



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# **Elementos de Máquinas para Automação**

**PMR 3307 - A05**

**Introdução a falha por fadiga mecânica**

**2023.2**



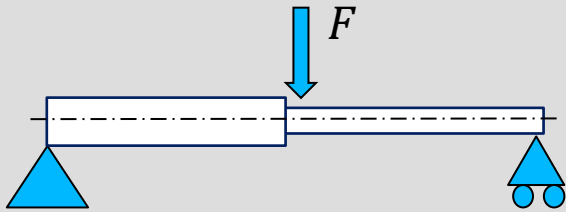
## Tópicos

- ▶ Introdução
- ▶ Concentradores de tensões
- ▶ Fratura Mecânica

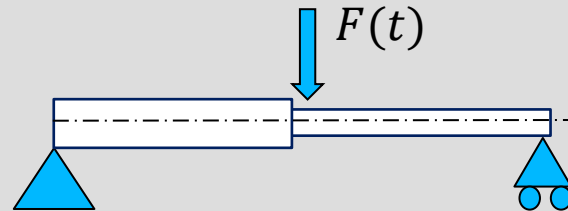


## Considerações de falha de elementos de máquinas

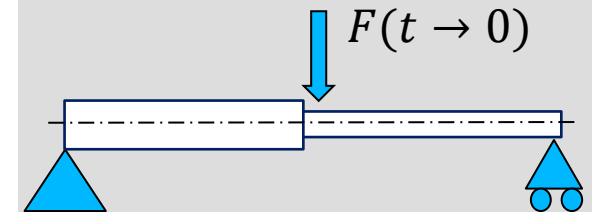
Condição estática



Condição dinâmica

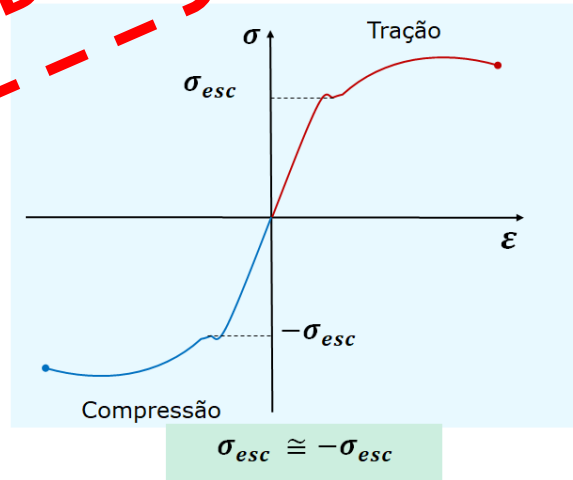


Condição impacto

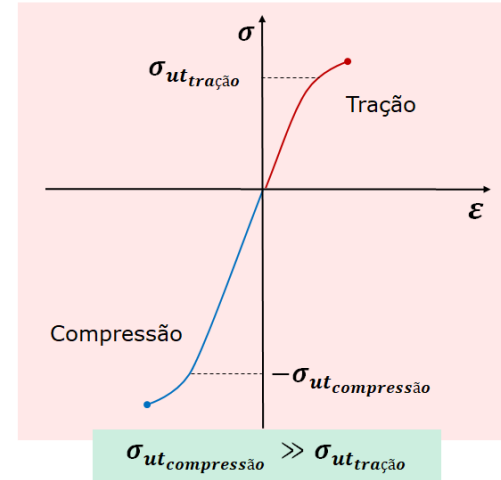




### Materiais Dúcteis

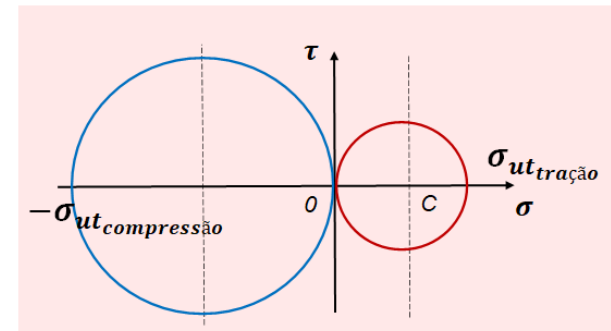
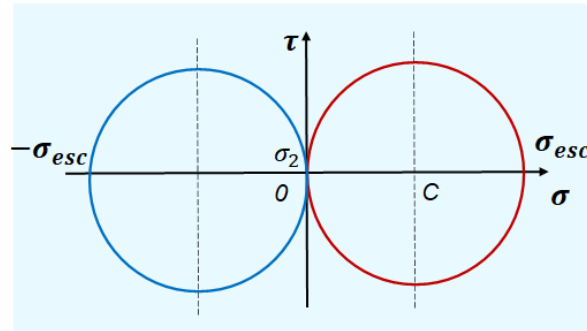


### Materiais Frágeis

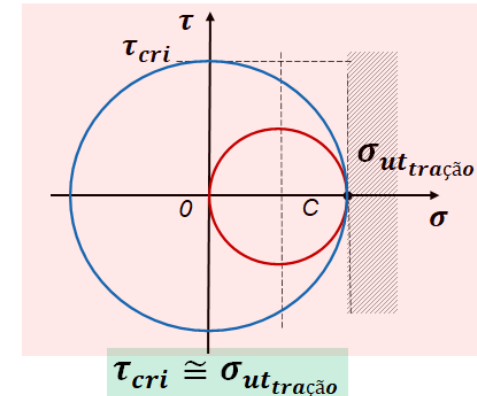
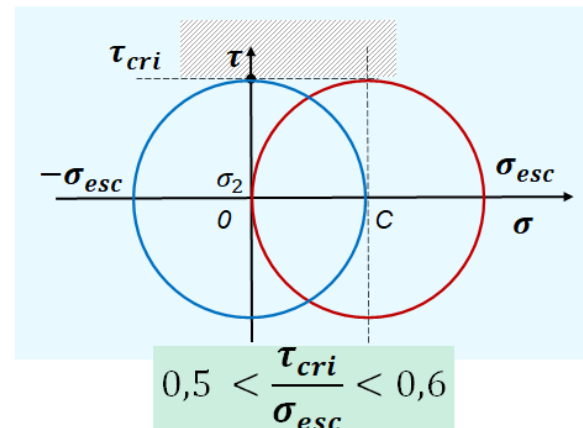


Sobreposição dos resultados dos ensaios de tração e compressão

Sobreposição dos círculos de Mohr para tração e compressão



Sobreposição dos círculos de Mohr para ensaios de tração e torção

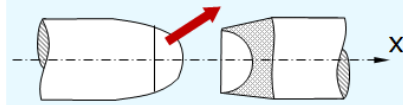
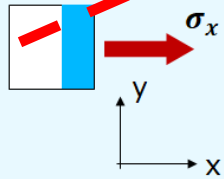




## Materiais Dúcteis

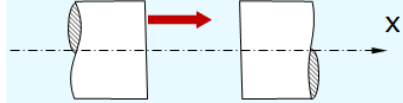
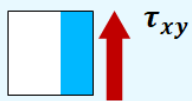
### Tracção

Tensões Normais

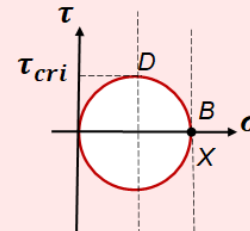


### Torção

Tensões Cisalhantes

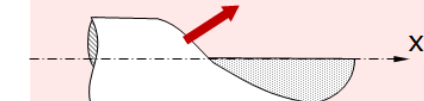
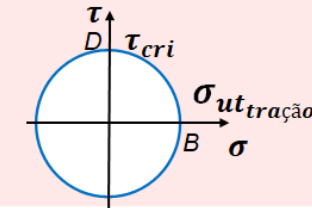


## Materiais Frágeis

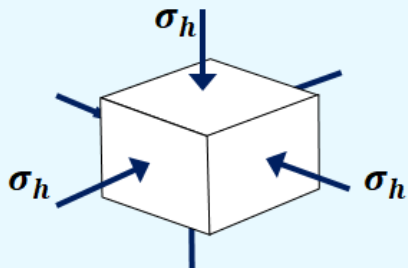


### Torção

Tensões Cisalhantes

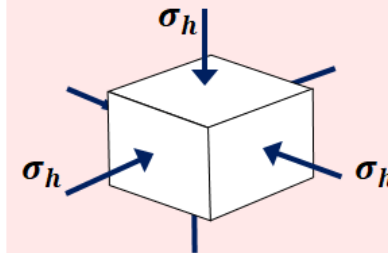


### Hidrostatica

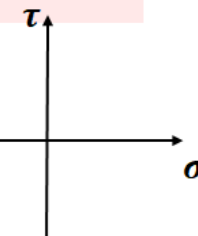


$$\sigma_{esc} \gg \sigma_h$$

### Hidrostatica



$$\sigma_{uttração} \cong \sigma_h$$





## Teorias de falha -> Dúcteis

- Máxima tensão cisalhante - *Maximum shear stress*
- Máxima energia de distorção - *Maximum distortion energy*
- Teoria Coulomb-Mohr para materiais dúcteis

## Teorias de falha -> Frágeis

- Máxima tensão normal - *Maximum normal stress*
- Falha frágil Coulomb-Mohr - *Brittle Coulomb-Mohr*
- Mohr modificado - *Modified Mohr*

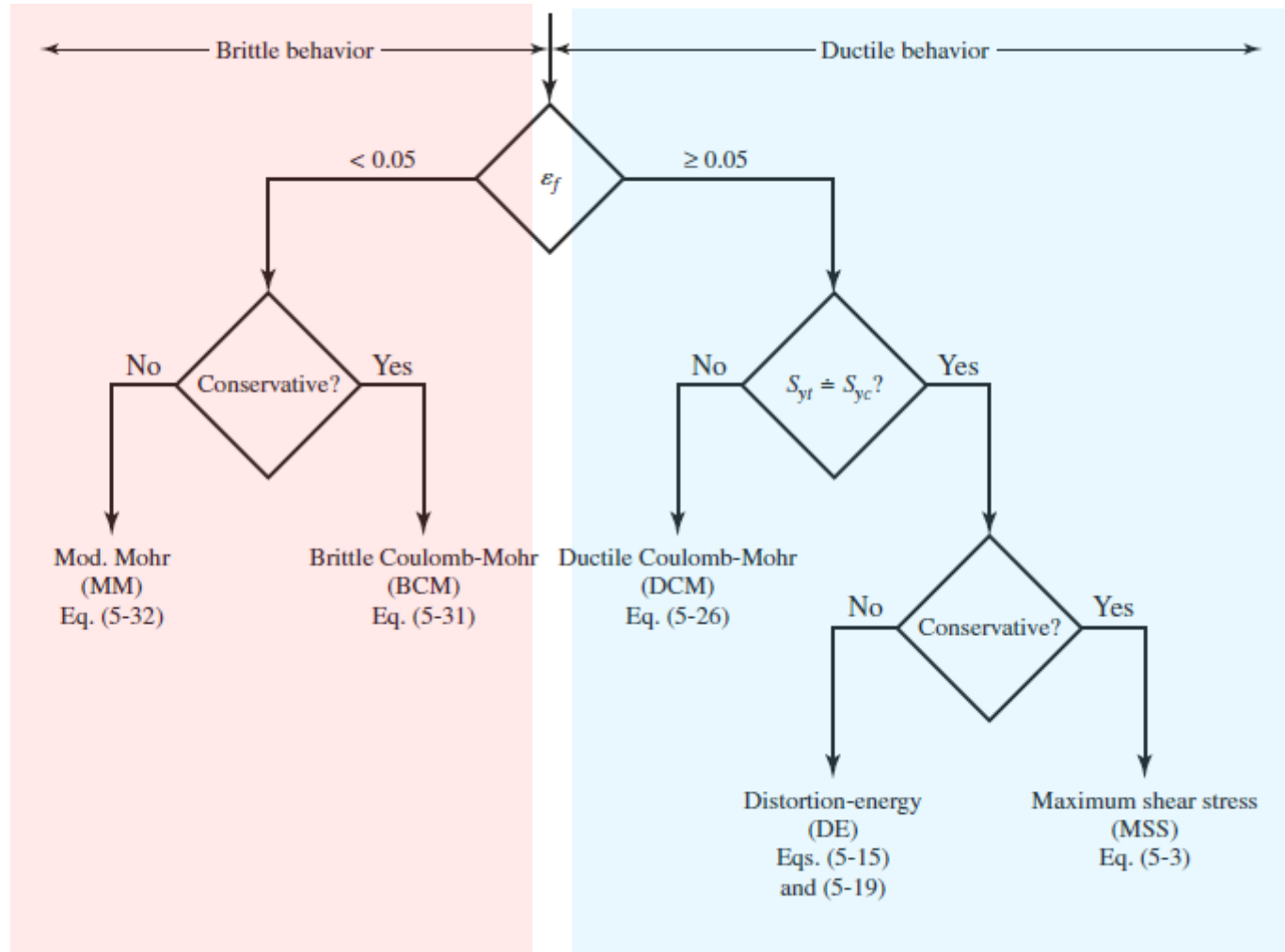


**RELEMBRANDO!**

## Fluxograma para seleção da teoria de falha

Figure 5-21

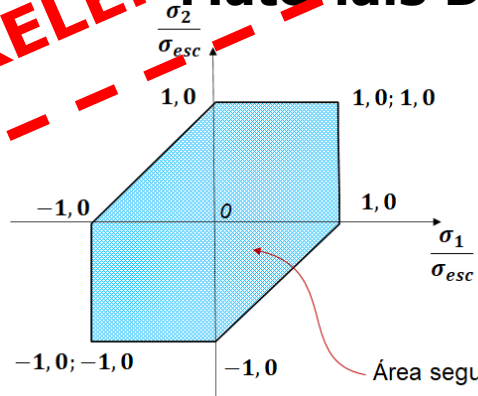
Failure theory selection flowchart.



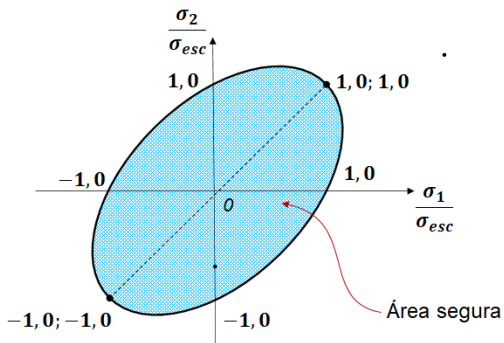


# teoria de falha

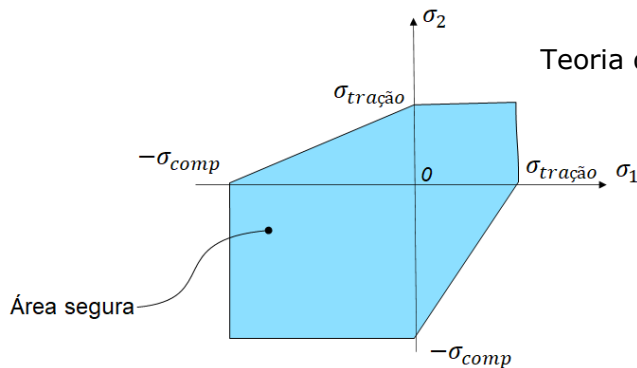
## Materiais Dúcteis



Teoria de Tresca

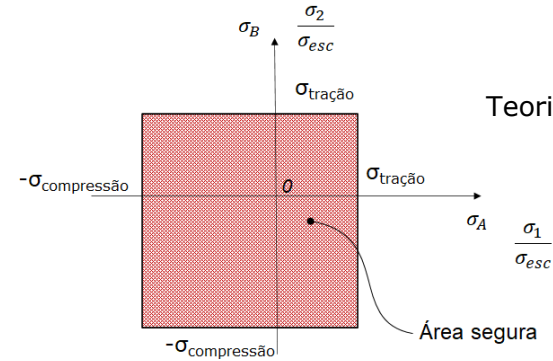


Teoria de v. Misses

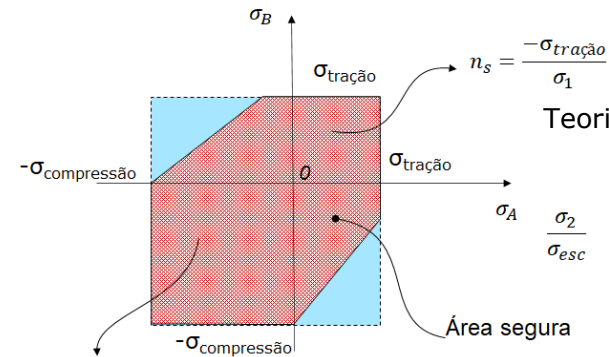


Teoria de Coulomb-Mohr

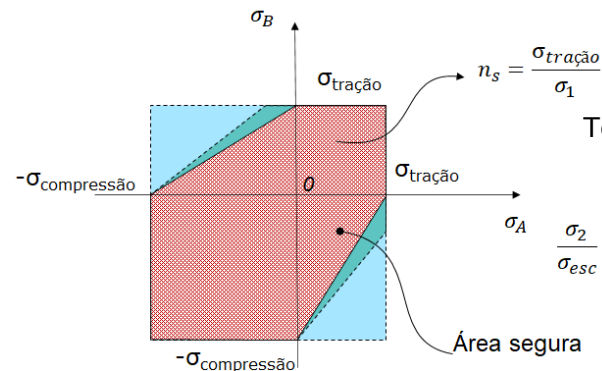
## Materiais Frágeis



Teoria da Máxima Tensão Normal



Teoria de Mohr Modificada



Teoria de Coulomb-Mohr





## Introdução a falha por fadiga mecânica



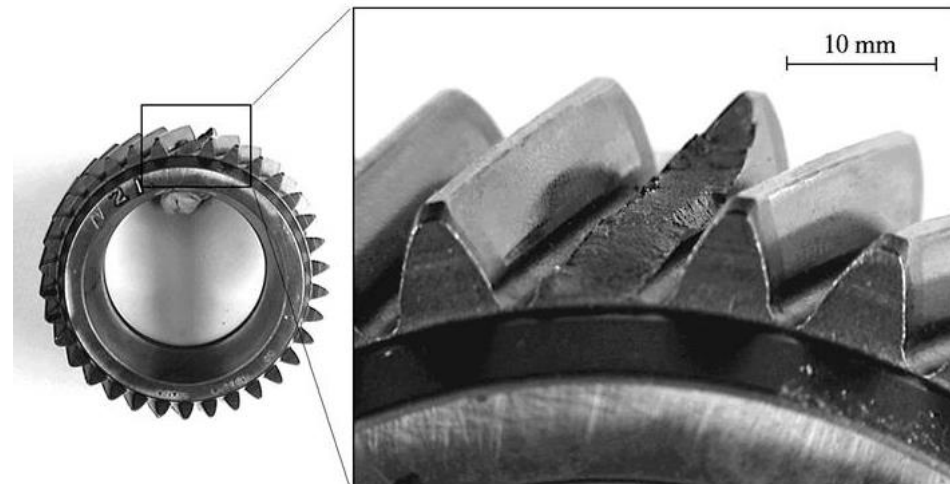
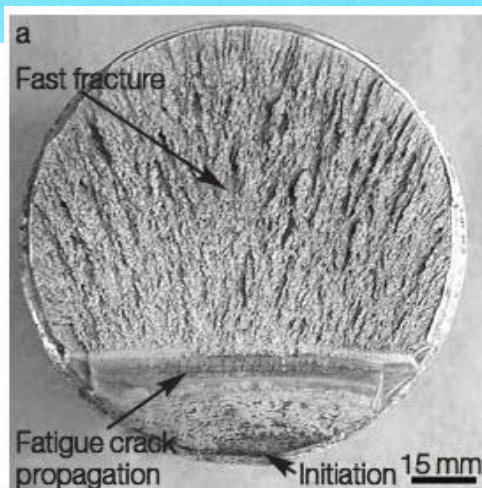
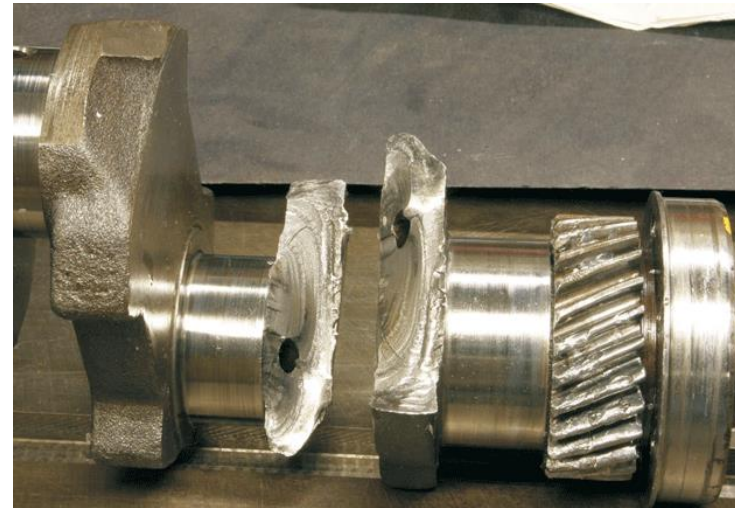


## Introdução a falha por fadiga mecânica





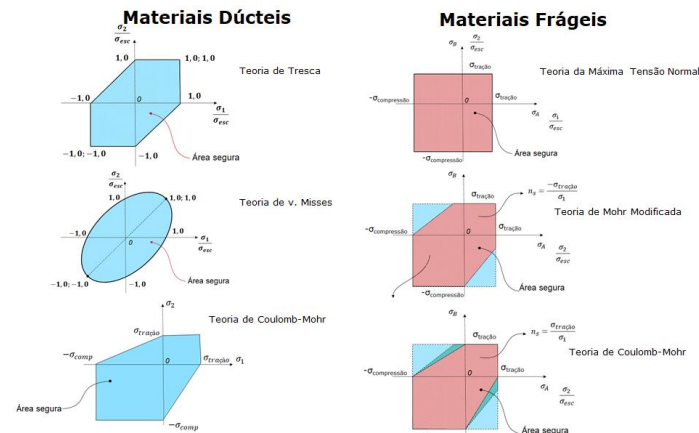
## Introdução a falha por fadiga mecânica





## Concentradores de tensões

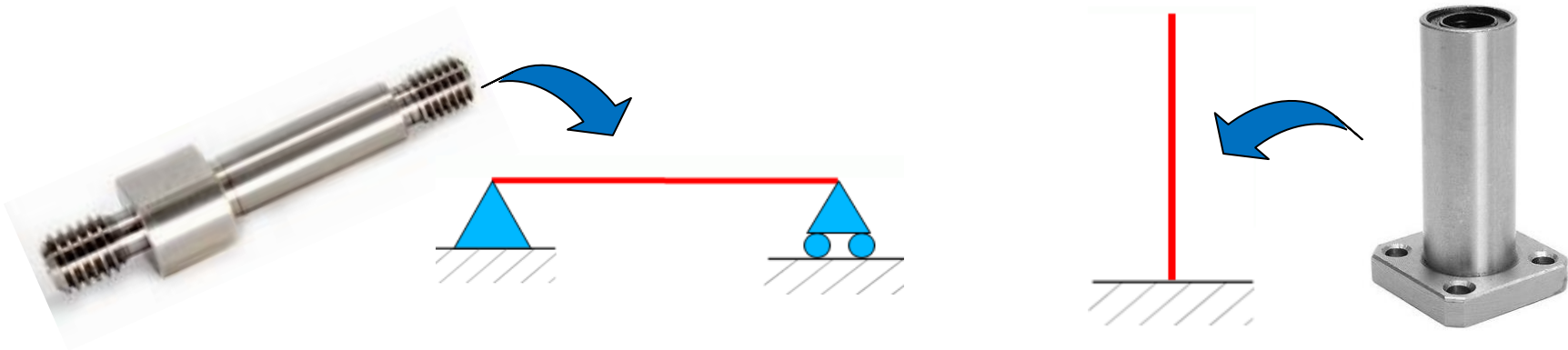
- ▶ Até agora todos os nossos problemas consideraram carregamentos estáticos e elementos sem irregularidades geométricas
- ▶ As tensões eram calculadas nos diversos componentes e peças estruturais através das expressões da Mecânica dos Sólidos. Essa apresentava valores nominais de tensões e deformações válidos apenas se forem satisfeitas uma série de condições





## Concentradores de tensões

- ▶ Até agora todos os nossos problemas consideraram carregamentos estáticos e elementos sem irregularidades geométricas

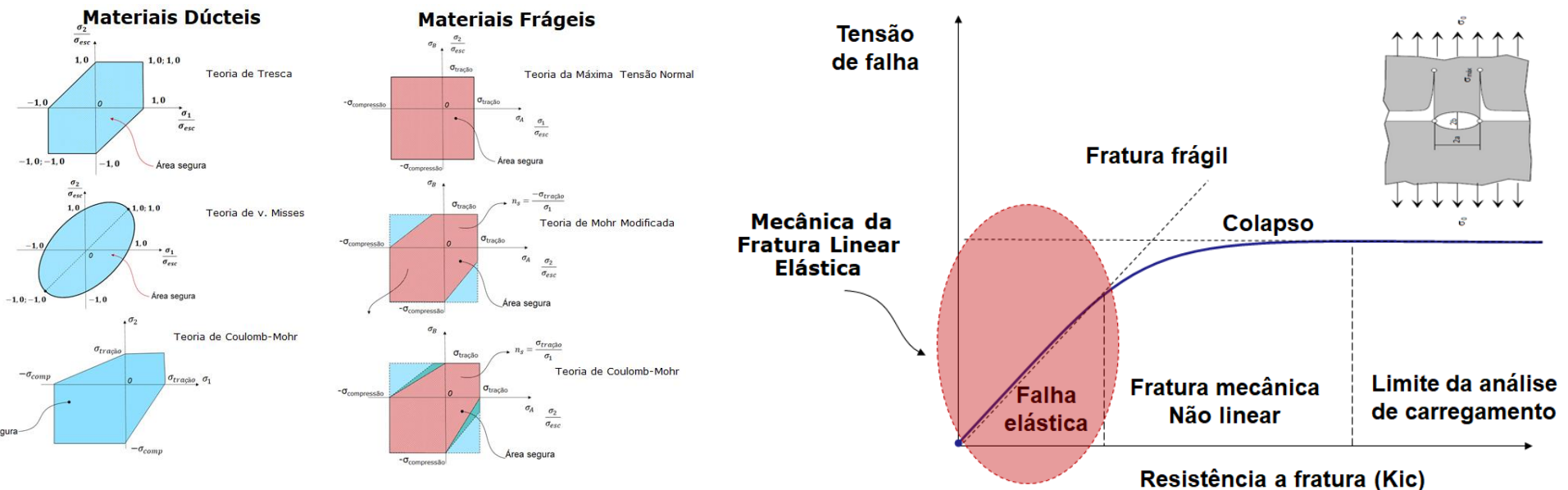


- ▶ A maior parte dos elementos de máquinas apresentam variações de geometria, ou detalhes que permitam montagens, fixações, etc. Essas são regiões com maior probabilidade de falha, o que faz com que a distribuição de tensões fique perturbada



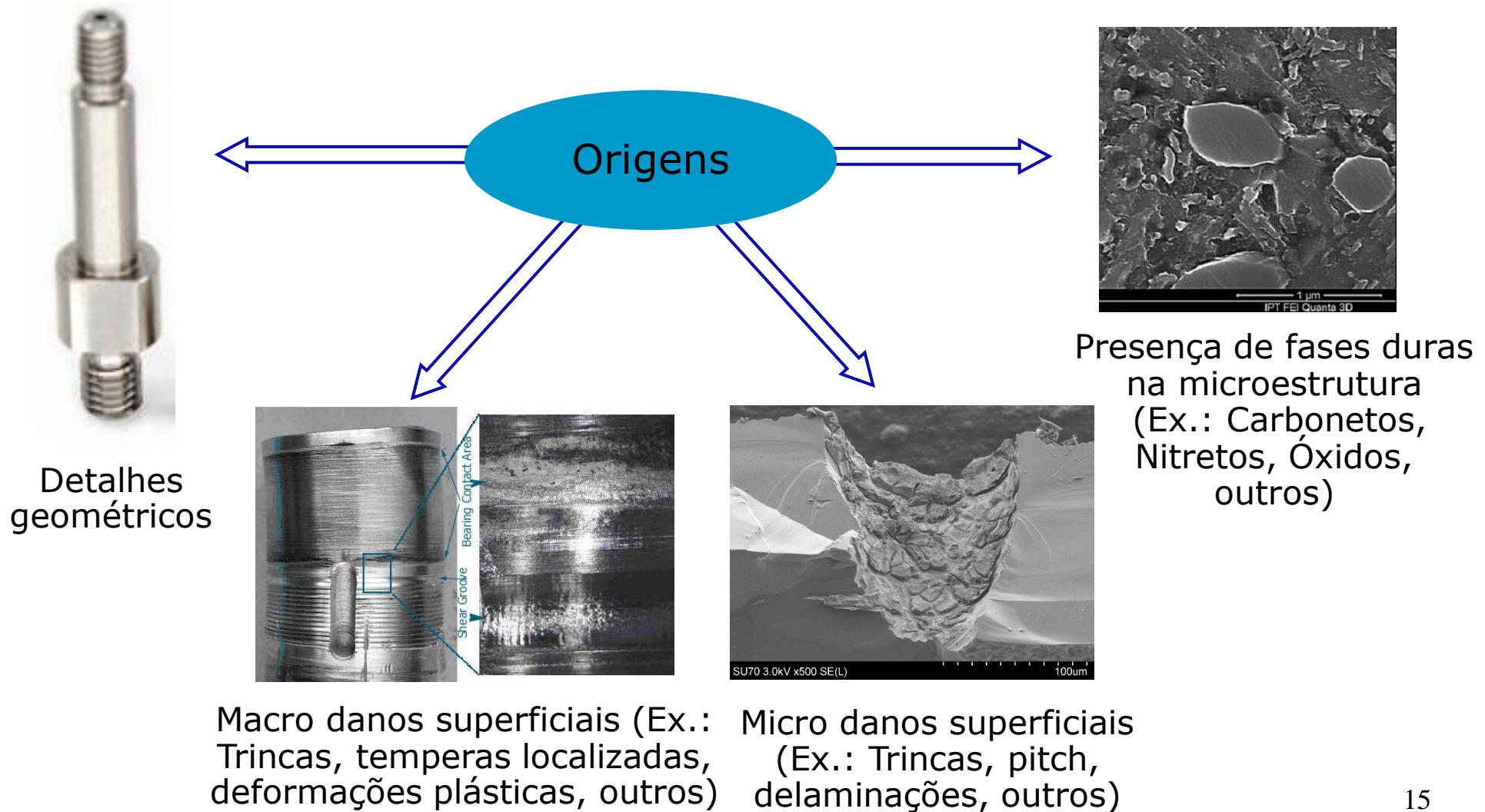
## Concentradores de tensões

- ▶ Até agora as tensões eram calculadas nos diversos componentes e peças estruturais através das expressões da Mecânica dos Sólidos. Essa apresentava valores nominais de tensões e deformações válidos apenas se forem satisfeitas uma série de condições



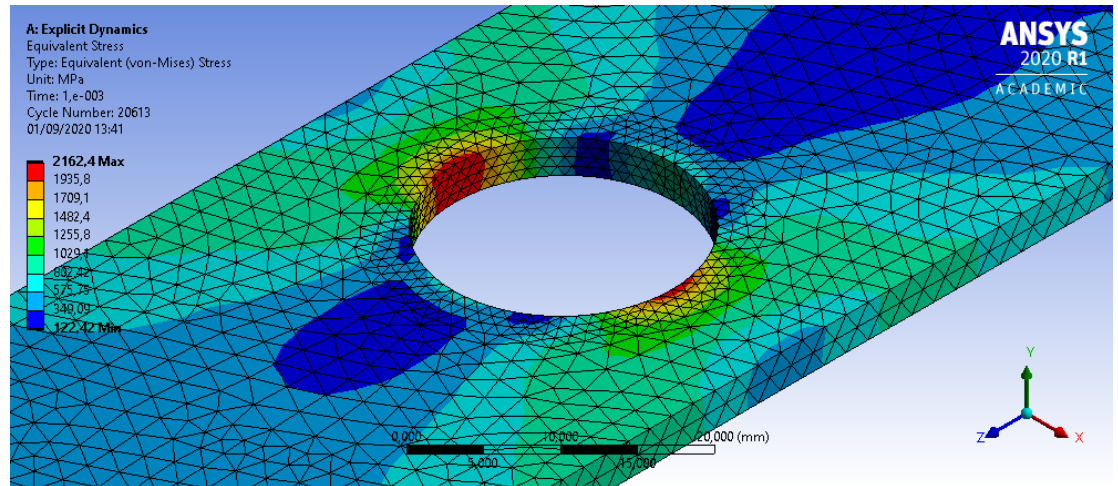
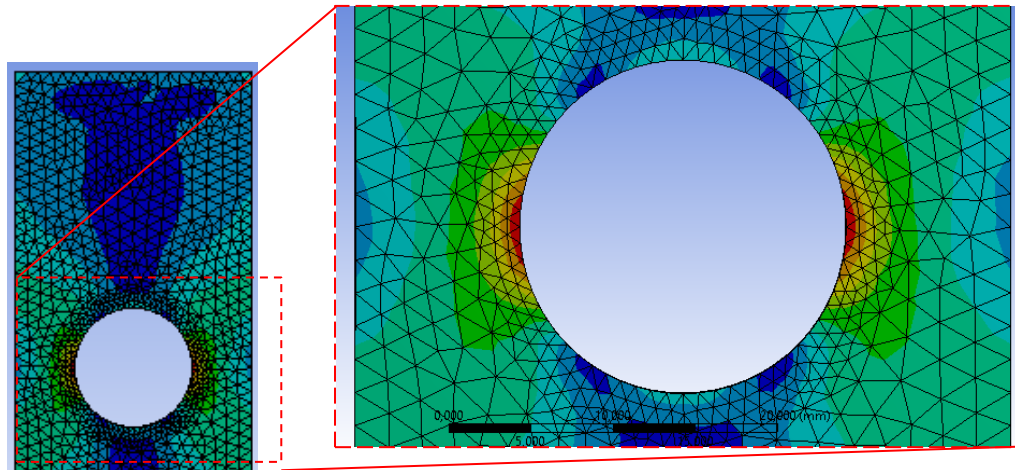
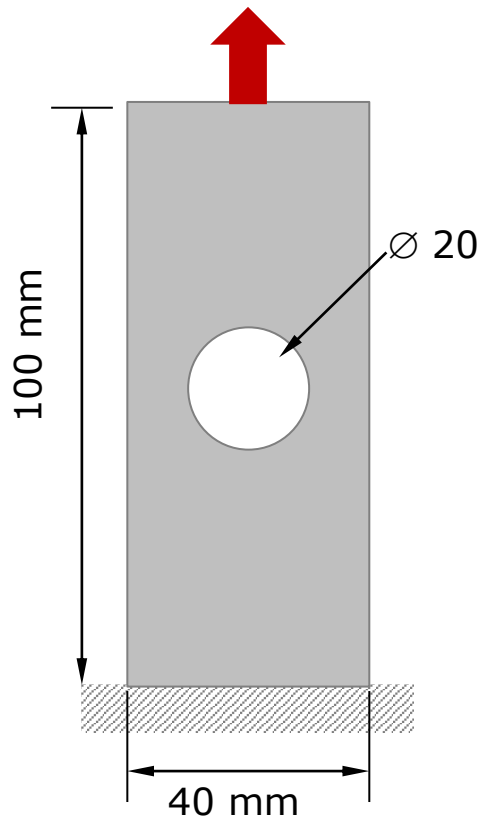


## Concentradores de tensões





## Concentradores de tensões

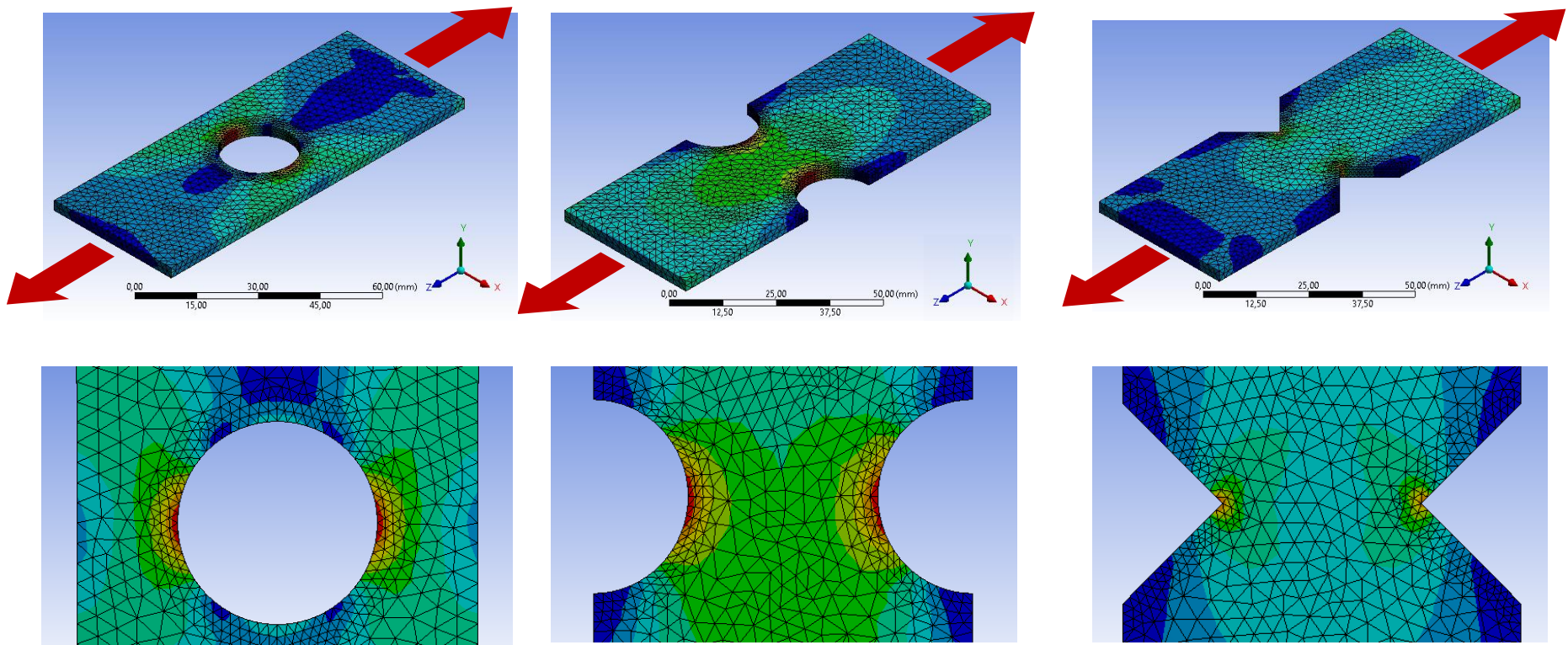






## Concentradores geométricos de tensões

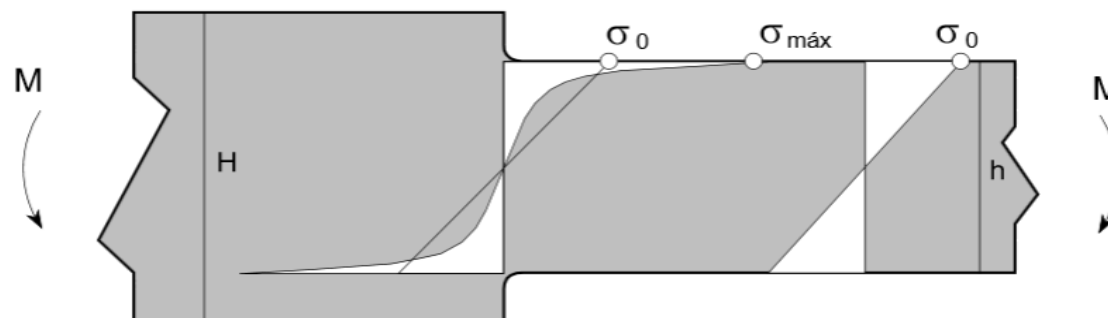
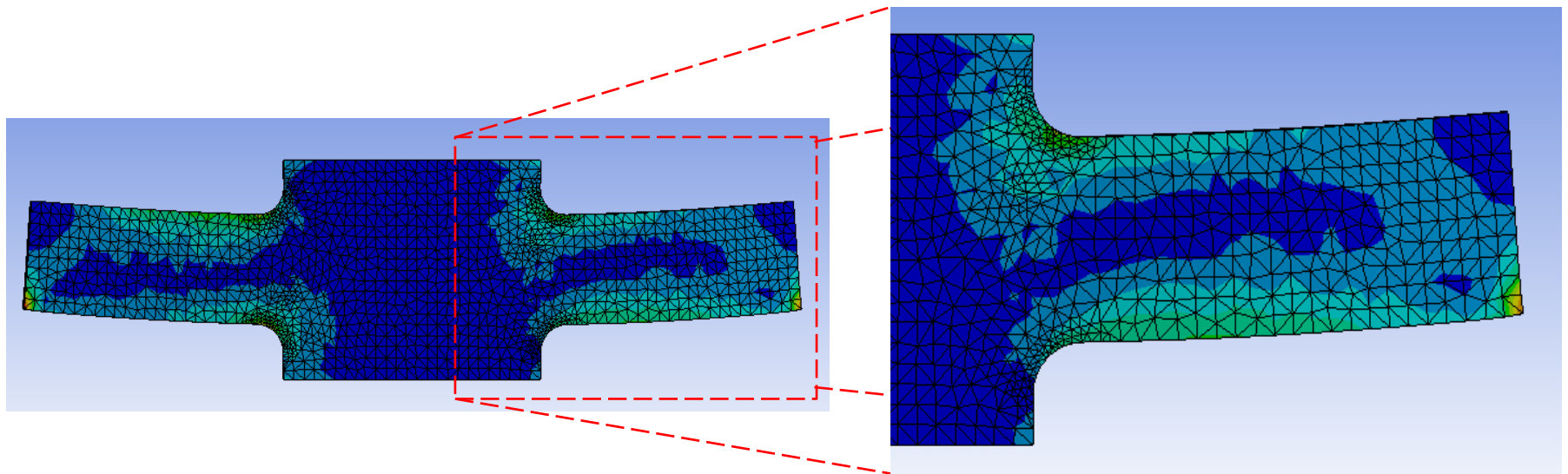
- ▶ Exemplos de componentes com de regiões com concentração de tensão





## Concentradores geométricos de tensões

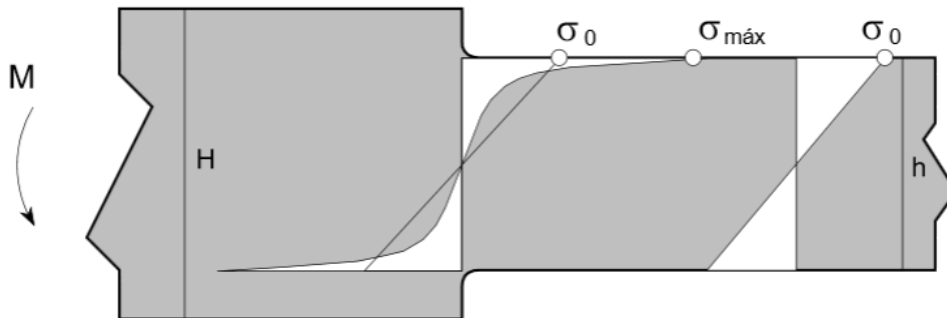
- Distribuição de tensões em uma barra escalonada submetida à flexão. (análise numérica)





## Fator de Concentração de Tensões

- ▶ A tensão nominal é idealizada desconsiderando irregularidades e a presença de concentradores
- ▶ A concentração de tensões aumenta para algumas irregularidades não inerentes ao componente
- ▶ Os **fatores de concentração de tensão**  $K_t$  e  $K_{ts}$  são utilizados para relacionar as tensões máximas na descontinuidade com a tensão nominal



M

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_0}$$



## Fator de Concentração de Tensões

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

- ▶ O índice ***t*** em  $K_t$  indica que o fator de concentração de tensões depende somente das considerações geométricas

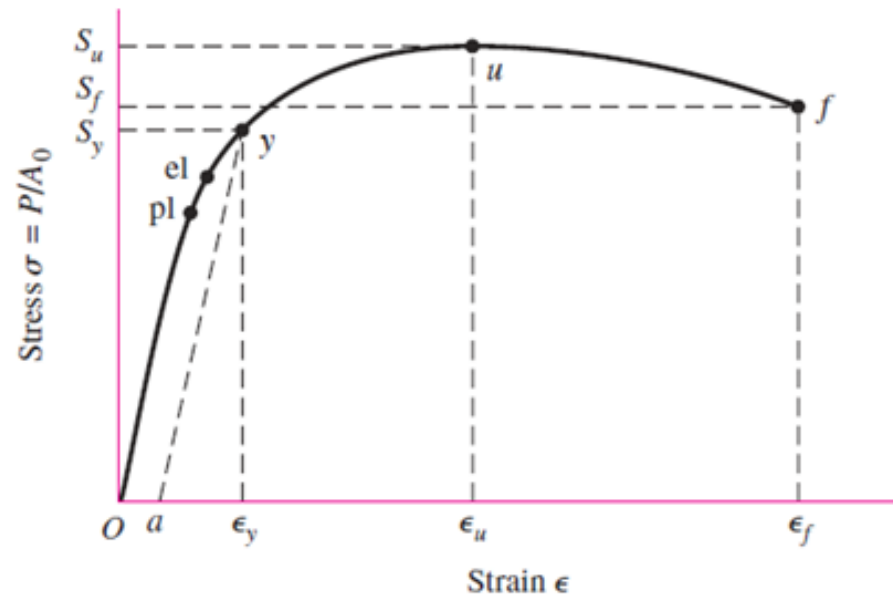


- ▶ O fator  $K_t$  independe do material, por isso este deve ser interpretado como um fator teórico de concentração de tensões
- ▶ A maioria dos fatores de concentração de tensões são obtidos experimentalmente



## Fator de Concentração de Tensões

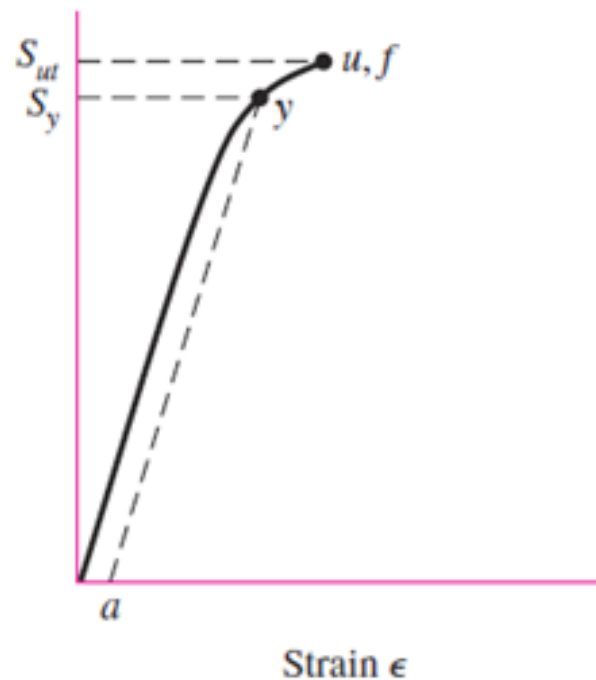
- ▶ Para **materiais dúcteis** ( $\epsilon_f \geq 0$ ), sujeitos a carregamentos estáticos o fator de concentração de tensões geralmente não é aplicado
- ▶ A concentração de tensões levará a plastificação localizada que tendem a aumentar a resistência do material no ponto





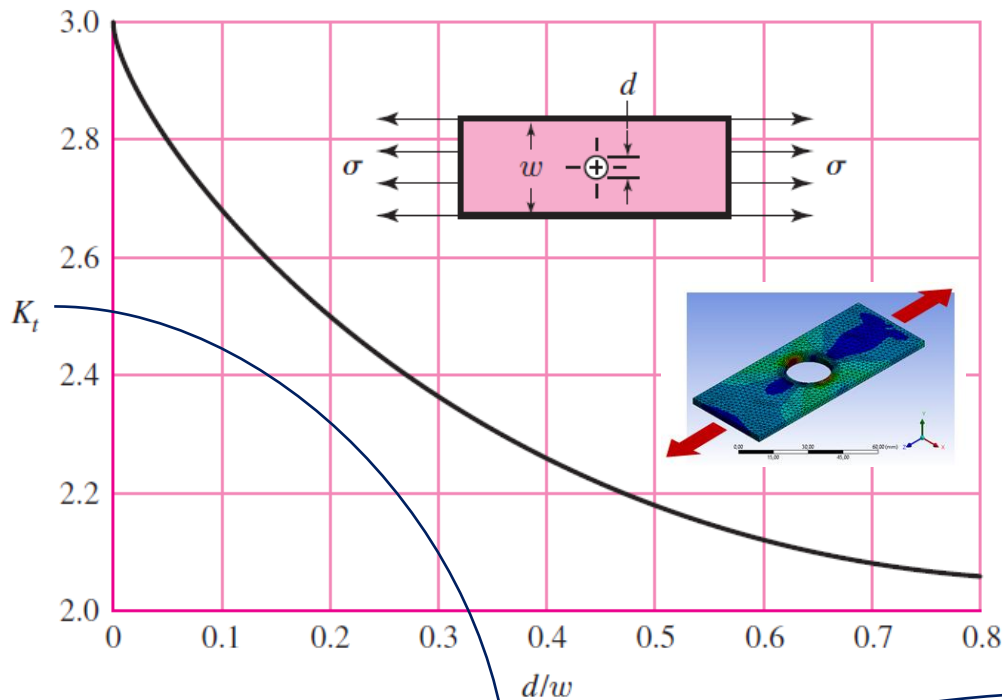
## Fator de Concentração de Tensões

- ▶ Para **materiais frágeis** ( $\varepsilon_f < 0,05$ ) também sujeitos a carregamentos estáticos o fator de concentração de tensões é aplicado a tensão nominal, e depois comparado com a tensão máxima equivalente





## Fator de Concentração de Tensões



- ▶ Considerando uma placa de espessura  $t$ , com furo passante central e sujeita a tensões trativa /compressiva.
- ▶ A tensão é dada por  $F = \sigma wt$ .
- ▶ A tensão nominal é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{F}{(w - d)t} = \frac{w}{w - d} \sigma$$

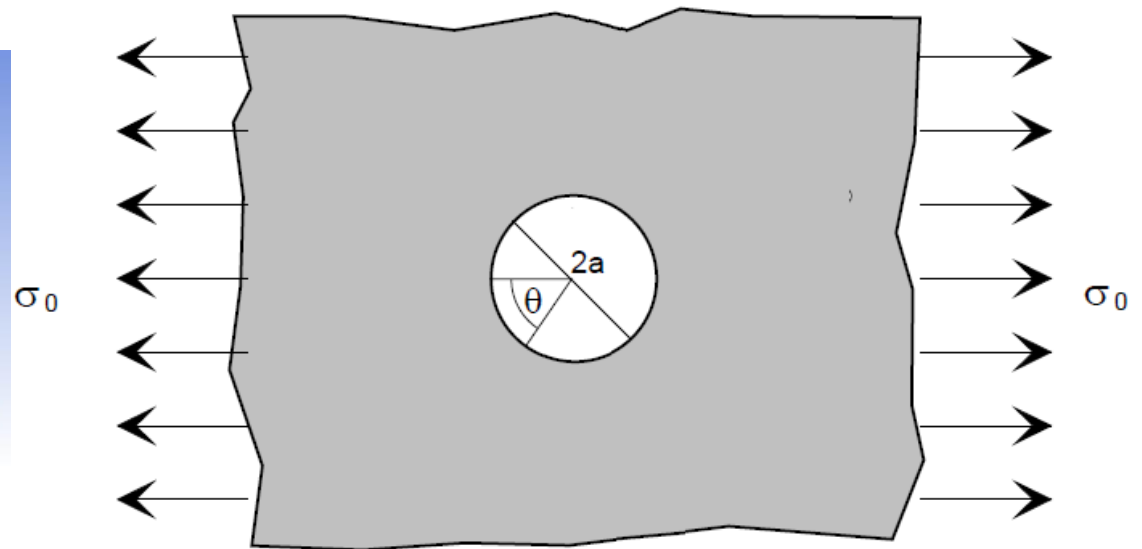
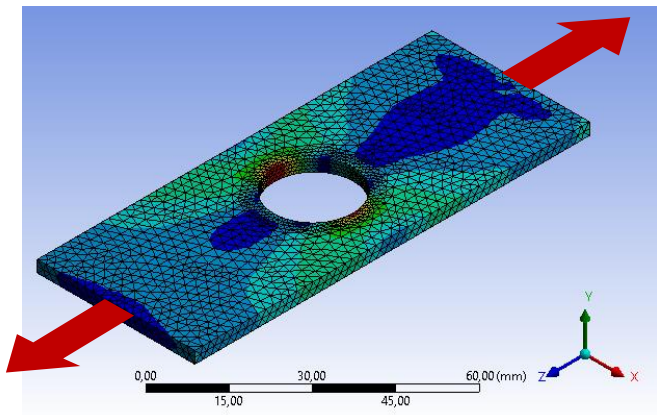
$$\sigma_{max} = K_t * \sigma_0$$

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$



## Concentração de tensões

- ▶ **Exemplo 1:** Vamos considerar a distribuição de tensões em uma placa, submetida a uma solicitação de tração, contendo um orifício circular de raio  $a$ .







## Concentração de tensões

- **Exemplo 1:** A solução deste problema, pela Teoria da Elasticidade, leva às expressões abaixo para o estado de tensões em um ponto de coordenadas  $(r, \theta)$ , sendo  $\alpha = \frac{a}{r}$

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 \left[ (1 - \alpha^2) + (1 - \alpha^2) (1 - 3\alpha^2) \cos(2\theta) \right] / 2$$

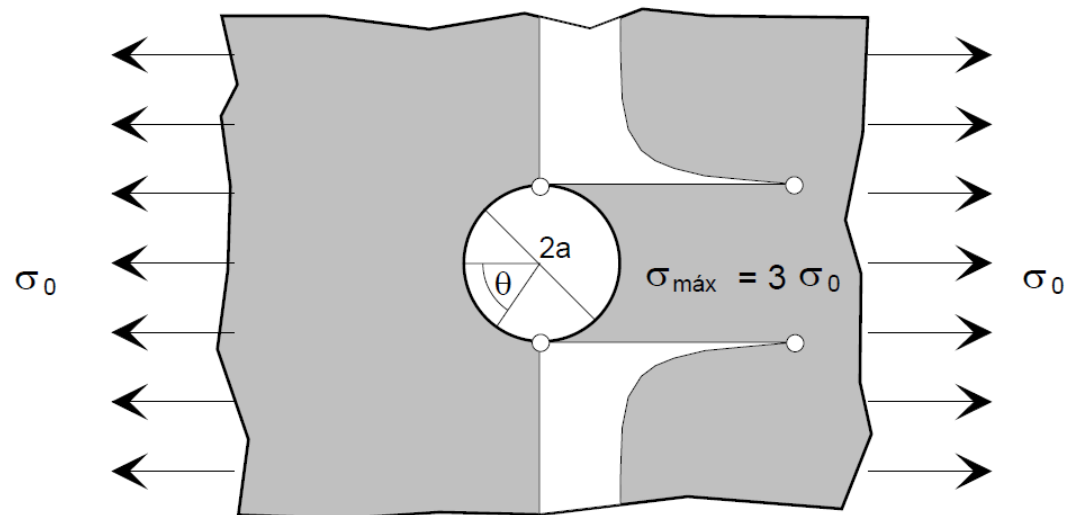
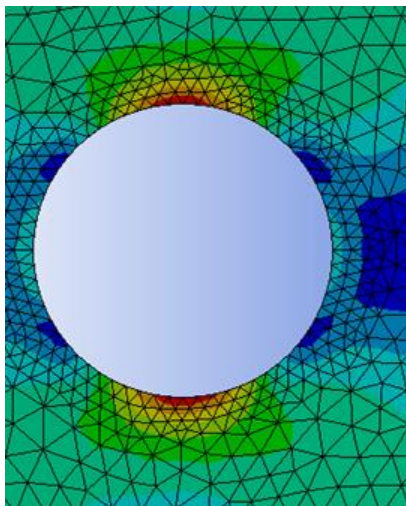
$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_0 \left[ (1 + \alpha^2) - (1 - 3\alpha^2) \cos(2\theta) \right] / 2$$

$$\sigma_{r\theta} = -\sigma_0 \left[ (1 - \alpha^2) (1 - 3\alpha^2) \cos(2\theta) \right] / 2$$



## Concentração de tensões

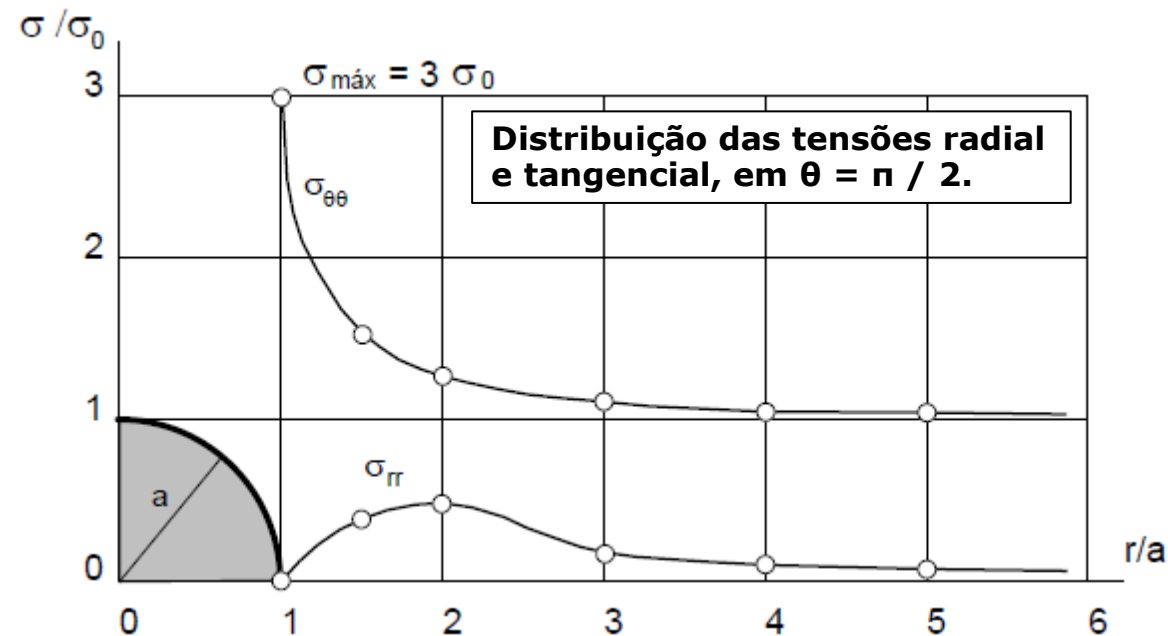
- ▶ **Exemplo 1:** É importante observar que nos pontos com  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi$  a tensão tangencial atinge o valor de  $-\sigma_0$ , ou seja, é compressiva.
- ▶ Os pontos mais solicitados, que são os prováveis pontos críticos, estão em  $\theta = \pi/2$  e em  $\theta = 3\pi/2$ .





## Concentração de tensões

- ▶ **Exemplo 1:** A análise da distribuição de tensões esquematizada permite concluir que os pontos críticos estão localizados sobre o perímetro do orifício. Com base nos valores das tensões calculados, concluímos que  $K_t = 3$ , para o ponto mais solicitado





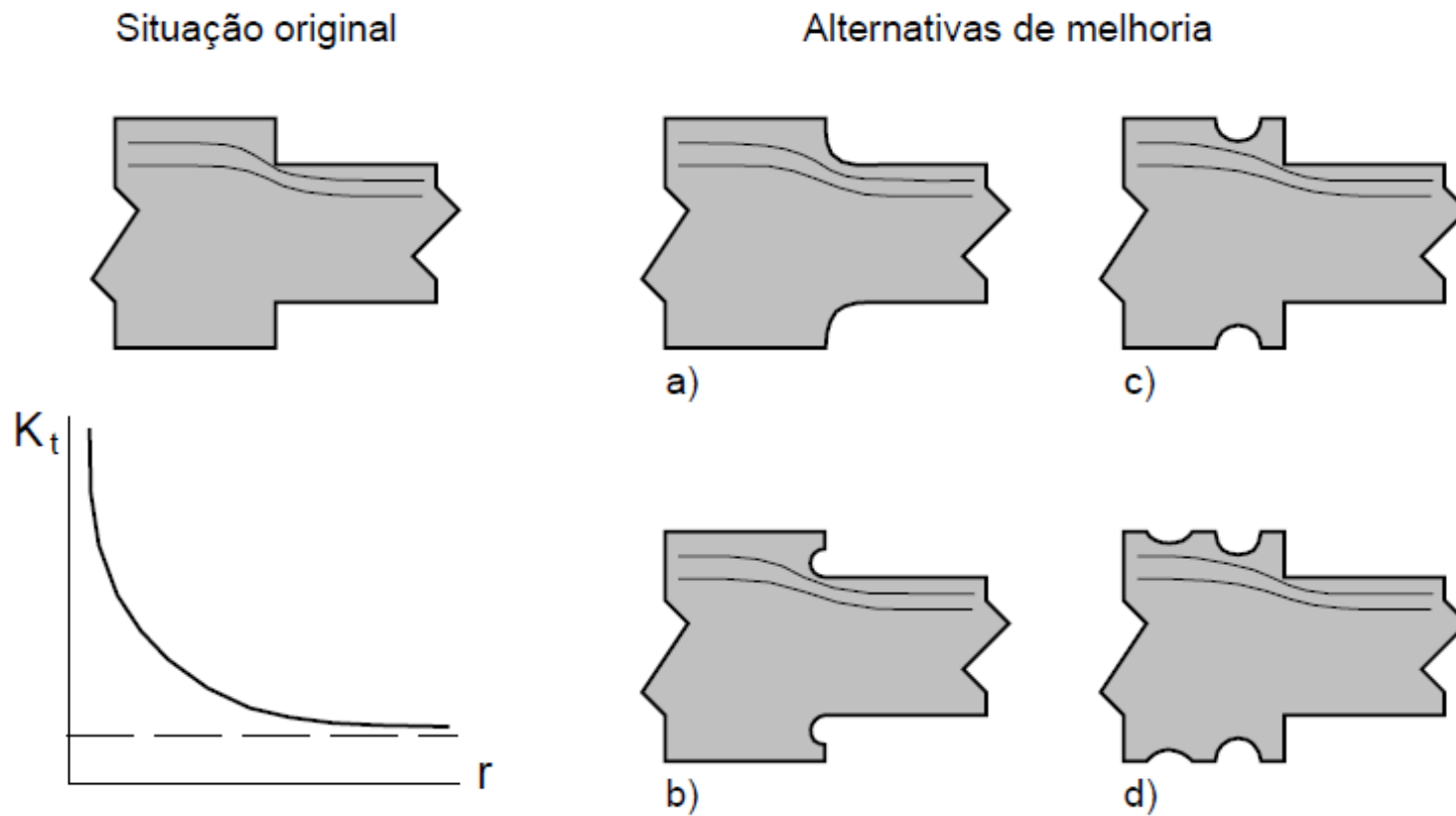
## Formas de reduzir a concentração de tensão

- ▶ Existem duas maneiras de reduzir o fator de concentração de tensões:
  - 1) Aumentando o raio de concordância no ponto crítico
  - 2) Desviando o fluxo de tensões do ponto crítico, fazendo com que a solicitação nominal neste ponto seja muito baixa, levando assim a uma tensão máxima também menor.



## Formas de reduzir a concentração de tensão

► Exemplos:





## Introdução a fratura mecânica

- ▶ Fratura é a separação de um corpo em duas ou mais partes quando submetido à um esforço mecânico.
- ▶ **Leonardo da Vinci**: a resistência de arames de ferro varia inversamente com o seu comprimento, logo as trincas internas controlam a resistência.
- ▶ **Griffith** (1920): De acordo com Griffith, a fratura ocorre quando a variação da energia de deformação supera a energia necessária para a criação de novas superfícies no material.
- ▶ **Wastergaard** (1938) chama a atenção de Irwin e colaboradores no sentido de que um único parâmetro serve para caracterizar o campo de tensões na frente de trincas.
- ▶ **Irwin** (1956) modifica a equação de Griffith.
- ▶ Este parâmetro está relacionado com a energia de **Griffith**, logo pode ser considerado força motriz da fratura.



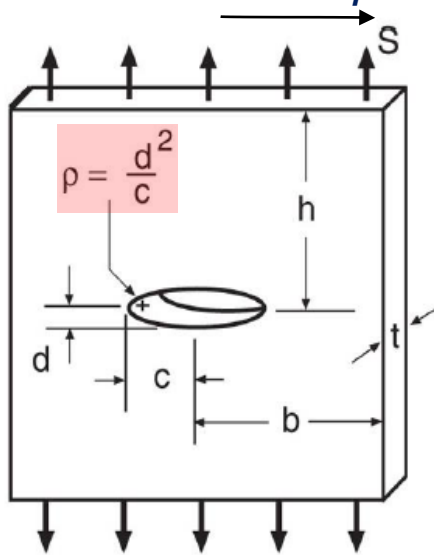
## Introdução a fratura mecânica

- ▶ Concentração das tensões em um furo elíptico

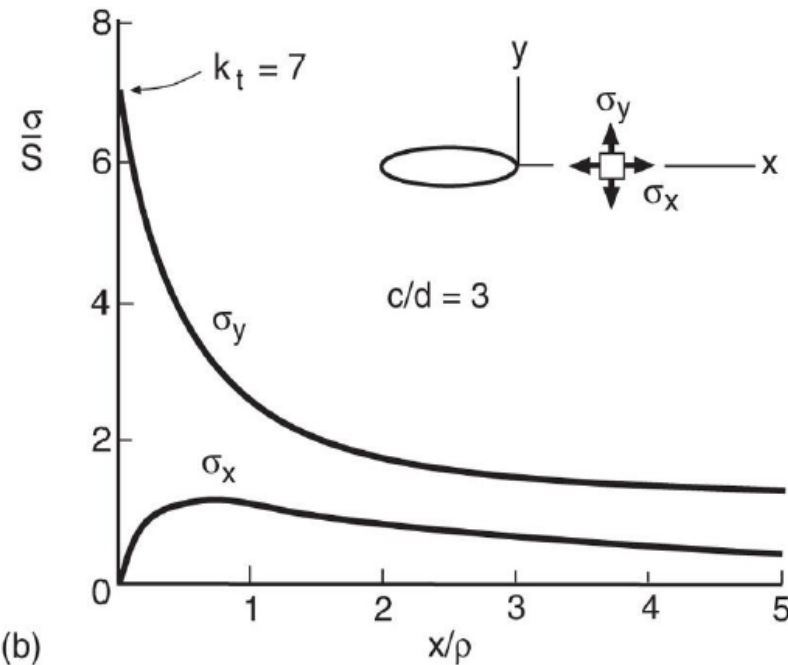
$$\frac{\sigma_y}{S} = 1 + 2 \frac{c}{d} = 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\left(\frac{d^2}{c}\right)}}$$

$$\frac{\sigma_y}{S} = 1 + 2 \frac{c}{d} = 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}}$$

$S =$  tensão bruta aplicada



(a)

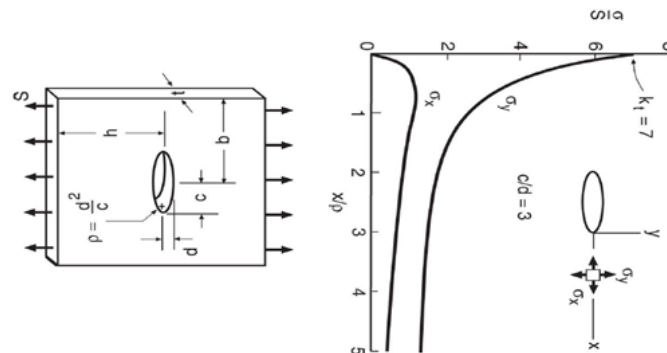
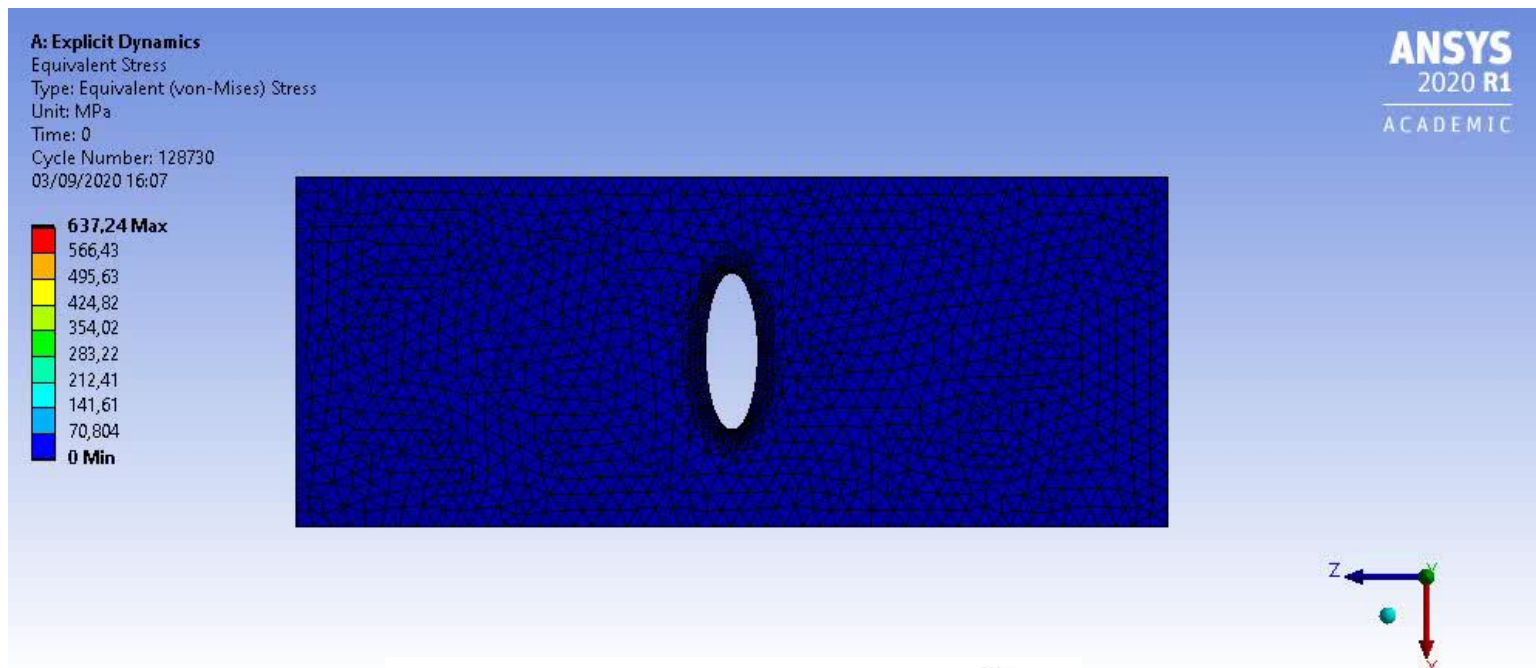


(b)



## Introdução a fratura mecânica

- ▶ Concentração das tensões em um furo elíptico

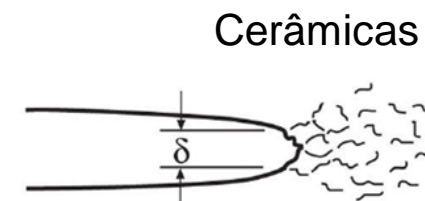
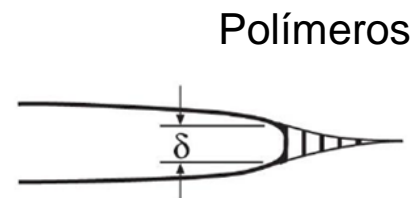
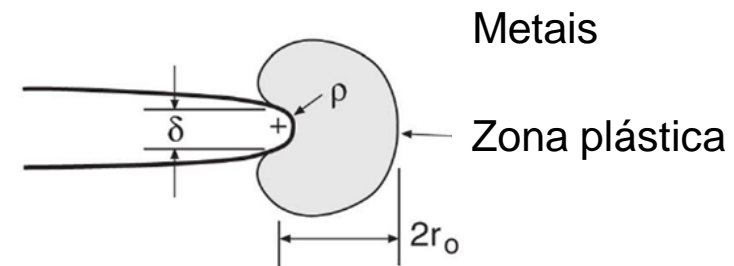
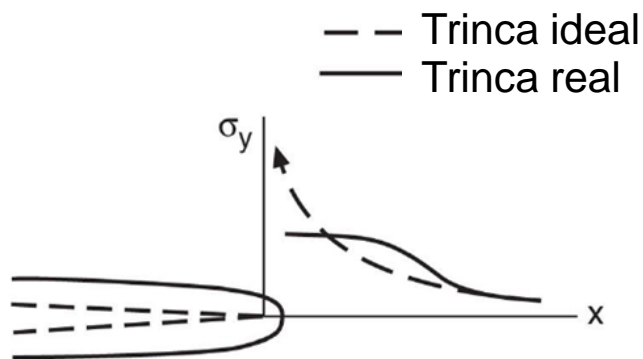






## Introdução a fratura mecânica

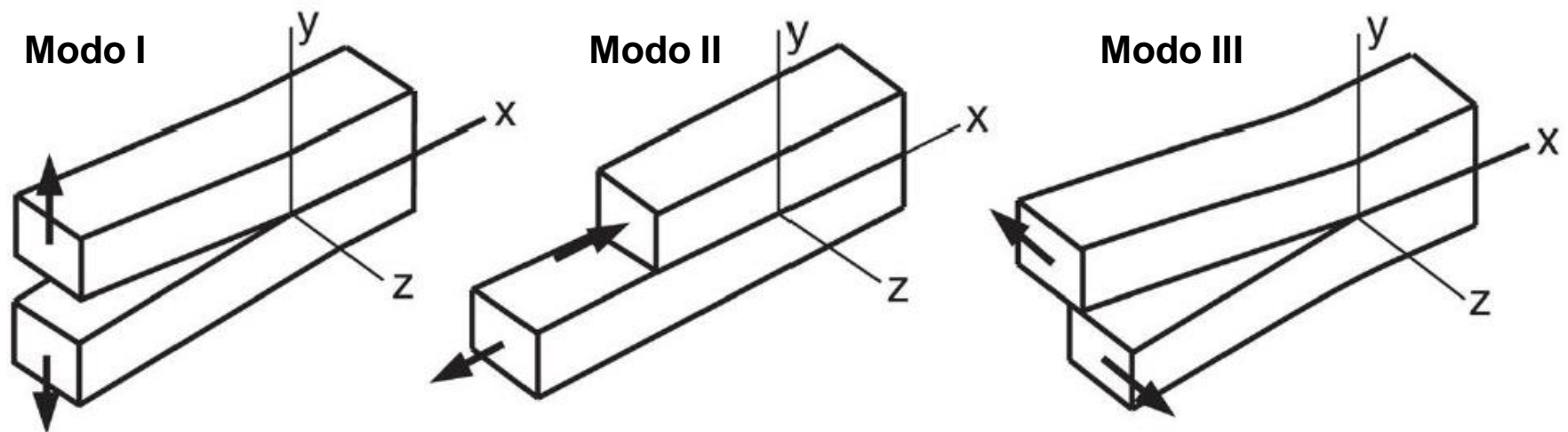
- ▶ Escoamento localizado em materiais estruturais





## Introdução a fratura mecânica

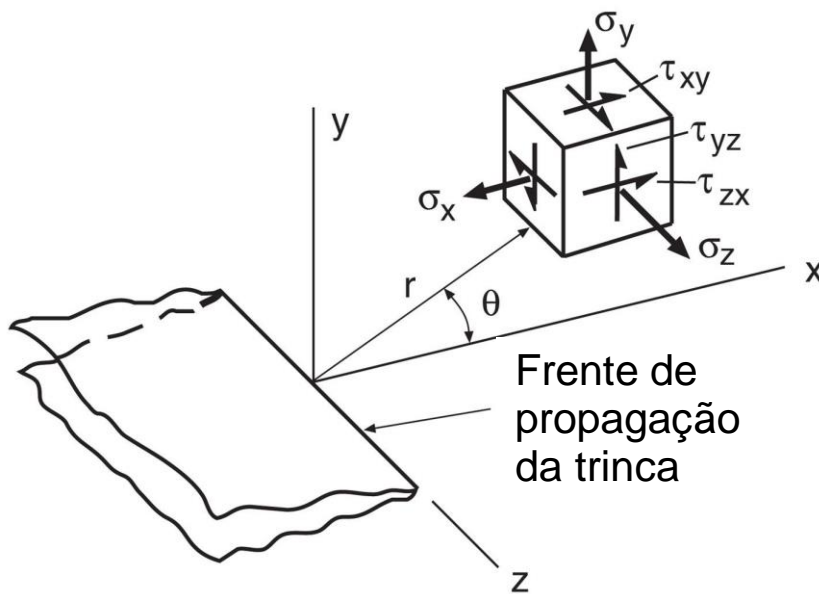
- ▶ Modos básicos de deslocamento das faces da trinca





## Introdução a fratura mecânica

- ▶ Modos de trincamento e o fator de intensidade de tensão



$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \dots$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \dots$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) + \dots$$

$$\sigma_z = 0 \quad (\text{tensão plana})$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{deformação plana})$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$



## Introdução a fratura mecânica

- ▶ *Qualquer que seja a geometria e o tipo de carga, todos os corpos trincados no regime elástico têm a mesma distribuição de tensões, deformações e deslocamentos na região dominada pela singularidade.*
- ▶ Apenas a **magnitude** destes campos, representada pelo parâmetro  $K$ , varia com a geometria e tipo de carga.

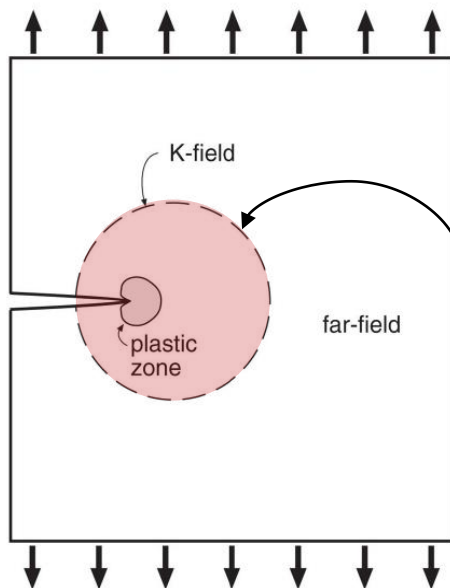
$$K = S_g \sqrt{\pi a F}$$

$S_g$  => tensão nominal bruta



## Critério de falha baseado no campo de tensões

- ▶ Um componente trincado falha por fratura frágil quando o estado de tensões no entorno da ponta da trinca atinge um valor crítico.
- ▶ A zona de processamento deverá estar completamente contida dentro da região dominada pela singularidade.



$$K = S_g \sqrt{\pi a F} = K_c$$

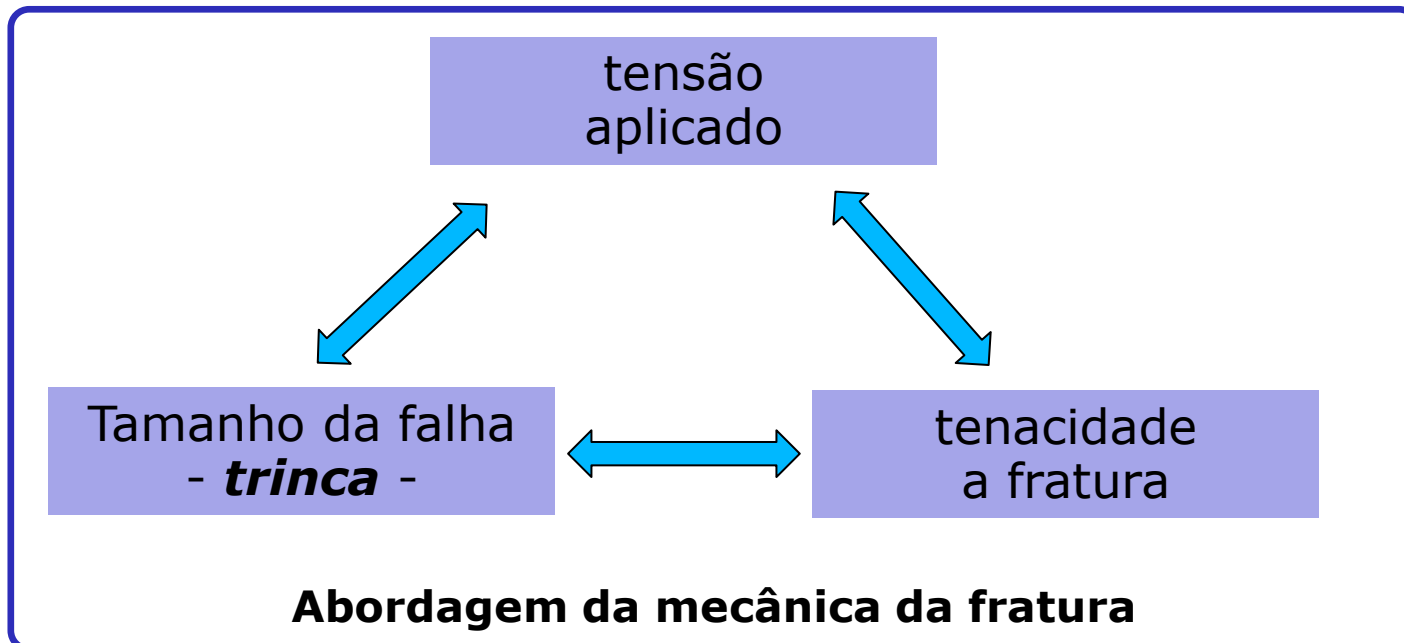
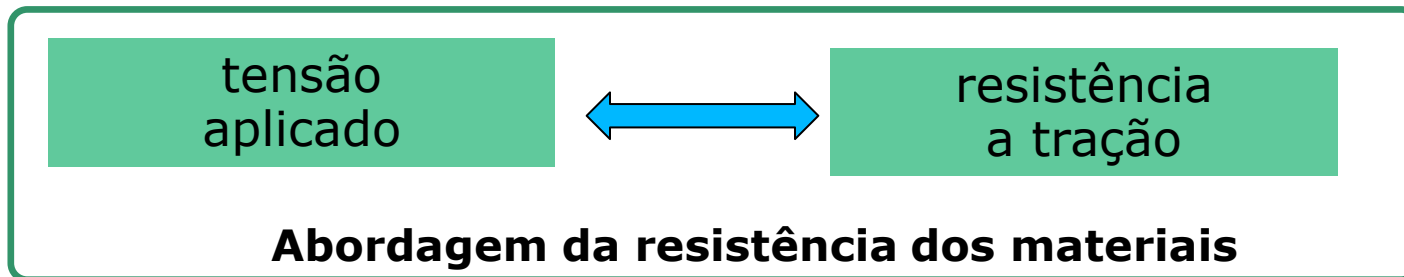
Região dominada pela singularidade



## Critério tradicional da mecânica dos materiais

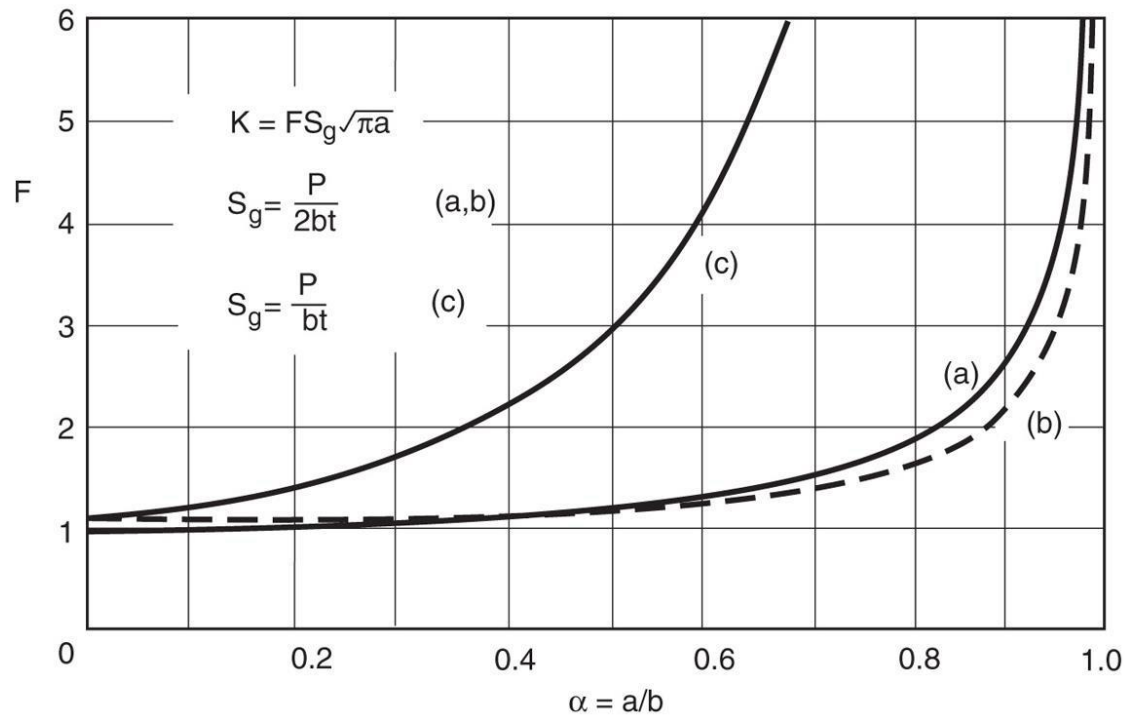
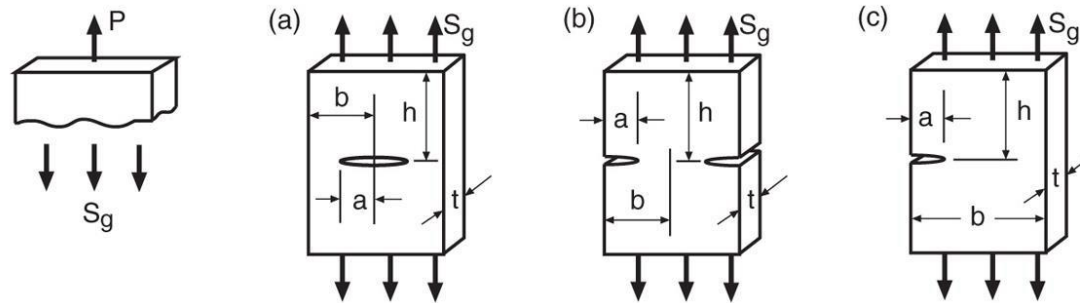
VS

## Critério de falha baseado no campo de tensões



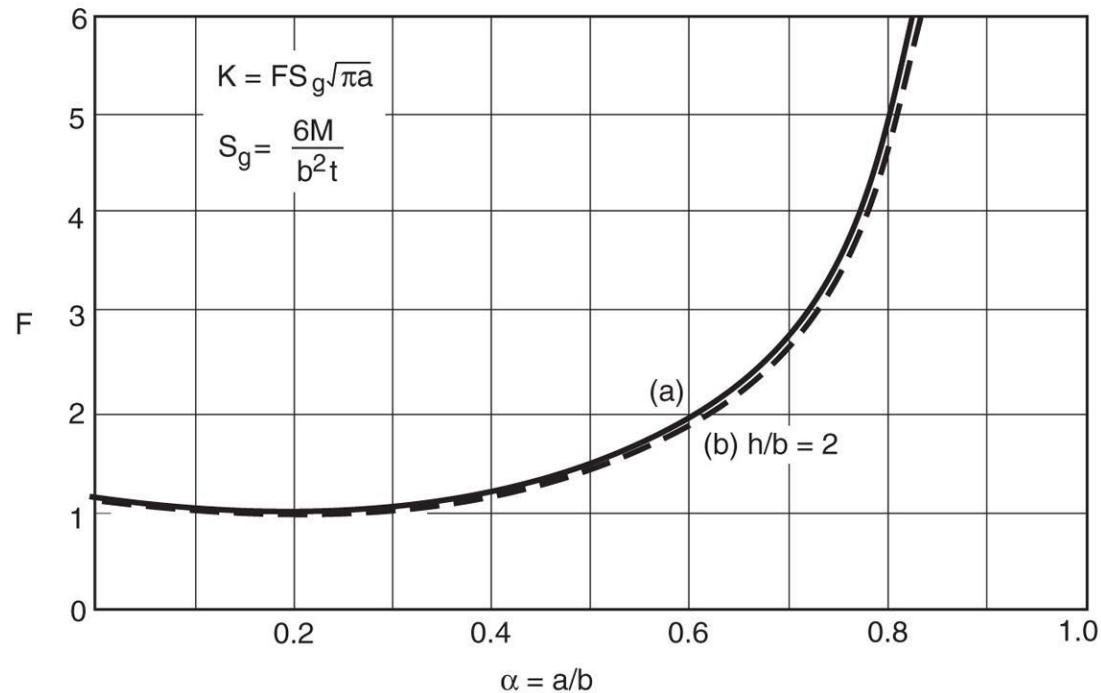
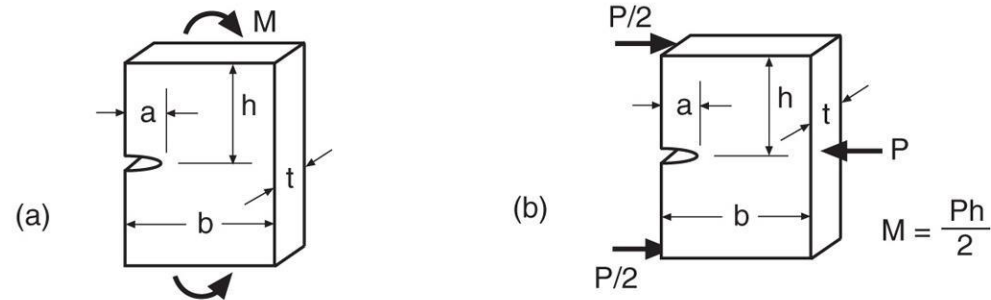


## Alguns fatores de geometria para chapas trincadas em tração





## Alguns fatores de geometria para chapas trincadas em flexão







## Fator de geometria para eixos redondos com trinca circunferencial

Axial load  $P$ :  $S_g = \frac{F}{\pi b^2}$ ,  $F = 1.12$  (10%,  $a/b \leq 0.21$ )

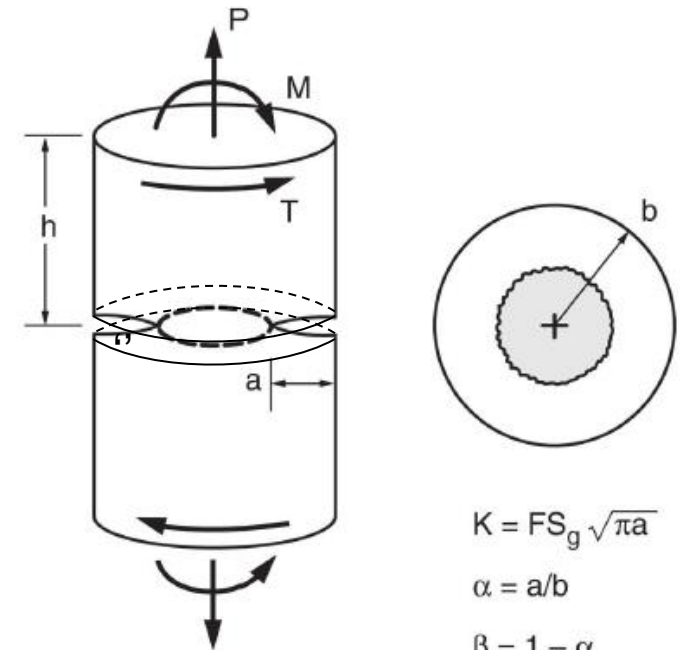
$$F = \frac{1}{2\beta^{1.5}} \left[ 1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 - 0.363\beta^3 + 0.731\beta^4 \right]$$

Bending moment  $M$ :  $S_g = \frac{4M}{\pi b^3}$ ,  $F = 1.12$  (10%,  $a/b \leq 0.12$ )

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[ 1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.537\beta^5 \right]$$

Torsion  $T$ ,  $K = K_{III}$ :  $S_g = \frac{2T}{\pi b^3}$ ,  $F = 1.00$  (10%,  $a/b \leq 0.09$ )

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[ 1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.208\beta^5 \right]$$



$$K = FS_g \sqrt{\pi a}$$
$$\alpha = a/b$$
$$\beta = 1 - \alpha$$



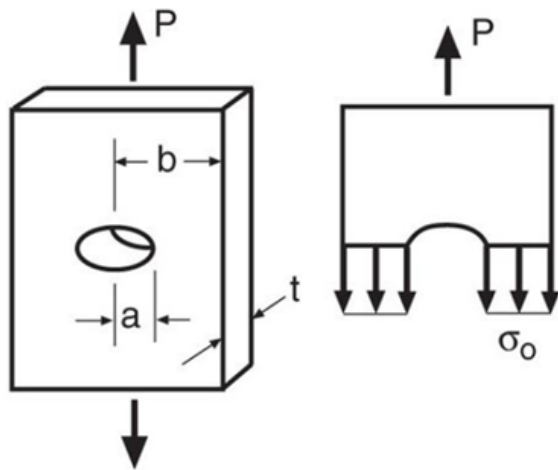
## Objetivo da mecânica da fratura no limite elástico

- ▶ Determinar a maior carga que uma estrutura trincada pode suportar em serviço (**P<sub>c</sub>**)
- ▶ Determinar a maior trinca tolerada por uma estrutura em serviço (**a<sub>c</sub>**)
- ▶ Calcular a taxa de propagação de trincas e a vida residual das estruturas trincadas sob carregamentos reais de serviço

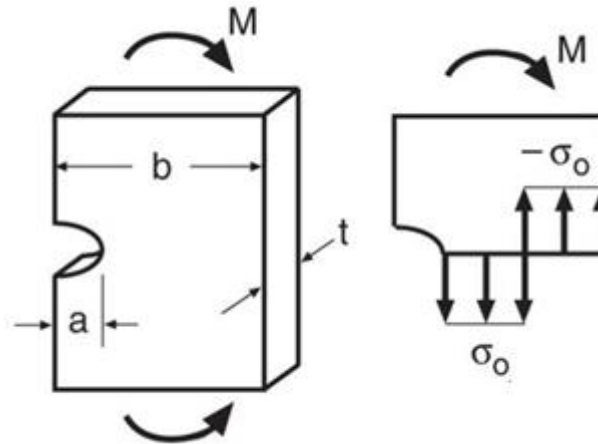


## Cargas de Colapso Plástico

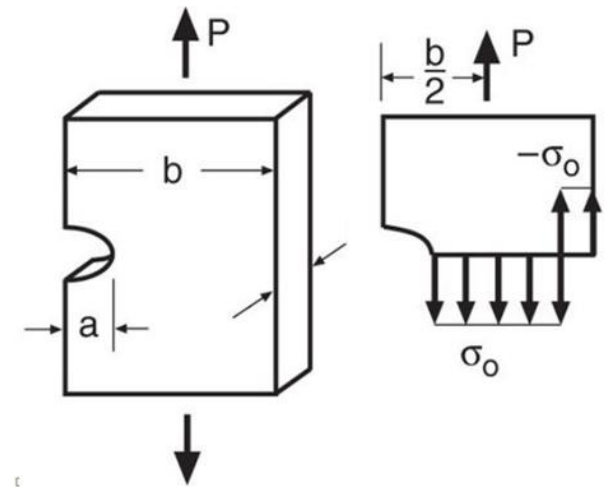
$$S_g = \frac{P}{2bt} = \sigma_0 \left(1 - \frac{a}{b}\right)$$



$$S_g = \frac{4M}{b^2 t} = \sigma_0 \left(1 - \frac{a}{b}\right)^2$$

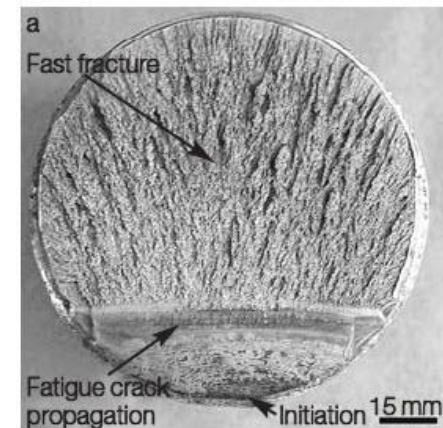
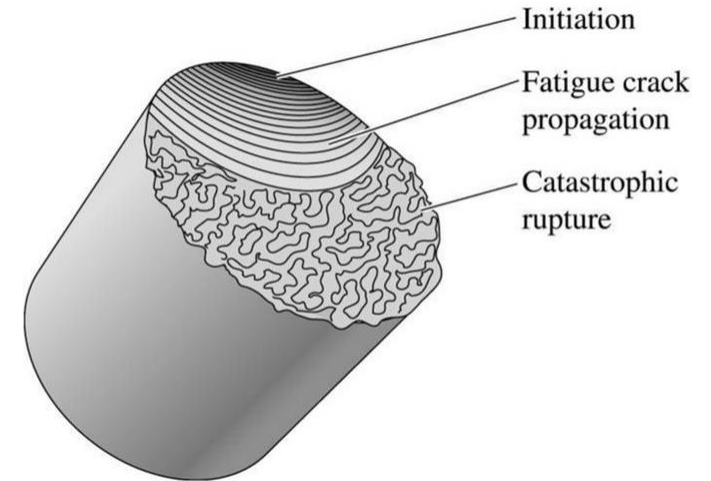
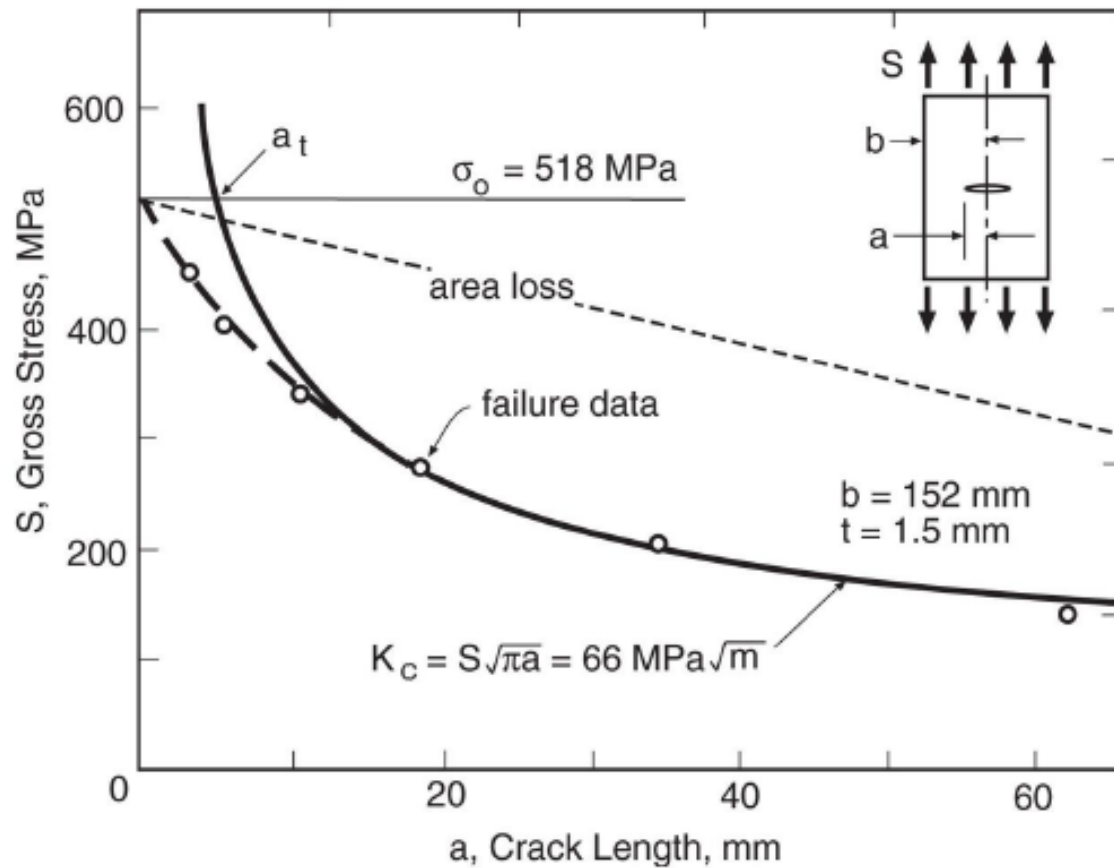


$$P_0 = \frac{b t \sigma_0}{(-a + \sqrt{2a^2 - 2a + 1})}$$



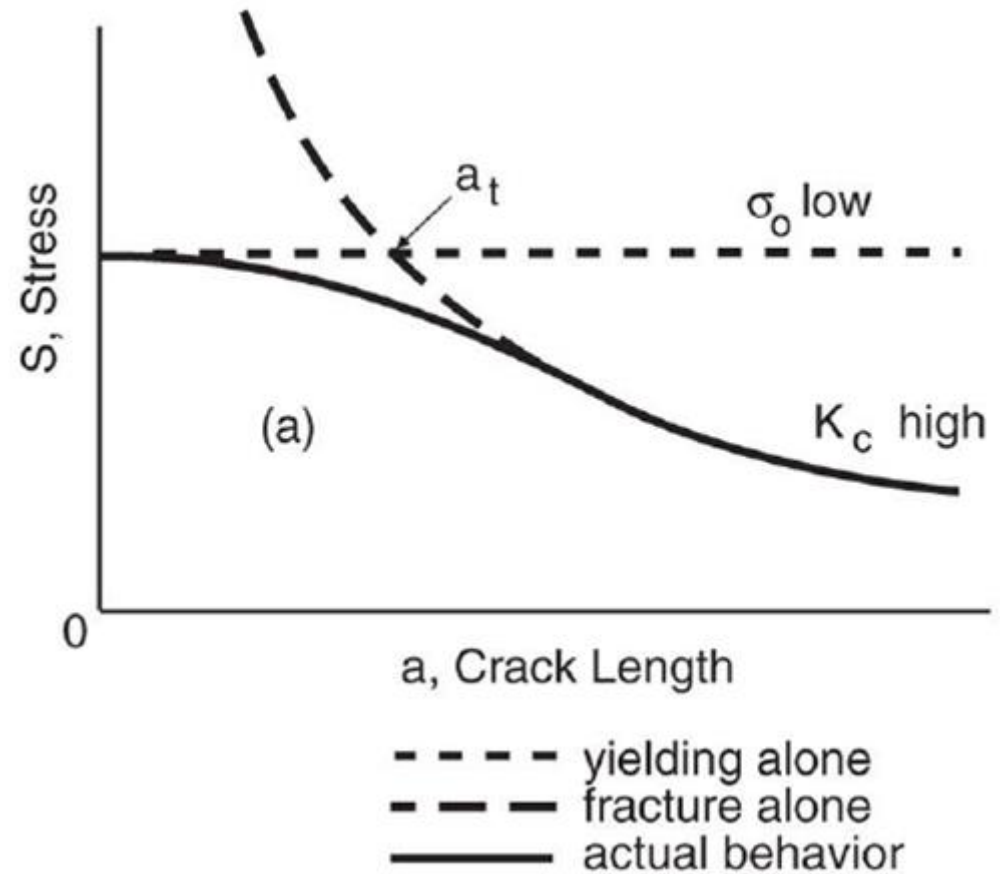
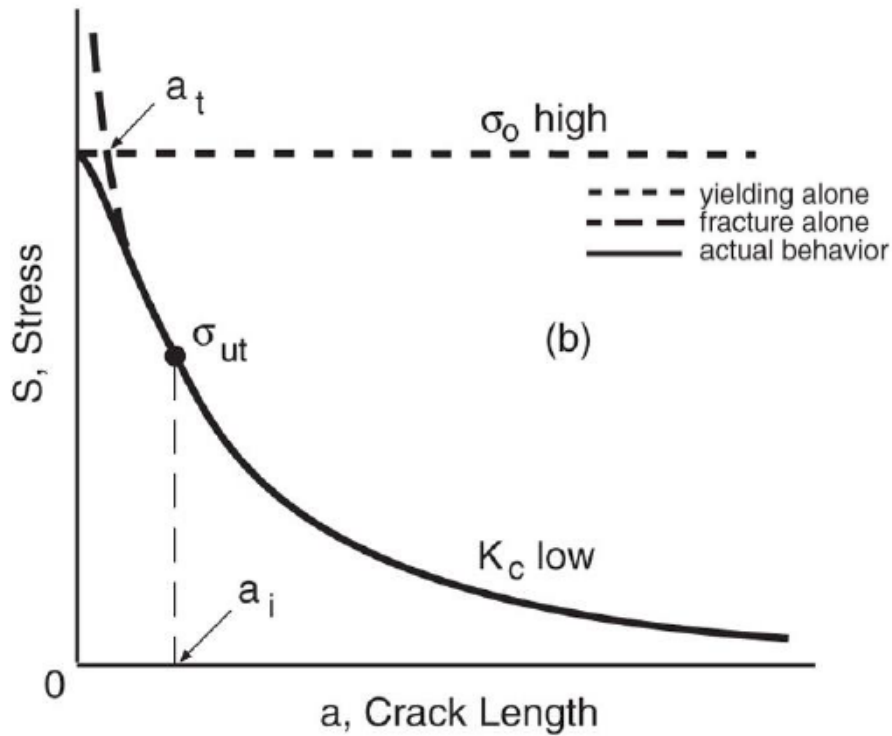


## Efeitos das trincas na resistência residual





## Efeitos das trincas na resistência residual





## Tenacidade à fratura

- Para chapas finas,  $K_C$  varia com a espessura. No entanto se o parede for espessa,  $K_C$  se torna independente da espessura.
- Para estas condições, uma nova propriedade é utilizada,  $K_{IC}$
- $K_{IC}$  é o fator de intensidade de tensão crítica em deformação plana (corpos espessos) no modo de carregamento I, e neste caso, é independente da espessura do corpo de prova.



## Exemplos de propriedades a fratura

Material	$\sigma_u$ [MPa]	$\sigma_o$ [MPa]	$K_{IC}$ [MPa·√m]
Aço 4340	1820	1470	46
Aço Maraging 300	1850	1730	90
Alumínio 7075-T6	560	500	32

$K_{IC}$  = *tenacidade à fratura*

$K_{IC}$  é uma propriedade que representa a medida da resistência de uma material a fratura frágil quando uma trinca está presente.

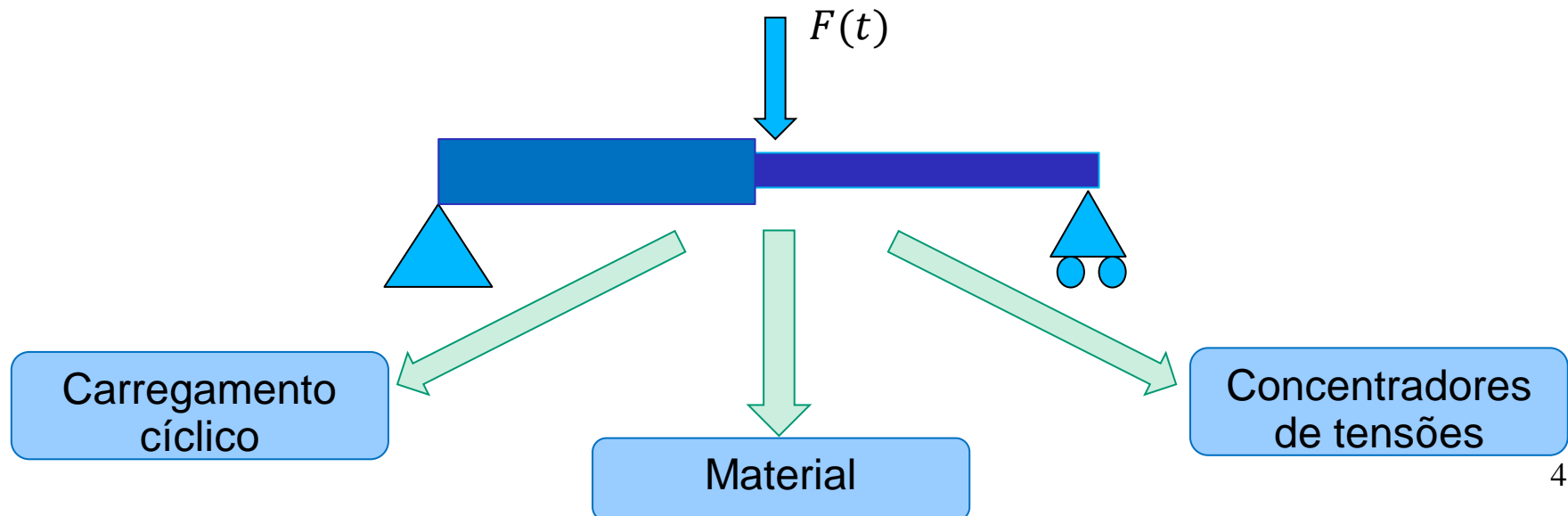


**RELEBRANDO!**

## Concentração de tensões

- ▶ Em condições de carregamento estático o fator de concentração de tensões é um algo altamente localizado.
- ▶ O problema se agrava quando os componentes apresentam movimento (Ex. exemplo rotação) ou carregamento cíclico,

## Falha por fadiga mecânica

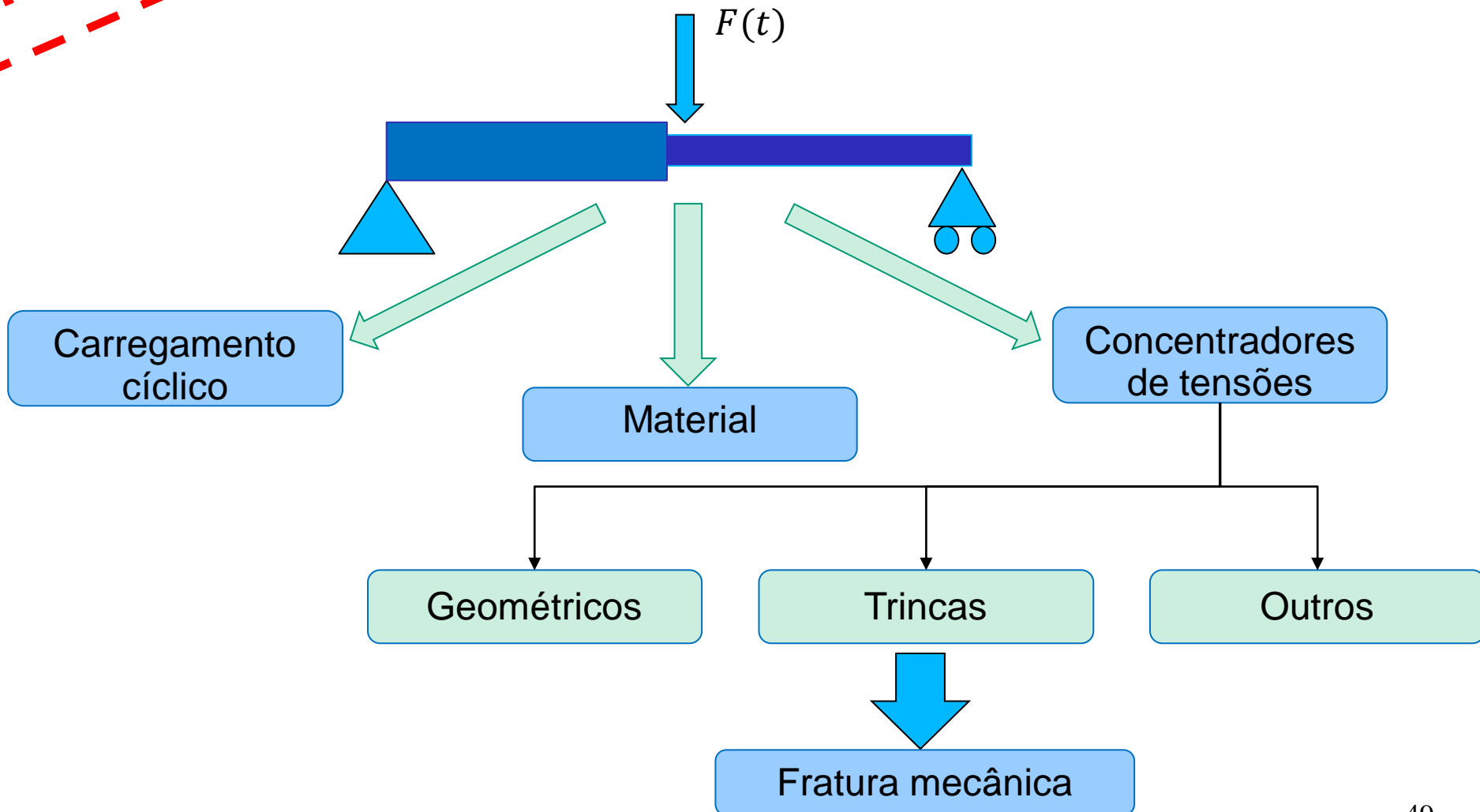






**RELEMBRANDO!**

## Falha por fadiga mecânica

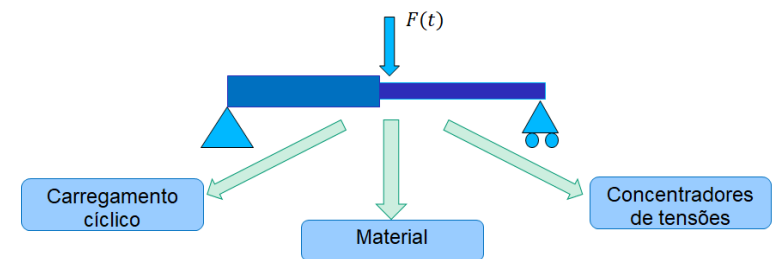




## Introdução a Fadiga

- ▶ Início do século XIX já se conhecia fadiga , mas até hoje o conhecimento não é completo.
- ▶ Wohler em 1862, *On the mechanical tests on iron and steel*:  
“As tensões com que rompiam em serviço alguns eixos de vagões ferroviários estava bem abaixo da tensão que o eixo suportava estaticamente”
- ▶ Bach, 1908 , separou as solicitações em:

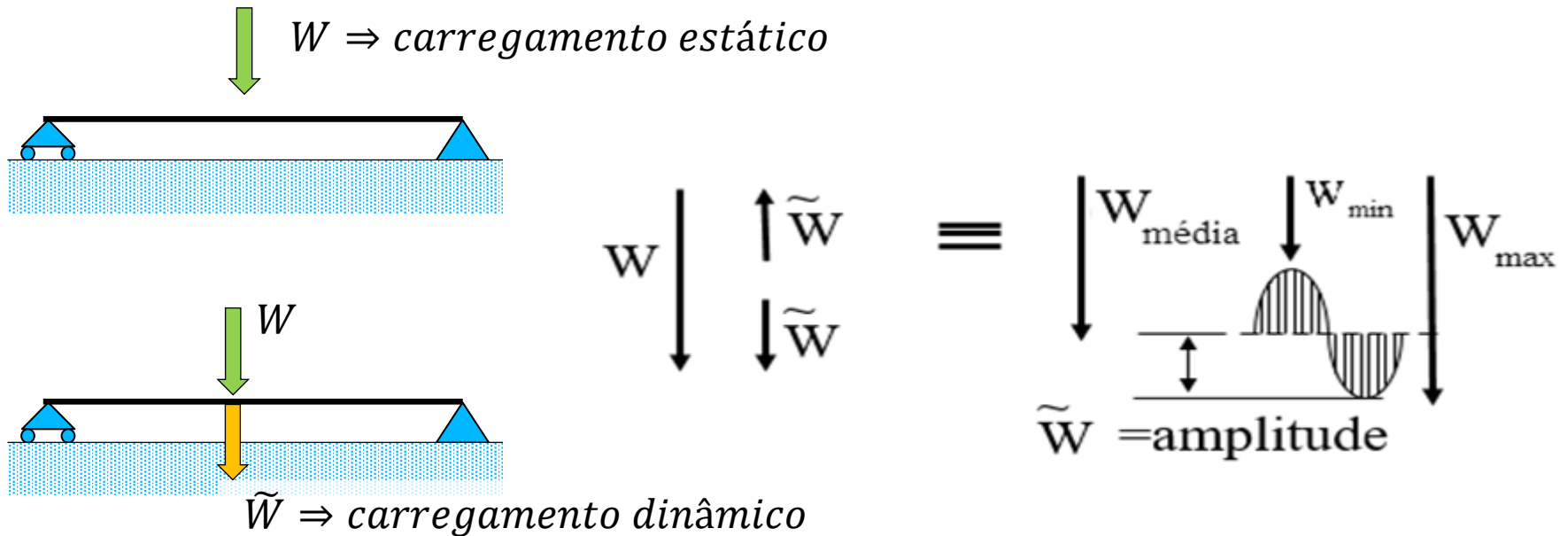
Cargas {  
- estáticas  
- alternada simétrica  
- flutuante





## Introdução

Carga {  
- estáticas  
- alternada simétrica ↔ diferentes coeficientes de segurança  
- flutuante





## Fadiga

Definição: Processo que causa **falha prematura ou dano permanente** a um componente sujeito a carregamento repetitivos / cíclicos.

**Variações de temperatura**

**Causas**



**Carregamento e descarregamento**

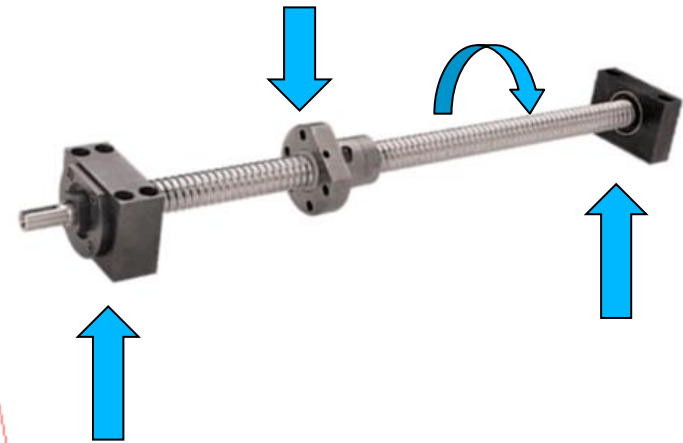
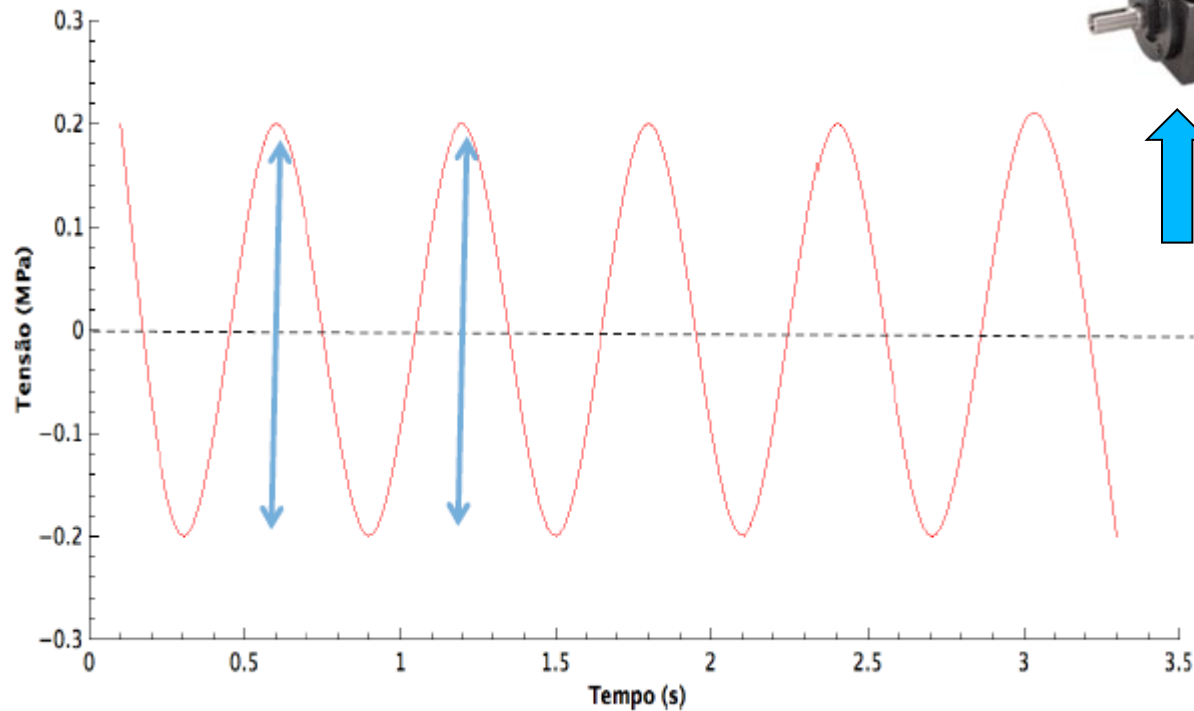


**Vibrações**



## Carregamentos em Fadiga

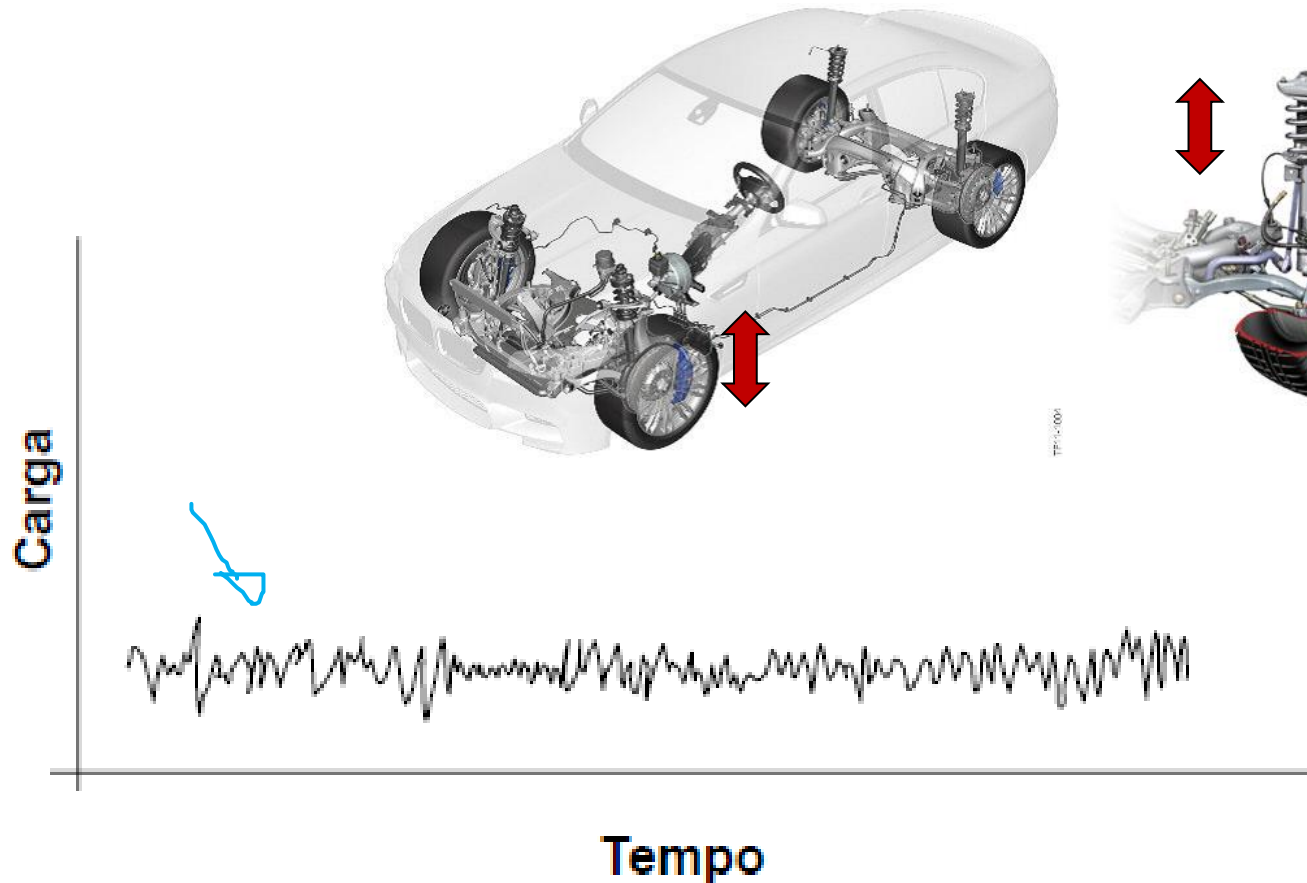
Carregamento constante





## Carregamentos em Fadiga

Carregamento variável

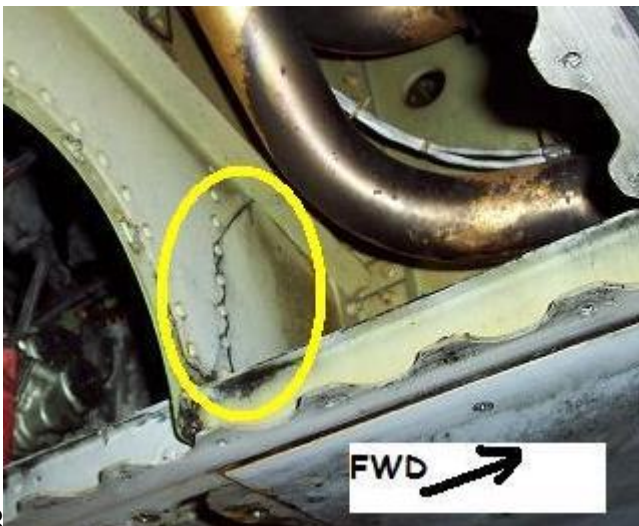


Característico  
Tempo X Carga  
para o eixo da roda

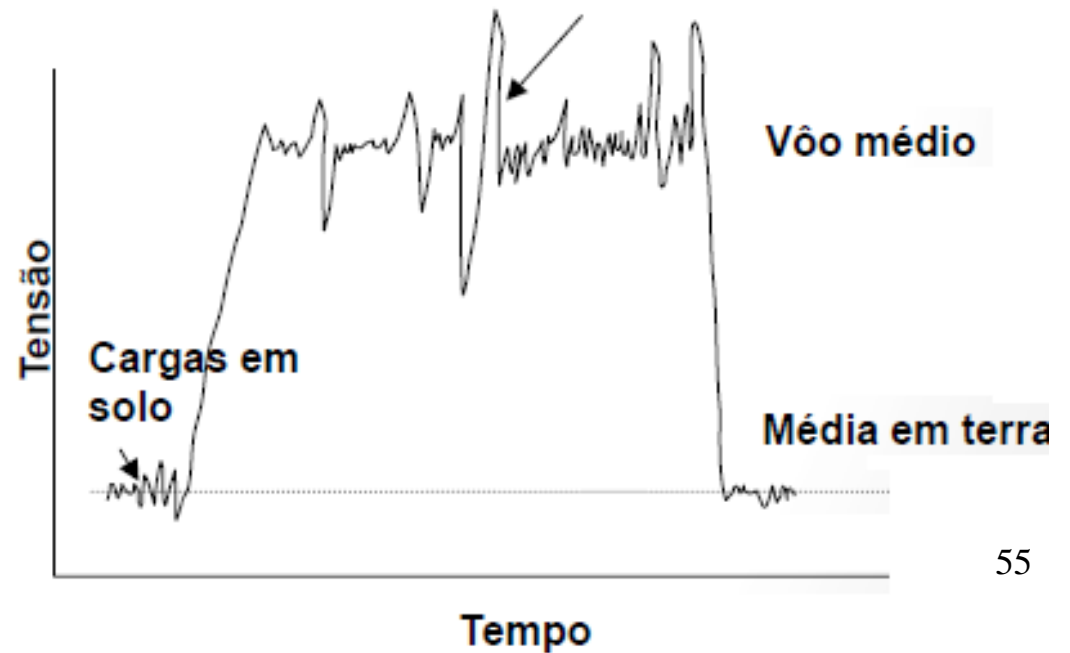


## Carregamentos em Fadiga

### Carregamento variável



### Carregamento em voo





## Filosofias de projeto para Fadiga

### Vida Infinita

Este critério exige que as tensões atuantes estejam abaixo da tensão limite de fadiga

### Vida Finita

Condições de carregamento sensivelmente imprevisíveis, ou ao menos, não constantes. A vida selecionada para o projeto deve incluir uma margem de segurança para levar em consideração o carregamento

### Falha segura

Este critério considera a possibilidade de ocorrência de trincas de fadiga, porém, sem levar ao colapso as estruturas antes destas fissuras serem detectadas e reparadas

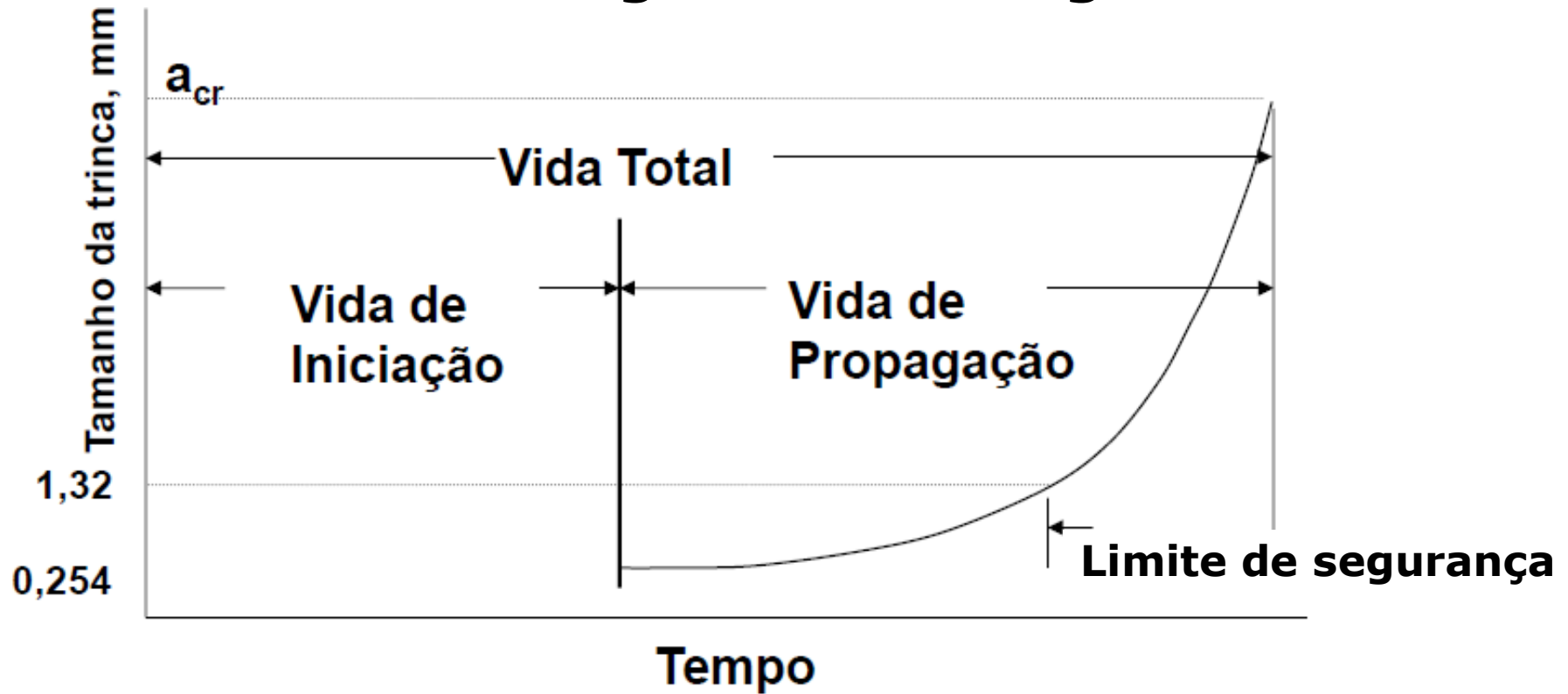
### Tolerante ao dano

Este critério é um refinamento do anterior, porém, levando em consideração a existência de uma trinca, o projeto da estrutura é executado para que esta trinca não cresça, evitando a falha do componente.





## Fadiga - terminologia

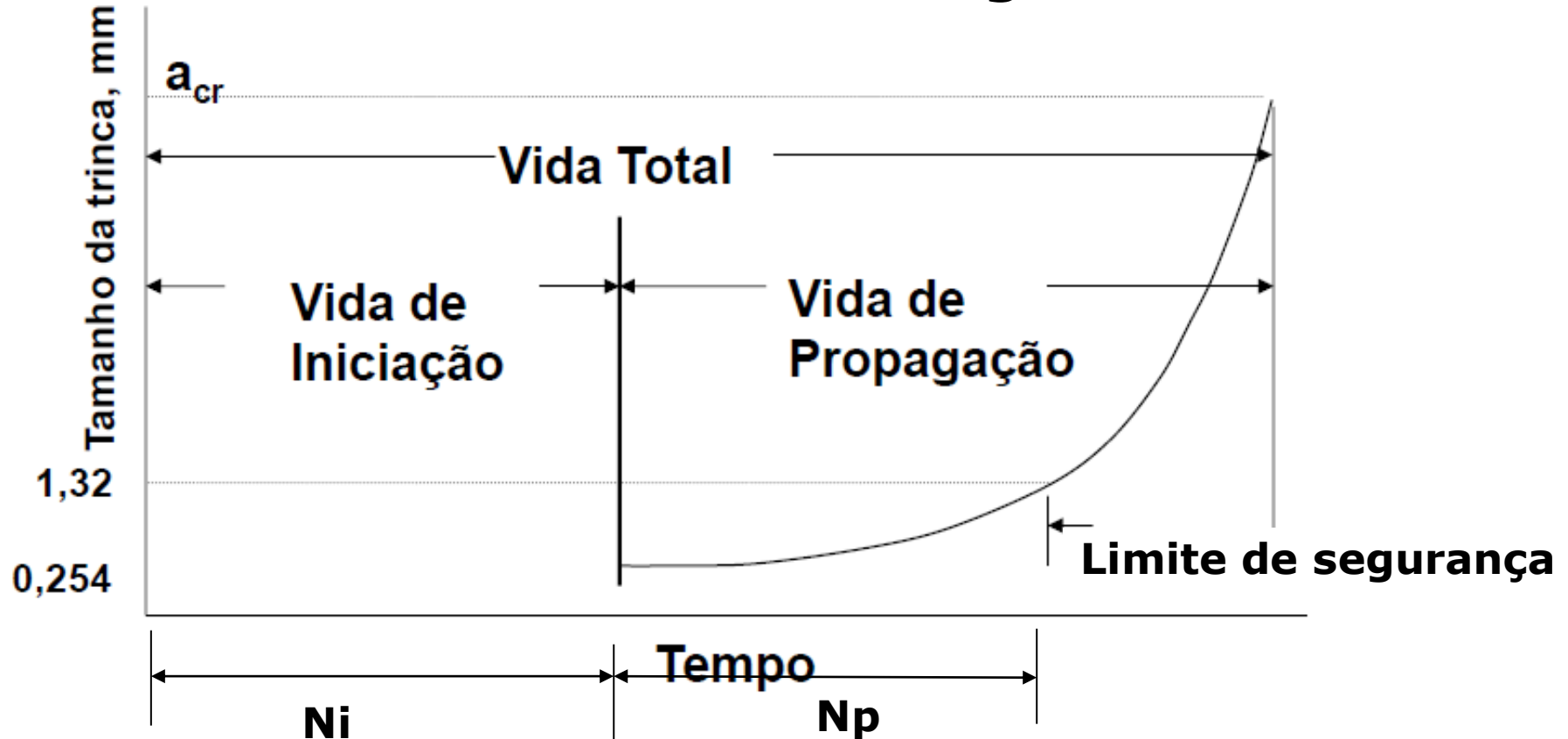


### Onde:

- Vida de Iniciação – Tempo para nuclear uma trinca.
- Vida de Propagação – Tempo para o crescimento de uma trinca até a falha.
- Limite de Seg. – crescimento a partir de um tamanho crítico de trinca



## Vida em Fadiga



Onde:

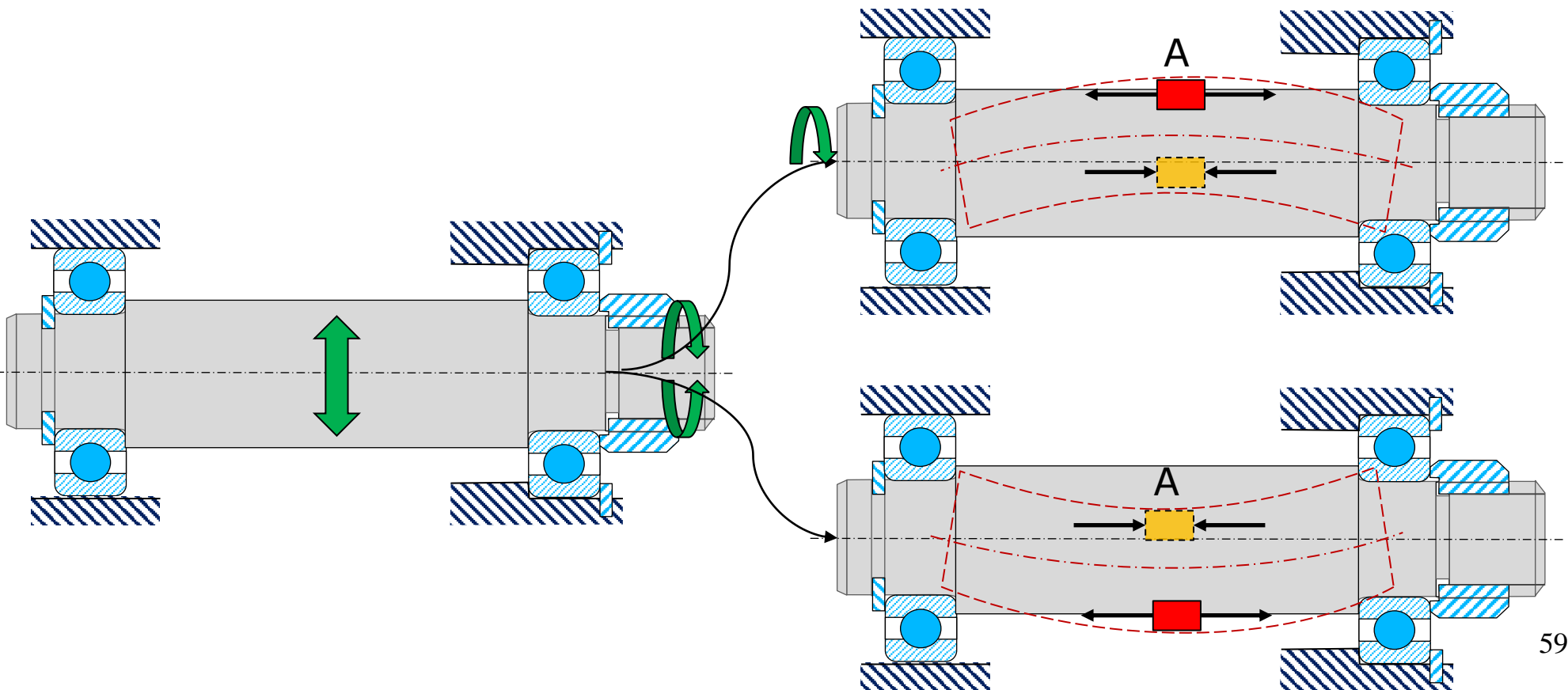
$$N = N_i + N_p$$

- $N$  é o número de ciclos para fadiga total;
- $N_i$  é o número de ciclos para iniciação;
- $N_p$  é o número de ciclos para uma trinca crescer e se tornar crítica



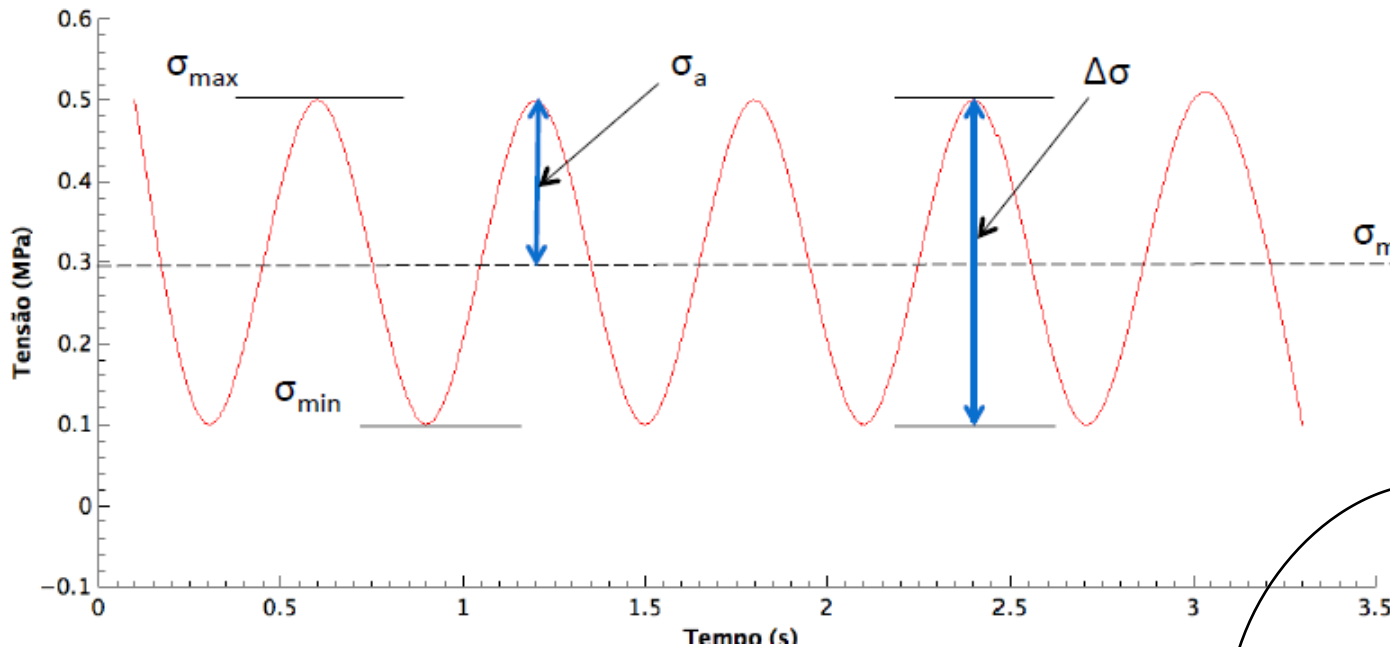
## Tensões Cíclicas

As tensões cíclicas podem ser de natureza axial (tração-compressão), de flexão (flexão) ou torcional (torção).





## Parâmetros dos Ciclos de Fadiga



$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

$\sigma_{max}$ : Tensão máxima

$\sigma_a$ : Amplitude de tensão

$\sigma_{min}$ : Tensão mínima

$\sigma_m$ : Tensão média

$\Delta\sigma$ : intervalo ou amplitude de tensão

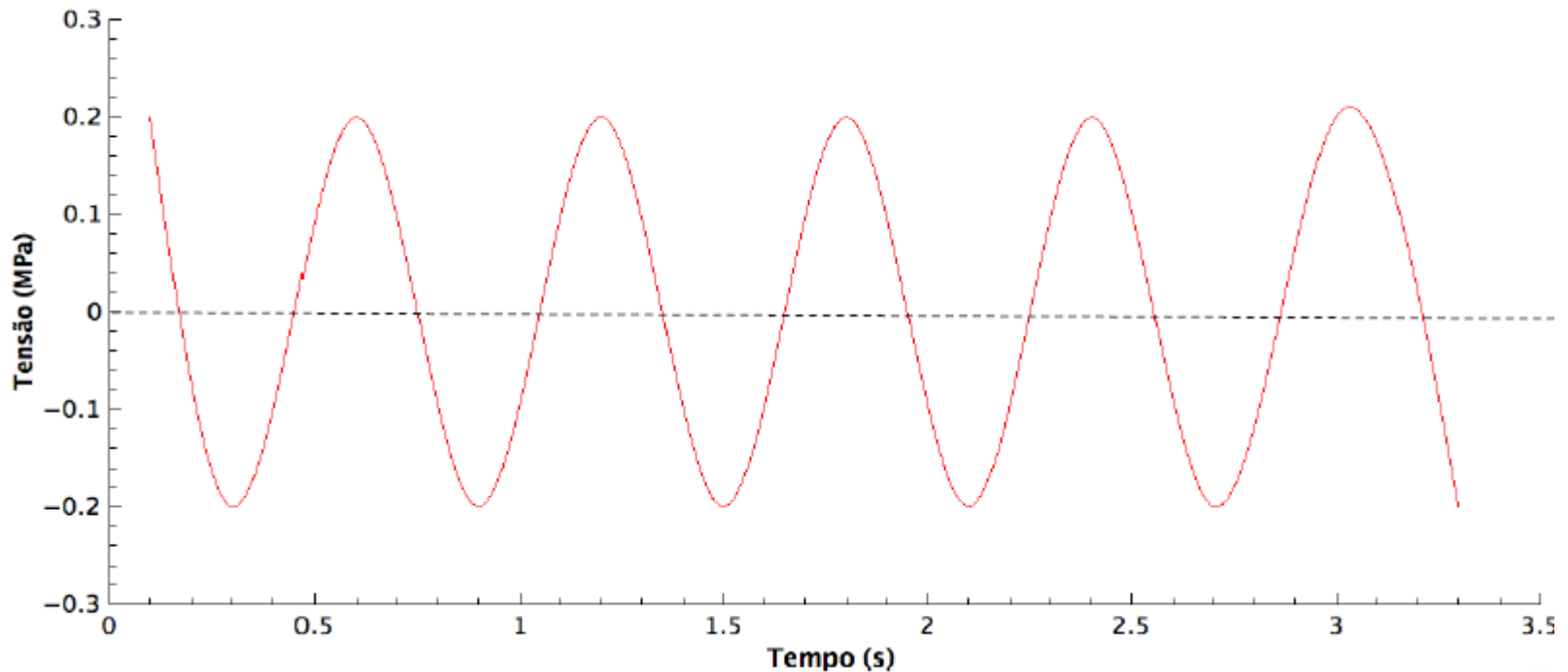
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad A = \text{Razão de amplitude}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad R = \text{Razão de tensão}$$



## Carregamentos completamente reversos



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 0$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = -1$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \infty$$

A = Razão de amplitude

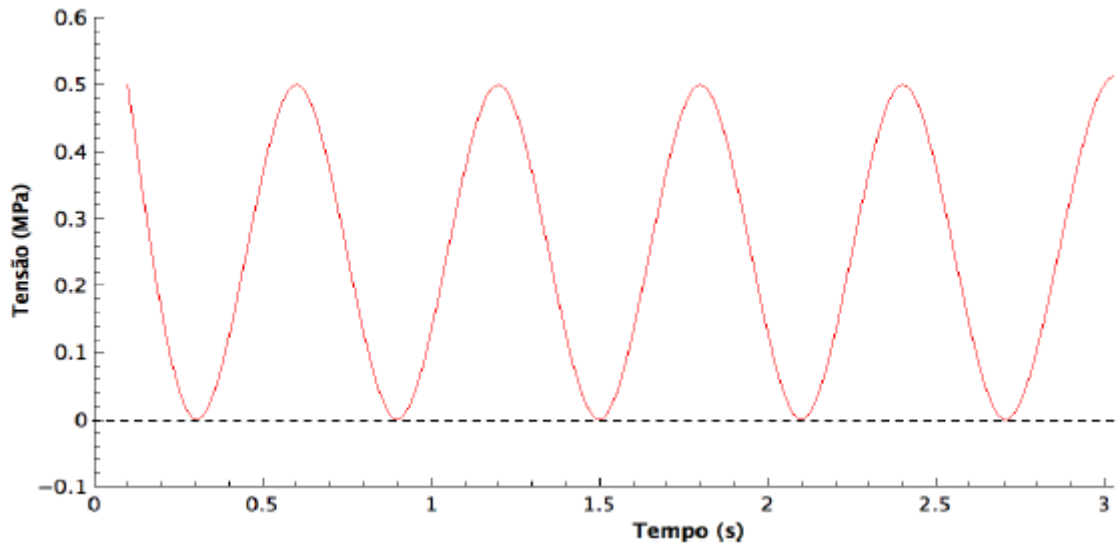
R = Razão de tensão



A = Razão de amplitude

R = Razão de tensão

## Carregamentos 0 a tração

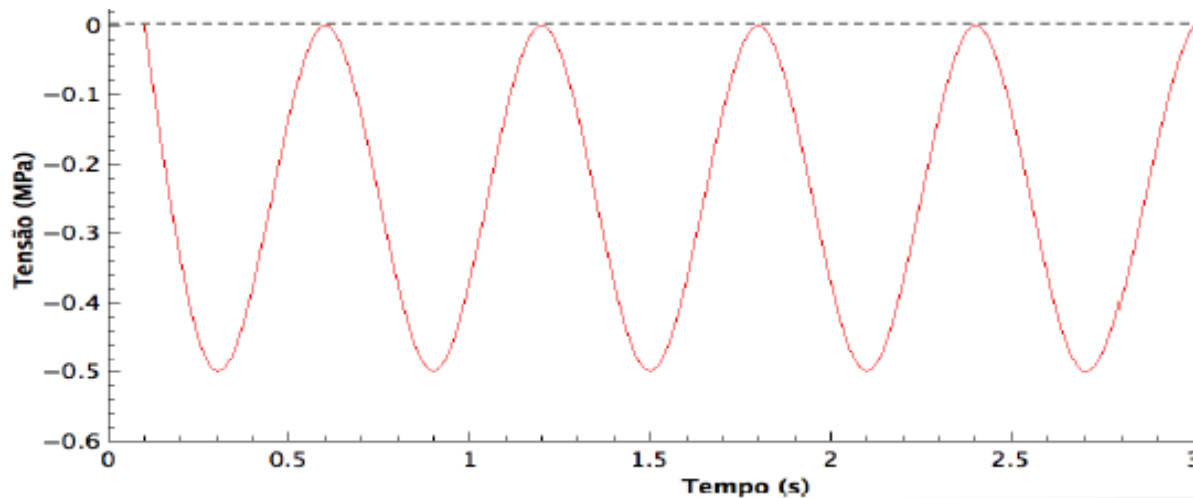


$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1$$

## Carregamentos 0 a compressão



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{min}}{2}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \infty$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1$$



## Cálculo do número de ciclos

Existem basicamente dois métodos para cálculo de vida em fadiga:

- ⇒ um baseado na **análise da curva S-N** (tensão-vida),
- ⇒ e outro baseado na **taxa de propagação da trinca.**

O método para calcular o número de ciclos que um componente resiste a fadiga depende da filosofia de projeto selecionado.



## Análise da curva S-N (tensão-vida)

A metodologia de **Análise da curva S-N** é utilizada quando os níveis de tensão são muito inferiores ao limite de escoamento do material. É também denominada de Fadiga de Alto Ciclo (FAC) ou Fadiga em Baixa Tensão (FBT).

### - **Dados S-N**

- Limite de Fadiga
- Resistência a Fadiga
- Vida Finita
- Relação entre Propriedades Estática & Fadiga
- Efeitos da Tensão Média

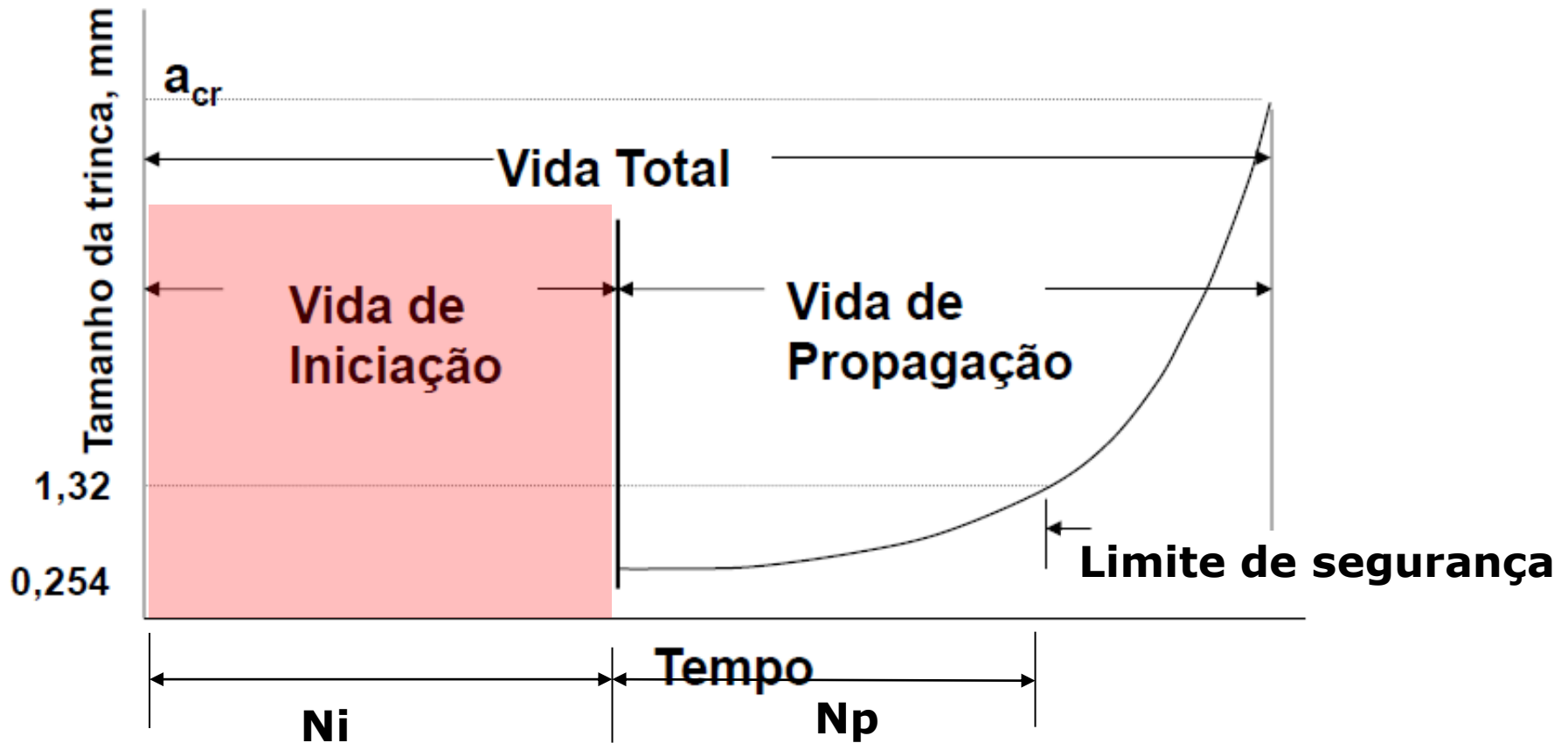
### - **Modelos:**

- Vida infinita
- Vida finita





## Análise da curva S-N (tensão-vida)

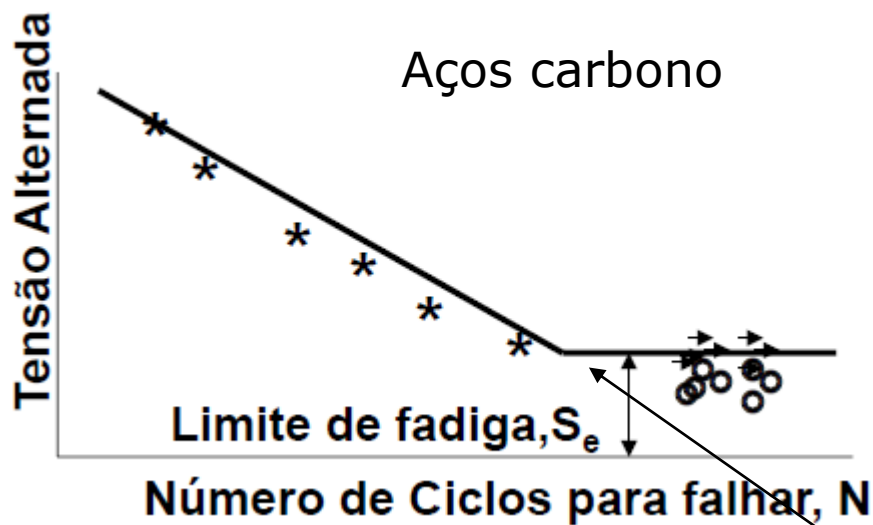




## Análise da curva S-N e Limite de Fadiga

Os dados de fadiga são normalmente apresentados:

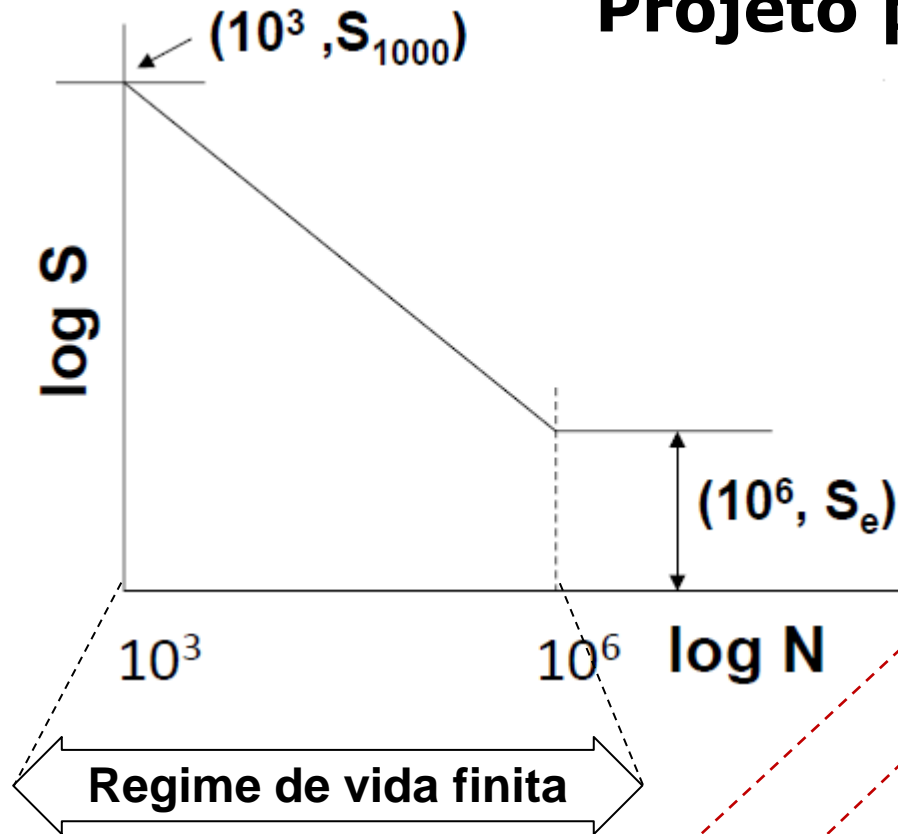
- para corpos de prova polidos
- Sob flexão reversa



**Limite de fadiga**



## Projeto para vida Finita



$$S = 10^c \cdot N^b$$

$$N = 10^{c/b} \cdot S^{1/b}$$

$$S_{1000} = \text{tensão de falha em } 10^3$$

**Onde:**

- C e b são constantes do material, e podem ser expressos em termos de  $S_{1000}$  e  $S_e$
- $S_{1000}$  é a tensão para falha em  $10^3$  ciclos
- $S_e$  é a tensão para falha com tensão média zero



## Projeto para vida Finita

$$S = 10^c \cdot N^b$$

$$C = \log_{10} \frac{(S_{1000})^2}{S_c}$$

$$b = \frac{1}{3} \log_{10} \left( \frac{S_{1000}}{S_c} \right)$$

Notem que:  $S_{1000} \approx 0,9 S_o$  e  $S_e \approx 0,5 S_o$

**Assim**, para ligas ferrosas temos:

$$b \approx -0,0855$$

$$C = \log_{10} (1,62 S_u)$$

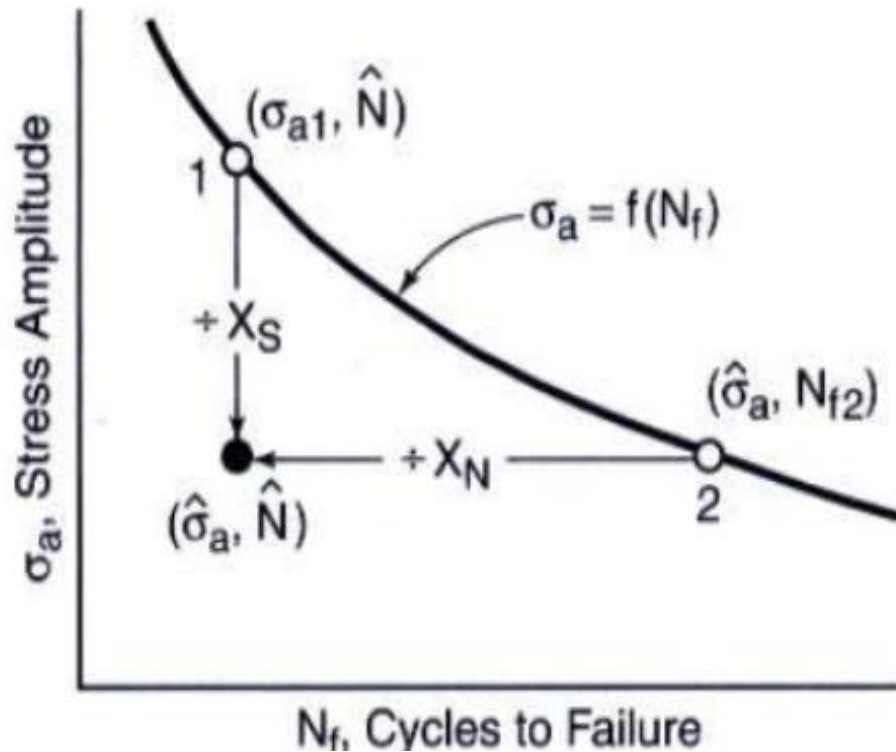
$$S = 1,62 S_u N^{-0,085}$$

$$N = 291,66 \left( \frac{S}{S_u} \right)^{-11,765}$$

ligas ferrosas



## Coeficiente de segurança

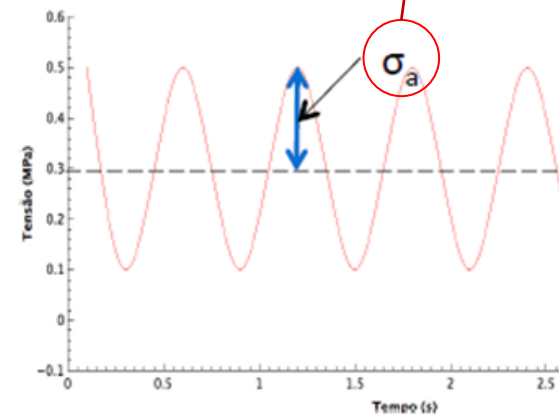


$$X_S = \frac{\sigma_{a1}}{\hat{\sigma}_a} \dots \dots (N_f = \hat{N})$$

$$X_N = \frac{N_{f2}}{\hat{N}} \dots \dots (\sigma_a = \hat{\sigma})$$

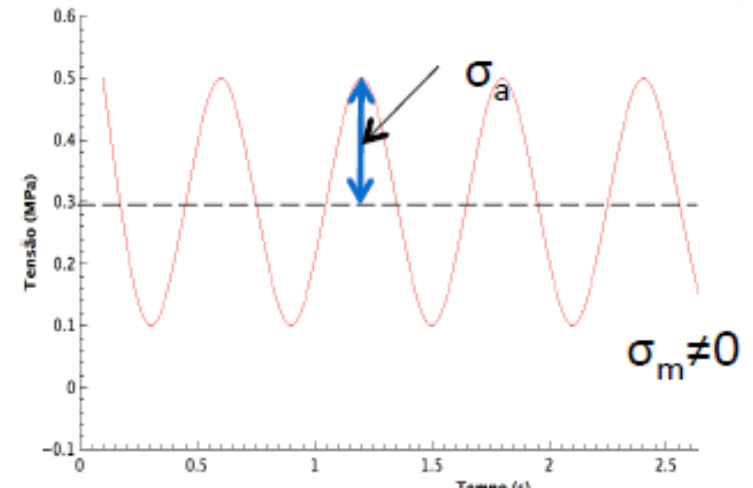
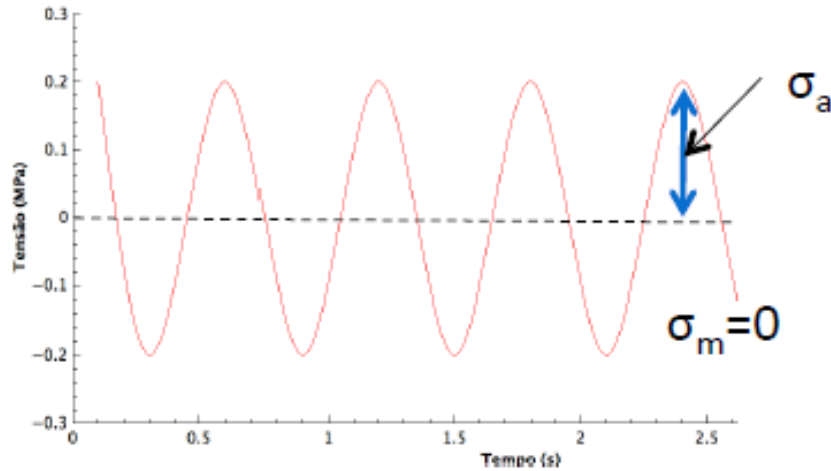
$$X_S = 1,5 \text{ a } 3$$

$$X_N = 5 \text{ a } 20 (+)$$



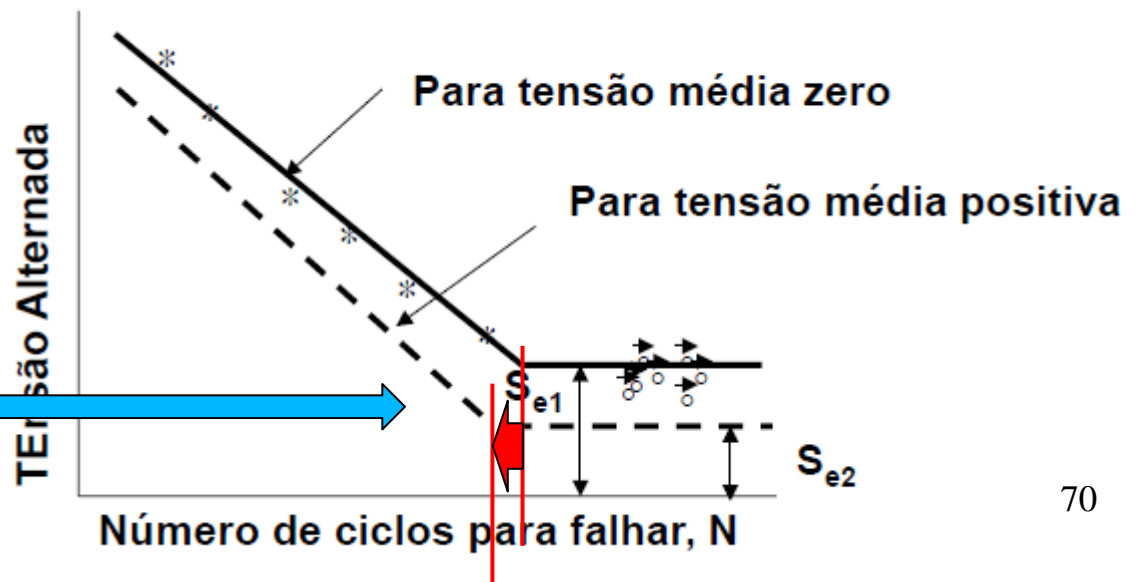


## Efeito da tensão média



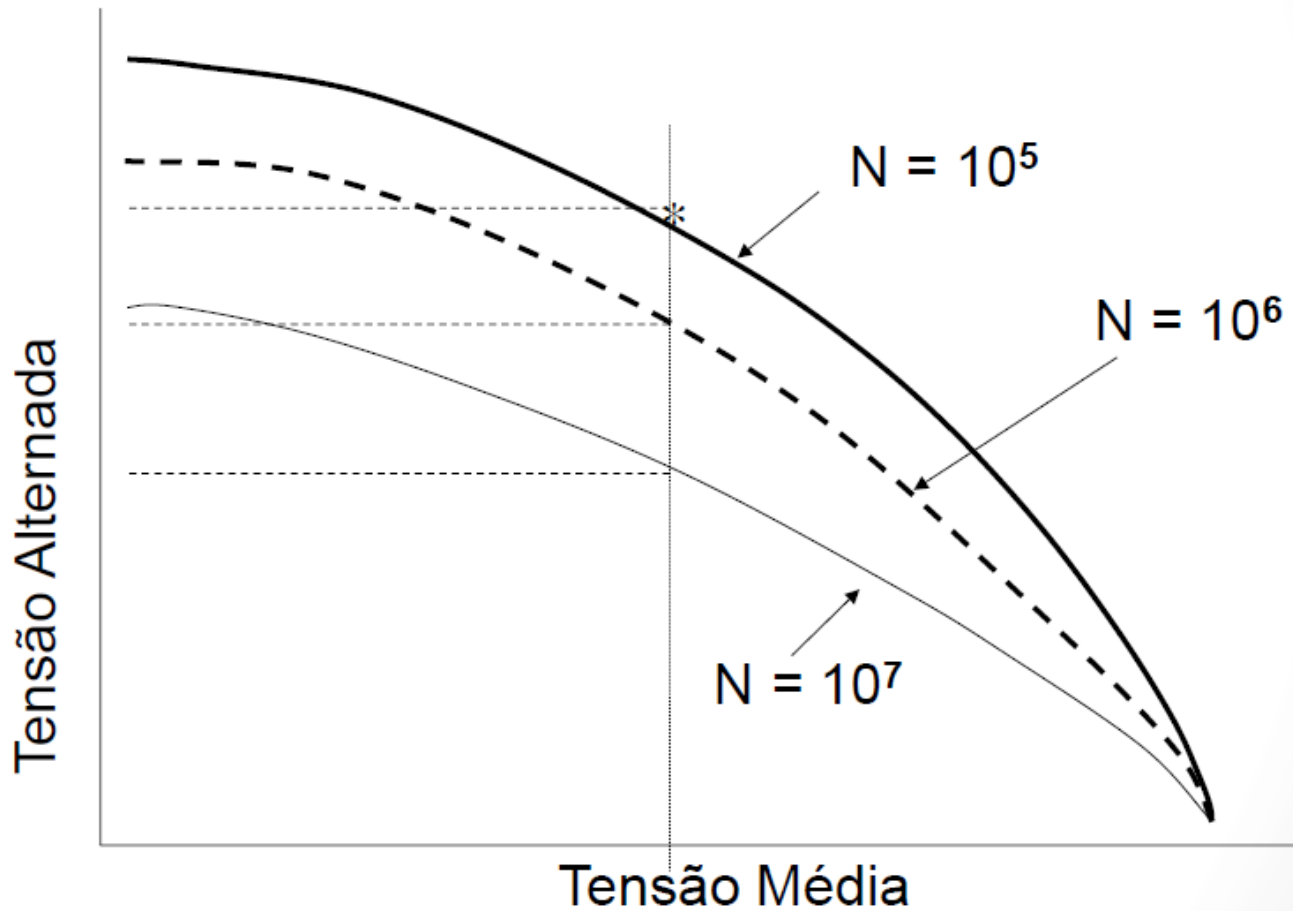
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

O aumento do valor da tensão média diminui a vida em fadiga





## Diagrama de Vida Constante ou diagrama de Haigh





## Modelo de fadiga para vida finita

Soderberg (1930): 
$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1$$

Goodman (1899): 
$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1$$

Gerber (1874): 
$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1$$

Morrow (1960's): 
$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} = 1$$

### Onde:

$S_e$ : Limite de fadiga para tensão média igual a zero;

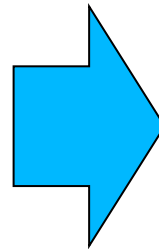
$\sigma_a$ : Limite de fadiga com tensão diferente de zero;

$S_u$ : Limite de resistência em tração;

$S_y$ : Tensão limite;

$\sigma_m$ : Tensão média;

$\sigma_f$ : Tensão de fratura verdadeira



Para vida infinita  
troque o limite de  
fadiga  $S_e$  por  $S_n$





## Exemplo 1

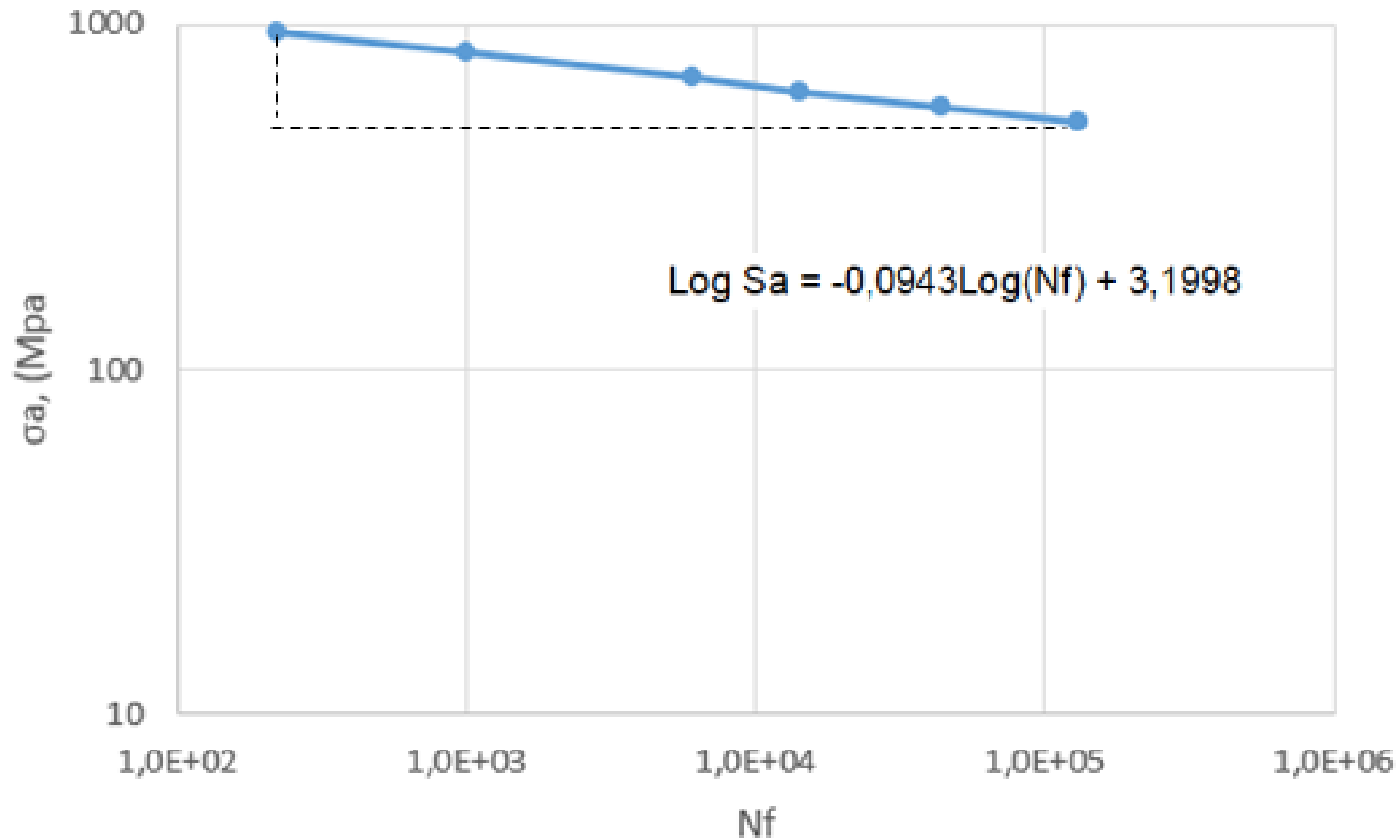
Alguns valores de amplitude de tensão e os ciclos correspondentes para falha em fadiga são dados na tabela abaixo para o aço ABNT AISI 4340. Estes ensaios foram realizados em corpos de prova não entalhados, carregados axialmente e com tensão média igual a zero.

$\sigma_a$ , (MPa)	$N_f$ , ciclos	$\sigma_a$ , (MPa)	$N_f$ , ciclos
948	222	631	14130
834	992	579	43860
703	6004	524	132150



## Exemplo 1

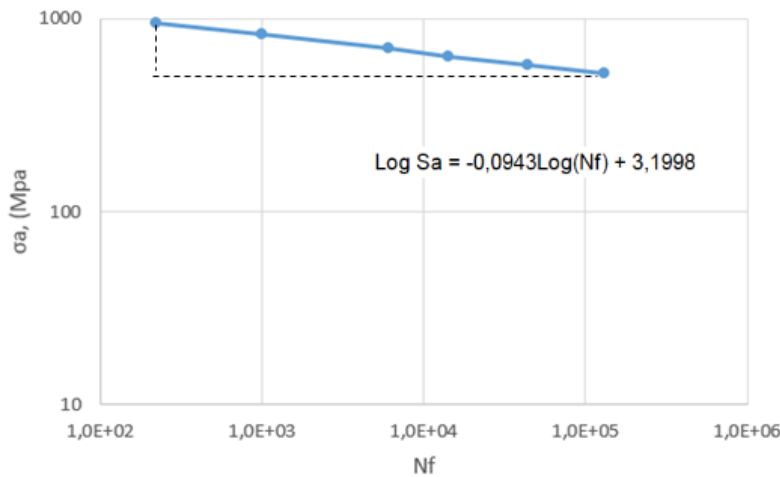
a) Plote o gráfico de  $\sigma_a X N_f$  (Log-Log).





## Exemplo 1

b) Obtenha os valores refinados de A e B usando a regressão linear dos mínimos quadrados a partir do gráfico



$$\sigma_a = AN_f^B$$

$$N_f = \left( \frac{\sigma_a}{A} \right)^{1/B} \rightarrow \log N_f = \frac{1}{B} \log \sigma_a - \frac{1}{B} \log A$$

$$y = mx + c \rightarrow y = \log N_f; \quad x = \log \sigma_a; \quad m = \frac{1}{B}; \quad c = \frac{-1}{B} \log A$$

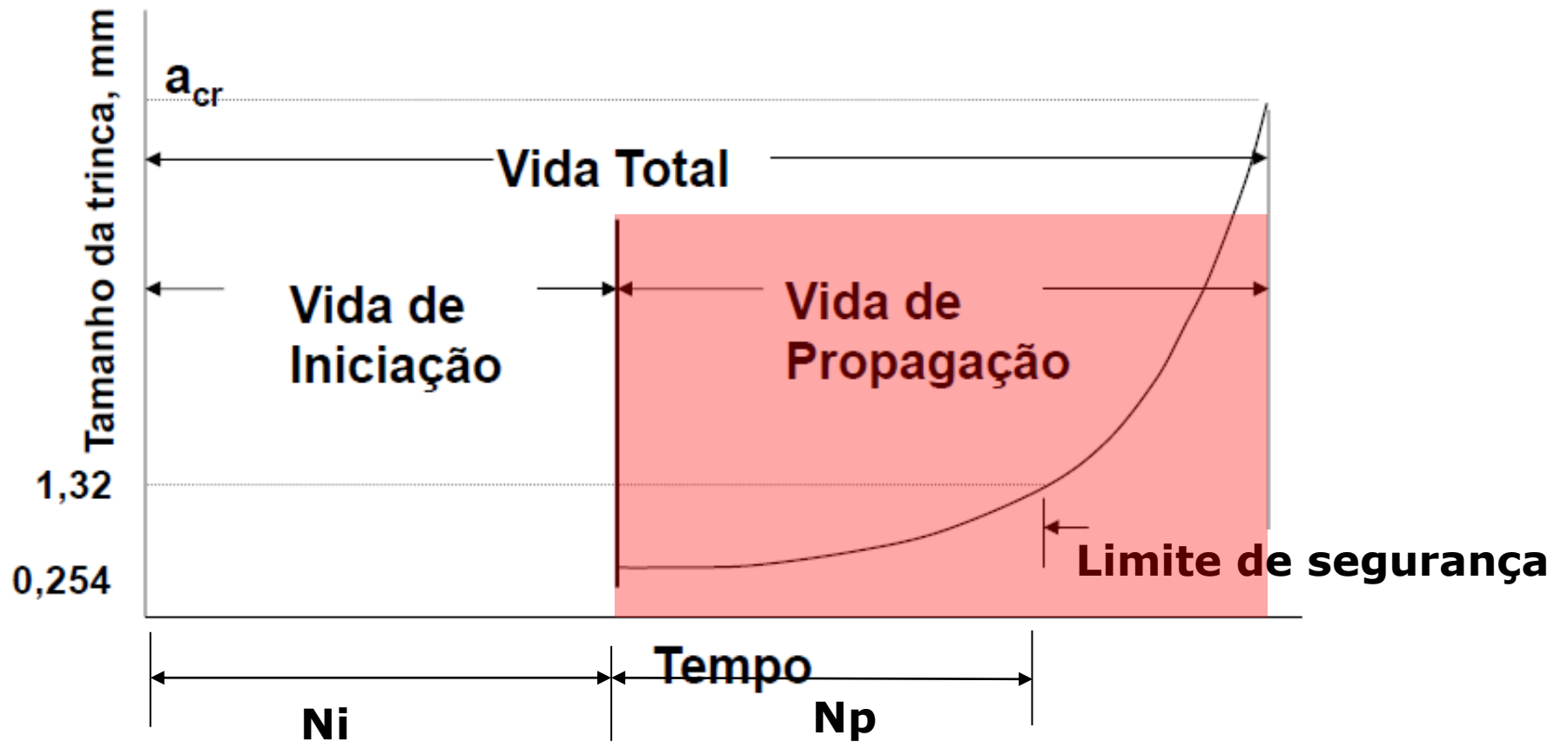
$$m = -10,582; \quad c = 33,87$$

$$B = -0,0945$$

$$A = 10^{-cB} \rightarrow A = 1587 \text{ MPa}$$



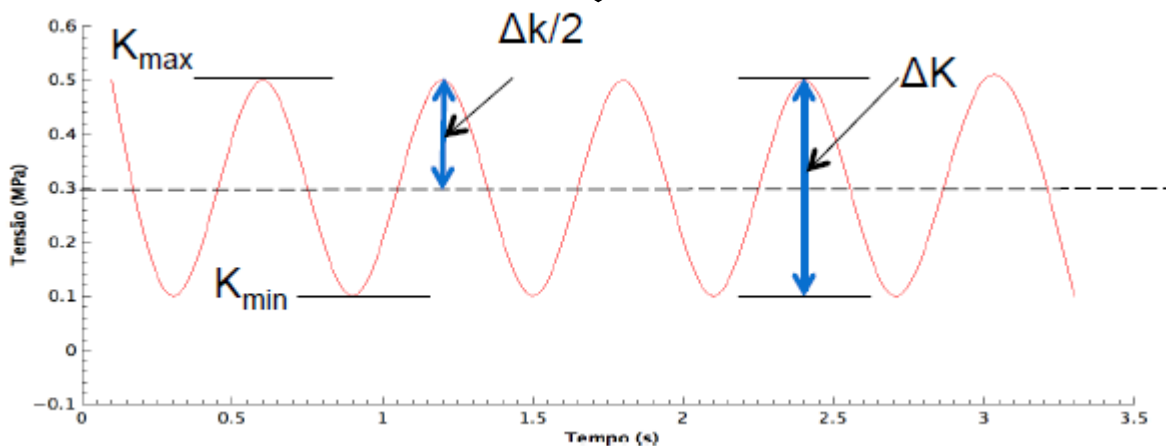
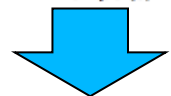
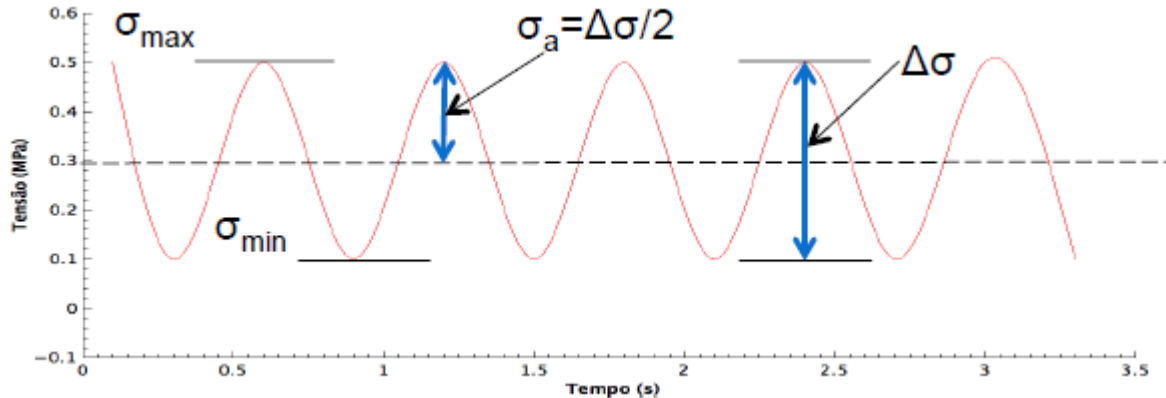
## Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca





## Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca

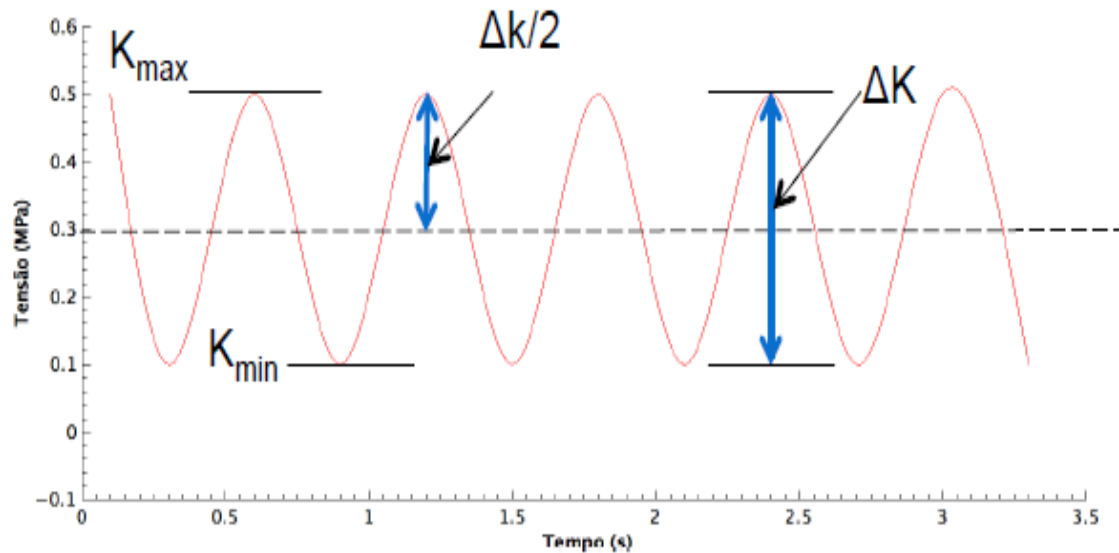
Parâmetros utilizados na descrição do crescimento de trinca por fadiga





## Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca

Parâmetros utilizados na descrição do crescimento de trinca por fadiga



$$K_{\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi * a}$$

$$K_{\min} = \sigma_{\min} \sqrt{\pi * a}$$

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta \sigma \sqrt{\pi * a}$$

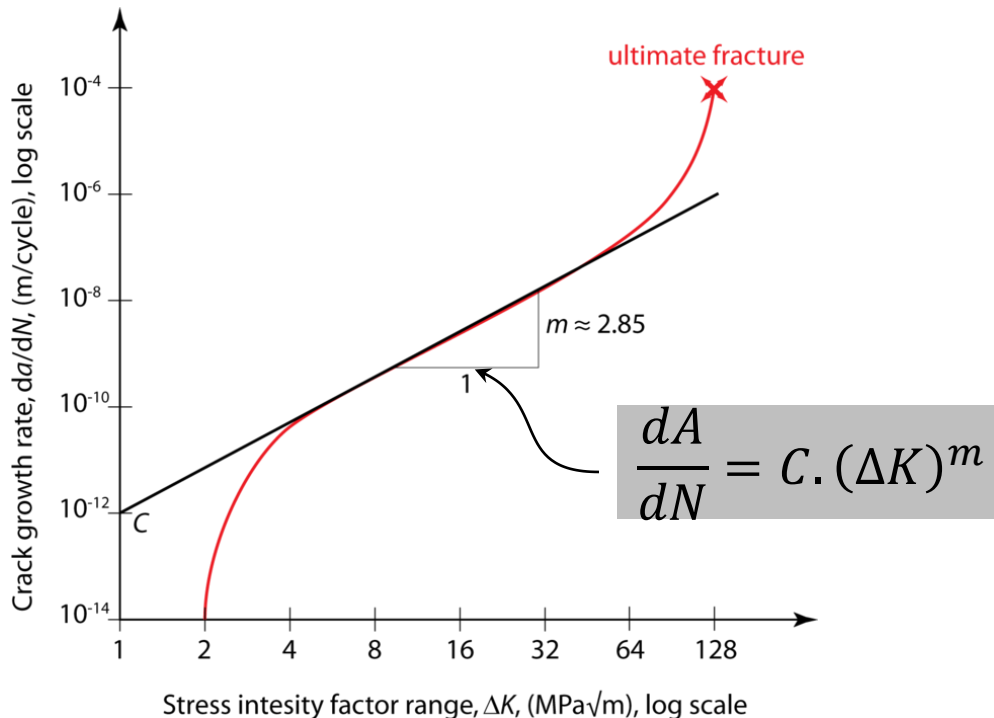
$$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$



## Modelo de vida baseado na taxa de propagação da trinca

A taxa de propagação de trinca foi equacionada pela primeira vez por Paul Paris, em 1960, que deu origem a Equação de Paris.

**Onde:** C e m são constantes do material.



$\Delta K$  é a variação do fator de intensidade de tensão na ponta da trinca e é calculada por:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$$

ou

$$\Delta K = F(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})\sqrt{\pi \cdot a}$$



## Cálculo da vida em fadiga pela método $\frac{da}{dN}$

$$dN = \frac{da}{C. (\Delta K)^m}$$

$$N_f = \int_0^{N_f} dN$$

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C. (\Delta K)^m}$$

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C. (F(\sigma_{max} - \sigma_{min})\sqrt{\pi \cdot a})^m}$$

$$N_f = \frac{1}{C \pi^{\frac{m}{2}} (\sigma_{max} - \sigma_{min})} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{F \cdot a^{\frac{m}{2}}}$$



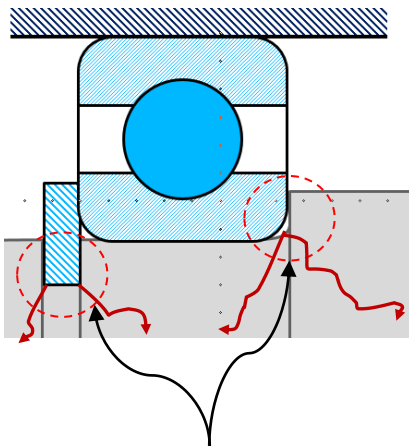


## Falha por Fadiga

- ▶ As falhas por fadiga se iniciam na superfície ou logo abaixo desta com trincas microscópicas

- **onde?** Pontos de concentração de tensões

- furos
- rasgos de chaveta
- mudança diâmetros
- entalhes
- defeitos superficiais



Concentradores  
de tensões

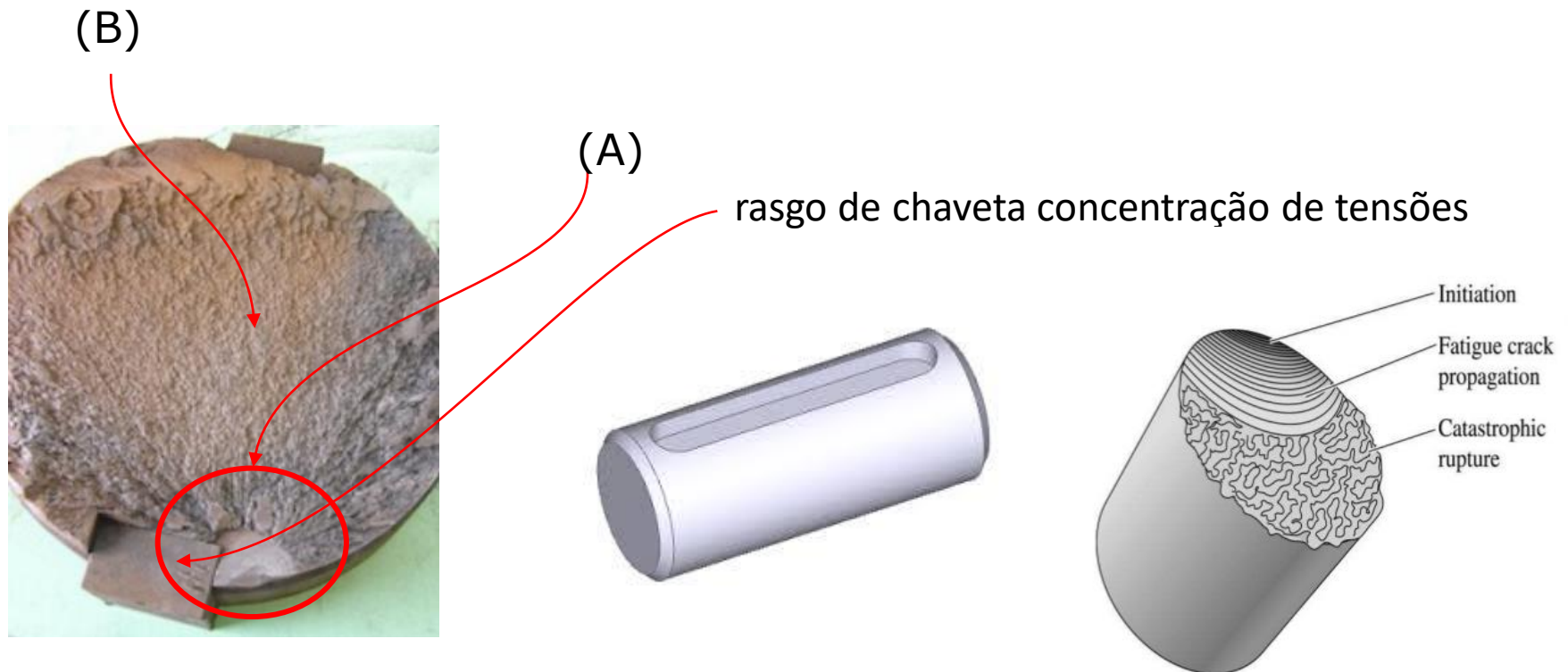


## Falha por Fadiga

- ▶ Progridem lentamente e falham repentinamente

A- região polida devido ao “abre-fecha”

B- região fosca ruptura violenta





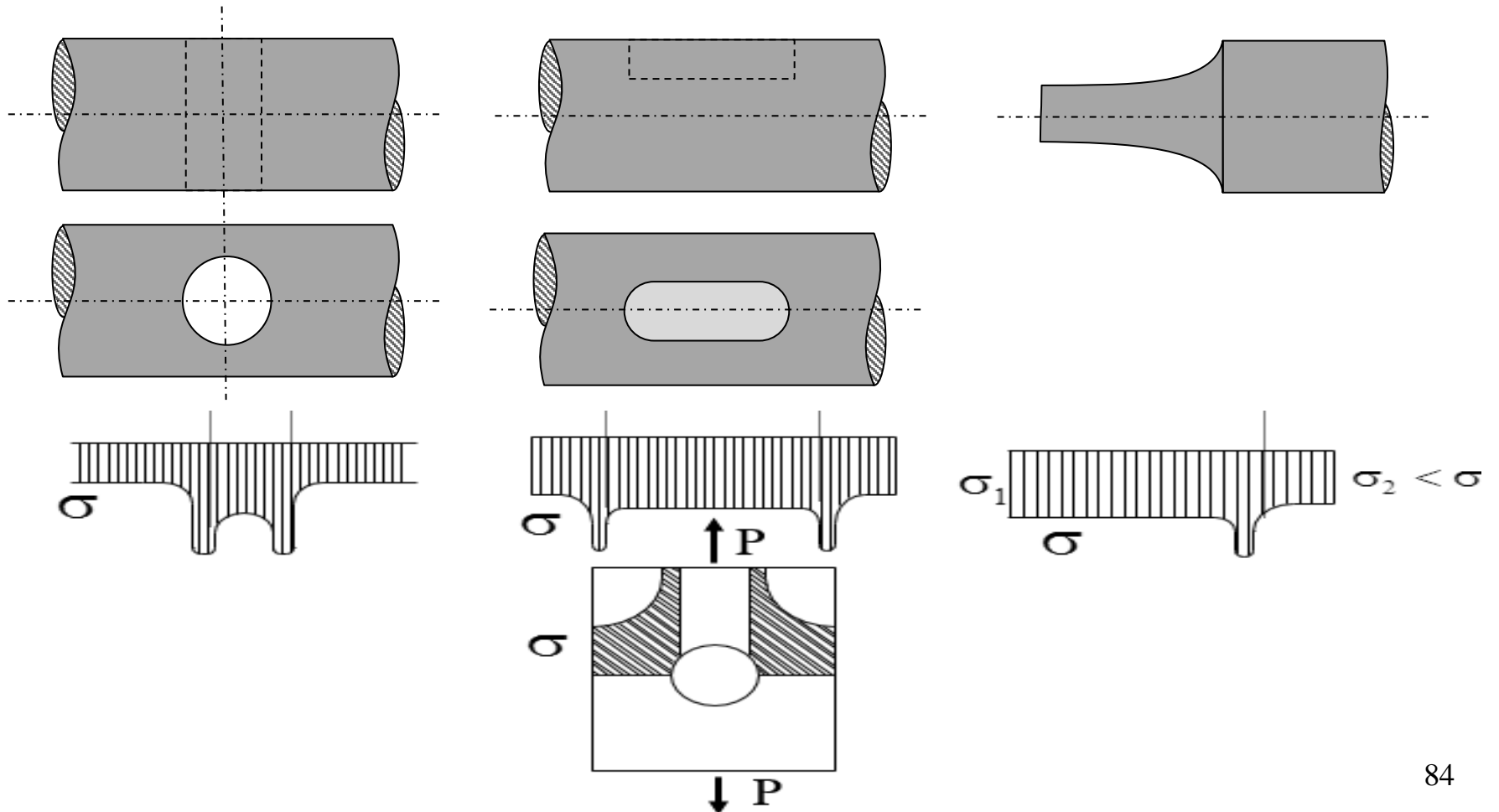
## Fatores que contribuem para Fadiga

- grande diferença entre  $\sigma_{\min}$  e  $\sigma_{\max}$
- grande número de ciclos
- tipo de material (aço , alumínio , plástico , etc )



## Fatores que aceleram a Fadiga

- concentradores de tensões (macro geometria)





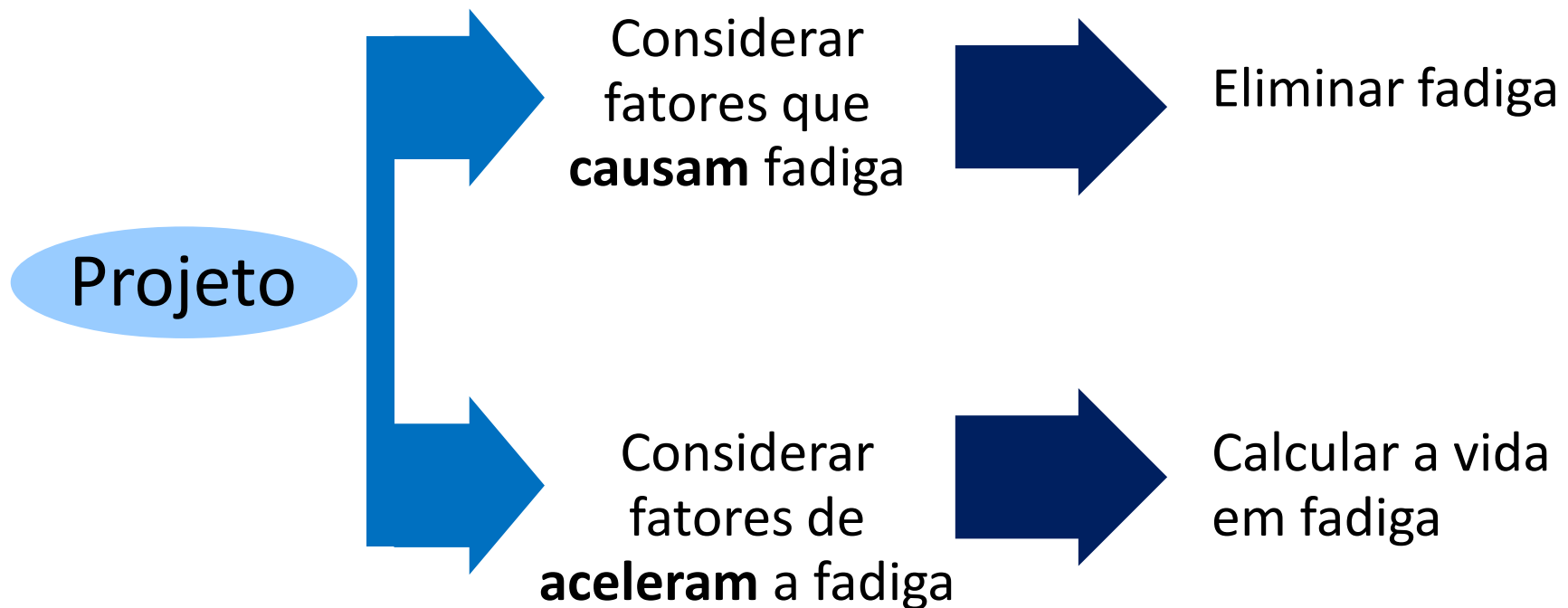
## Fatores que aceleram a Fadiga

- imprecisões metalúrgicas (ex. composição , dureza , ...)
- presença de fases duras
- variações cíclicas de temperatura
- acabamento superficial
- corrosão
- tensões residuais, originária de processos de fabricação, danos, etc. (ex. temperas localizadas, deformações plásticas por choque, danos de outras naturezas)
- Sobrecarga



## Fatores que aceleram a Fadiga

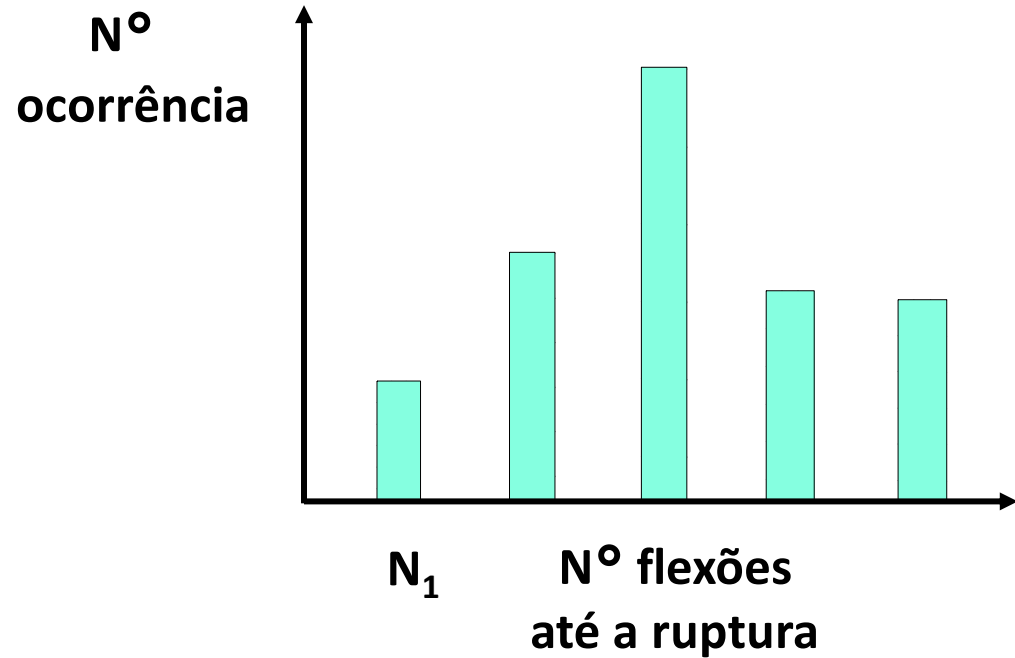
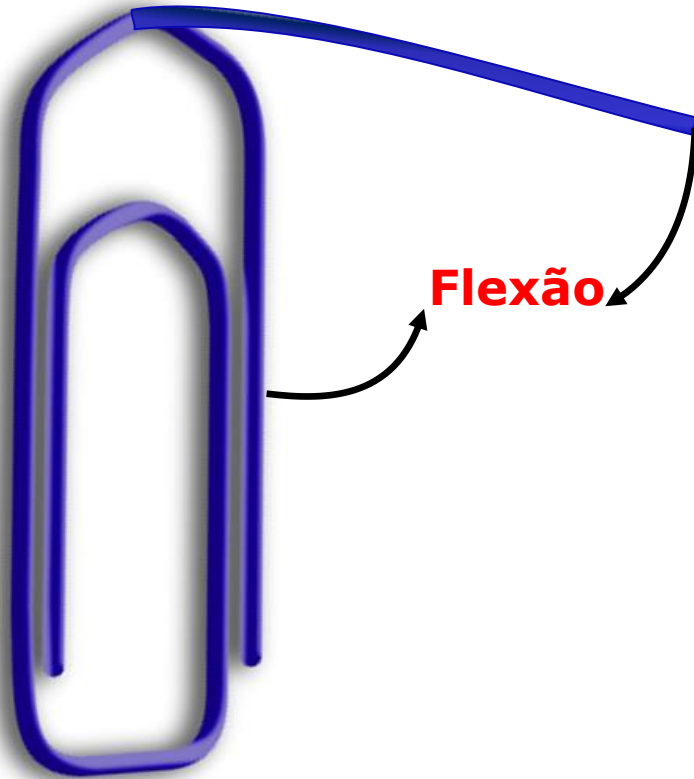
- **OBSERVAÇÃO**: frequência (tempo do ciclo) não tem influência





## Curva de Wohler ou diagrama S-N

### ► Problema 1

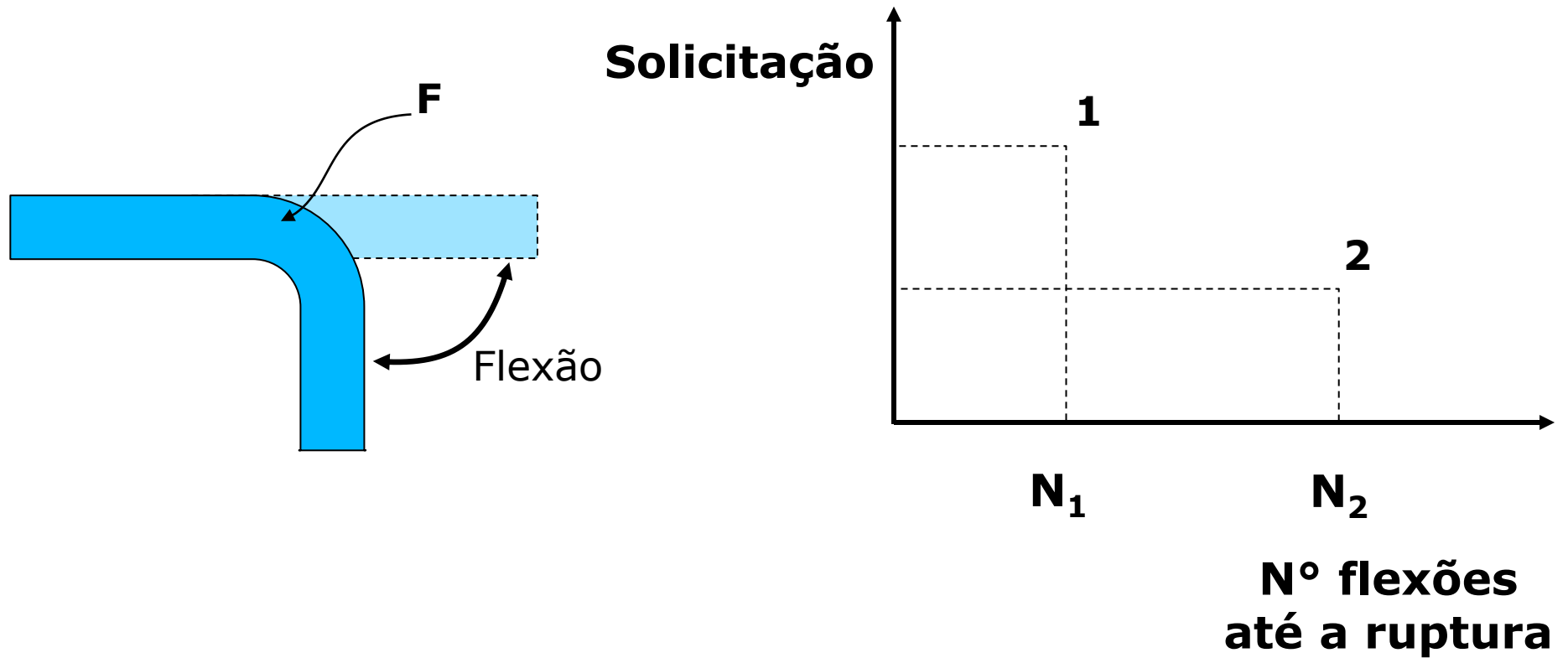


► fenômeno estatístico!



## Curva de Wohler ou diagrama S-N

► Problema 2

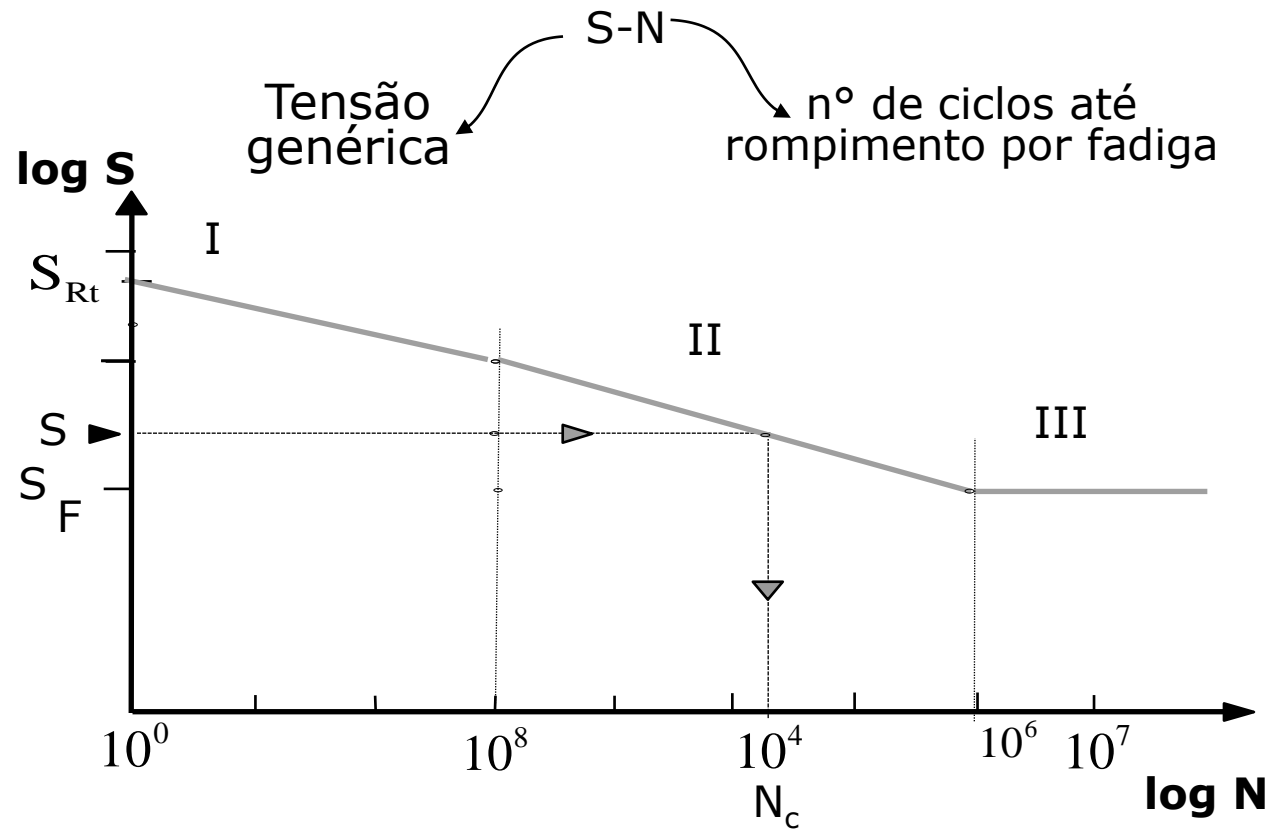
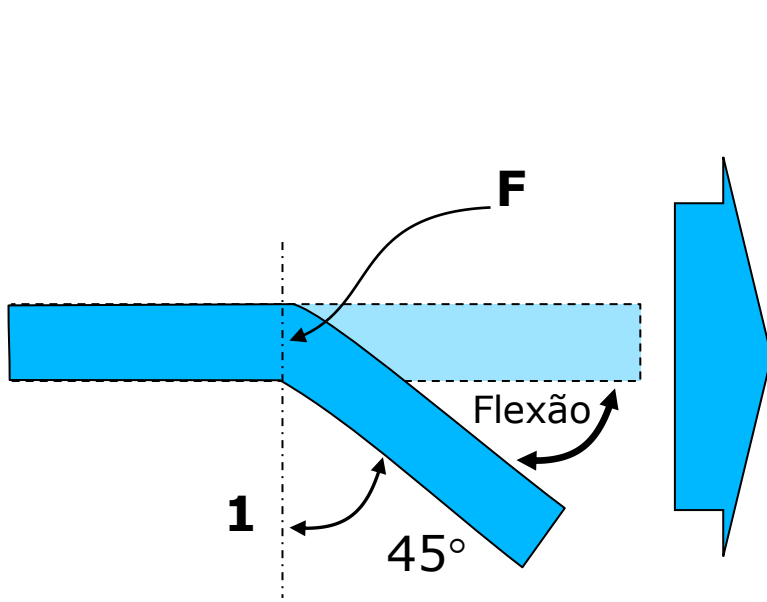






## Curva de Wohler ou diagrama S-N

### ► Problema 3





## Curva de Wohler ou diagrama S-N

Onde:

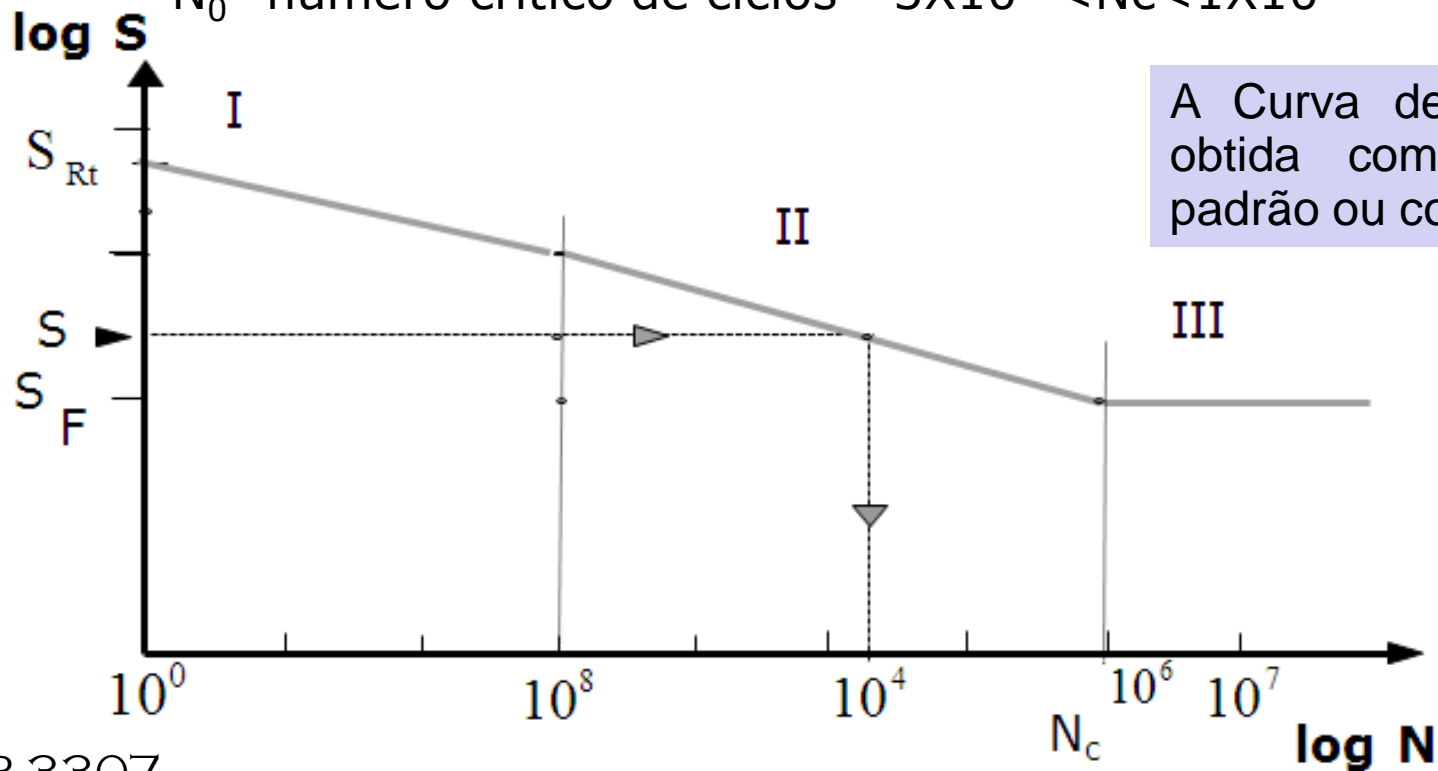
$S_{Rt}$  - tensão ruptura estática

$S_F$  - tensão limite de resistência à fadiga

$$S_F \approx 0,4 \text{ a } 0,6 S_{Rt}$$

$\sigma \leq S_F$  - vida infinita

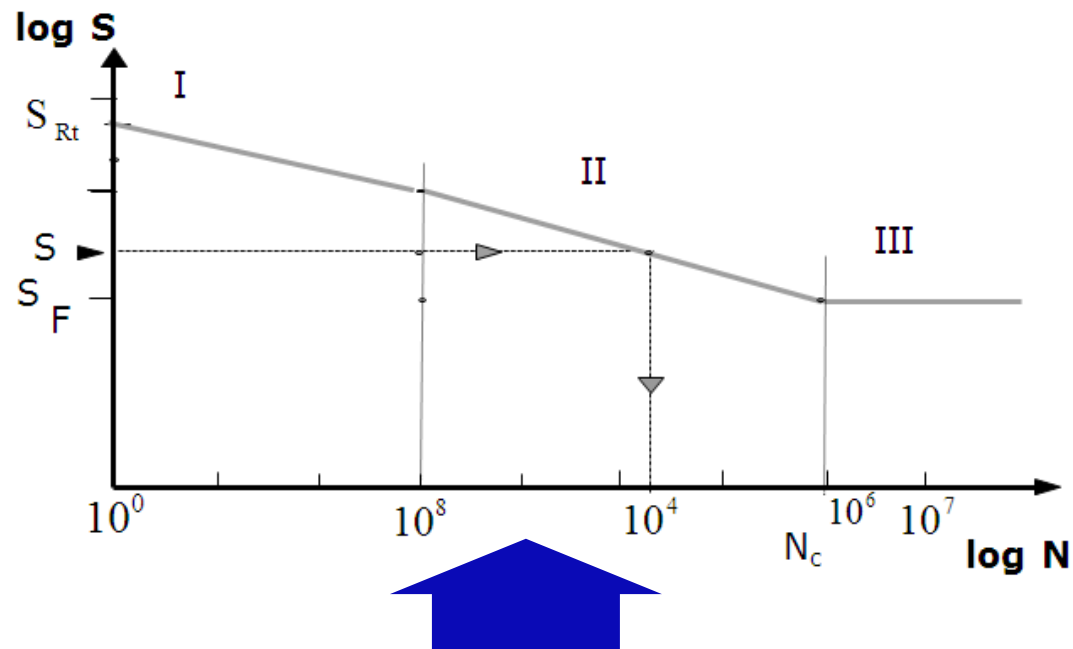
$N_0$  - número crítico de ciclos -  $3 \times 10^6 < N_c < 1 \times 10^7$



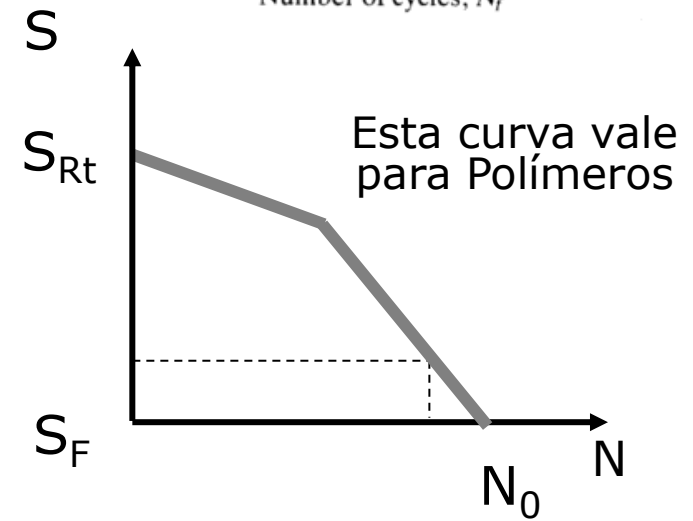
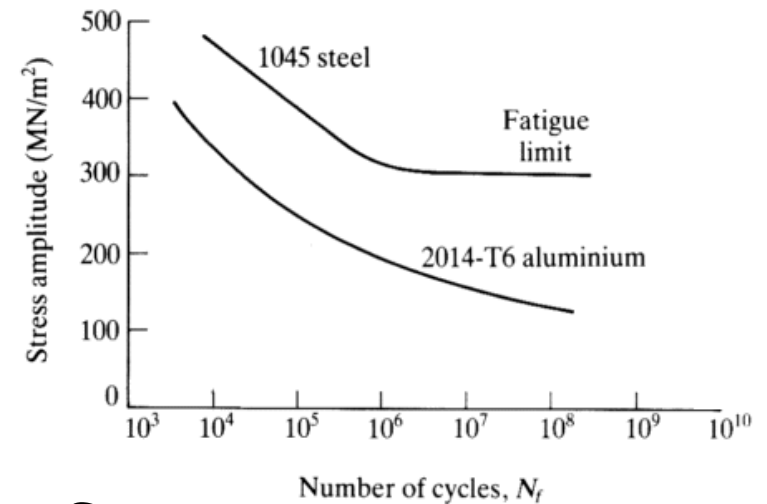
A Curva de Wohler pode ser obtida com corpo de prova padrão ou com a própria peça



## Curva de Wohler ou diagrama S-N



Esta curva vale para Aços e suas ligas, Alumínio e suas ligas, Cobre e suas ligas, Magnésio e suas ligas



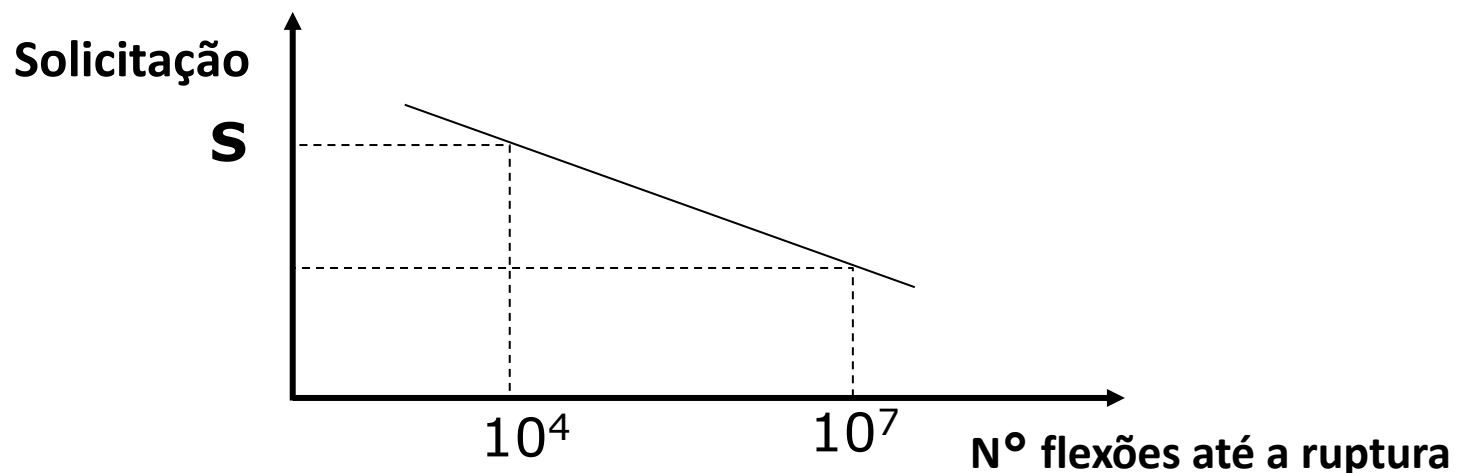
► NÃO HÁ VIDA INFINTA PARA POLÍMEROS



## Curva de Wohler ou diagrama S-N

Exemplo: um eixo rotacionando a 1.000 rpm, equivalente a 60.000 ciclos por hora ( $6 \times 10^7$ ).

- ▶ Para um Número crítico de ciclos –  $N_c$  - equivalente a  $1 \times 10^7$  temos uma vida de 166,7 hora
- ▶ Se operar com tensão  $S$ , ele romperá em  $10^4$  ciclos (considerar diagrama), então a vida será de 10 minutos





## Curva de Wohler ou diagrama S-N

- ▶ Observações

$N < 10^3$  - fadiga a baixa ciclagem

$N < N_c$  - vida finita

$N > N_c$  - vida infinita

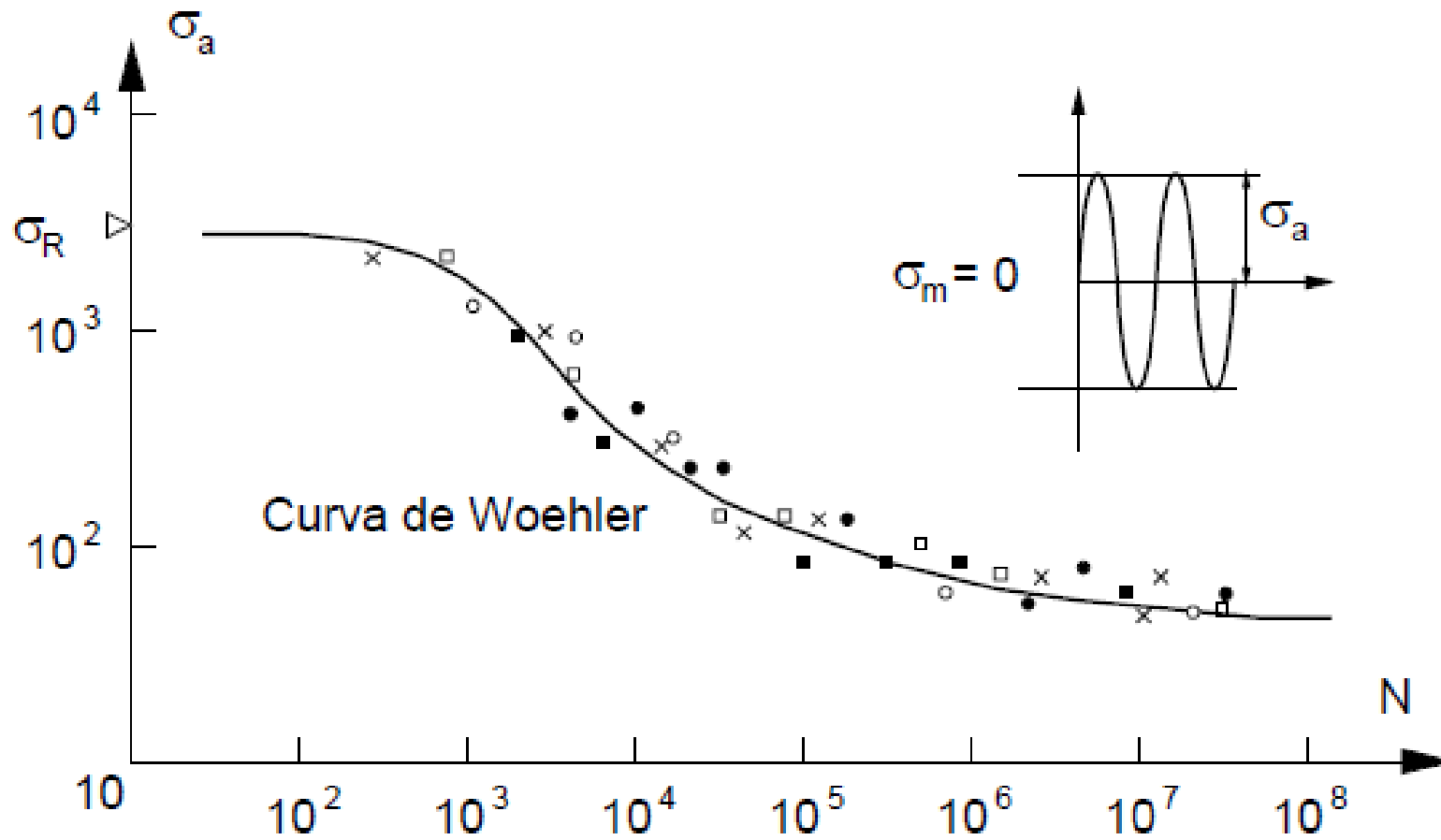
- ▶ Elementos de máquina-

$10^3 < N < N_c$  - peças de engenharia mecânica com vida curta (descartáveis , obsolência calculada , baixa frequência de uso , etc.).

$N > N_c$  - peças mecânicas em geral



## Curva de Wohler ou diagrama S-N





## Vídeos recomendados

- ▶ Efeito do concentrador de tensão – placa com furo

<https://www.youtube.com/watch?v=vnpq5zzOS48>

- ▶ Efeito do concentrador de tensão com carregamento cíclico – placa com furo

<https://www.youtube.com/watch?v=c3yM5fT5Ztc>

- ▶ Simulação com carregamento cíclico – eixo engastado

<https://www.youtube.com/watch?v=ejYk58DHoMU>

- ▶ Simulação com carregamento cíclico – componente complexo

<https://www.youtube.com/watch?v=LEHfQsu1I2Y>



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

---

**FIM DA AULA**