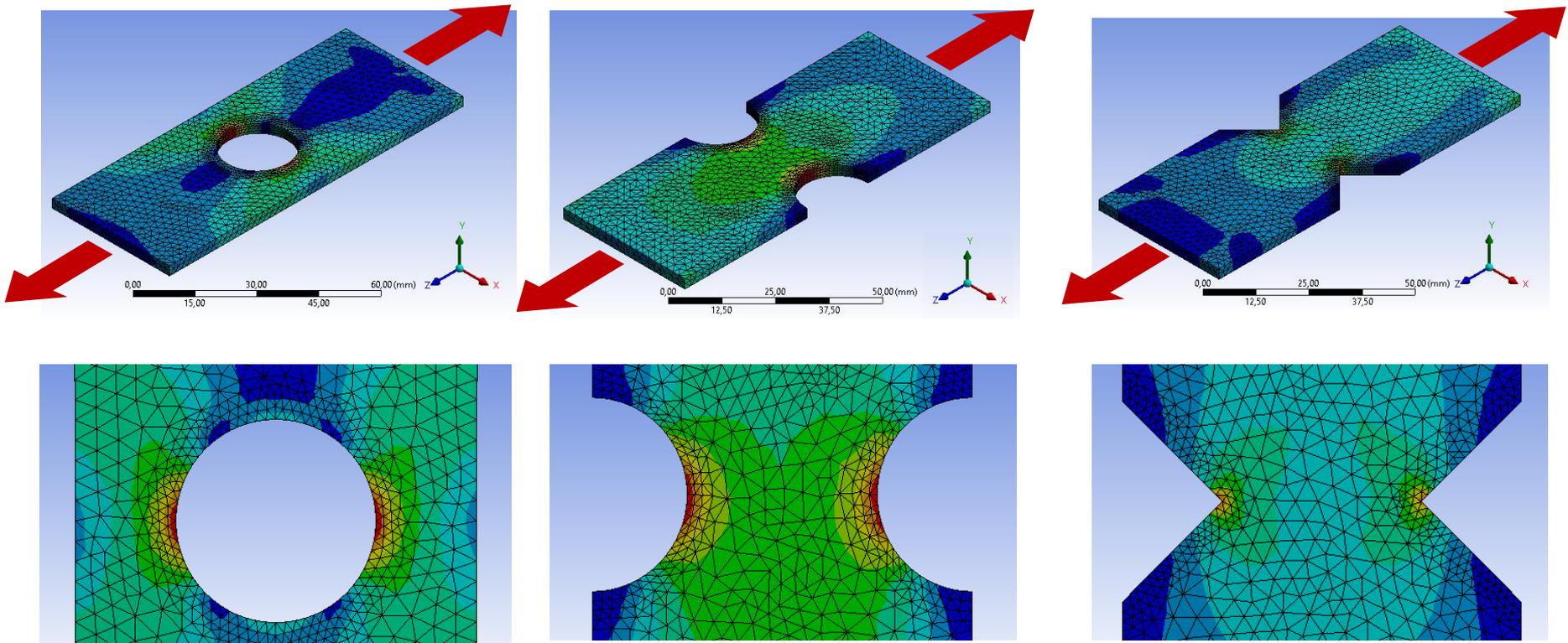
Concentradores de tensões





Concentradores geométricos de tensões

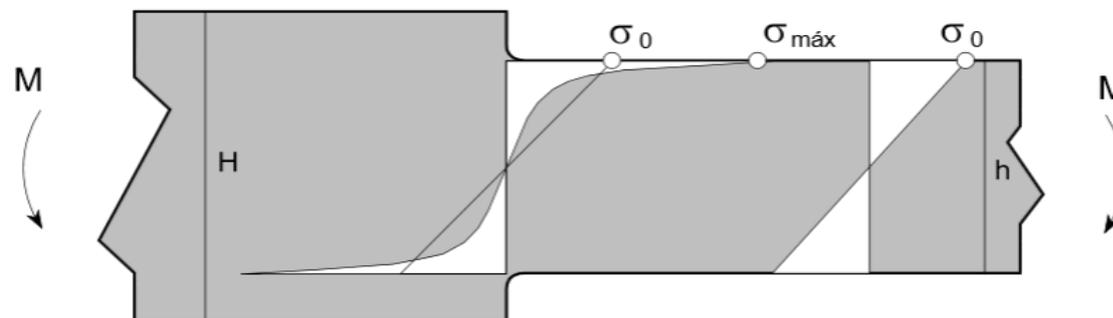
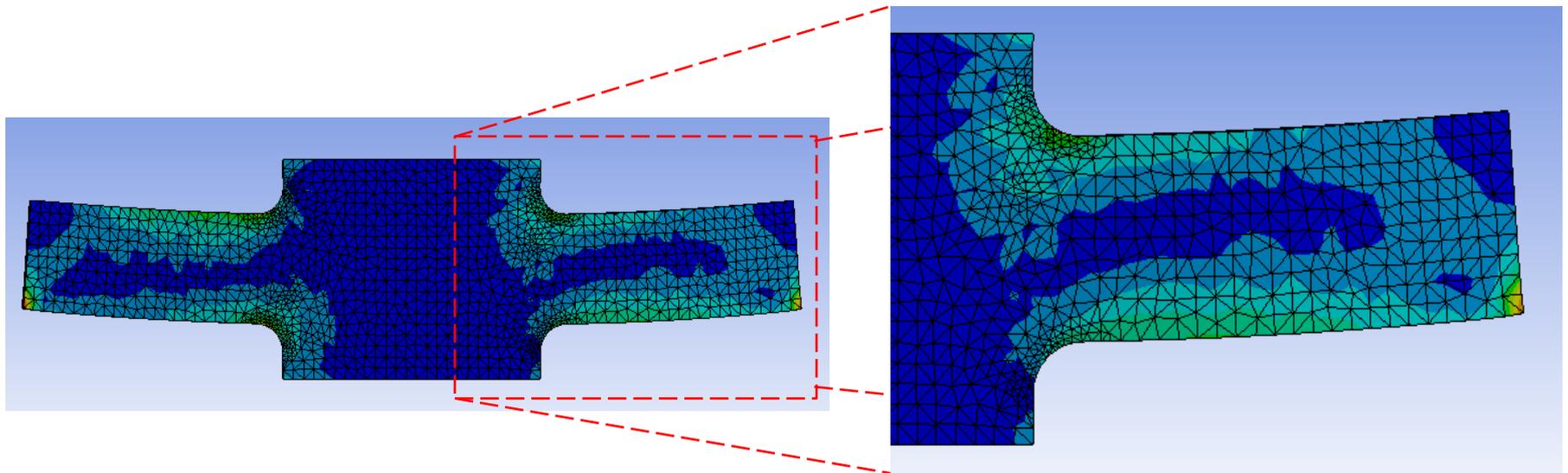
- ▶ Exemplos de componentes com de regiões com concentração de tensão





Concentradores geométricos de tensões

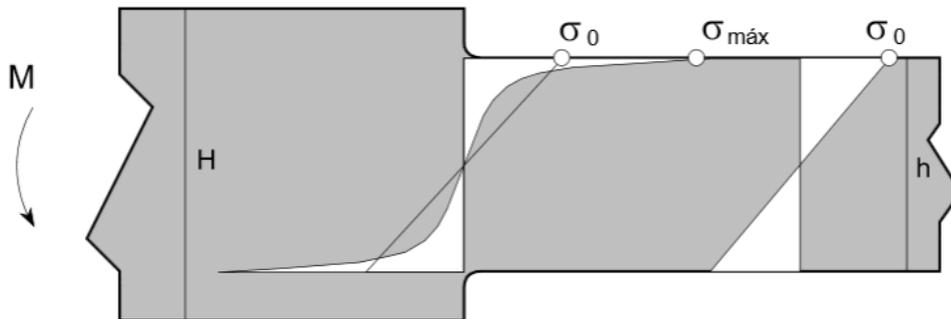
- Distribuição de tensões em uma barra escalonada submetida à flexão. (análise numérica)





Fator de Concentração de Tensões

- ▶ A tensão nominal é idealizada desconsiderando irregularidades e a presença de concentradores
- ▶ A concentração de tensões aumenta para algumas irregularidades não inerentes ao componente
- ▶ Os **fatores de concentração de tensão** K_t e K_{ts} são utilizados para relacionar as tensões máximas na descontinuidade com a tensão nominal



$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \quad K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_0}$$



Fator de Concentração de Tensões

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

- ▶ O índice ***t*** em K_t indica que o fator de concentração de tensões depende somente das considerações geométricas

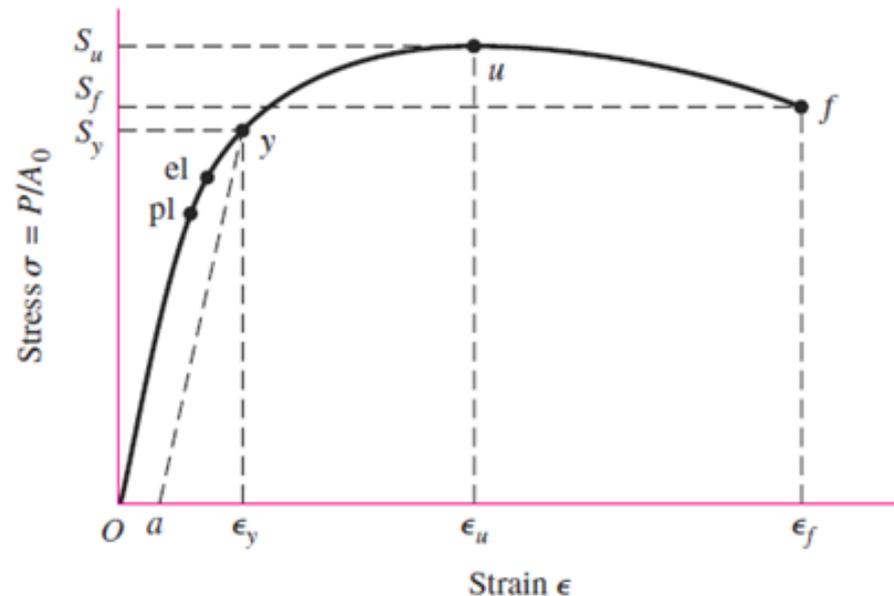


- ▶ O fator K_t independe do material, por isso este deve ser interpretado como um fator teórico de concentração de tensões
- ▶ A maioria dos fatores de concentração de tensões são obtidos experimentalmente



Fator de Concentração de Tensões

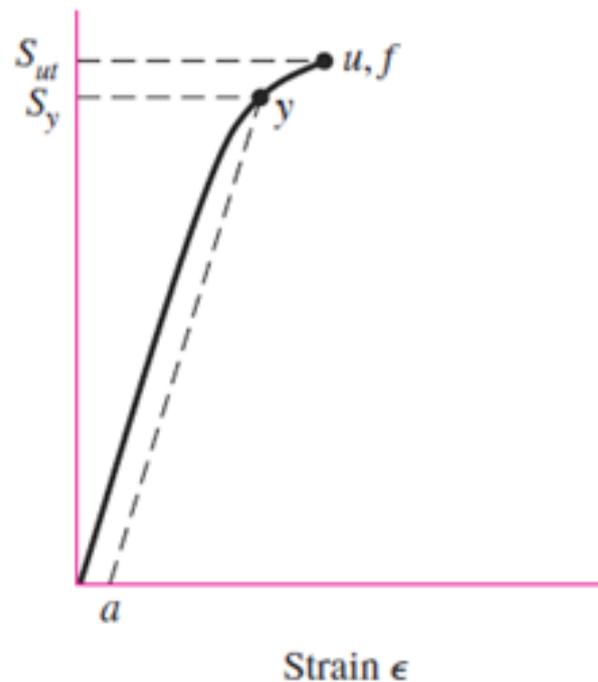
- ▶ Para **materiais dúcteis** ($\epsilon_f \geq 0$), sujeitos a carregamentos estáticos o fator de concentração de tensões geralmente não é aplicado
- ▶ A concentração de tensões levará a plastificação localizada que tendem a aumentar a resistência do material no ponto





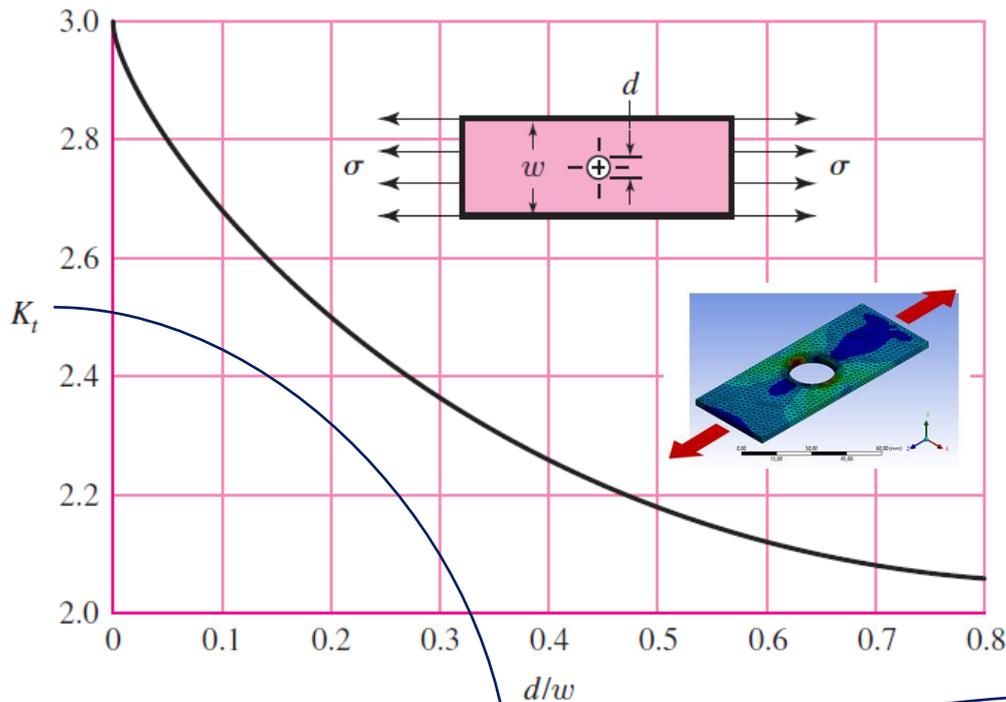
Fator de Concentração de Tensões

- ▶ Para **materiais frágeis** ($\varepsilon_f < 0,05$) também sujeitos a carregamentos estáticos o fator de concentração de tensões é aplicado a tensão nominal, e depois comparado com a tensão máxima equivalente





Fator de Concentração de Tensões



- ▶ Considerando uma placa de espessura t , com furo passante central e sujeita a tensões trativa /compressiva.
- ▶ A tensão é dada por $F = \sigma wt$.
- ▶ A tensão nominal é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{F}{(w - d)t} = \frac{w}{w - d} \sigma$$

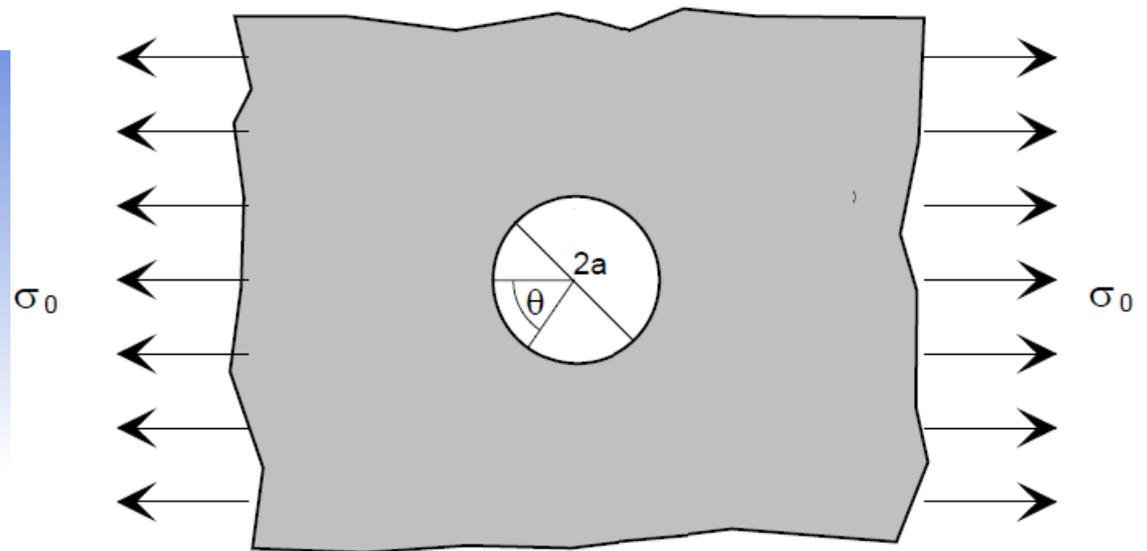
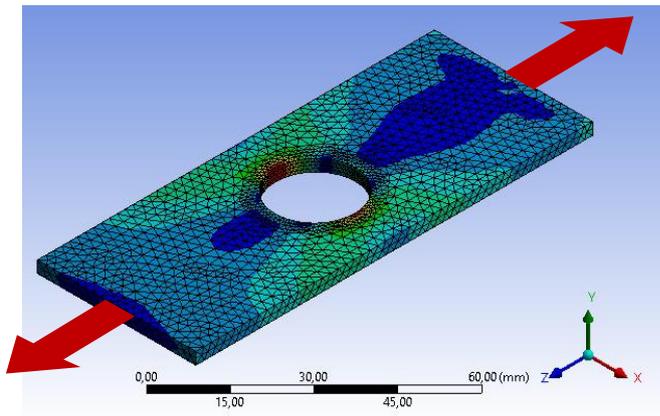
$$\sigma_{max} = K_t * \sigma_0$$

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$



Concentração de tensões

- ▶ **Exemplo 1:** Vamos considerar a distribuição de tensões em uma placa, submetida a uma sollicitação de tração, contendo um orifício circular de raio a .





Concentração de tensões

- **Exemplo 1:** A solução deste problema, pela Teoria da Elasticidade, leva às expressões abaixo para o estado de tensões em um ponto de coordenadas (r, θ) , sendo $\alpha = \frac{a}{r}$

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 \left[(1 - \alpha^2) + (1 - \alpha^2) (1 - 3\alpha^2) \cos(2\theta) \right] / 2$$

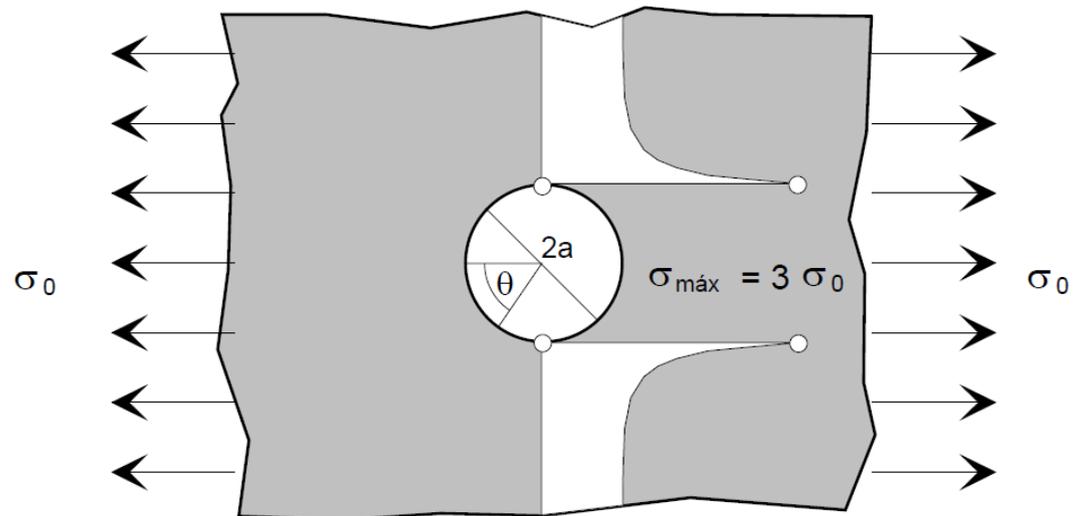
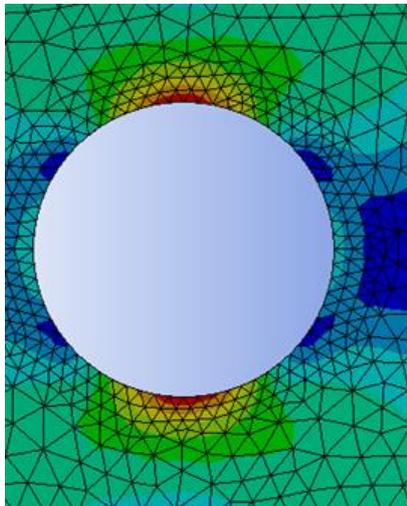
$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_0 \left[(1 + \alpha^2) - (1 - 3\alpha^4) \cos(2\theta) \right] / 2$$

$$\sigma_{r\theta} = -\sigma_0 \left[(1 - \alpha^2) (1 - 3\alpha^2) \cos(2\theta) \right] / 2$$



Concentração de tensões

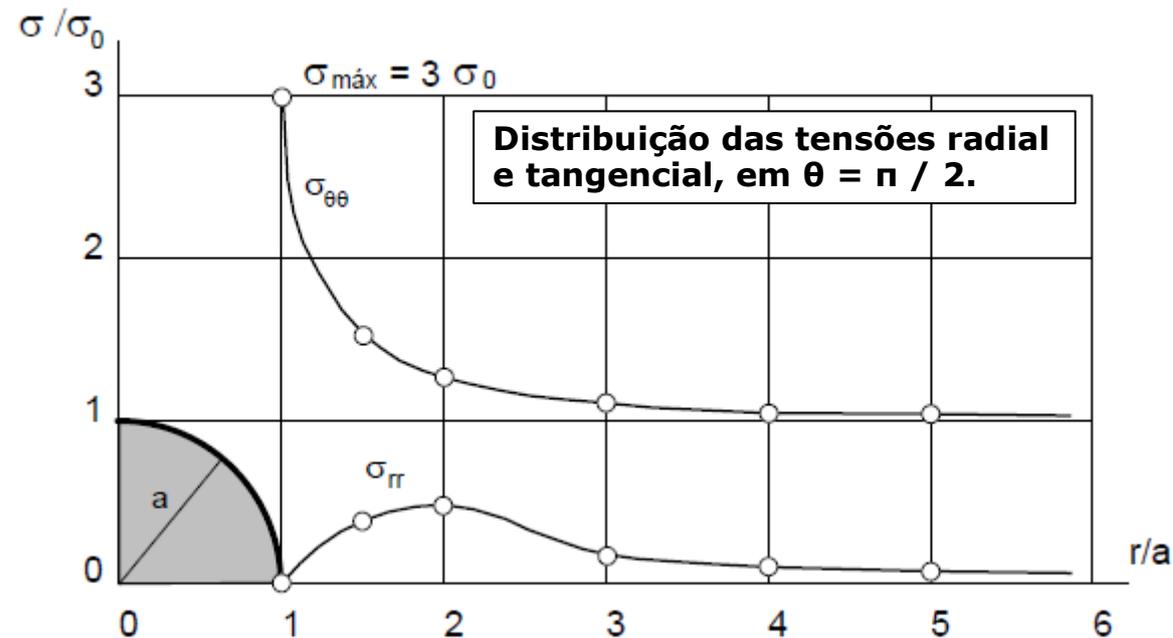
- ▶ **Exemplo 1:** É importante observar que nos pontos com $\theta = 0$ e $\theta = \pi$ a tensão tangencial atinge o valor de $-\sigma_0$, ou seja, é compressiva.
- ▶ Os pontos mais solicitados, que são os prováveis pontos críticos, estão em $\theta = \pi/2$ e em $\theta = 3\pi/2$.





Concentração de tensões

- ▶ **Exemplo 1:** A análise da distribuição de tensões esquematizada permite concluir que os pontos críticos estão localizados sobre o perímetro do orifício. Com base nos valores das tensões calculados, concluímos que $K_t = 3$, para o ponto mais solicitado





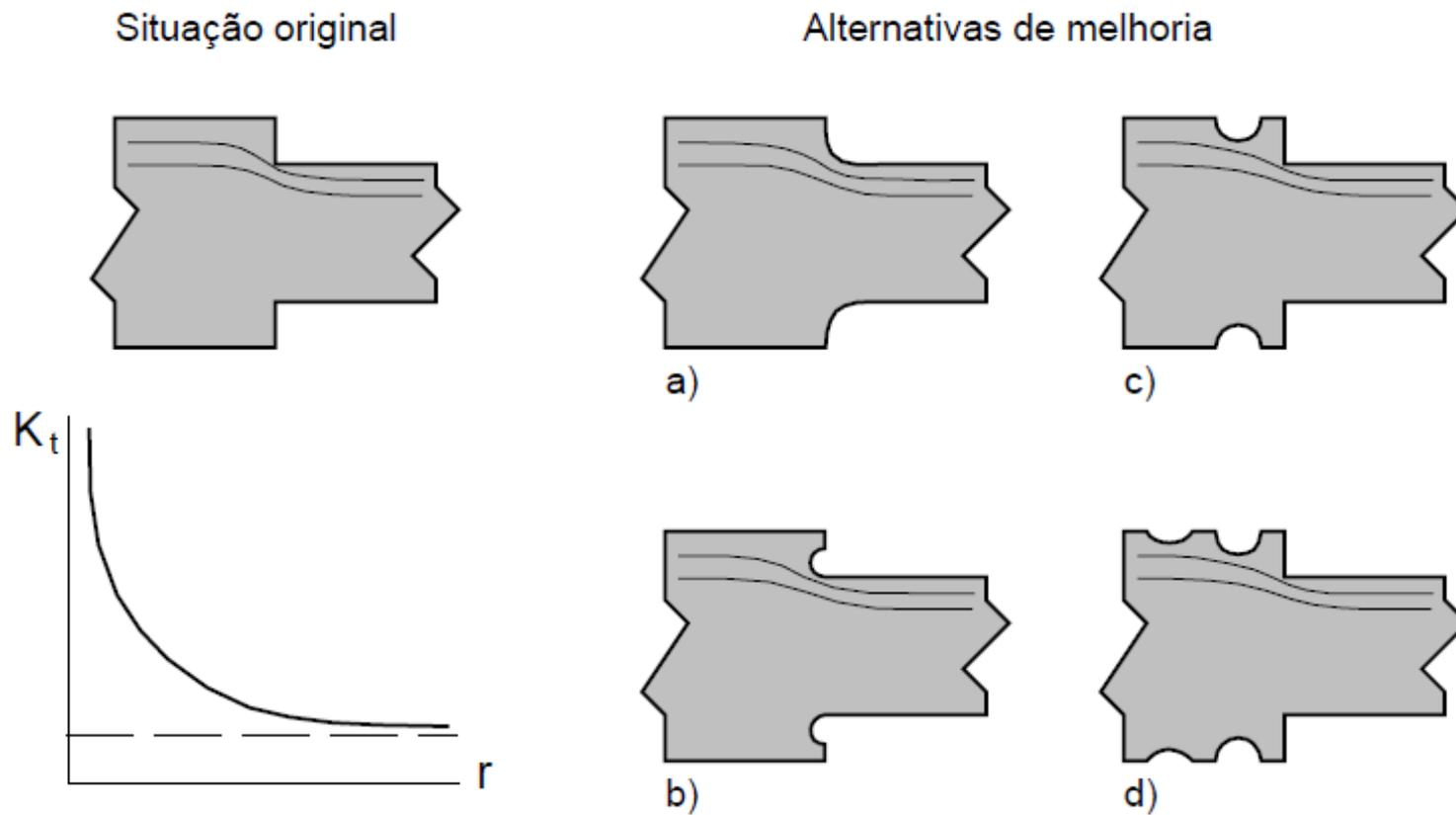
Formas de reduzir a concentração de tensão

- ▶ Existem duas maneiras de reduzir o fator de concentração de tensões:
 - 1) Aumentando o raio de concordância no ponto crítico
 - 2) Desviando o fluxo de tensões do ponto crítico, fazendo com que a solicitação nominal neste ponto seja muito baixa, levando assim a uma tensão máxima também menor.



Formas de reduzir a concentração de tensão

► Exemplos:





Introdução a fratura mecânica

- ▶ Fratura é a separação de um corpo em duas ou mais partes quando submetido à um esforço mecânico.
- ▶ **Leonardo da Vinci**: a resistência de arames de ferro varia inversamente com o seu comprimento, logo as trincas internas controlam a resistência.
- ▶ **Griffith** (1920): De acordo com Griffith, a fratura ocorre quando a variação da energia de deformação supera a energia necessária para a criação de novas superfícies no material.
- ▶ **Wastergaard** (1938) chama a atenção de Irwin e colaboradores no sentido de que um único parâmetro serve para caracterizar o campo de tensões na frente de trincas.
- ▶ **Irwin** (1956) modifica a equação de Griffith.
- ▶ Este parâmetro está relacionado com a energia de **Griffith**, logo pode ser considerado força motriz da fratura.



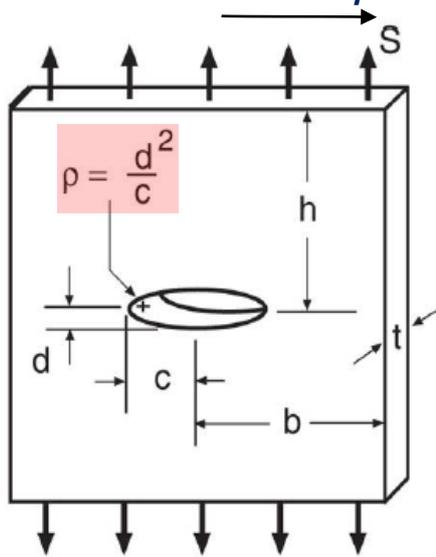
Introdução a fratura mecânica

- ▶ Concentração das tensões em um furo elíptico

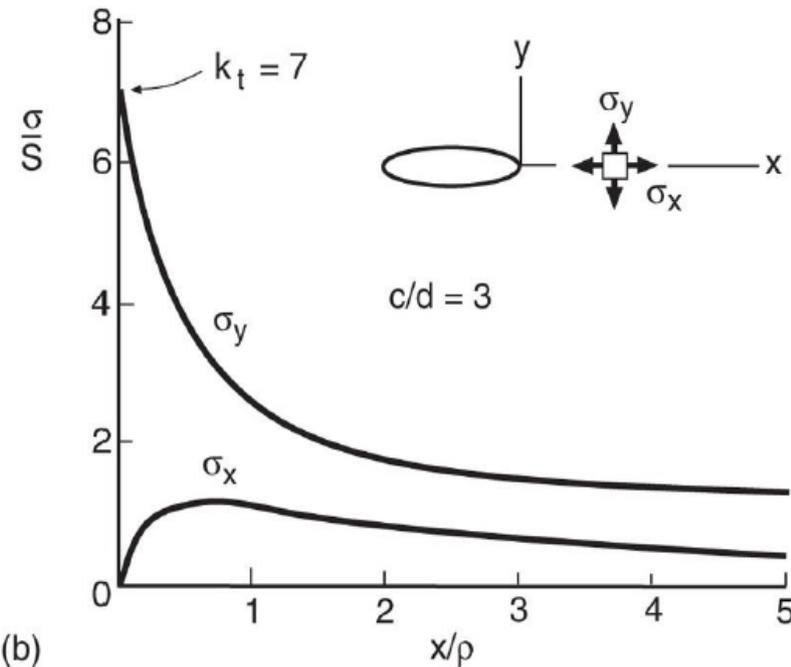
$$\frac{\sigma_y}{S} = 1 + 2 \frac{c}{d} = 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\left(\frac{d^2}{c}\right)}}$$

$$\frac{\sigma_y}{S} = 1 + 2 \frac{c}{d} = 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}}$$

$S =$ tensão bruta aplicada



(a)

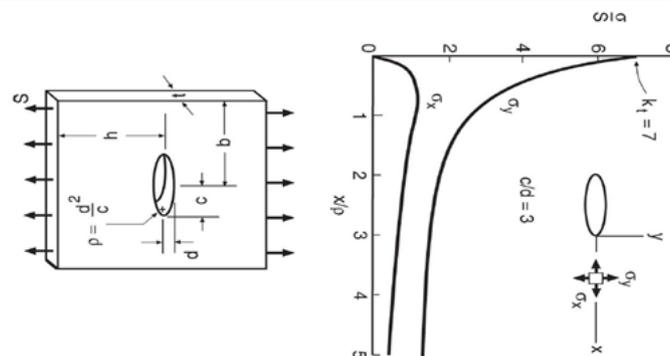
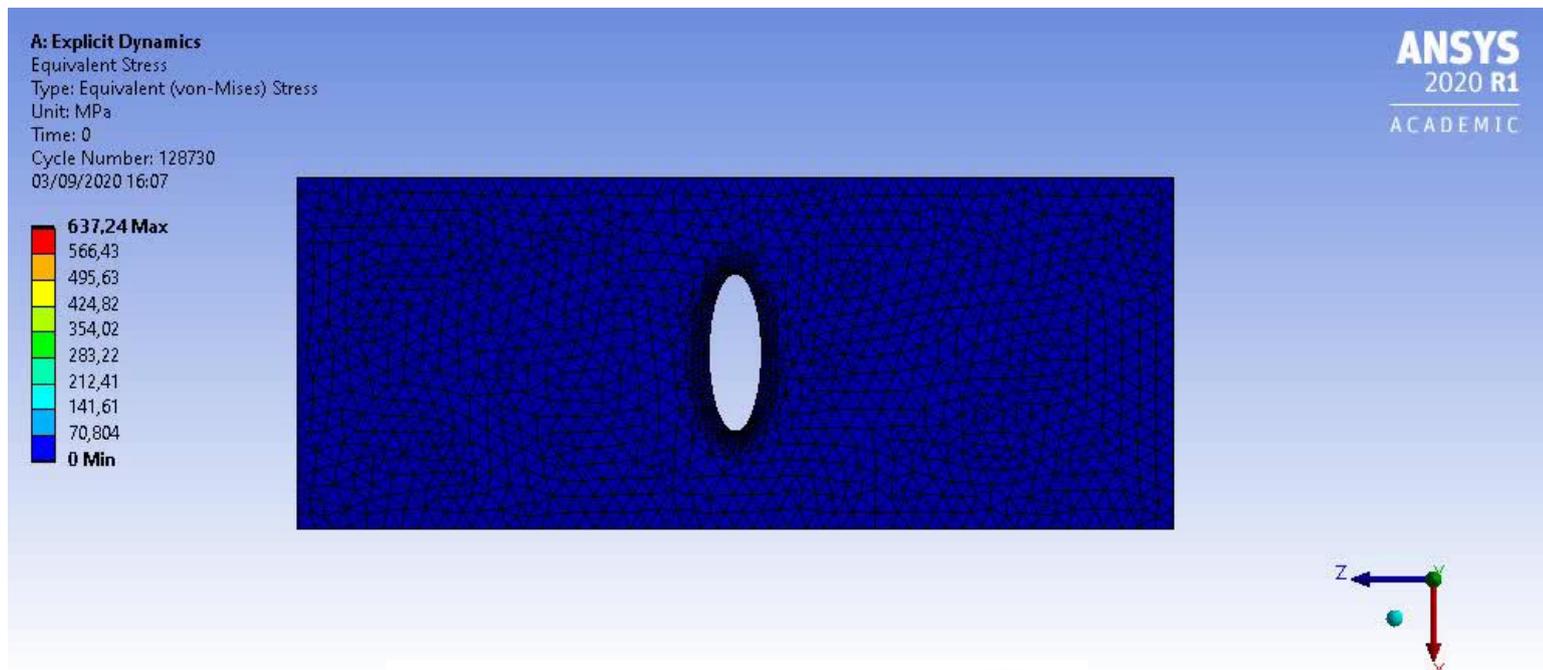


(b)



Introdução a fratura mecânica

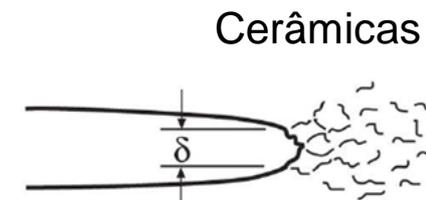
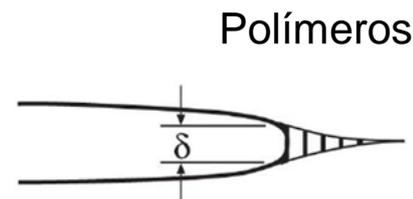
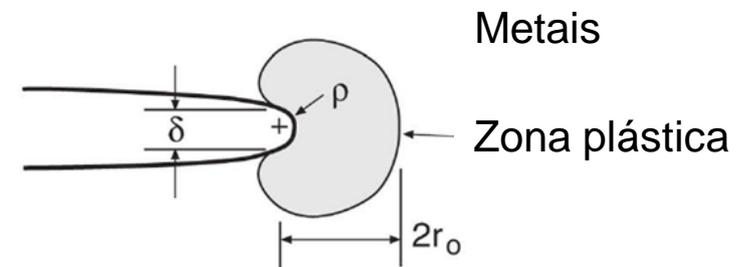
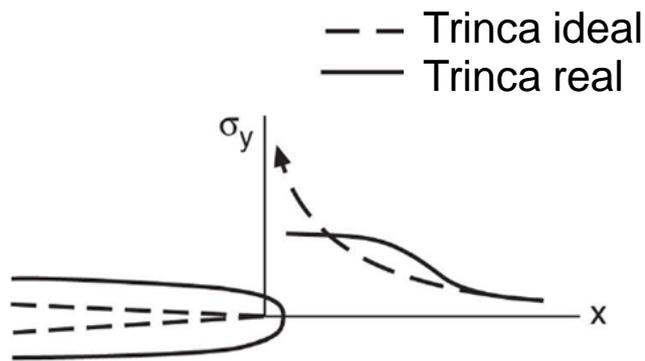
- ▶ Concentração das tensões em um furo elíptico





Introdução a fratura mecânica

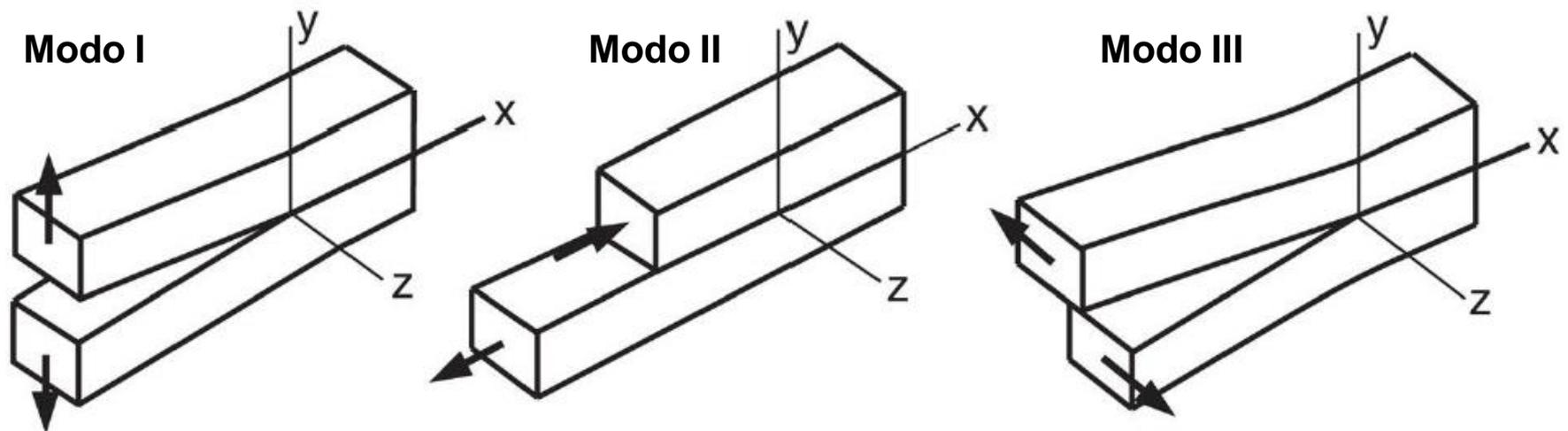
- ▶ escoamento localizado em materiais estruturais





Introdução a fratura mecânica

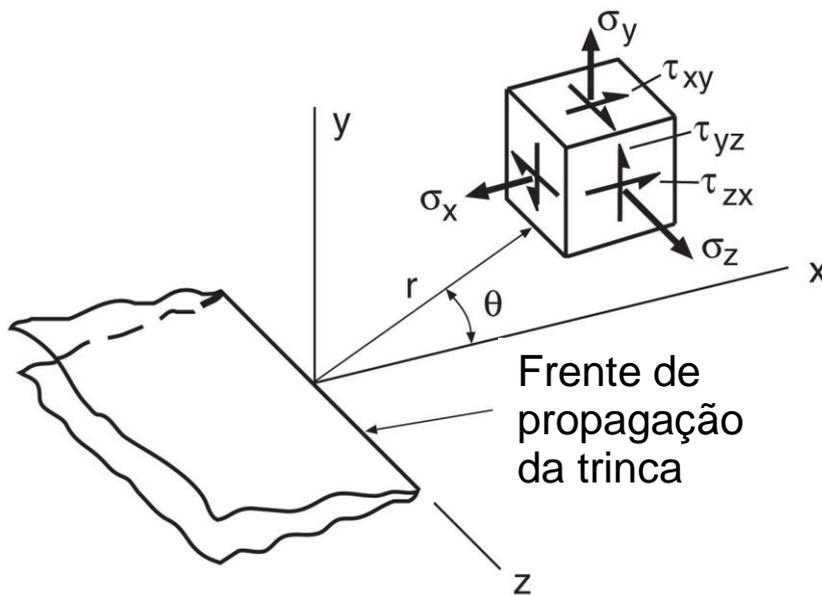
- ▶ Modos básicos de deslocamento das faces da trinca





Introdução a fratura mecânica

- ▶ Modos de trincamento e o fator de intensidade de tensão



$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \dots$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \dots$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) + \dots$$

$$\sigma_z = 0 \quad (\text{tensão plana})$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{deformação plana})$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$



Introdução a fratura mecânica

- ▶ *Qualquer que seja a geometria e o tipo de carga, todos os corpos trincados no regime elástico têm a mesma distribuição de tensões, deformações e deslocamentos na região dominada pela singularidade.*
- ▶ Apenas a **magnitude** destes campos, representada pelo parâmetro K , varia com a geometria e tipo de carga.

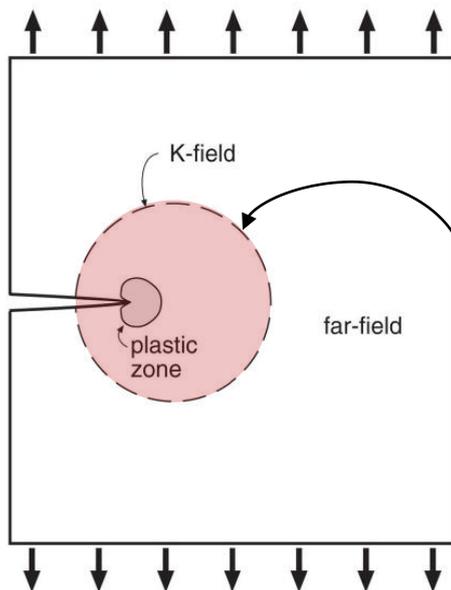
$$K = S_g \sqrt{\pi a F}$$

S_g => tensão nominal bruta



Critério de falha baseado no campo de tensões

- ▶ Um componente trincado falha por fratura frágil quando o estado de tensões no entorno da ponta da trinca atinge um valor crítico.
- ▶ A zona de processamento deverá estar completamente contida dentro da região dominada pela singularidade.



$$K = S_g \sqrt{\pi a F} = K_c$$

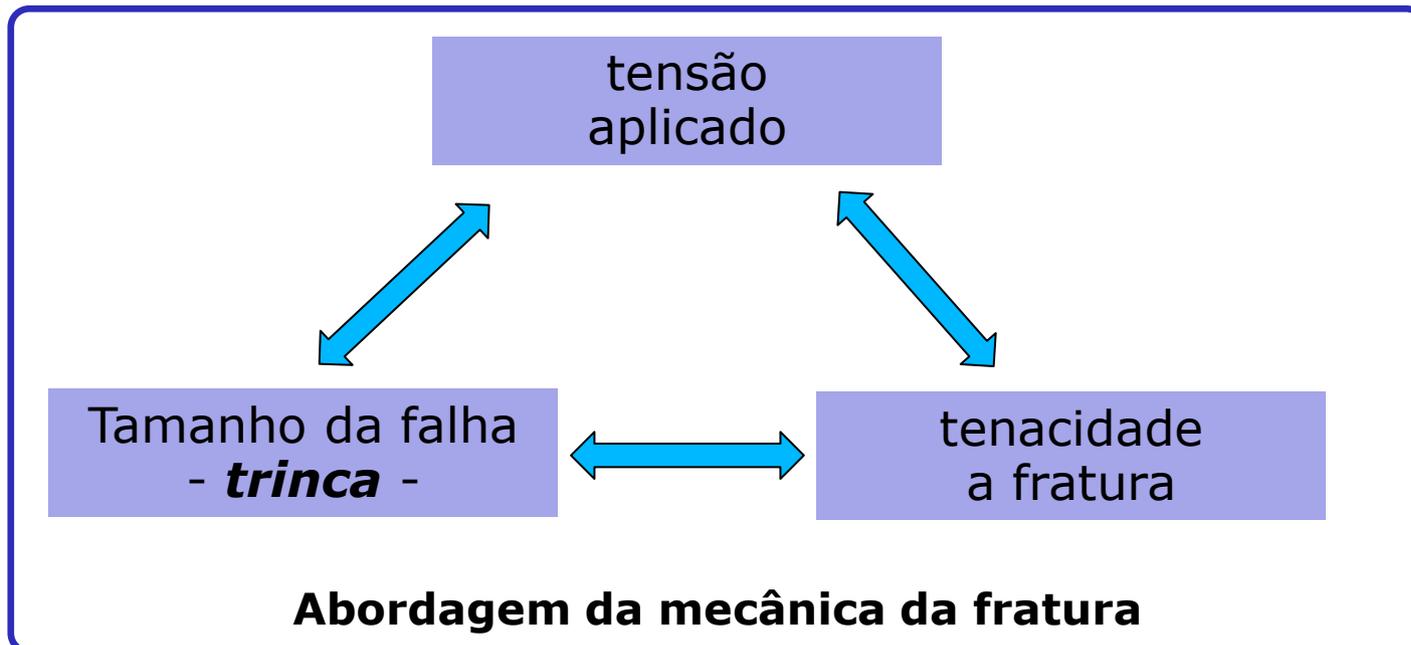
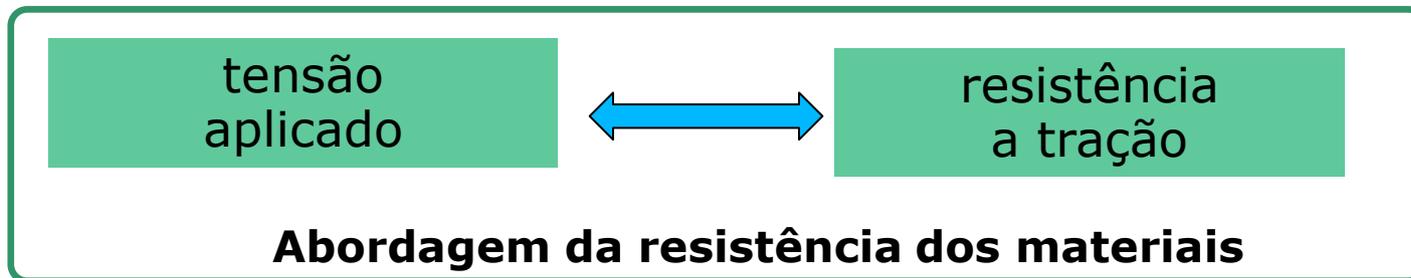
Região dominada pela singularidade



Critério tradicional da mecânica dos materiais

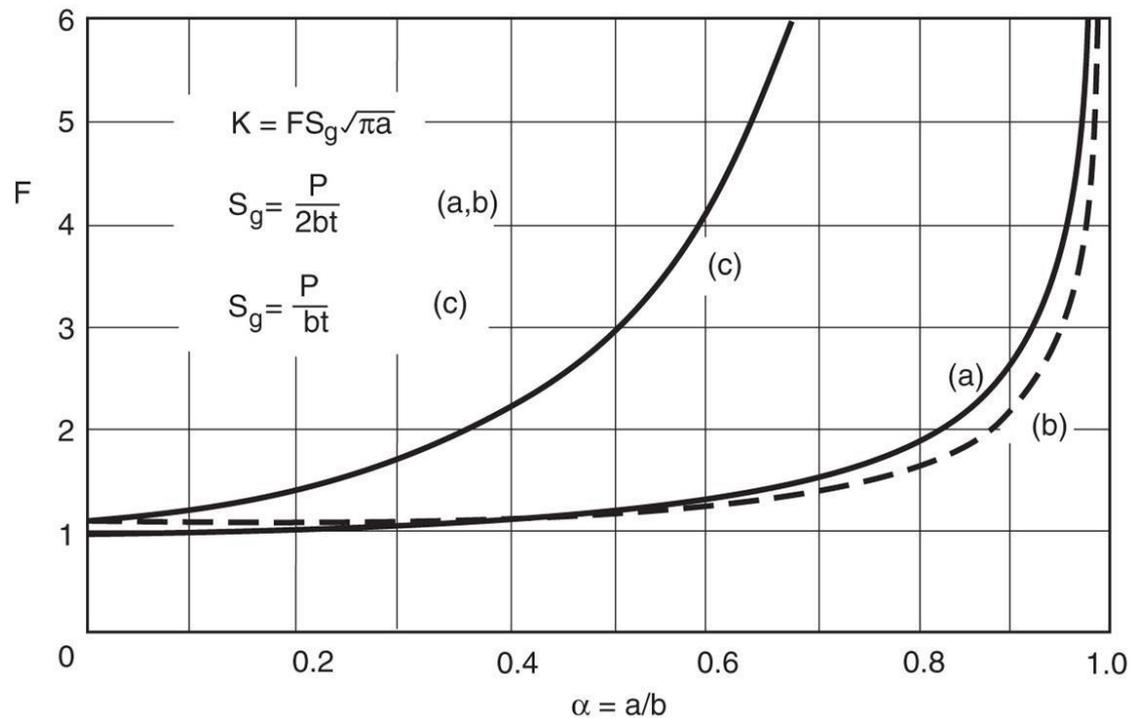
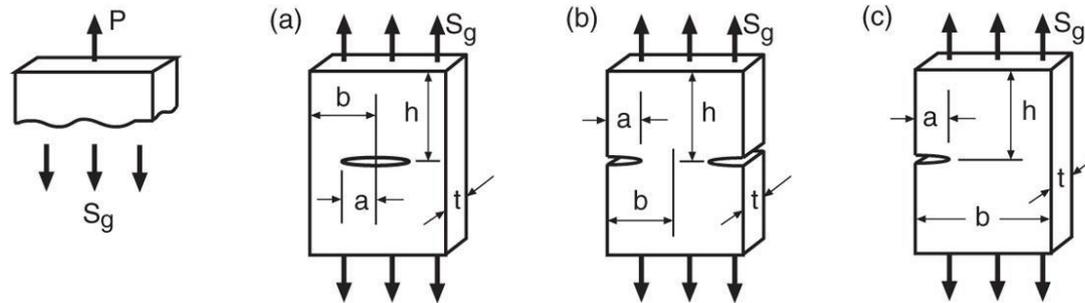
VS

Critério de falha baseado no campo de tensões



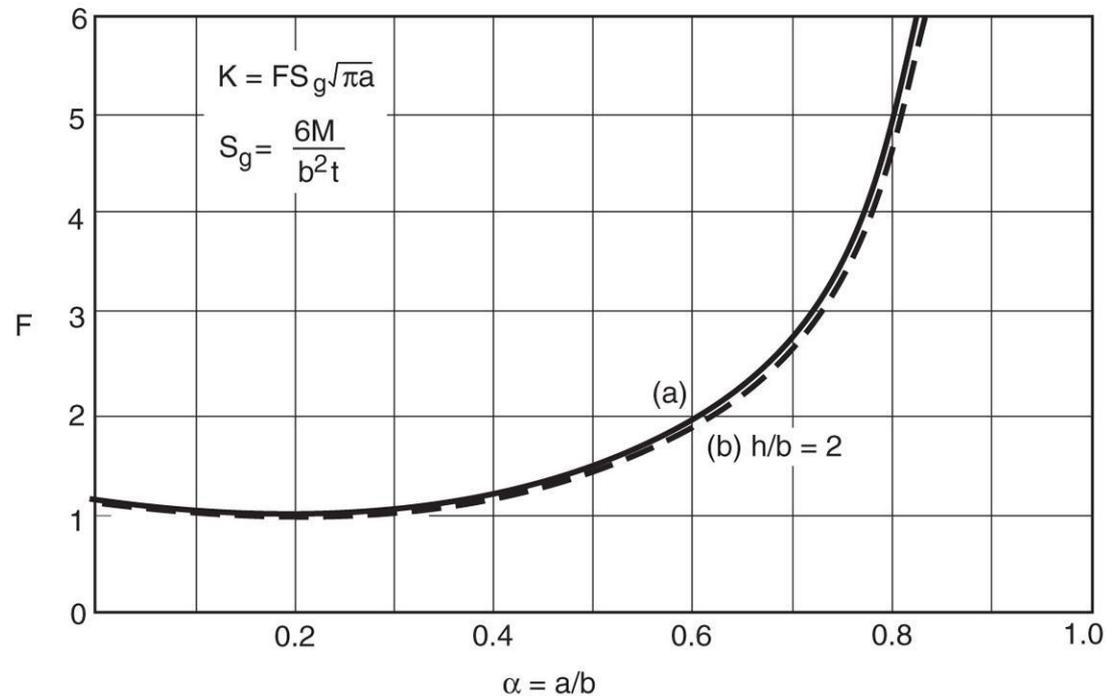
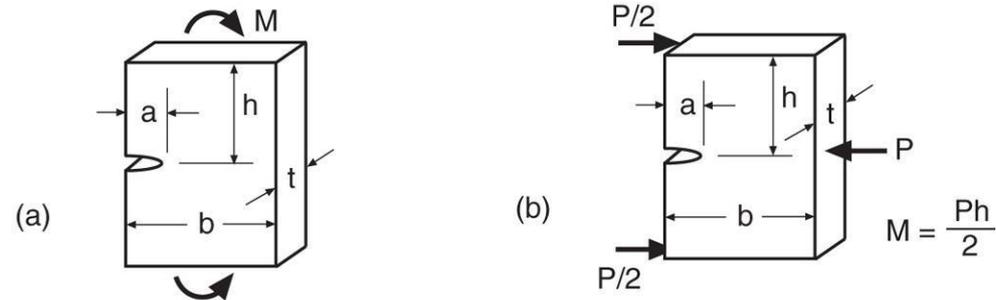


Alguns fatores de geometria para chapas trincadas em tração





Alguns fatores de geometria para chapas trincadas em flexão





Fator de geometria para eixos redondos com trinca circunferencial

Axial load P : $S_g = \frac{F}{\pi b^2}$, $F = 1.12$ (10%, $a/b \leq 0.21$)

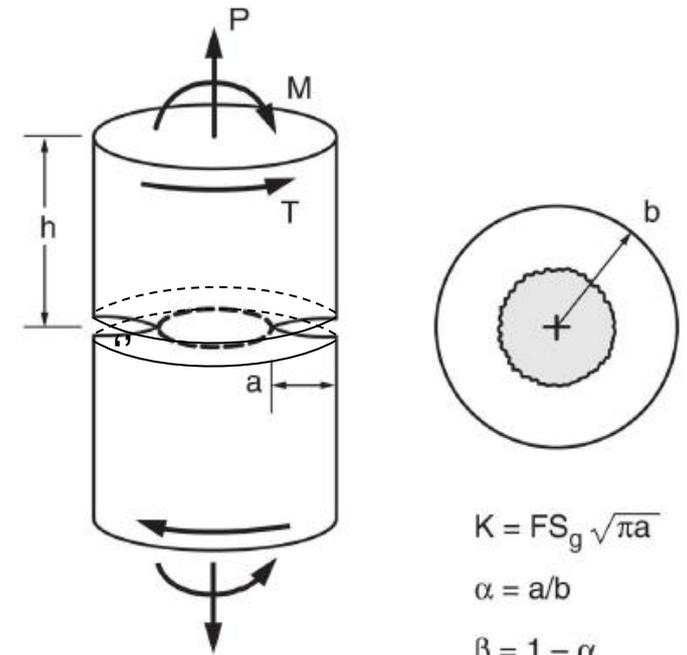
$$F = \frac{1}{2\beta^{1.5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 - 0.363\beta^3 + 0.731\beta^4 \right]$$

Bending moment M : $S_g = \frac{4M}{\pi b^3}$, $F = 1.12$ (10%, $a/b \leq 0.12$)

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.537\beta^5 \right]$$

Torsion T , $K = K_{III}$: $S_g = \frac{2T}{\pi b^3}$, $F = 1.00$ (10%, $a/b \leq 0.09$)

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.208\beta^5 \right]$$





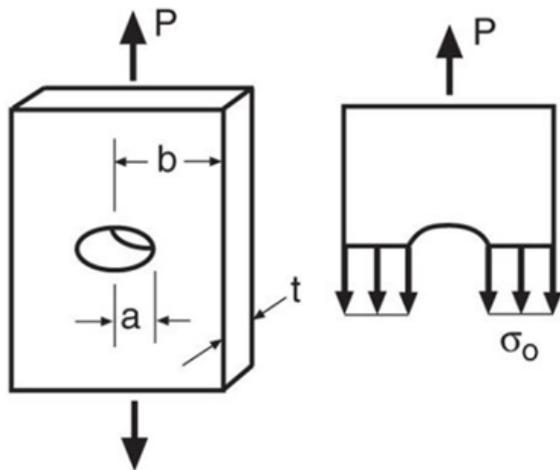
Objetivo da mecânica da fratura no limite elástico

- ▶ Determinar a maior carga que uma estrutura trincada pode suportar em serviço (**P_c**)
- ▶ Determinar a maior trinca tolerada por uma estrutura em serviço (**a_c**)
- ▶ Calcular a taxa de propagação de trincas e a vida residual das estruturas trincadas sob carregamentos reais de serviço

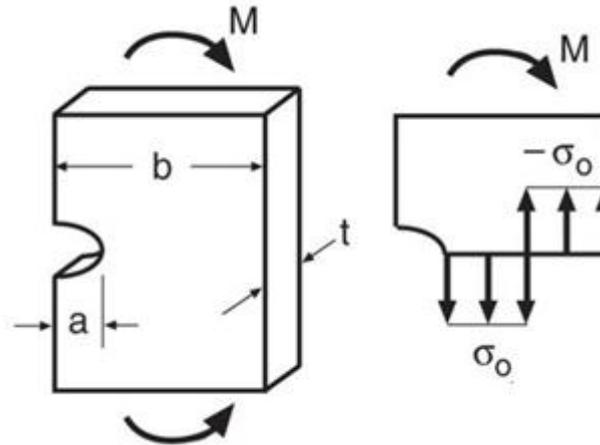


Cargas de Colapso Plástico

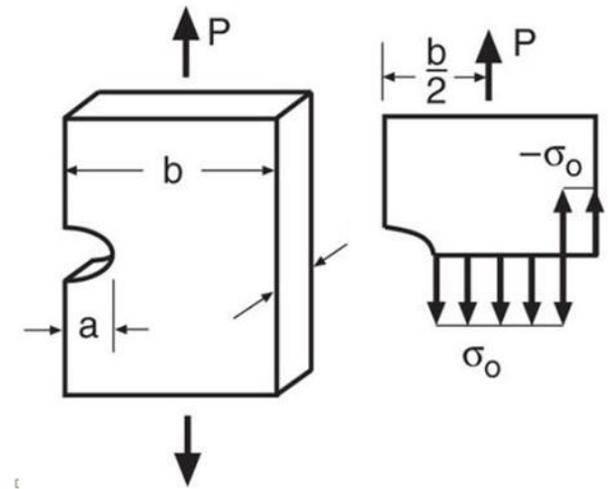
$$S_g = \frac{P}{2bt} = \sigma_0 \left(1 - \frac{a}{b}\right)$$



$$S_g = \frac{4M}{b^2 t} = \sigma_0 \left(1 - \frac{a}{b}\right)^2$$

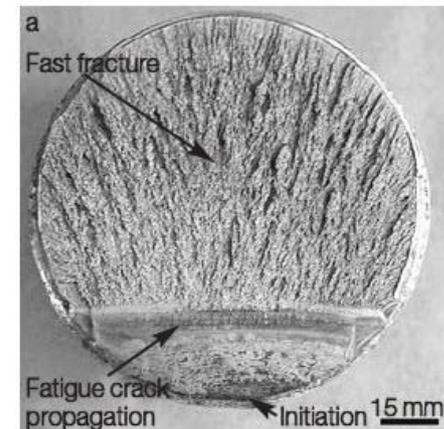
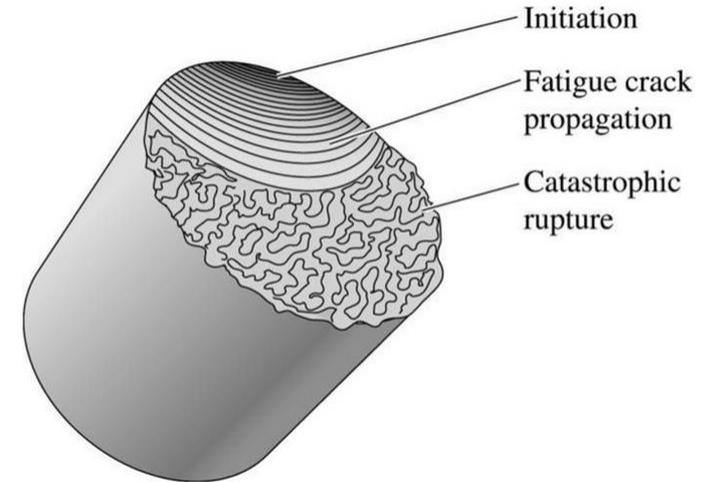
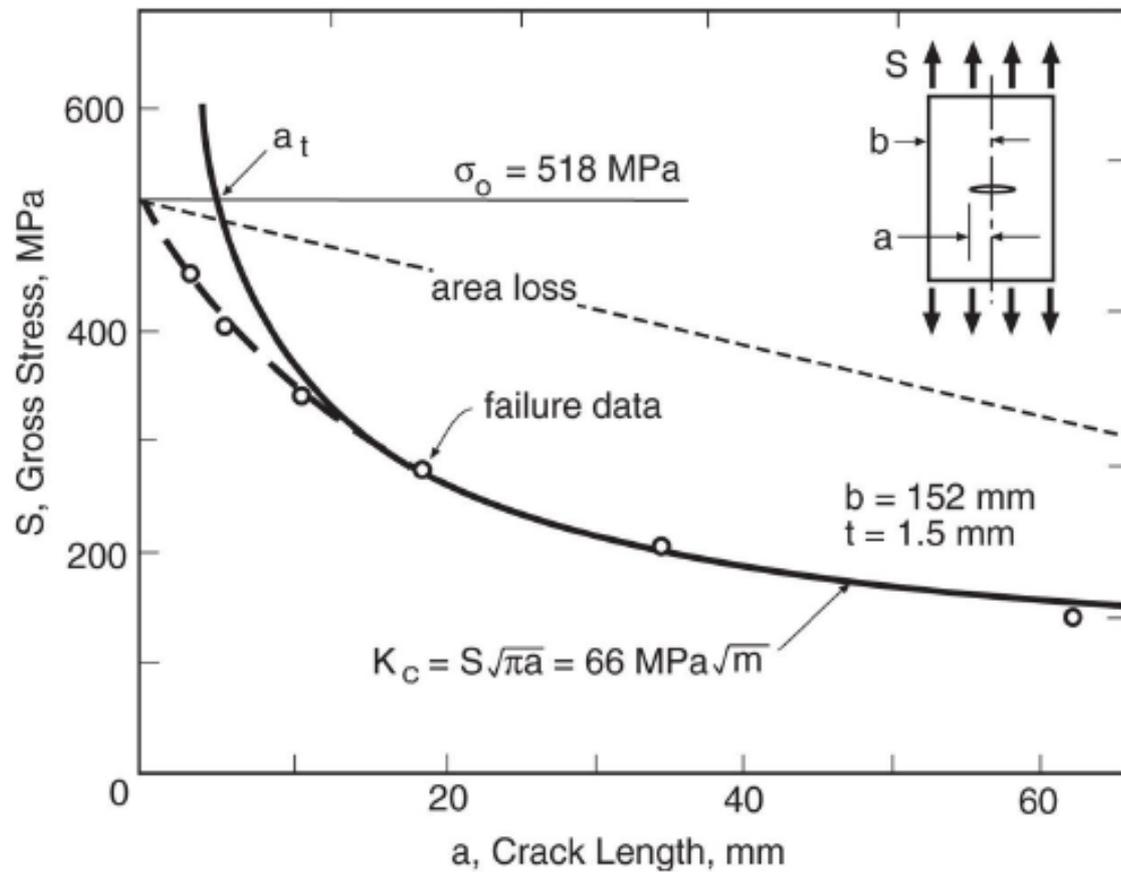


$$P_0 = \frac{b t \sigma_0}{(-a + \sqrt{2a^2 - 2a + 1})}$$



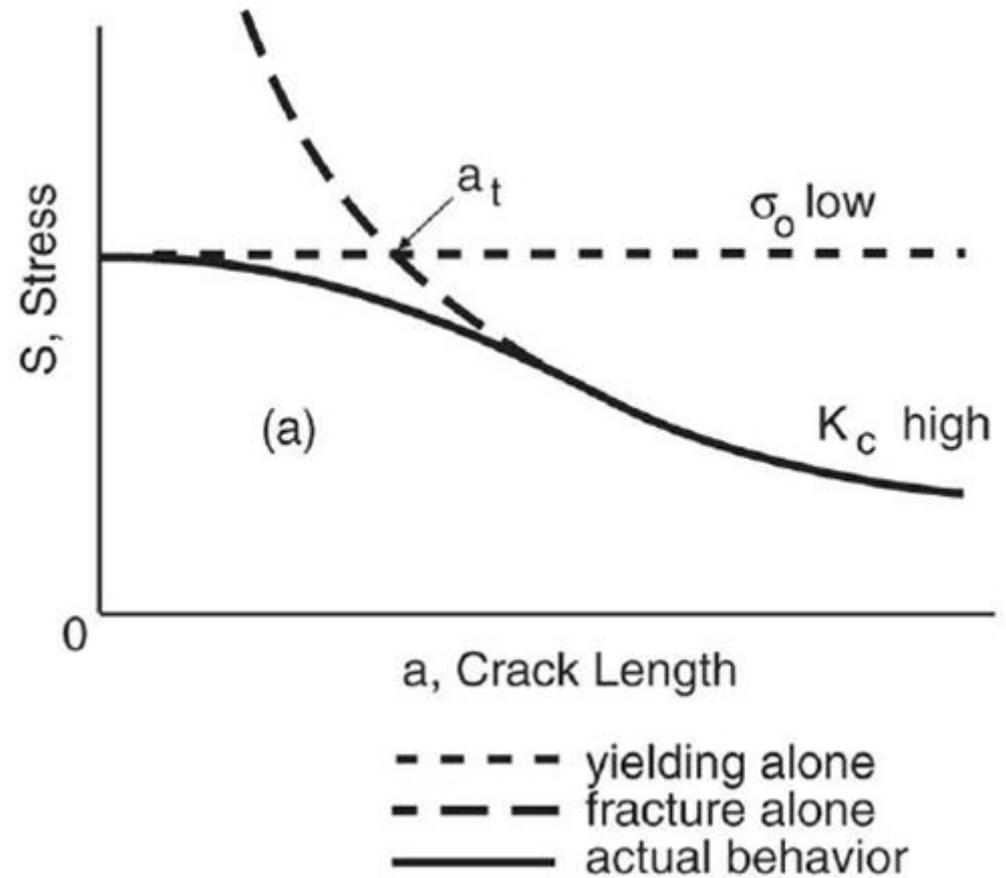
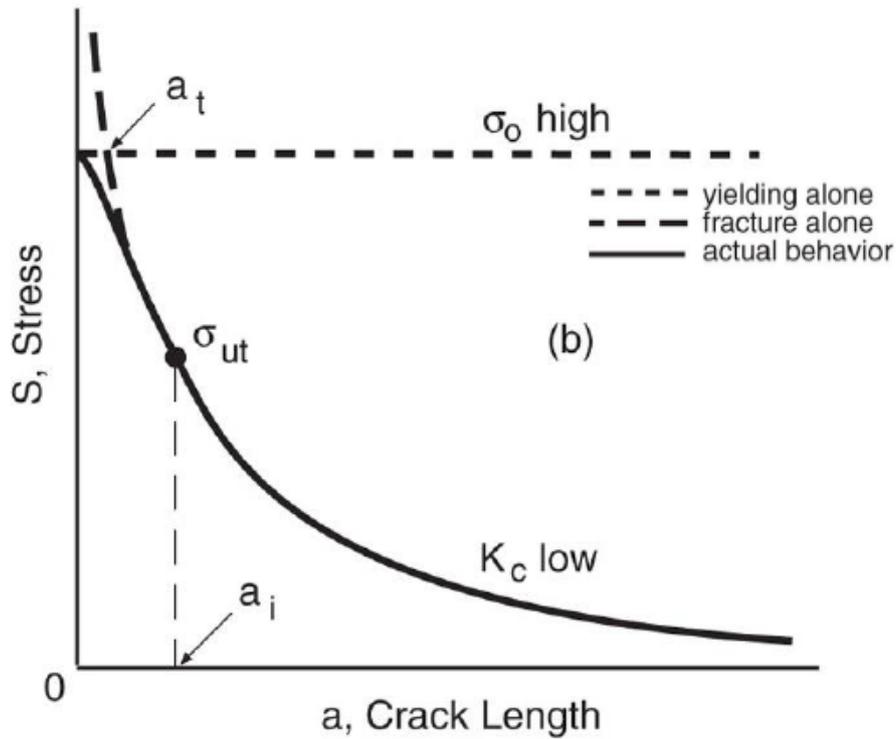


Efeitos das trincas na resistência residual





Efeitos das trincas na resistência residual





Tenacidade à fratura

- Para chapas finas, K_C varia com a espessura. No entanto se o parede for espessa, K_C se torna independente da espessura.
- Para estas condições, uma nova propriedade é utilizada, K_{IC}
- K_{IC} é o fator de intensidade de tensão crítica em deformação plana (corpos espessos) no modo de carregamento I, e neste caso, é independente da espessura do corpo de prova.



Exemplos de propriedades a fratura

Material	σ_u [MPa]	σ_o [MPa]	K_{IC} [MPa $\cdot\sqrt{m}$]
Aço 4340	1820	1470	46
Aço Maraging 300	1850	1730	90
Alumínio 7075-T6	560	500	32

K_{IC} = *tenacidade à fratura*

K_{IC} é uma propriedade que representa a medida da resistência de uma material a fratura frágil quando uma trinca está presente.

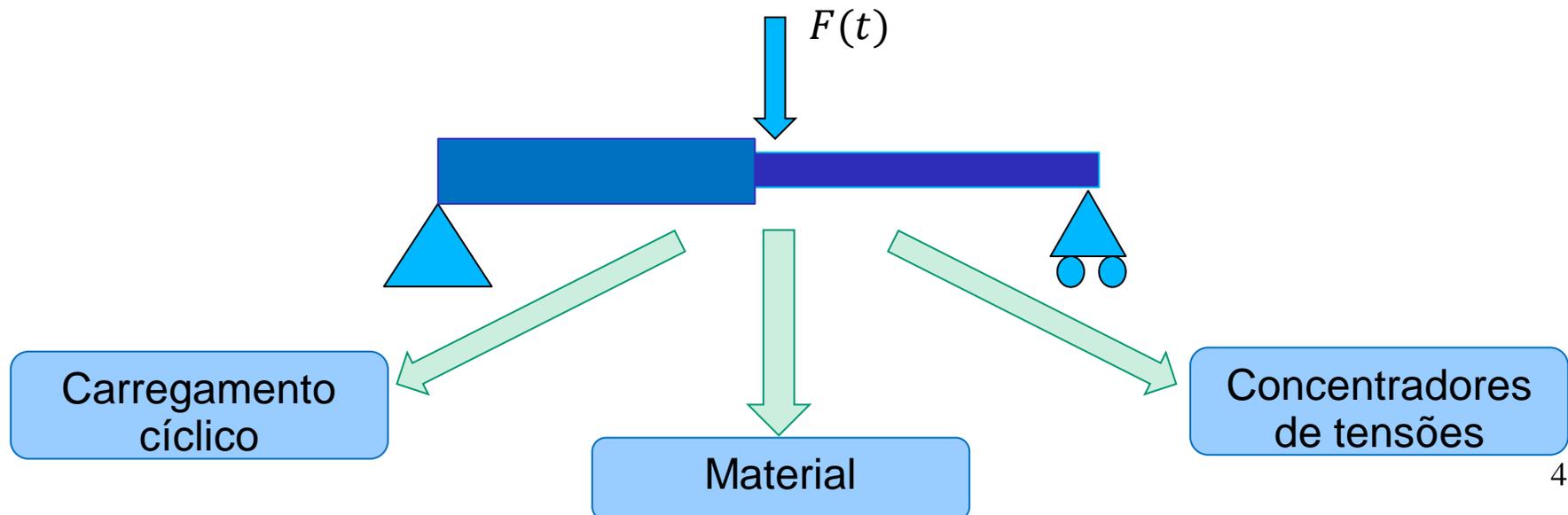


RELEBRANDO!

Concentração de tensões

- ▶ Em condições de carregamento estático o fator de concentração de tensões é um algo altamente localizado.
- ▶ O problema se agrava quando os componentes apresentam movimento (Ex. exemplo rotação) ou carregamento cíclico,

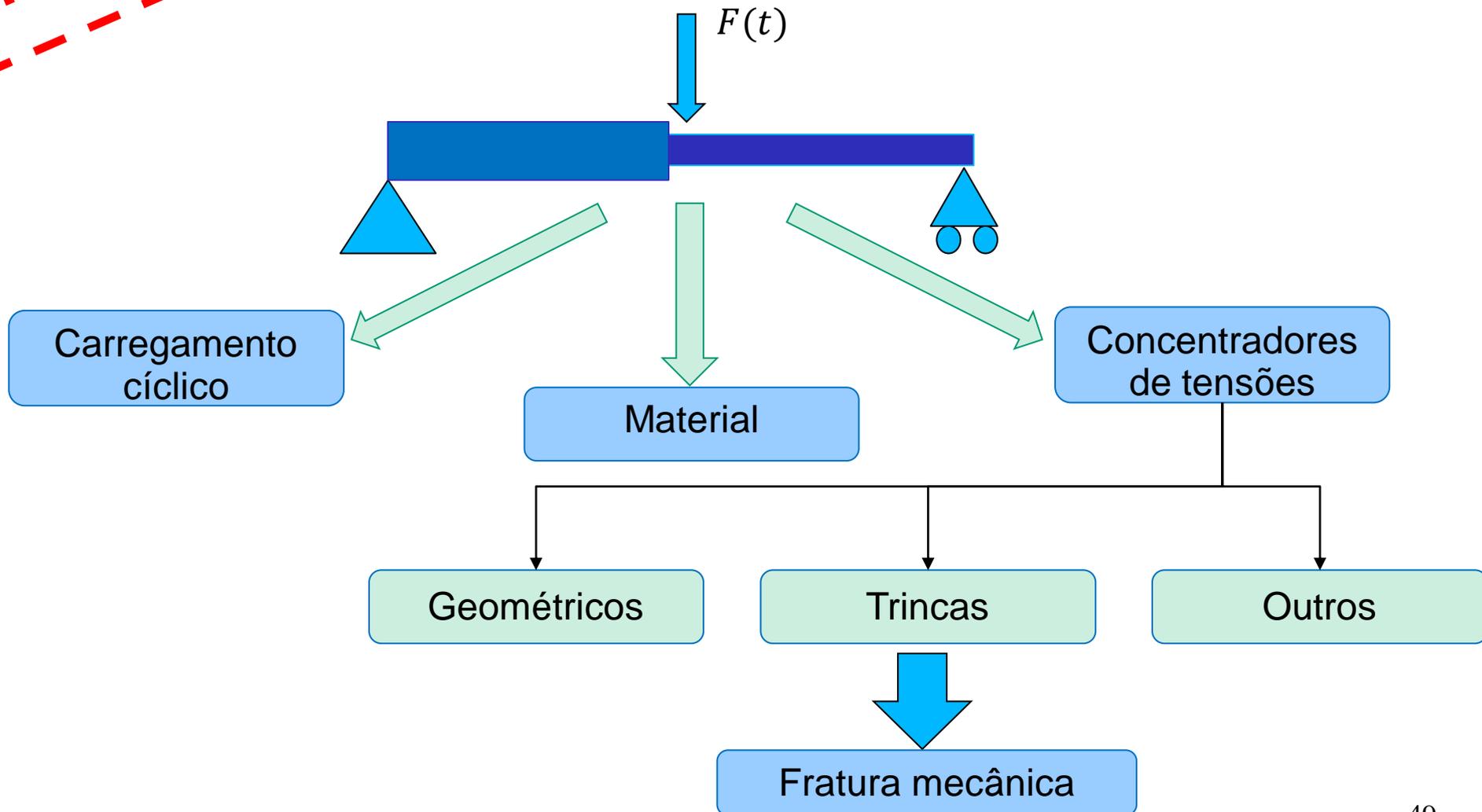
Falha por fadiga mecânica





RELEMBRANDO!

Falha por fadiga mecânica

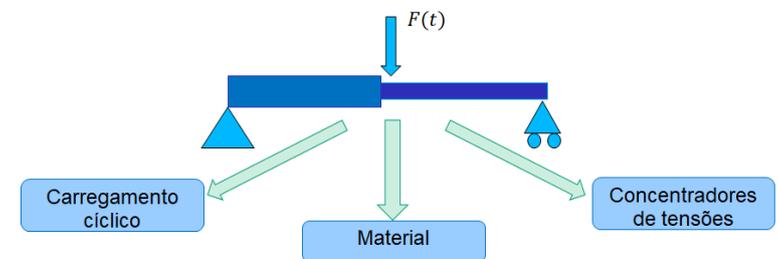




Introdução a Fadiga

- ▶ Início do século XIX já se conhecia fadiga , mas até hoje o conhecimento não é completo.
- ▶ Wohler em 1862, *On the mechanical tests on iron and steel*:
“As tensões com que rompiam em serviço alguns eixos de vagões ferroviários estava bem abaixo da tensão que o eixo suportava estaticamente”
- ▶ Bach, 1908 , separou as solicitações em:

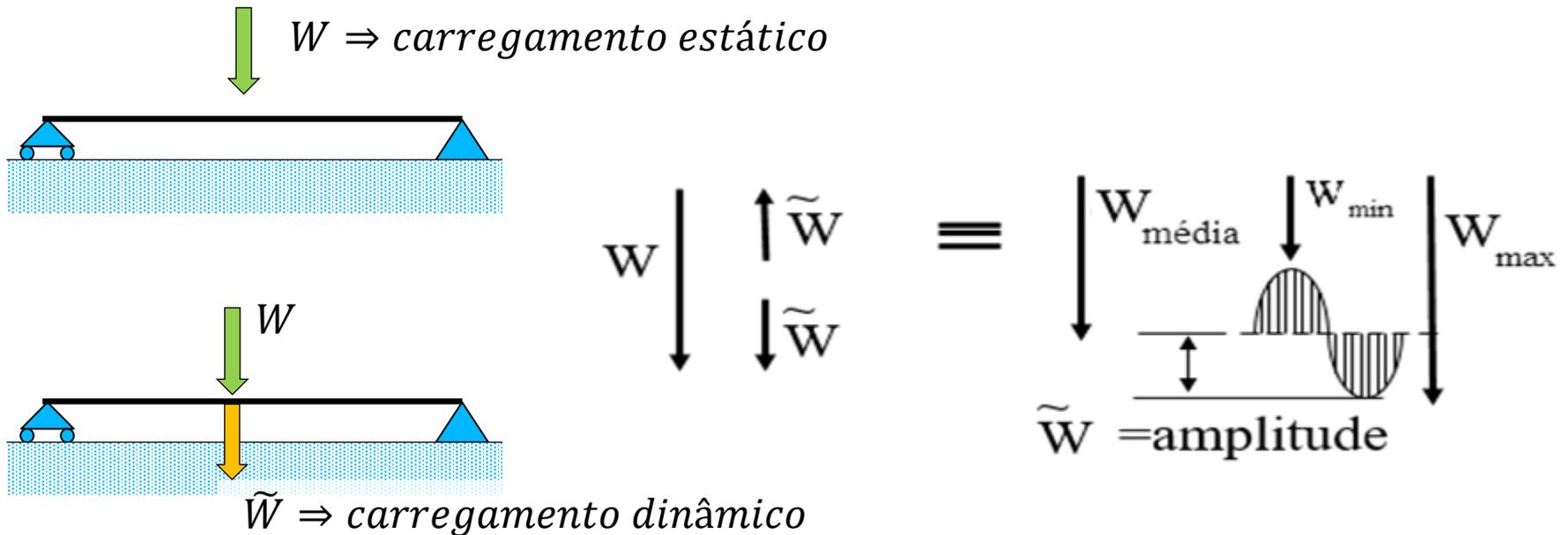
Cargas {
- estáticas
- alternada simétrica
- flutuante





Introdução

Carga {
- estáticas
- alternada simétrica ↔ diferentes coeficientes de segurança
- flutuante





Fadiga

Definição: Processo que causa **falha prematura ou dano permanente** a um componente sujeito a carregamento repetitivos / cíclicos.

Variações de temperatura

Causas



Vibrações



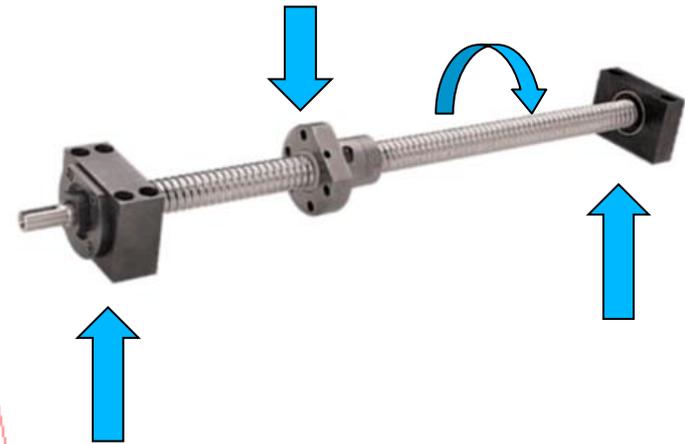
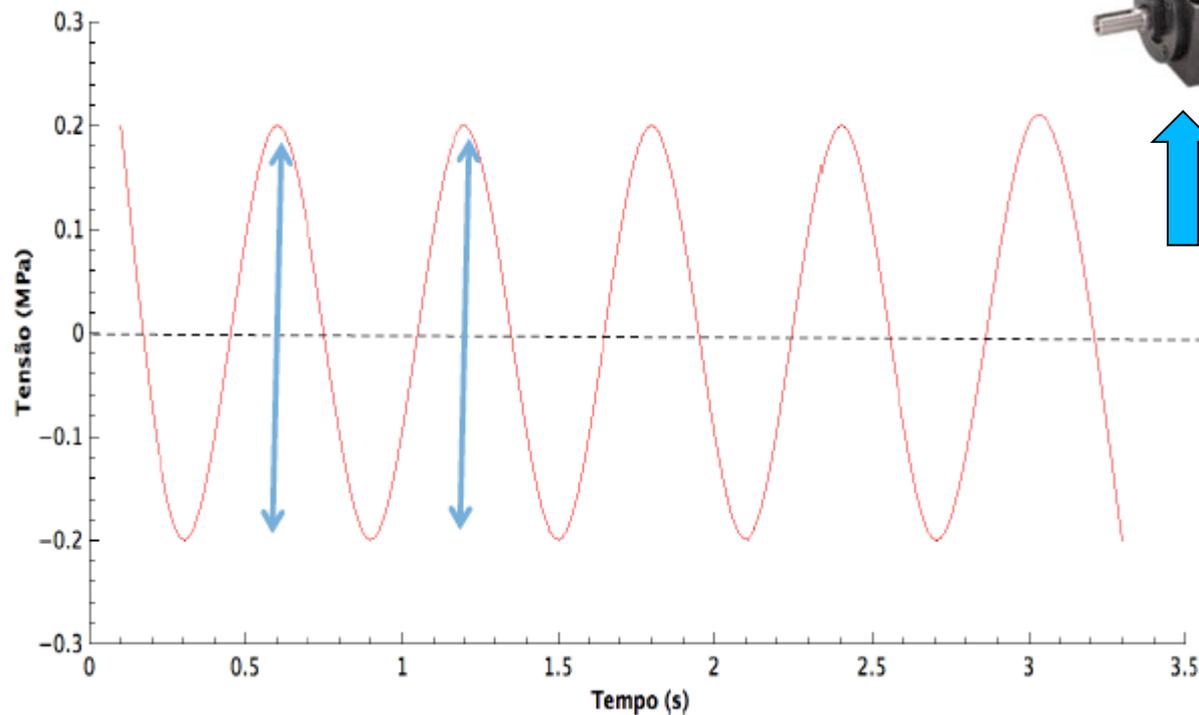
Carregamento e descarregamento





Carregamentos em Fadiga

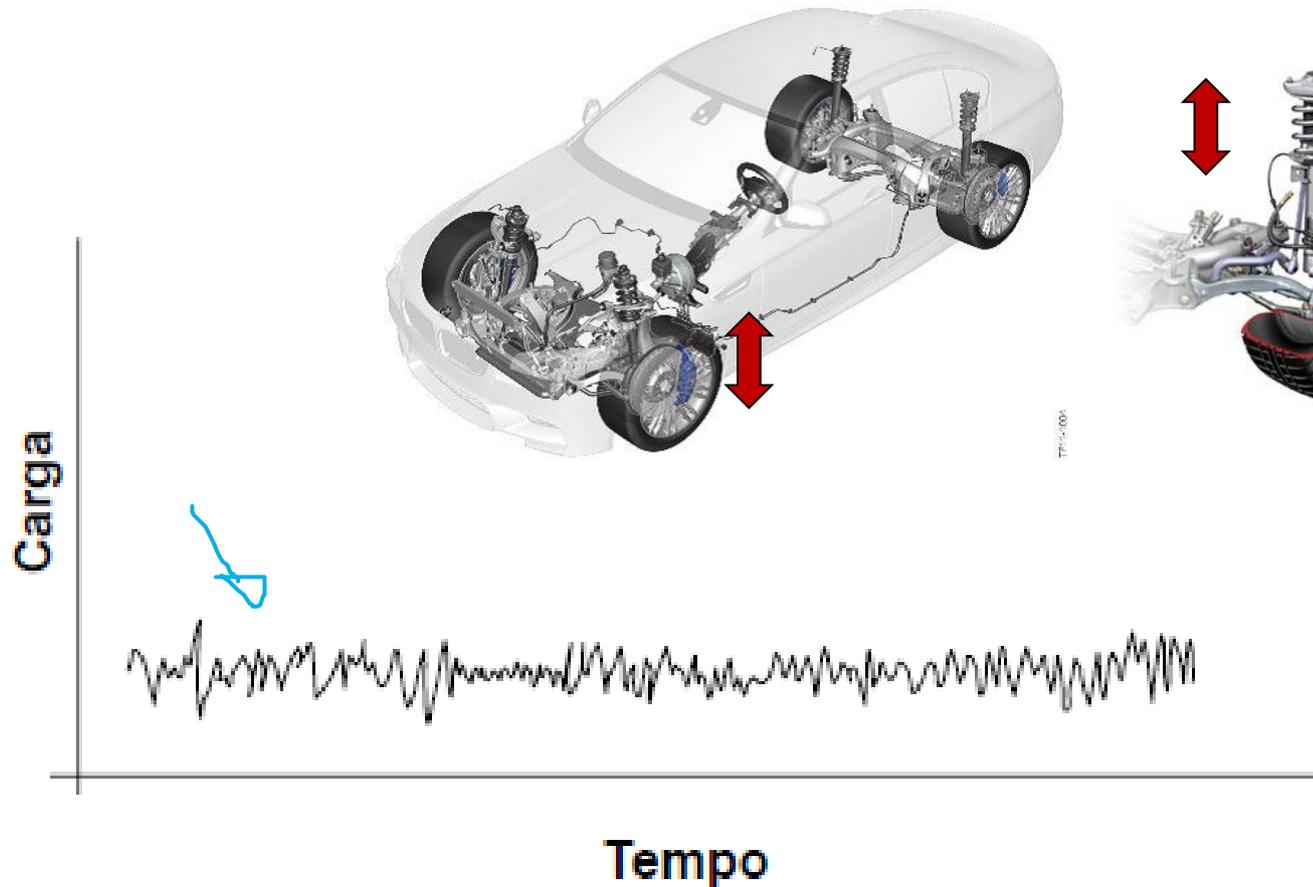
Carregamento constante





Carregamentos em Fadiga

Carregamento variável

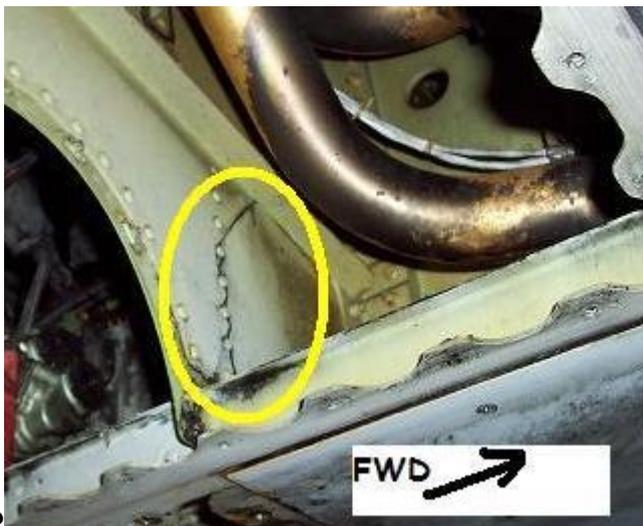


Característico
Tempo X Carga
para o eixo da roda

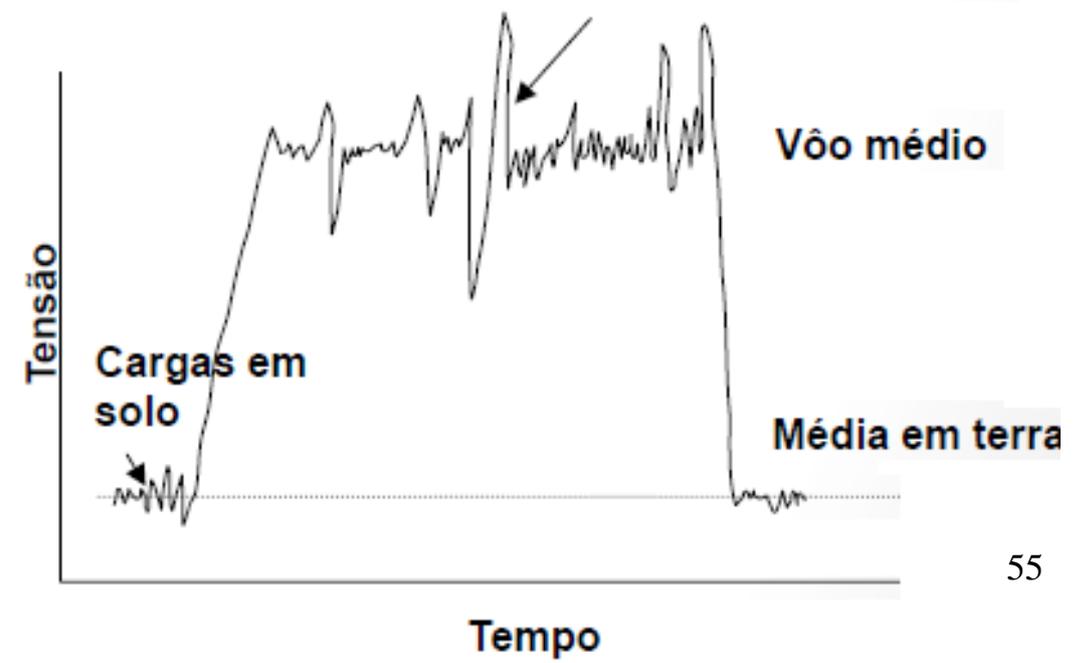


Carregamentos em Fadiga

Carregamento variável



Carregamento em voo





Filosofias de projeto para Fadiga

Vida Infinita

Este critério exige que as tensões atuantes estejam abaixo da tensão limite de fadiga

Vida Finita

Condições de carregamento sensivelmente imprevisíveis, ou ao menos, não constantes. A vida selecionada para o projeto deve incluir uma margem de segurança para levar em consideração o carregamento

Falha segura

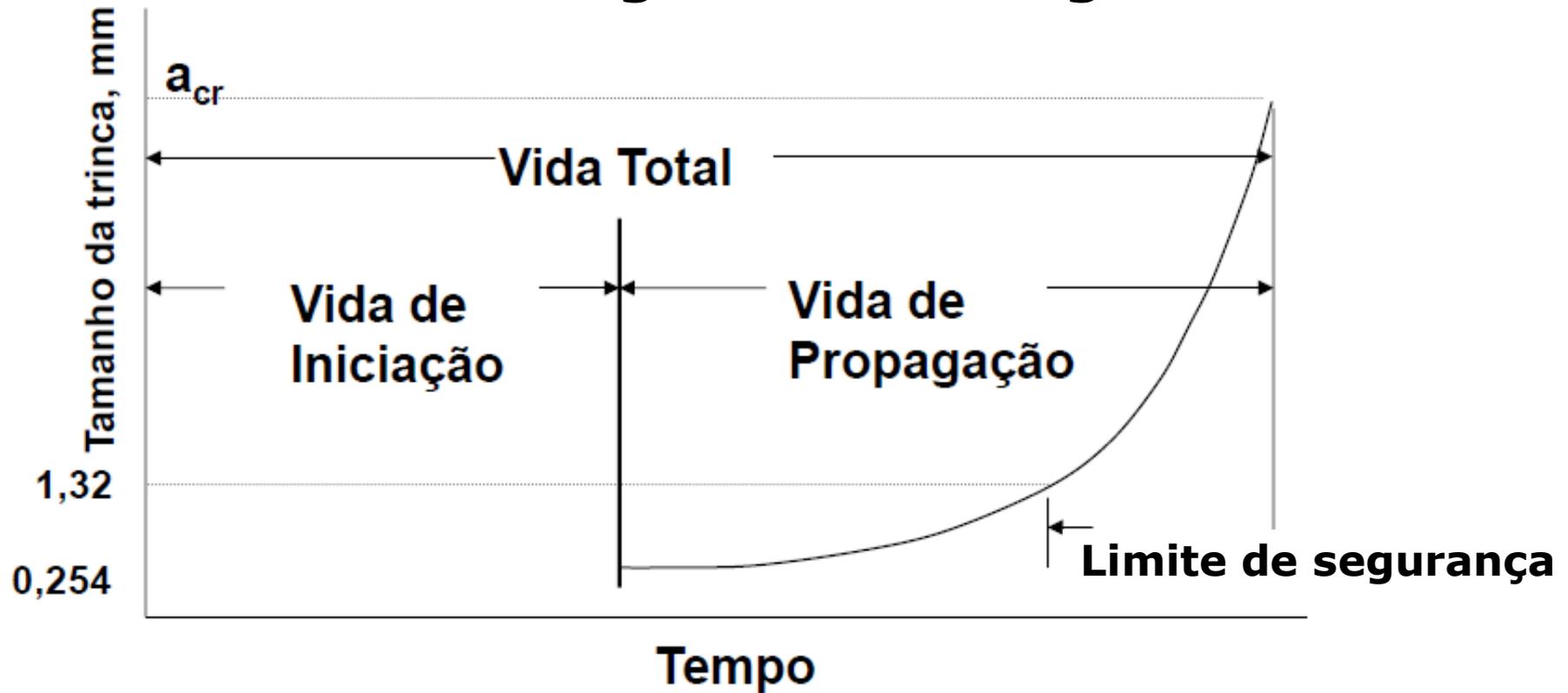
Este critério considera a possibilidade de ocorrência de trincas de fadiga, porém, sem levar ao colapso as estruturas antes destas fissuras serem detectadas e reparadas

Tolerante ao dano

Este critério é um refinamento do anterior, porém, levando em consideração a existência de uma trinca, o projeto da estrutura é executado para que esta trinca não cresça, evitando a falha do componente.



Fadiga - terminologia

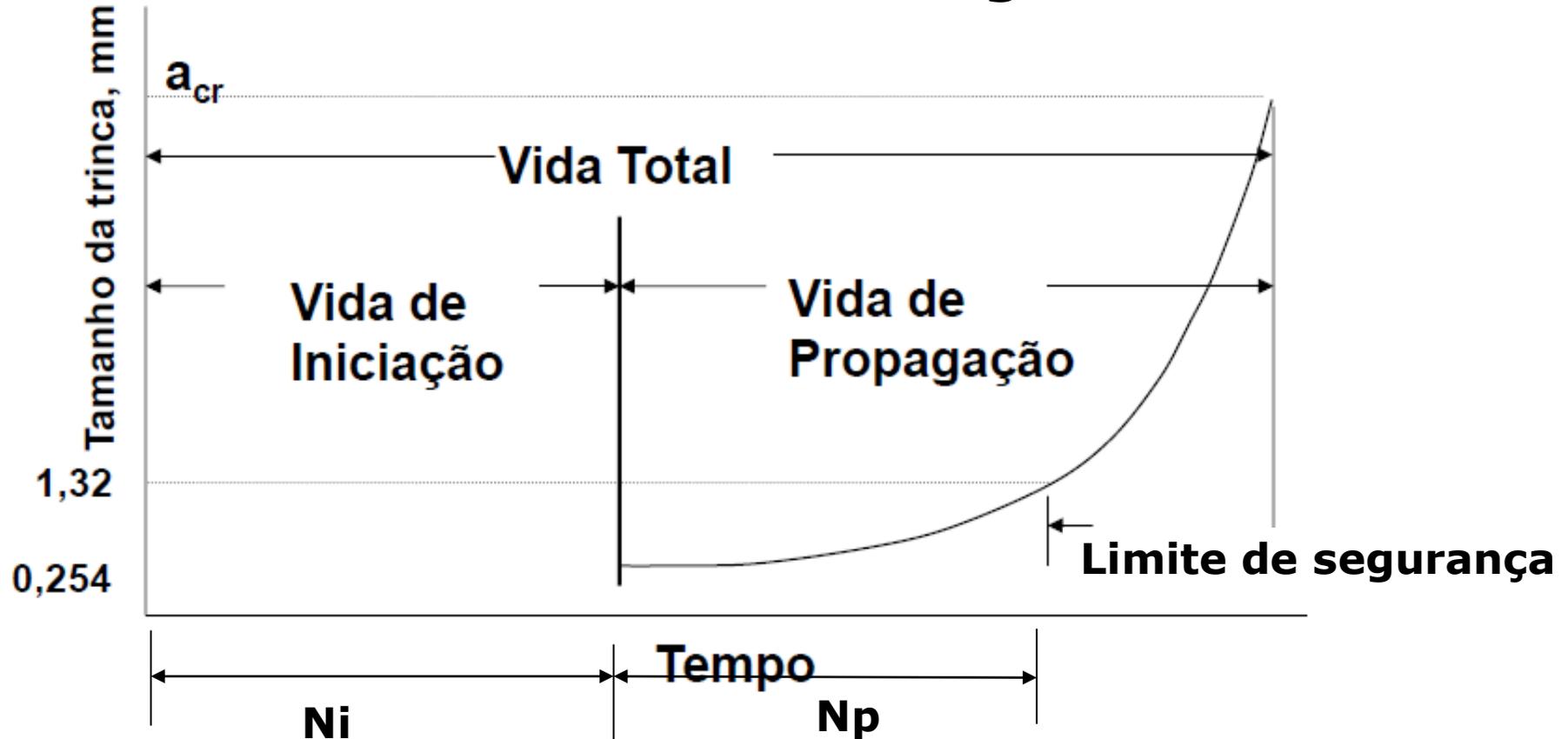


Onde:

- Vida de Iniciação – Tempo para nuclear uma trinca.
- Vida de Propagação – Tempo para o crescimento de uma trinca até a falha.
- Limite de Seg. – crescimento a partir de um tamanho crítico de trinca



Vida em Fadiga



Onde:

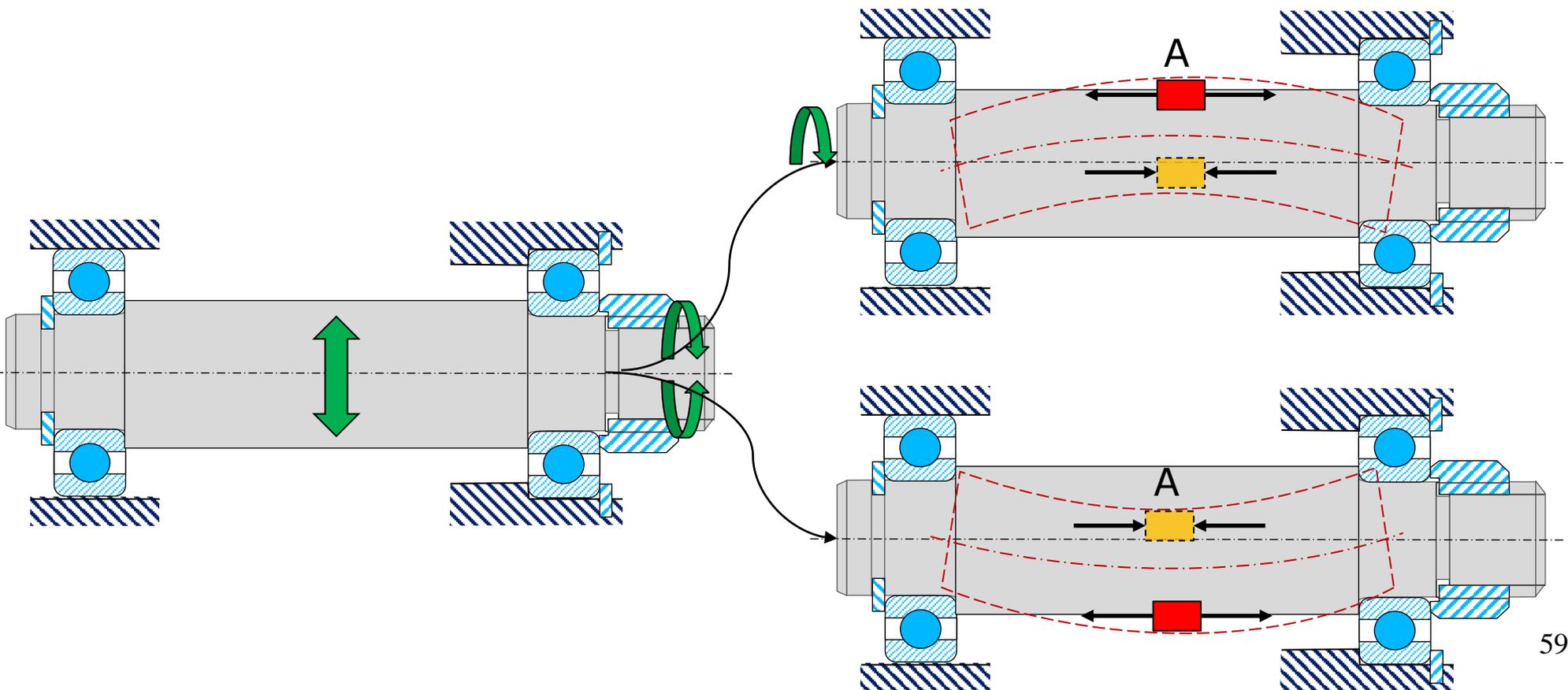
$$N = N_i + N_p$$

- N é o número de ciclos para fadiga total;
- N_i é o número de ciclos para iniciação;
- N_p é o número de ciclos para uma trinca crescer e se tornar crítica



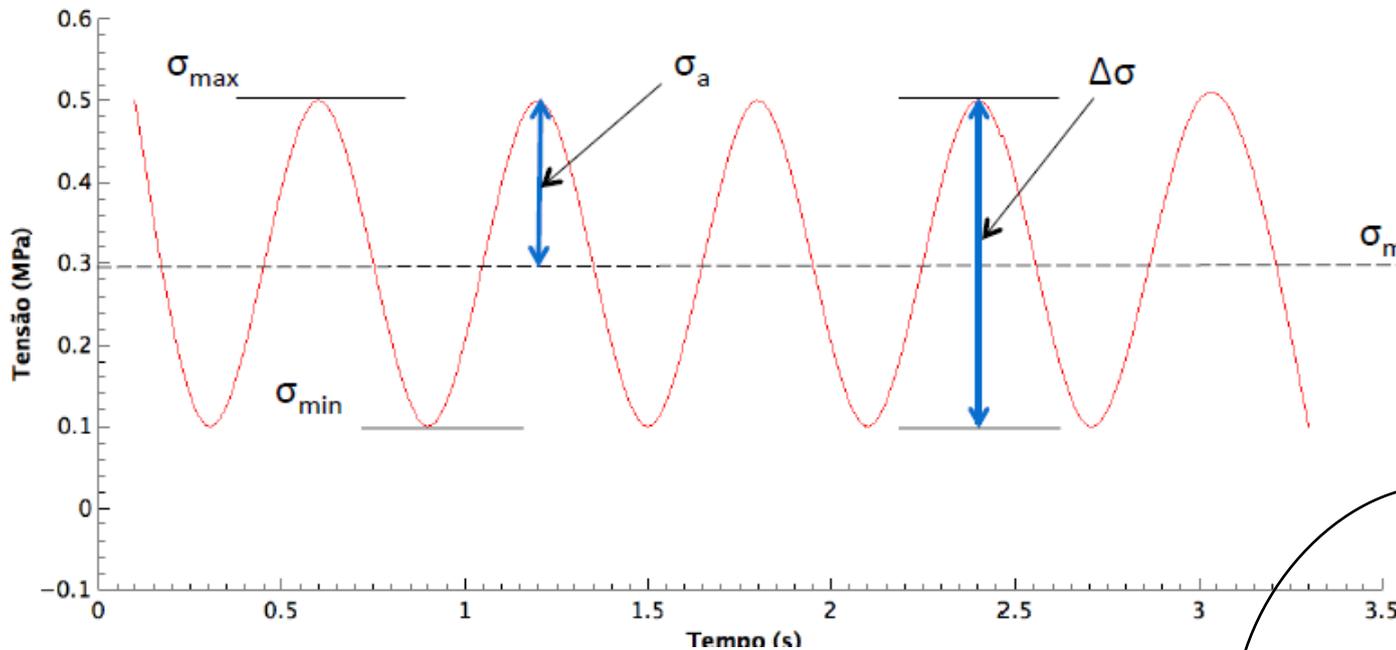
Tensões Cíclicas

As tensões cíclicas podem ser de natureza axial (tração-compressão), de flexão (flexão) ou torcional (torção).





Parâmetros dos Ciclos de Fadiga



$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

σ_{max} : Tensão máxima

σ_a : Amplitude de tensão

σ_{min} : Tensão mínima

σ_m : Tensão média

$\Delta\sigma$: intervalo ou amplitude de tensão

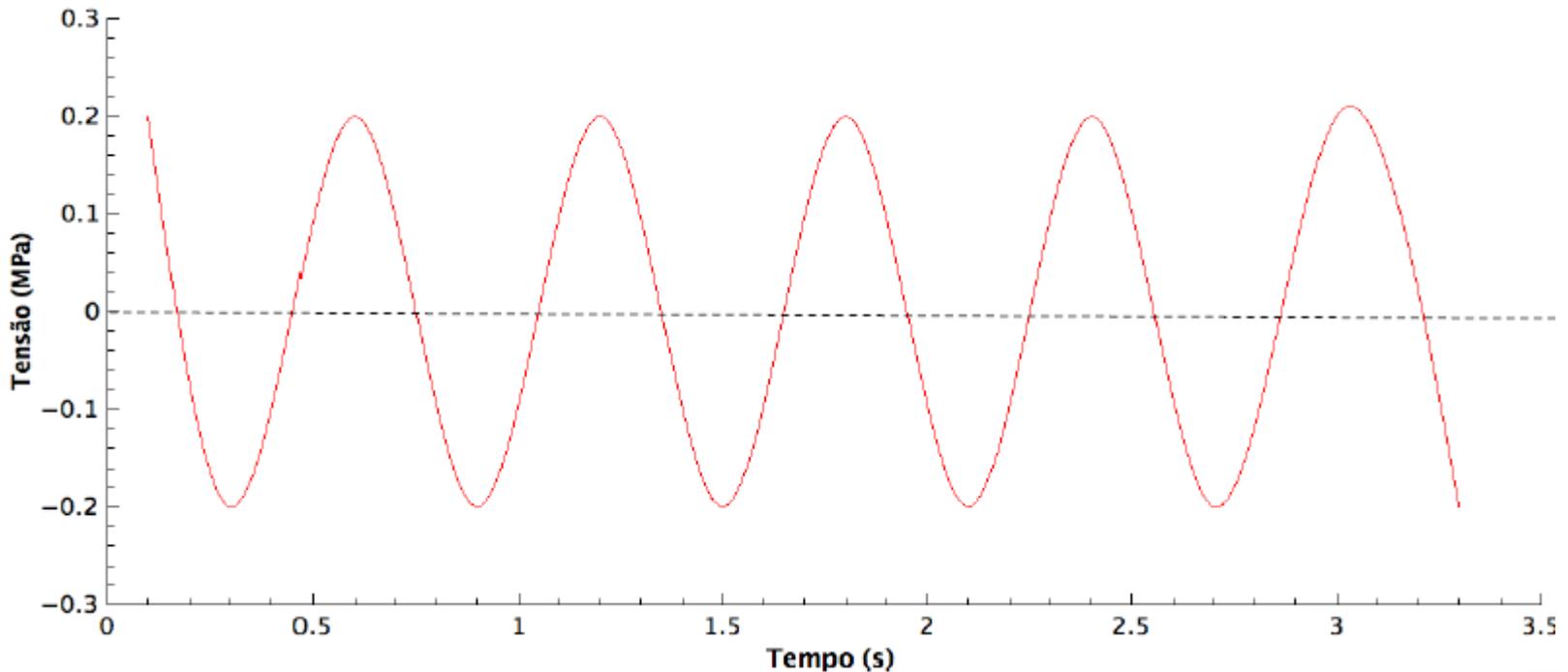
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad A = \text{Razão de amplitude}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad R = \text{Razão de tensão}$$



Carregamentos completamente reversos



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 0$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = -1$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \infty$$

A = Razão de amplitude

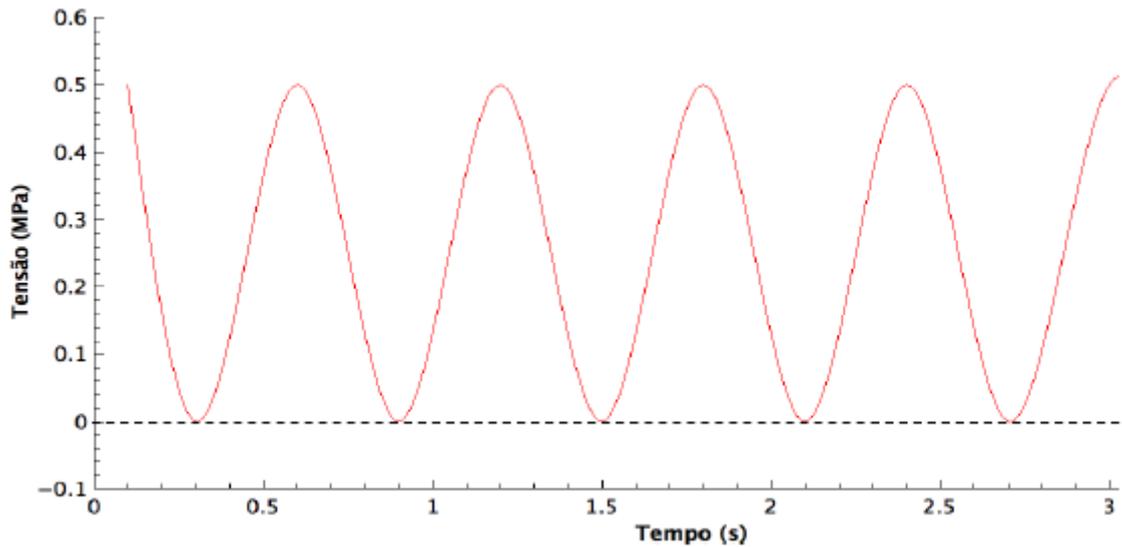
R = Razão de tensão



A = Razão de amplitude

R = Razão de tensão

Carregamentos 0 a tração

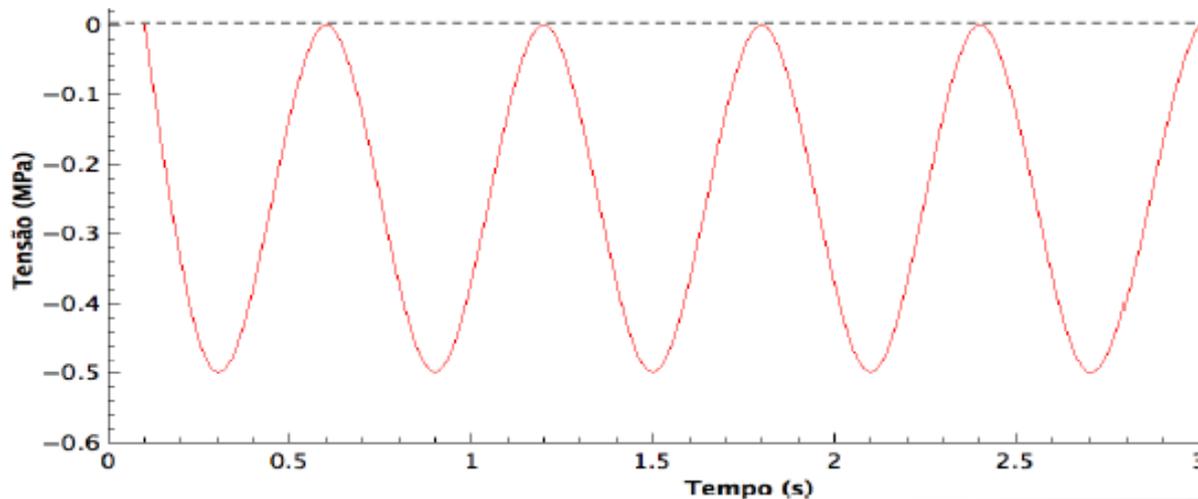


$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1$$

Carregamentos 0 a compressão



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{min}}{2}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \infty$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1$$



Cálculo do número de ciclos

Existem basicamente dois métodos para cálculo de vida em fadiga:

- ⇒ um baseado na **análise da curva S-N** (tensão-vida),
- ⇒ e outro baseado na **taxa de propagação da trinca.**

O método para calcular o número de ciclos que um componente resiste a fadiga depende da filosofia de projeto selecionado.



Análise da curva S-N (tensão-vida)

A metodologia de **Análise da curva S-N** é utilizada quando os níveis de tensão são muito inferiores ao limite de escoamento do material. É também denominada de Fadiga de Alto Ciclo (FAC) ou Fadiga em Baixa Tensão (FBT).

- **Dados S-N**

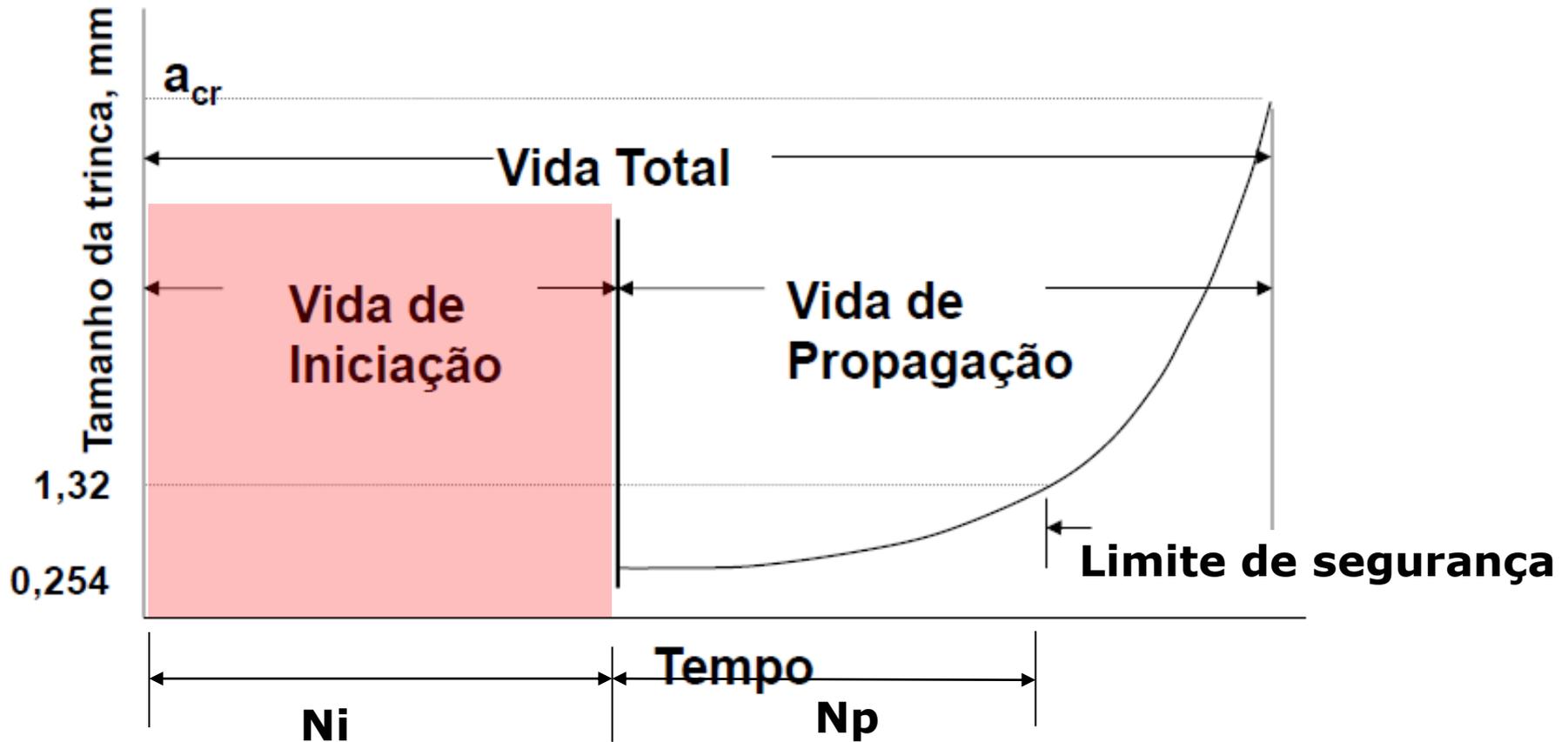
- Limite de Fadiga
- Resistência a Fadiga
- Vida Finita
- Relação entre Propriedades Estática & Fadiga
- Efeitos da Tensão Média

- **Modelos:**

- Vida infinita
- Vida finita



Análise da curva S-N (tensão-vida)

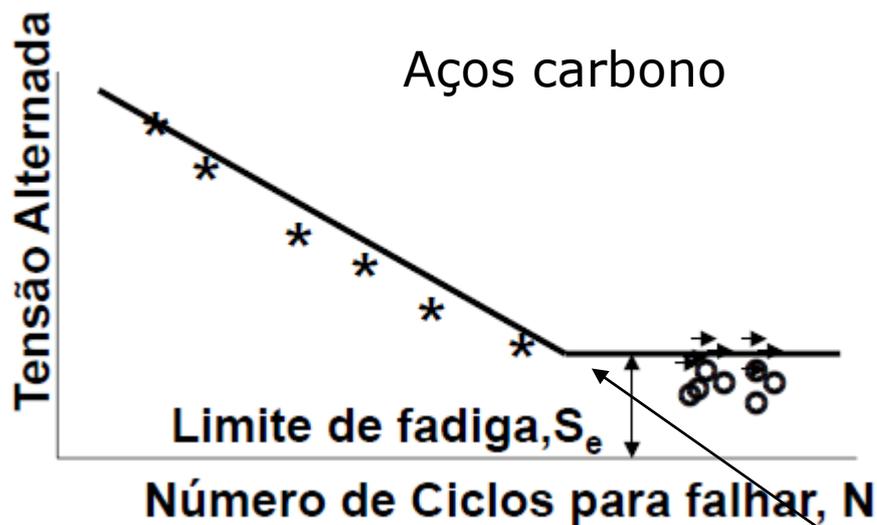




Análise da curva S-N e Limite de Fadiga

Os dados de fadiga são normalmente apresentados:

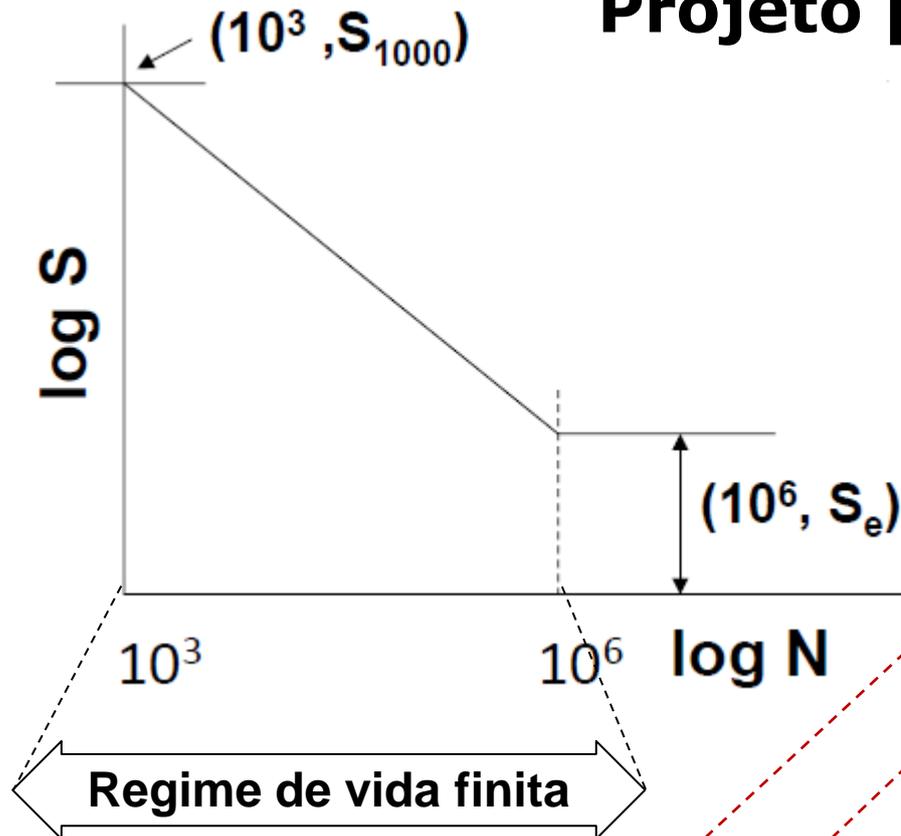
- para corpos de prova polidos
- Sob flexão reversa



Limite de fadiga



Projeto para vida Finita



$$S = 10^c \cdot N^b$$

$$N = 10^{c/b} \cdot S^{1/b}$$

$$S_{1000} = \text{tensão de falha em } 10^3$$

Onde:

- C e b são constantes do material, e podem ser expressos em termos de S_{1000} e S_e
- S_{1000} é a tensão para falha em 10^3 ciclos
- S_e é a tensão para falha com tensão média zero



Projeto para vida Finita

$$S = 10^c \cdot N^b$$

$$C = \log_{10} \frac{(S_{1000})^2}{S_c}$$

$$b = \frac{1}{3} \log_{10} \left(\frac{S_{1000}}{S_c} \right)$$

Notem que: $S_{1000} \approx 0,9 S_o$ e $S_e \approx 0,5 S_o$

Assim, para ligas ferrosas temos:

$$b \approx -0,0855$$

$$C = \log_{10} (1,62 S_u)$$

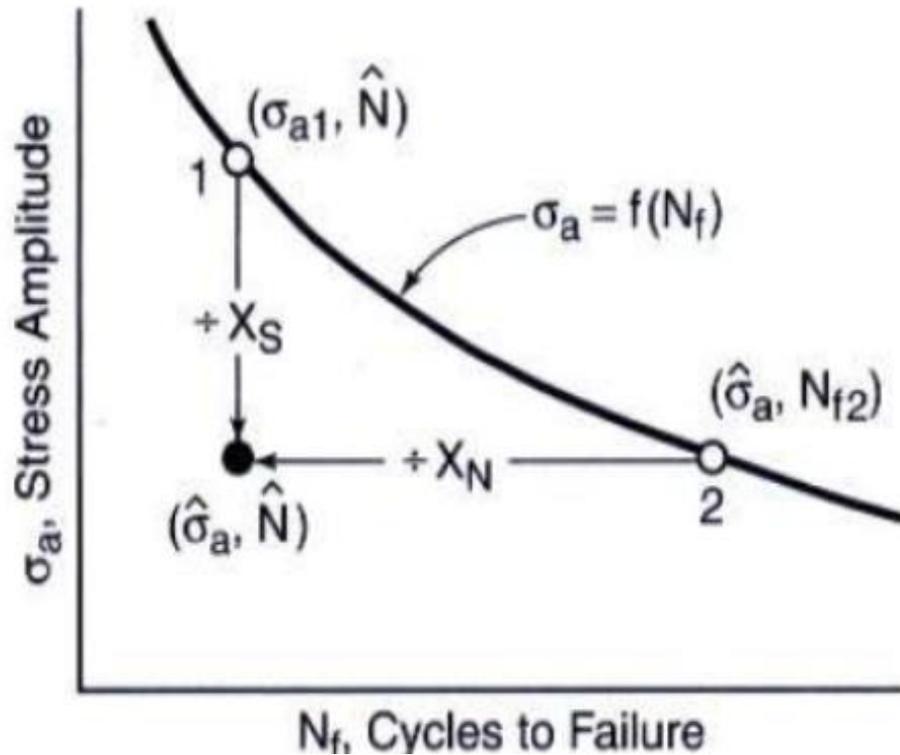
$$S = 1,62 S_u N^{-0,085}$$

$$N = 291,66 \left(\frac{S}{S_u} \right)^{-11,765}$$

ligas ferrosas



Coeficiente de segurança

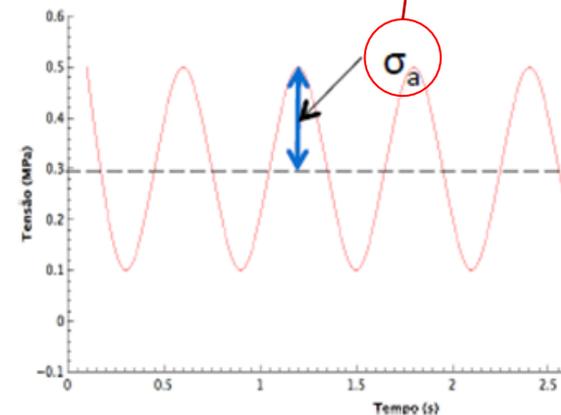


$$X_S = \frac{\sigma_{a1}}{\hat{\sigma}_a} \dots \dots (N_f = \hat{N})$$

$$X_N = \frac{N_{f2}}{\hat{N}} \dots \dots (\sigma_a = \hat{\sigma})$$

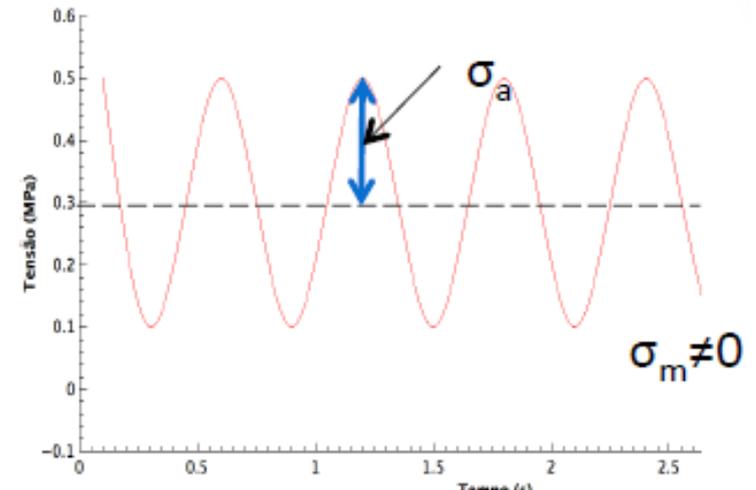
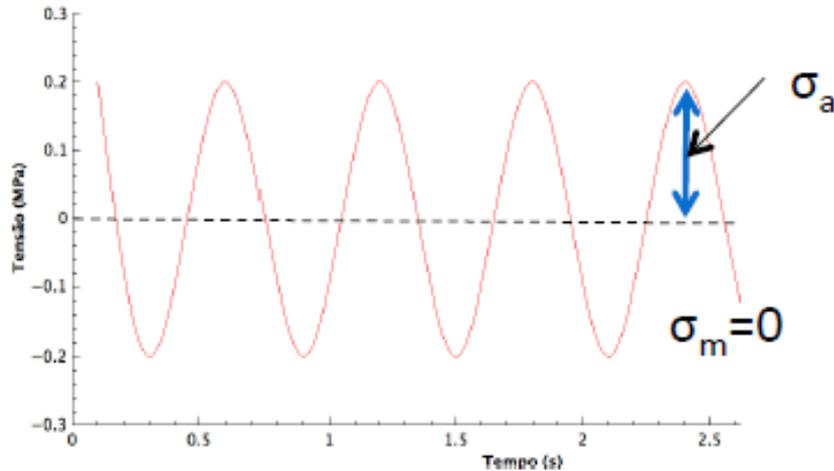
$$X_S = 1,5 \text{ a } 3$$

$$X_N = 5 \text{ a } 20 (+)$$





Efeito da tensão média



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

O aumento do valor da tensão média diminui a vida em fadiga

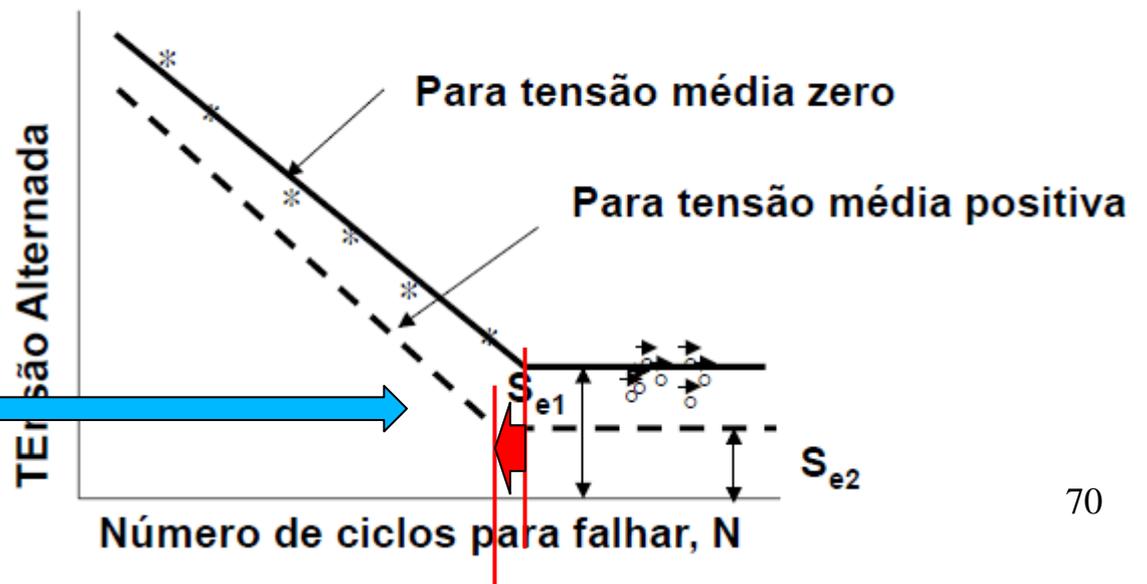
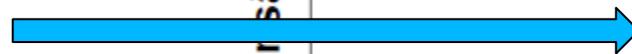
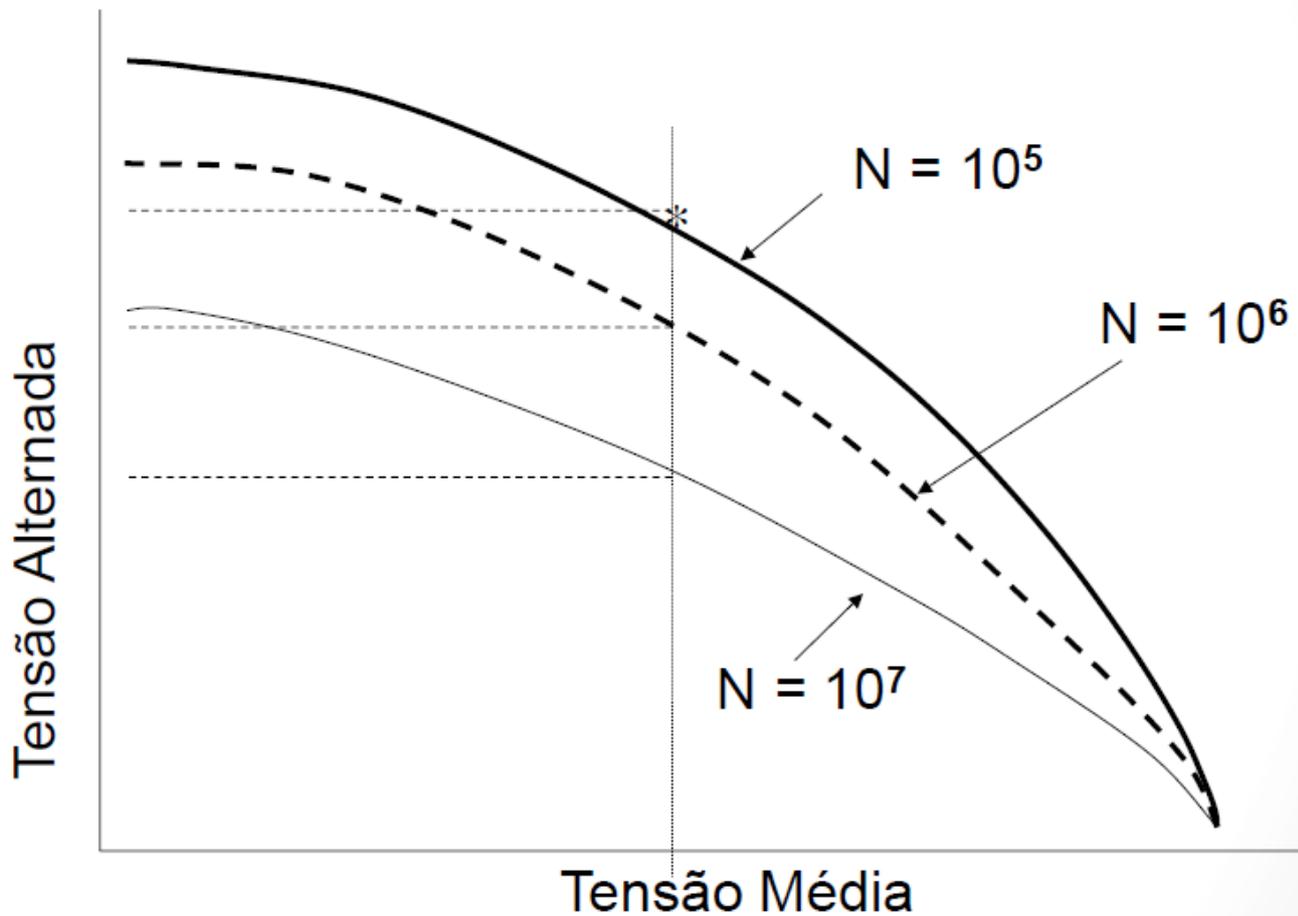




Diagrama de Vida Constante ou diagrama de Haigh





Modelo de fadiga para vida finita

Soderberg (1930): $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1$

Goodman (1899): $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1$

Gerber (1874): $\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1$

Morrow (1960's): $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} = 1$

Onde:

S_e : Limite de fadiga para tensão média igual a zero;

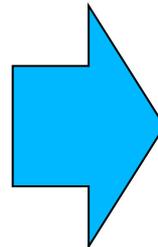
σ_a : Limite de fadiga com tensão diferente de zero;

S_u : Limite de resistência em tração;

S_y : Tensão limite;

σ_m : Tensão média;

σ_f : Tensão de fratura verdadeira



Para vida infinita
troque o limite de
fadiga S_e por S_n



Exemplo 1

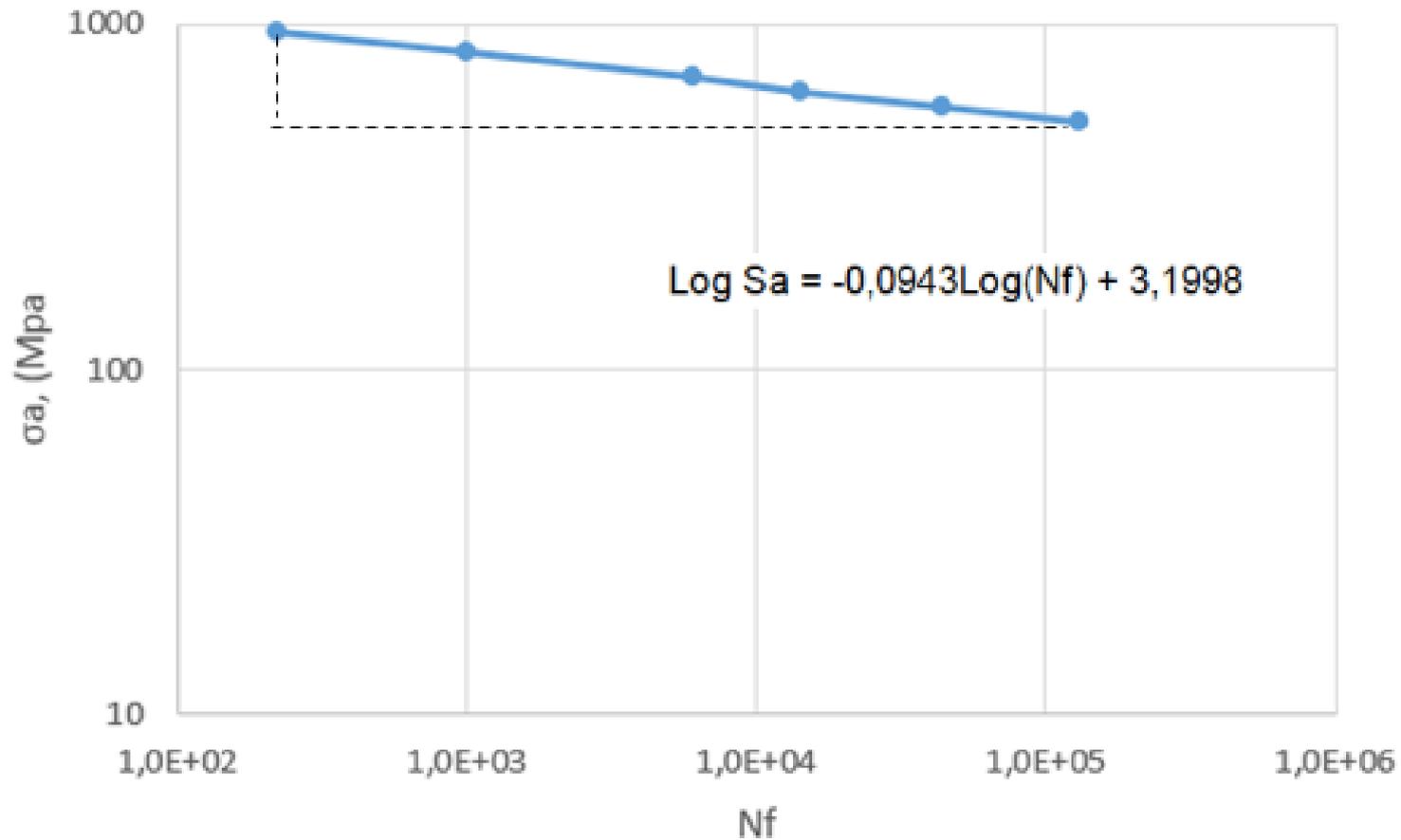
Alguns valores de amplitude de tensão e os ciclos correspondentes para falha em fadiga são dados na tabela abaixo para o aço ABNT AISI 4340. Estes ensaios foram realizados em corpos de prova não entalhados, carregados axialmente e com tensão média igual a zero.

σ_a , (MPa)	N_f , ciclos	σ_a , (MPa)	N_f , ciclos
948	222	631	14130
834	992	579	43860
703	6004	524	132150



Exemplo 1

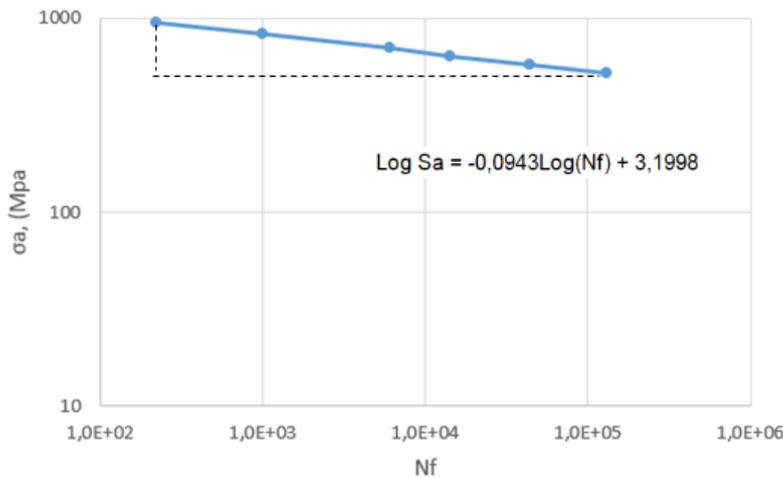
a) Plote o gráfico de $\sigma_a X N_f$ (Log-Log).





Exemplo 1

b) Obtenha os valores refinados de A e B usando a regressão linear dos mínimos quadrados a partir do gráfico



$$\sigma_a = AN_f^B$$

$$N_f = \left(\frac{\sigma_a}{A} \right)^{1/B} \rightarrow \log N_f = \frac{1}{B} \log \sigma_a - \frac{1}{A} \log A$$

$$y = mx + c \rightarrow y = \log N_f; \quad x = \log \sigma_a; \quad m = \frac{1}{B}; \quad c = \frac{-1}{B} \log A$$

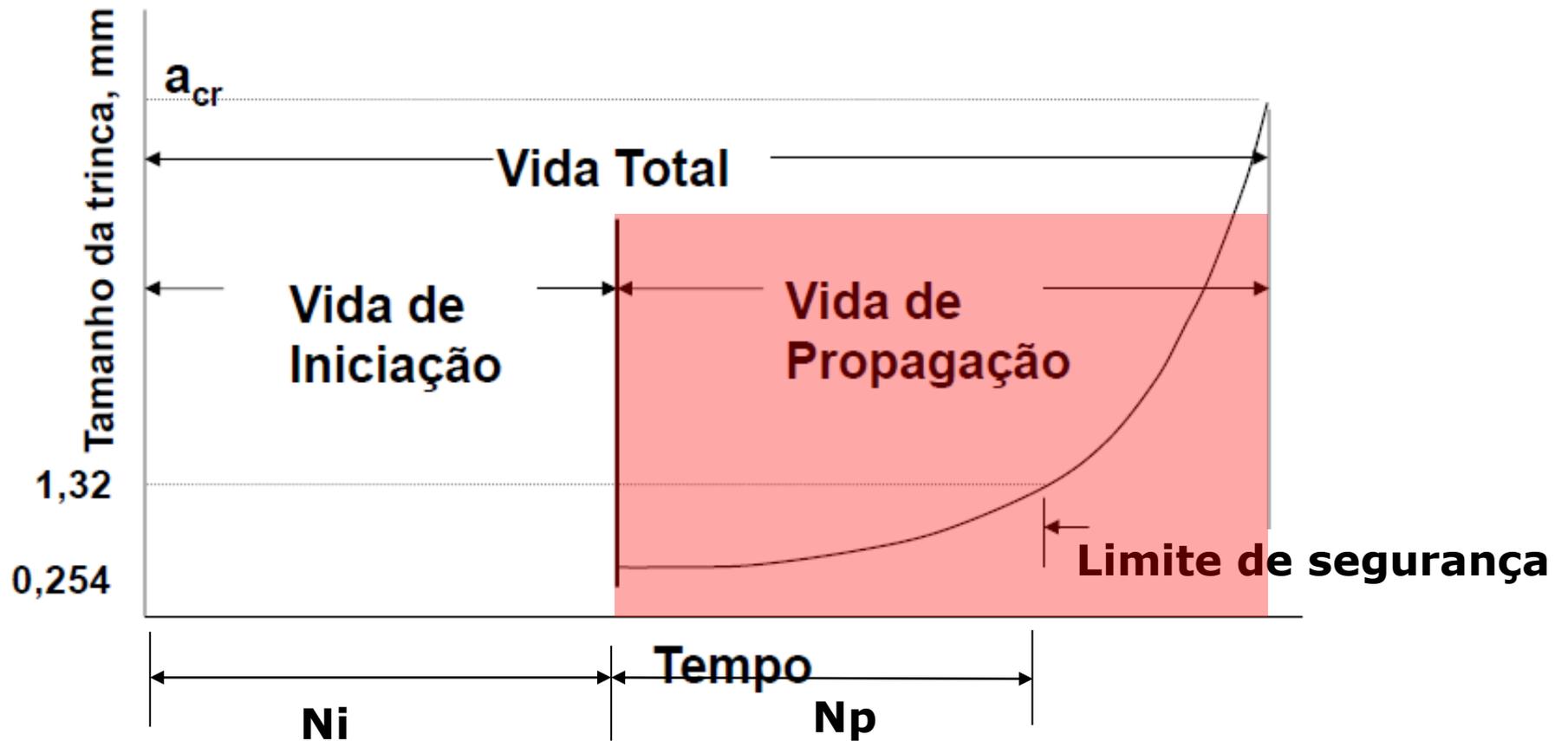
$$m = -10,582; \quad c = 33,87$$

$$B = -0,0945$$

$$A = 10^{-cB} \rightarrow A = 1587 \text{ MPa}$$



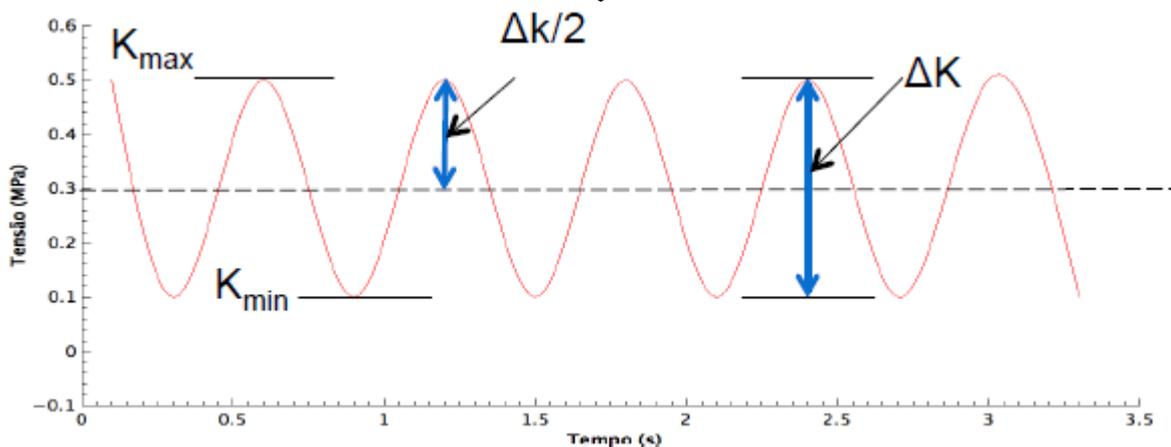
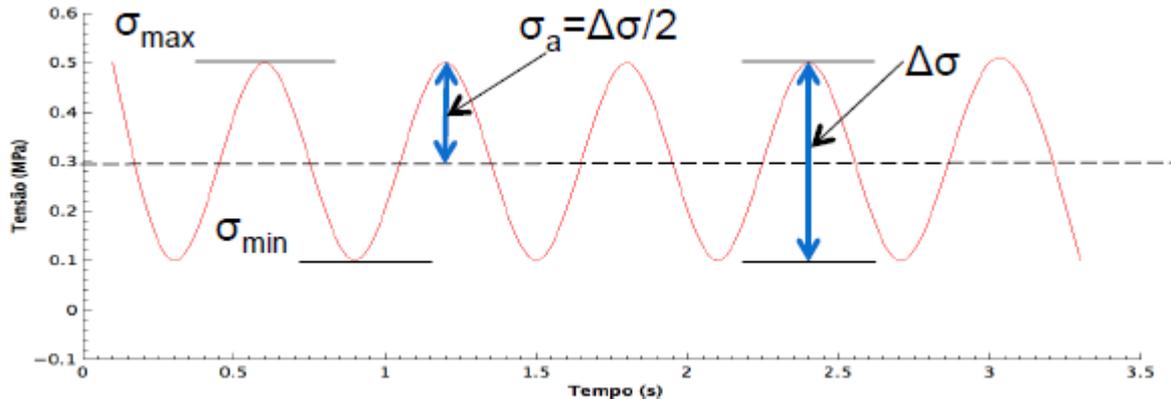
Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca





Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca

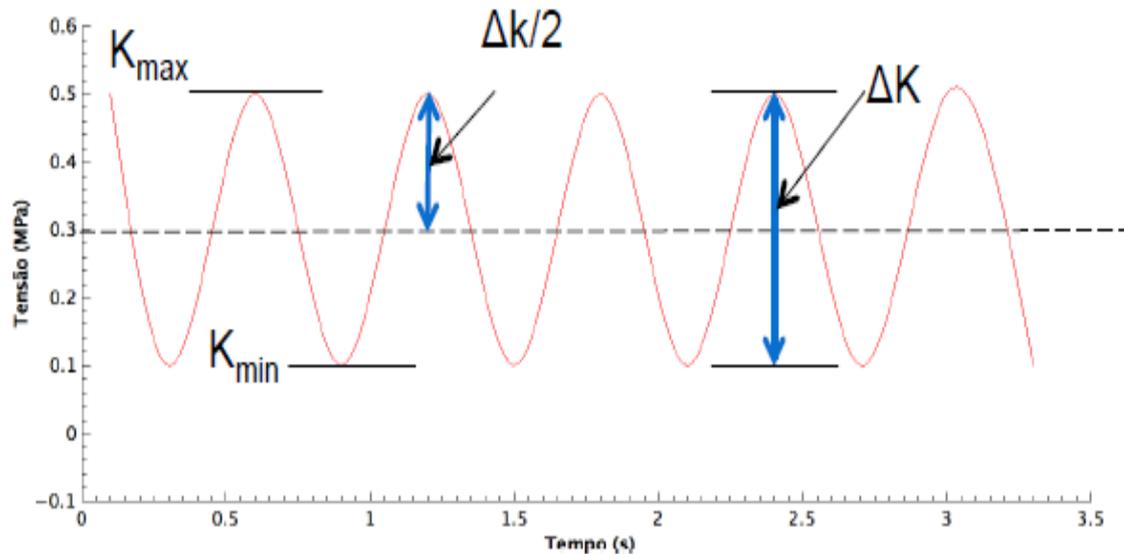
Parâmetros utilizados na descrição do crescimento de trinca por fadiga





Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca

Parâmetros utilizados na descrição do crescimento de trinca por fadiga



$$K_{\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi * a}$$

$$K_{\min} = \sigma_{\min} \sqrt{\pi * a}$$

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta \sigma \sqrt{\pi * a}$$

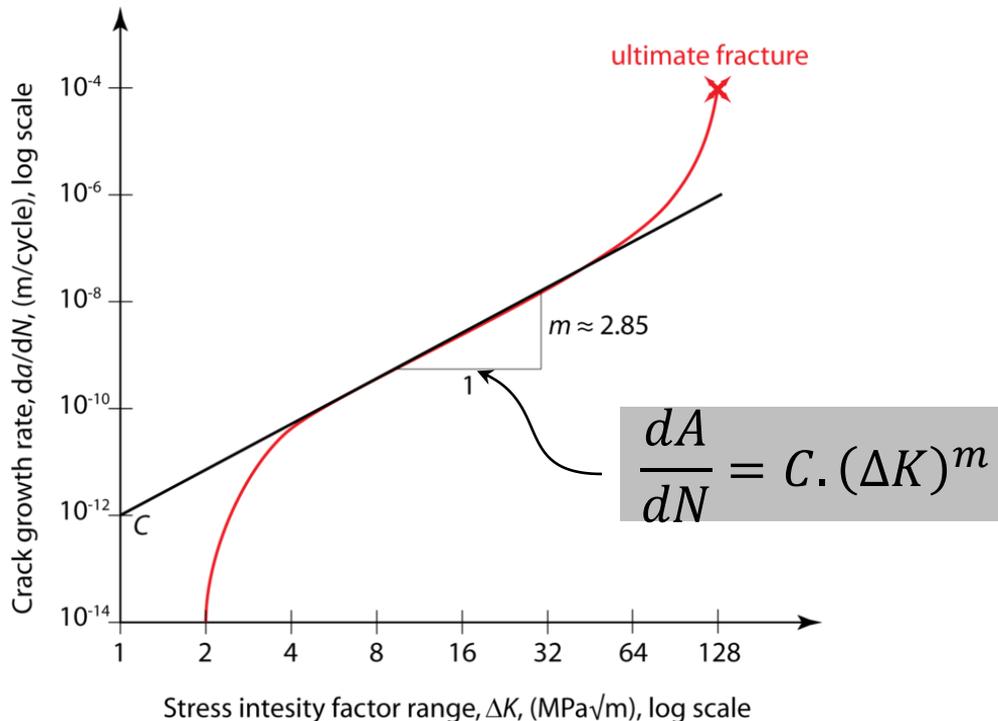
$$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$



Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca

A taxa de propagação de trinca foi equacionada pela primeira vez por Paul Paris, em 1960, que deu origem a Equação de Paris.

Onde: C e m são constantes do material.



ΔK é a variação do fator de intensidade de tensão na ponta da trinca e é calculada por:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$$

ou

$$\Delta K = F(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})\sqrt{\pi \cdot a}$$



Cálculo da vida em fadiga pela método $\frac{da}{dN}$

$$dN = \frac{da}{C. (\Delta K)^m}$$

$$N_f = \int_0^{N_f} dN$$

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C. (\Delta K)^m}$$

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C. (F(\sigma_{max} - \sigma_{min})\sqrt{\pi \cdot a})^m}$$

$$N_f = \frac{1}{C \pi^{\frac{m}{2}} (\sigma_{max} - \sigma_{min})} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{F \cdot a^{\frac{m}{2}}}$$

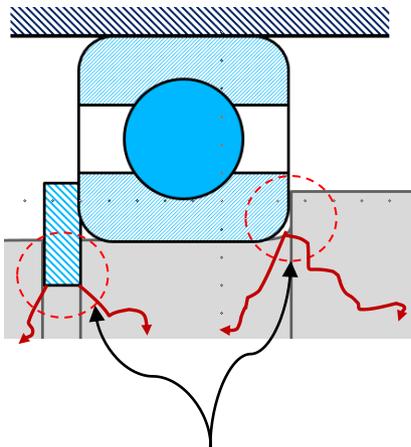


Falha por Fadiga

- ▶ As falhas por fadiga se iniciam na superfície ou logo abaixo desta com trincas microscópicas

- **onde?** Pontos de concentração de tensões

- furos
- rasgos de chaveta
- mudança diâmetros
- entalhes
- defeitos superficiais



Concentradores
de tensões

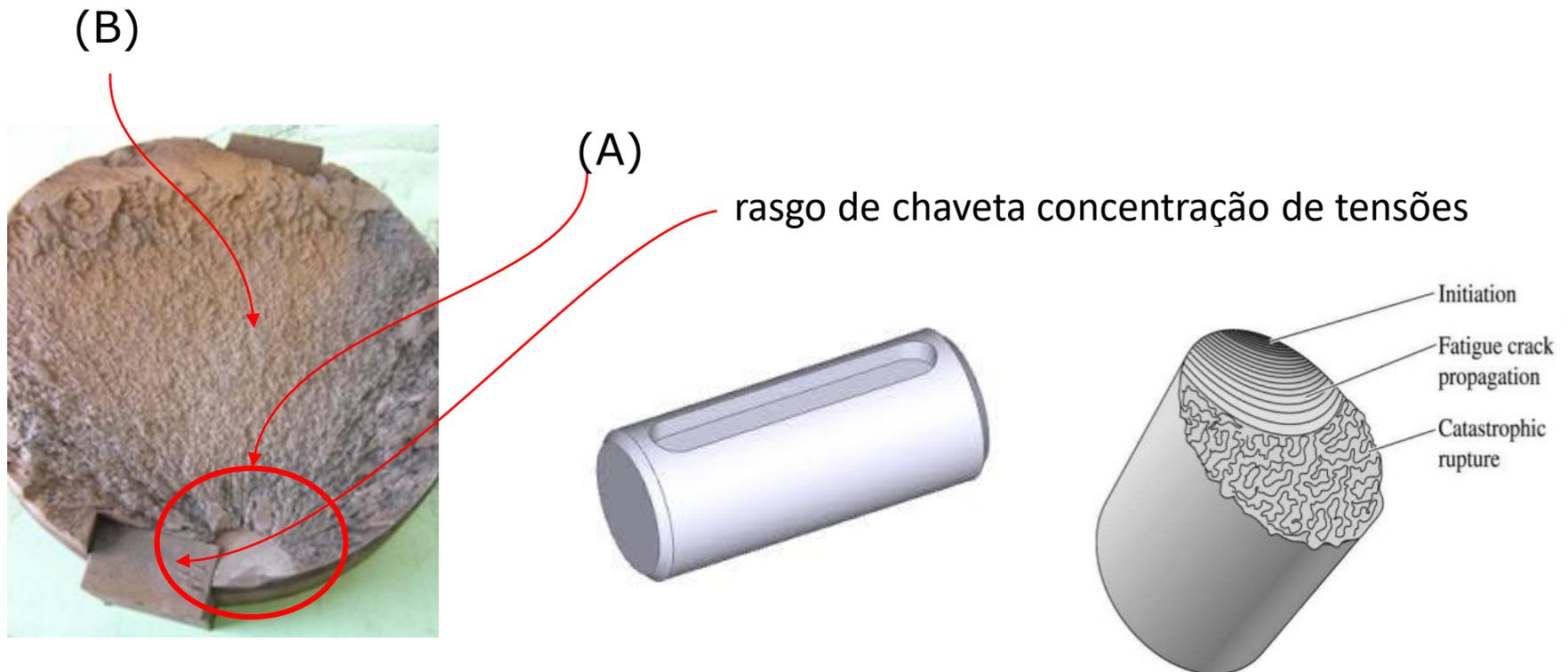


Falha por Fadiga

- ▶ Progridem lentamente e falham repentinamente

A- região polida devido ao “abre-fecha”

B- região fosca ruptura violenta





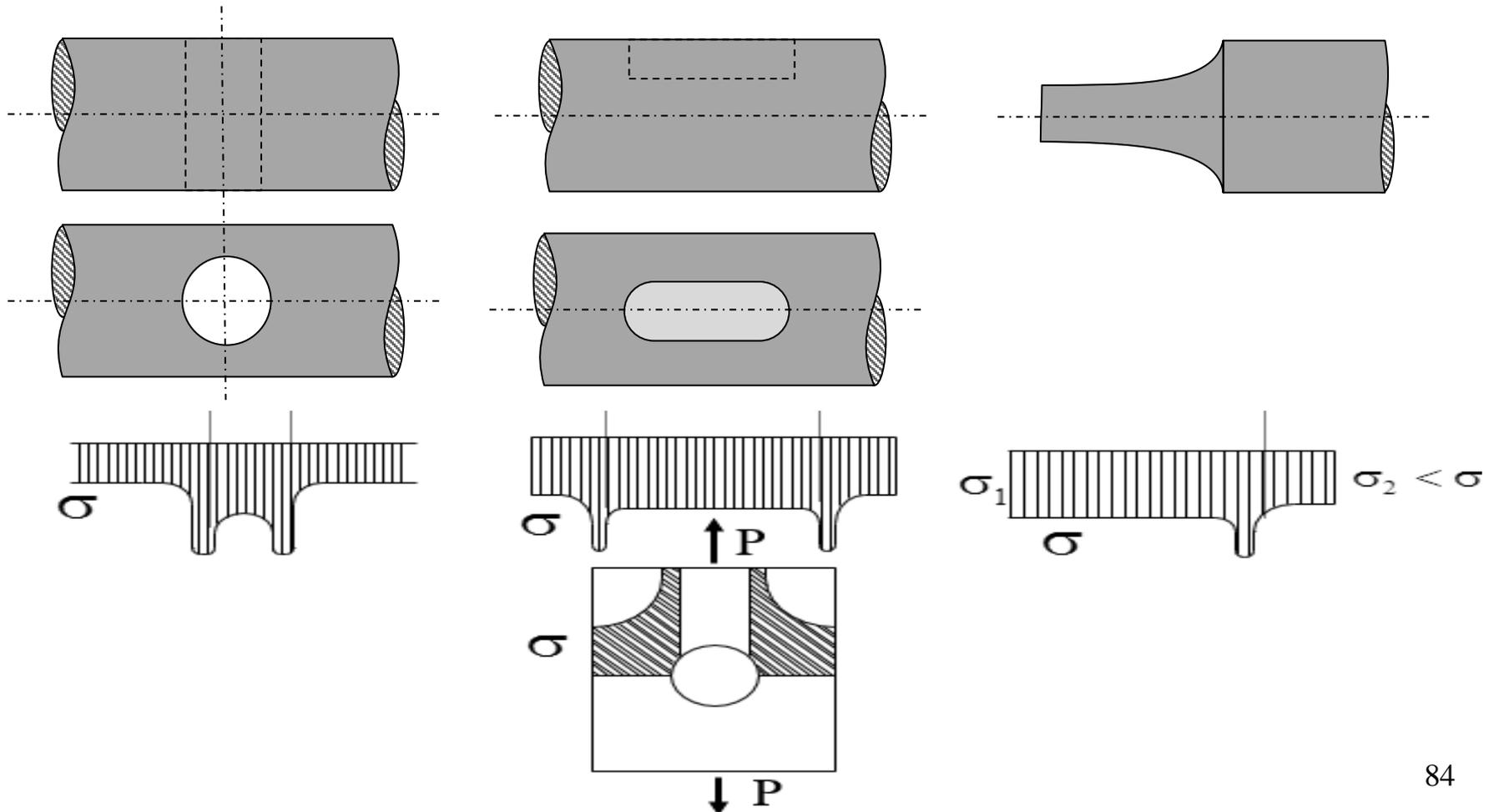
Fatores que contribuem para Fadiga

- grande diferença entre σ_{\min} e σ_{\max}
- grande número de ciclos
- tipo de material (aço , alumínio , plástico , etc)



Fatores que aceleram a Fadiga

- concentradores de tensões (macro geometria)





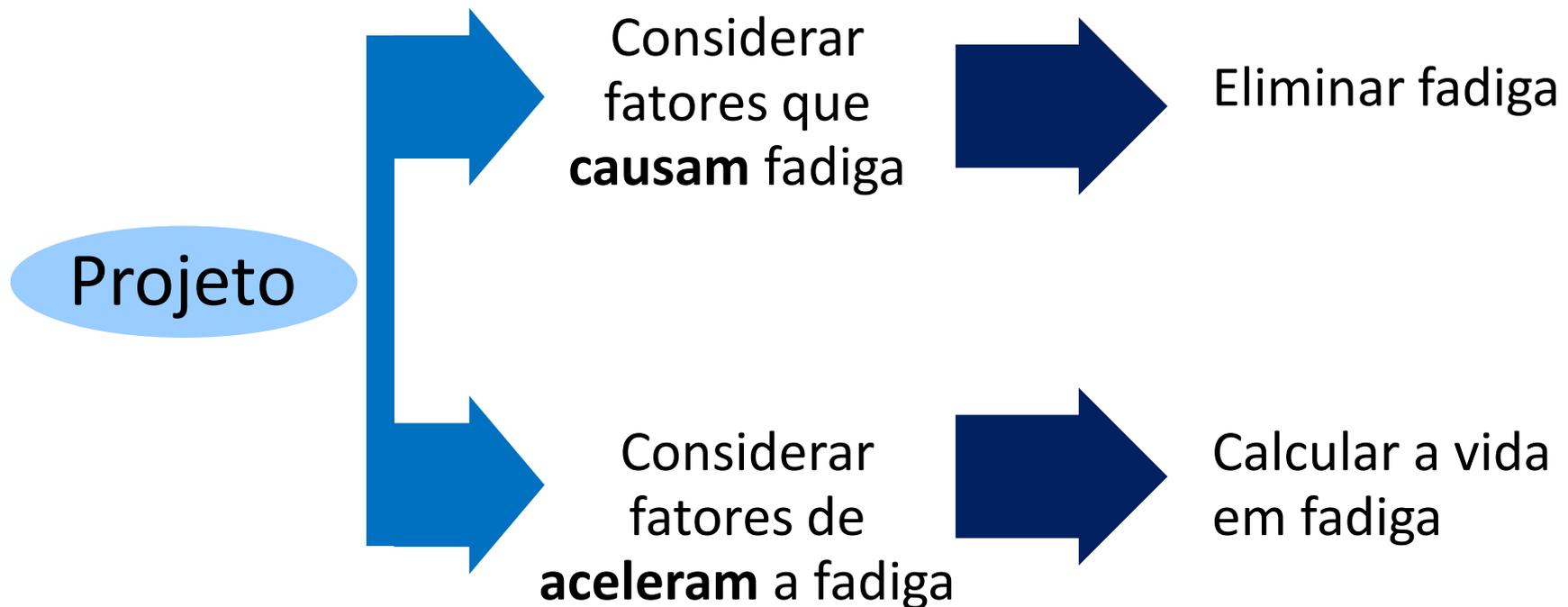
Fatores que aceleram a Fadiga

- imprecisões metalúrgicas (ex. composição , dureza , ...)
- presença de fases duras
- variações cíclicas de temperatura
- acabamento superficial
- corrosão
- tensões residuais, originária de processos de fabricação, danos, etc. (ex. temperas localizadas, deformações plásticas por choque, danos de outras naturezas)
- Sobrecarga



Fatores que aceleram a Fadiga

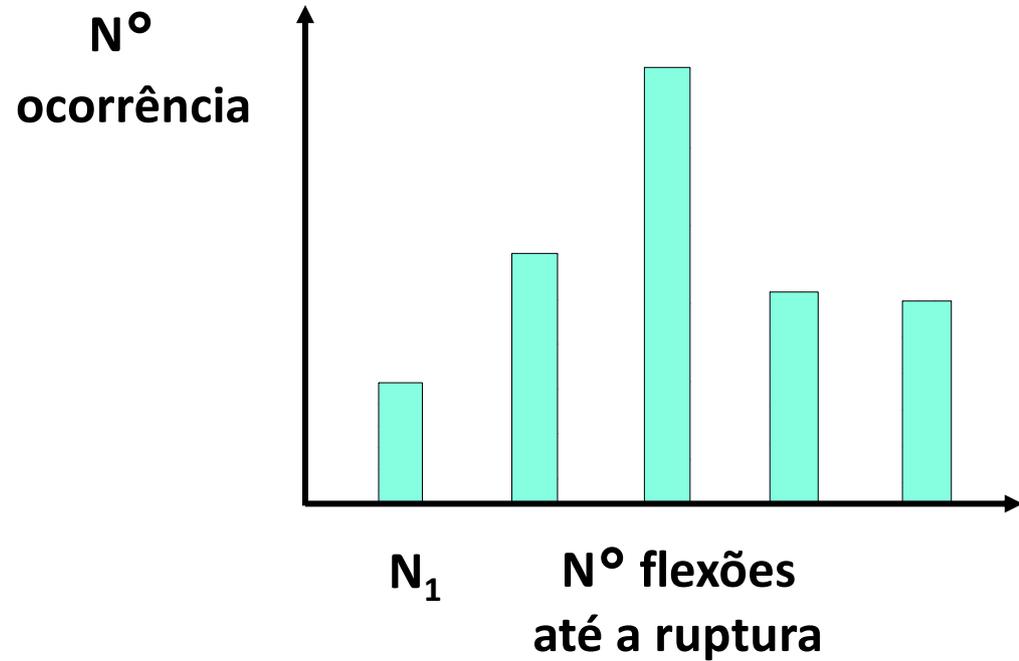
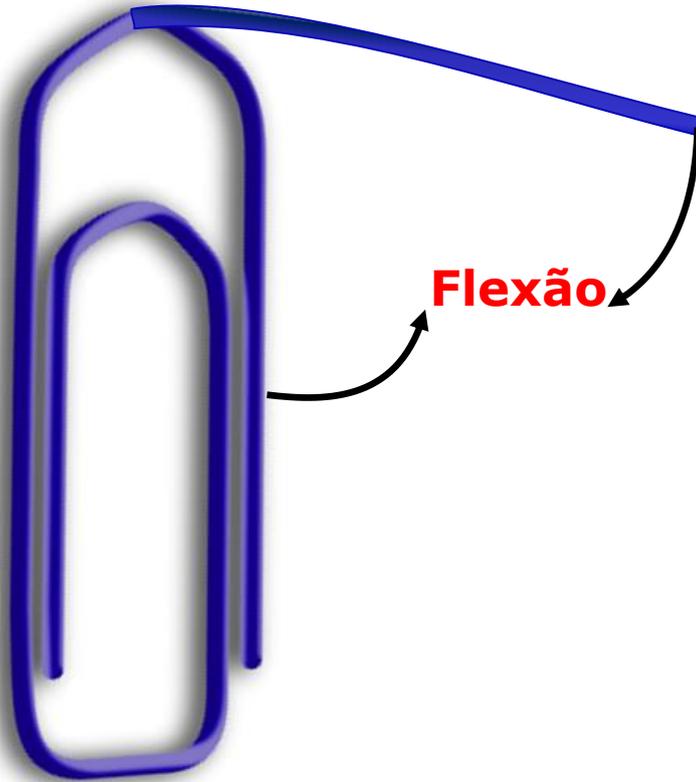
- **OBSERVAÇÃO**: frequência (tempo do ciclo) não tem influência





Curva de Wohler ou diagrama S-N

► Problema 1

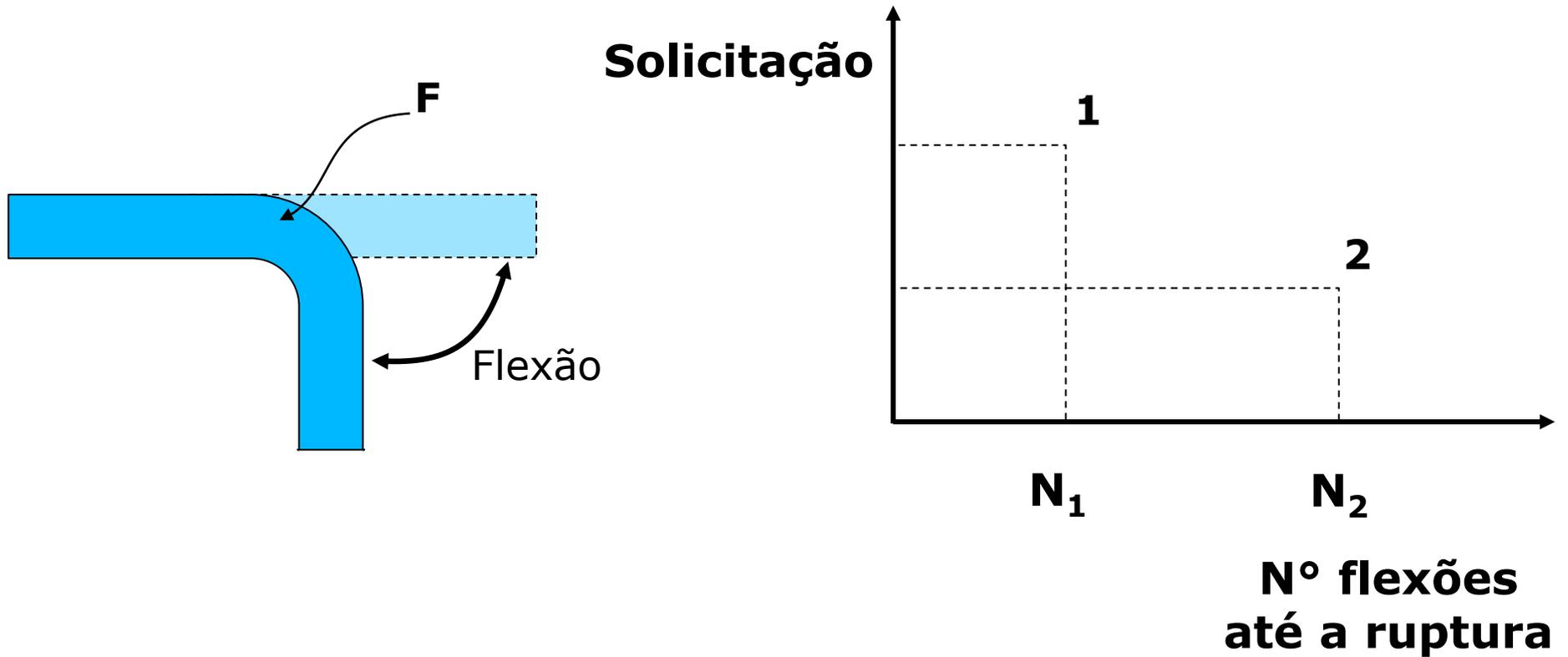


fenômeno estatístico!



Curva de Wohler ou diagrama S-N

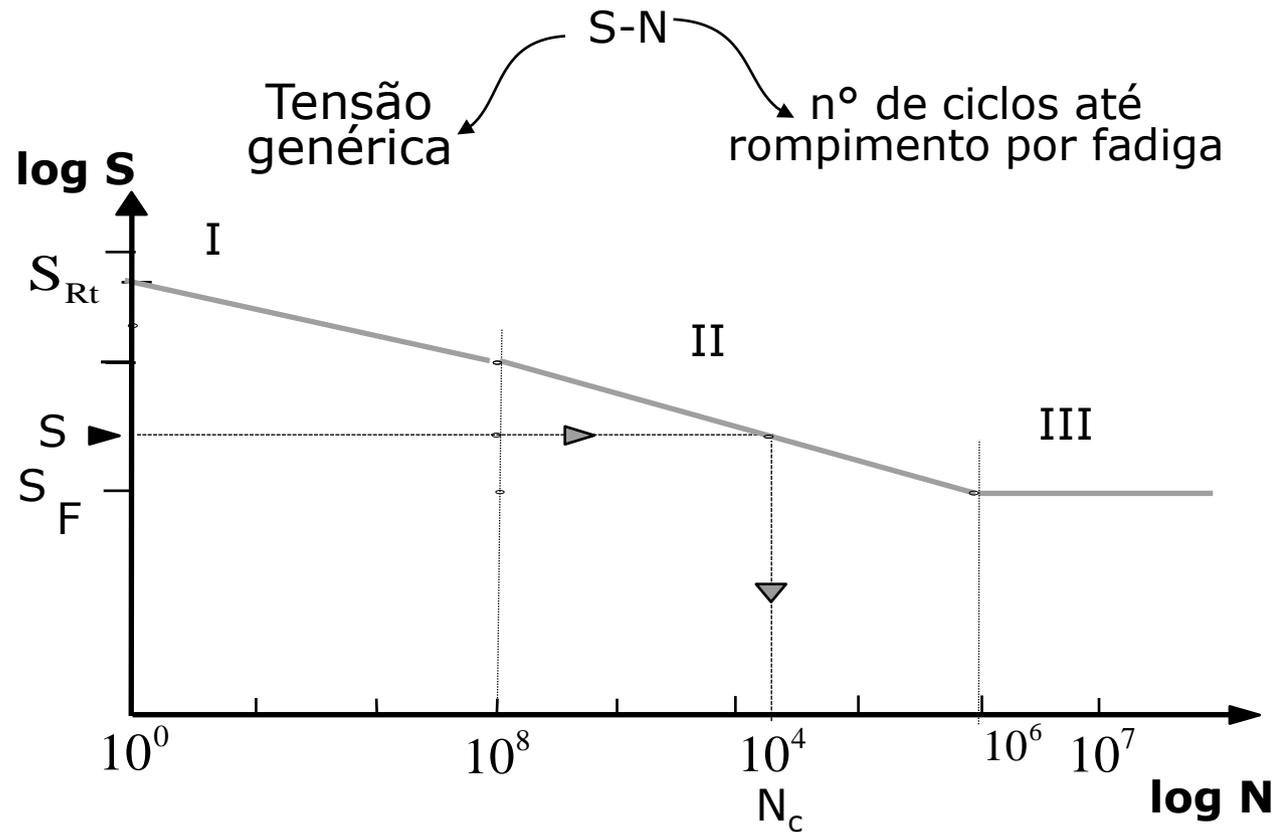
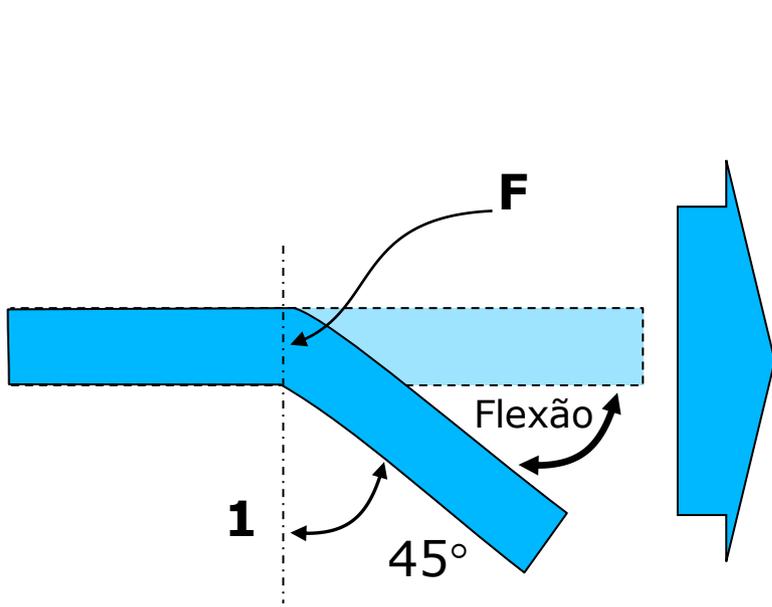
► Problema 2





Curva de Wohler ou diagrama S-N

► Problema 3





Curva de Wohler ou diagrama S-N

Onde:

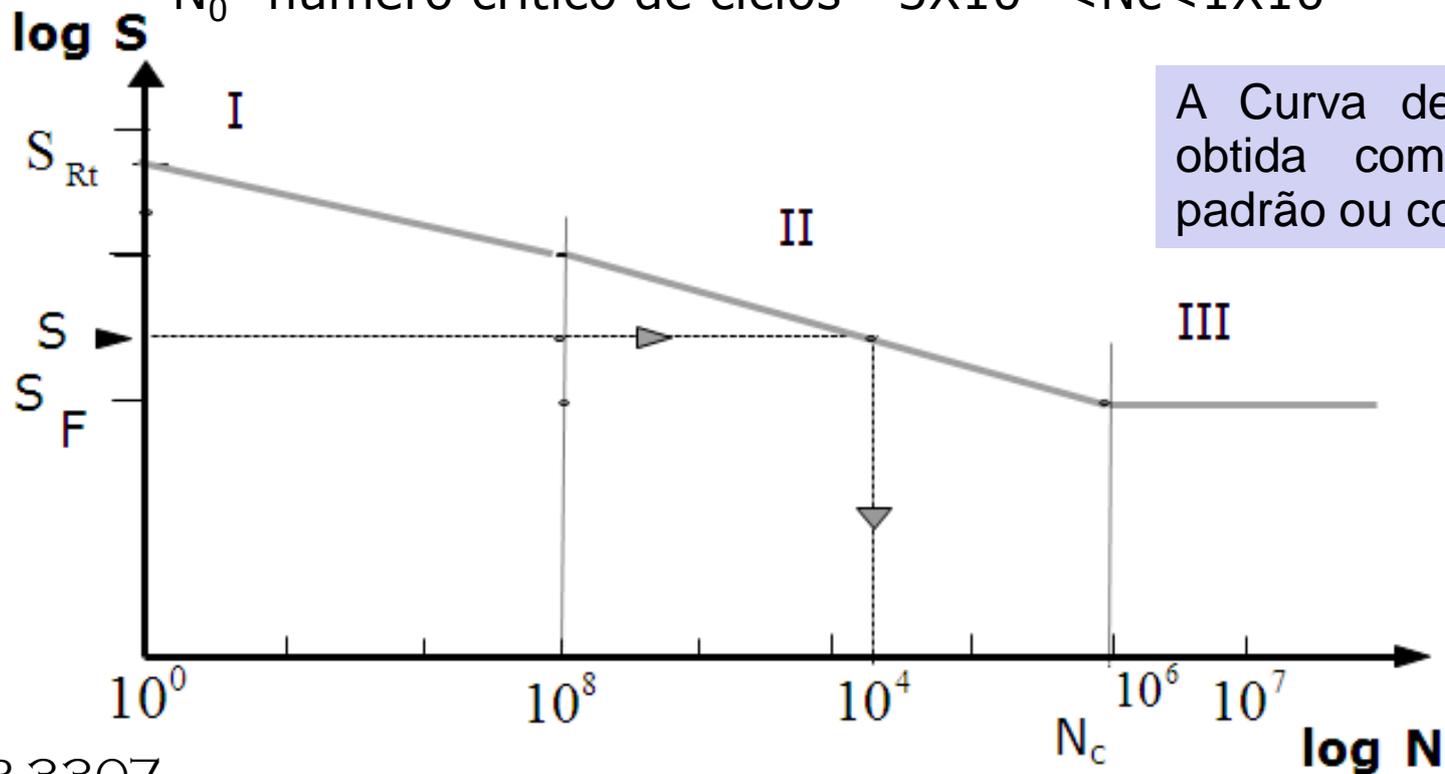
S_{Rt} - tensão ruptura estática

S_F - tensão limite de resistência à fadiga

$$S_F \approx 0,4 \text{ a } 0,6 S_{Rt}$$

$\sigma \leq S_F$ - vida infinita

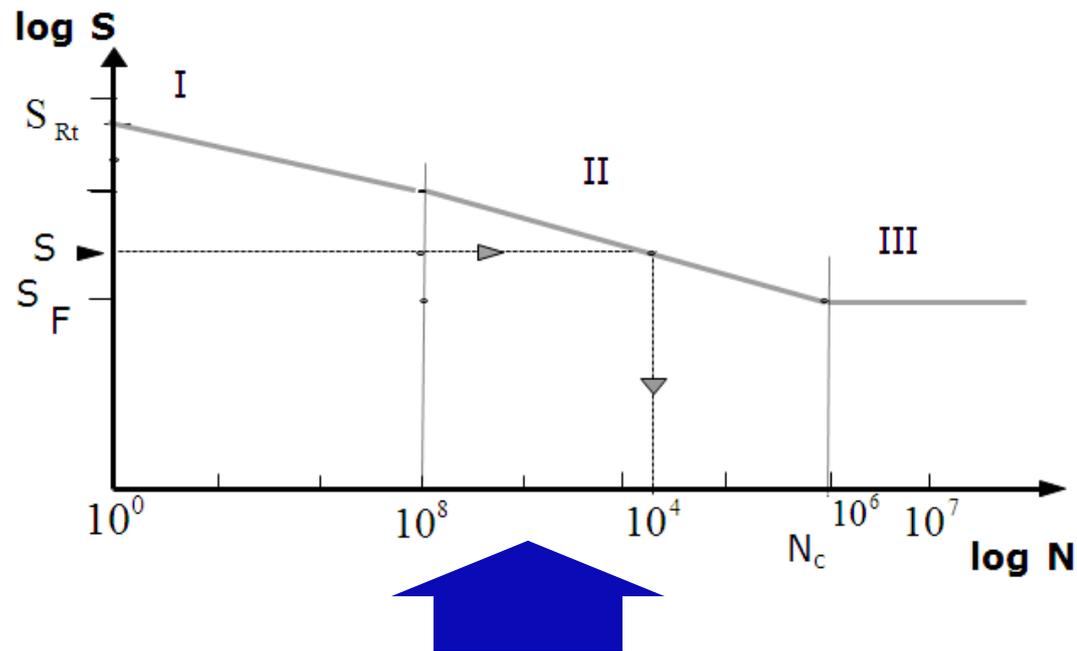
N_0 - número crítico de ciclos - $3 \times 10^6 < N_c < 1 \times 10^7$



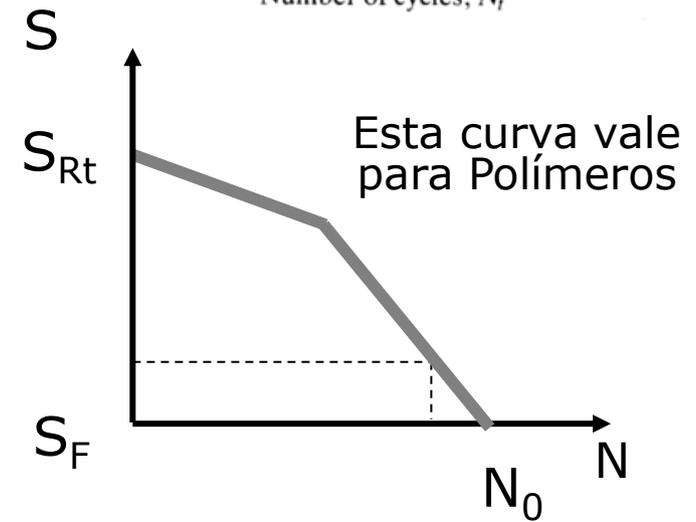
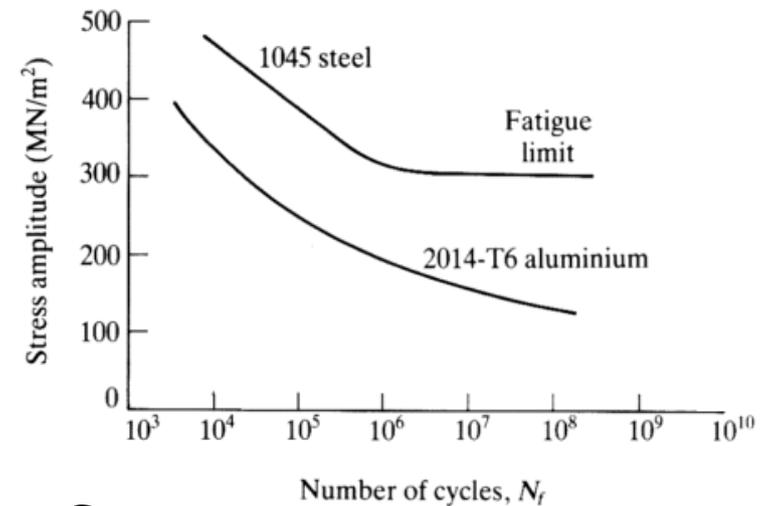
A Curva de Wohler pode ser obtida com corpo de prova padrão ou com a própria peça



Curva de Wohler ou diagrama S-N



Esta curva vale para Aços e suas ligas, Alumínio e suas ligas, Cobre e suas ligas, Magnésio e suas ligas



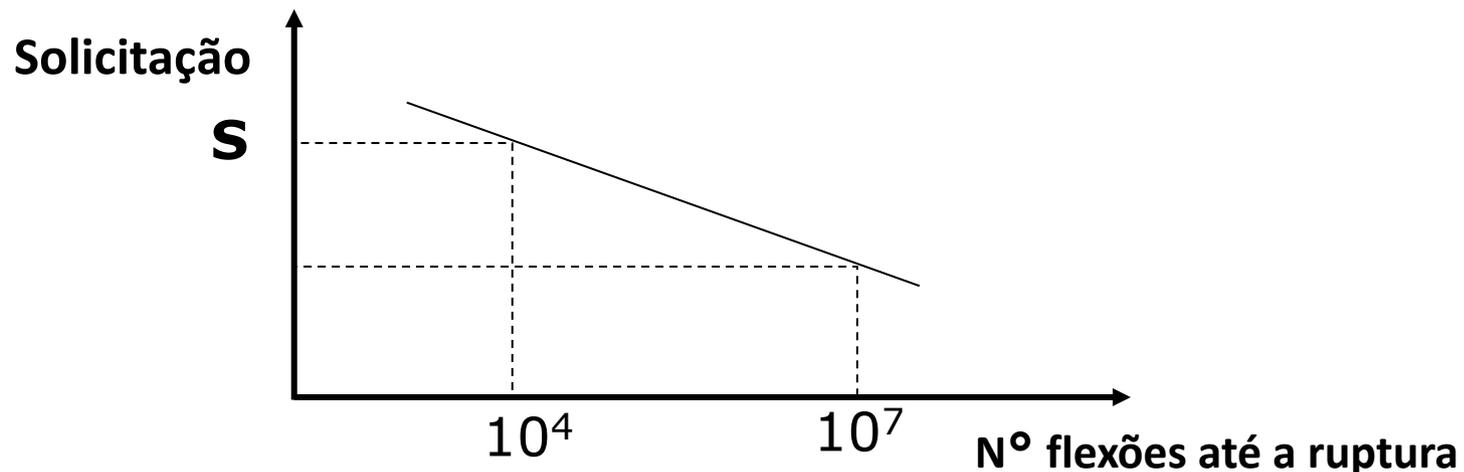
► NÃO HÁ VIDA INFINTA PARA POLÍMEROS



Curva de Wohler ou diagrama S-N

Exemplo: um eixo rotacionando a 1.000 rpm, equivalente a 60.000 ciclos por hora (6×10^7).

- ▶ Para um Número crítico de ciclos – N_c - equivalente a 1×10^7 temos uma vida de 166,7 hora
- ▶ Se operar com tensão S , ele romperá em 10^4 ciclos (considerar diagrama), então a vida será de 10 minutos





Curva de Wohler ou diagrama S-N

- ▶ Observações

$N < 10^3$ - fadiga a baixa ciclagem

$N < N_c$ - vida finita

$N > N_c$ - vida infinita

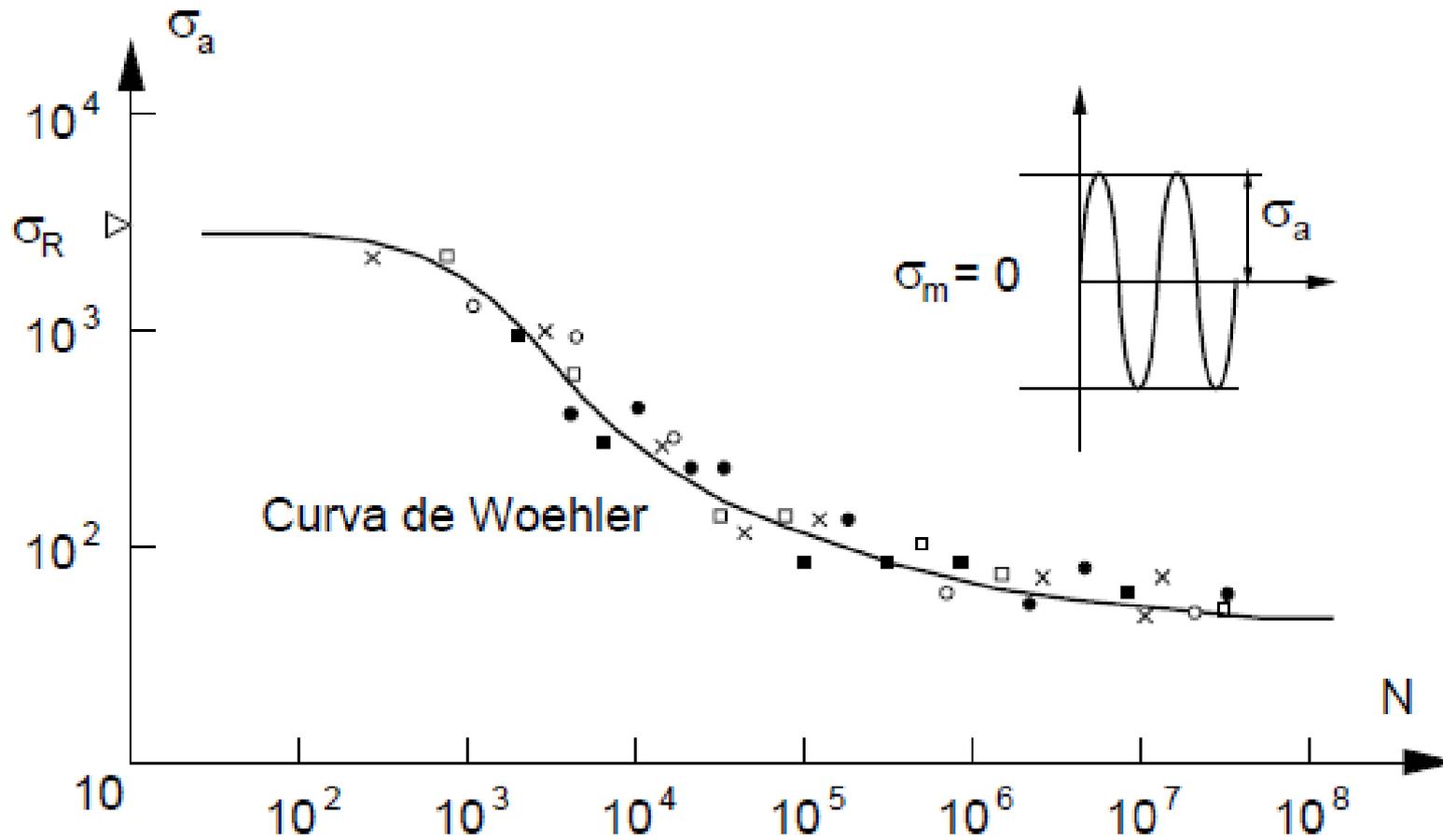
- ▶ Elementos de máquina-

$10^3 < N < N_c$ - peças de engenharia mecânica com vida curta (descartáveis , obsolência calculada , baixa frequência de uso , etc.).

$N > N_c$ - peças mecânicas em geral



Curva de Wohler ou diagrama S-N





Vídeos recomendados

- ▶ Efeito do concentrador de tensão – placa com furo

<https://www.youtube.com/watch?v=vnpq5zzOS48>

- ▶ Efeito do concentrador de tensão com carregamento cíclico – placa com furo

<https://www.youtube.com/watch?v=c3yM5fT5Ztc>

- ▶ Simulação com carregamento cíclico – eixo engastado

<https://www.youtube.com/watch?v=ejYk58DHoMU>

- ▶ Simulação com carregamento cíclico – componente complexo

<https://www.youtube.com/watch?v=LEHfQsu1I2Y>



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FIM DA AULA