Laboratório 8
Multiplicador Analógico

Referências

Veronese PR, **Multiplicador Analógico -** Notas de Aula ”, EESC – USP, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, 2015.

Seabra AC, **Amplificadores Operacionais, Editora Érica**.

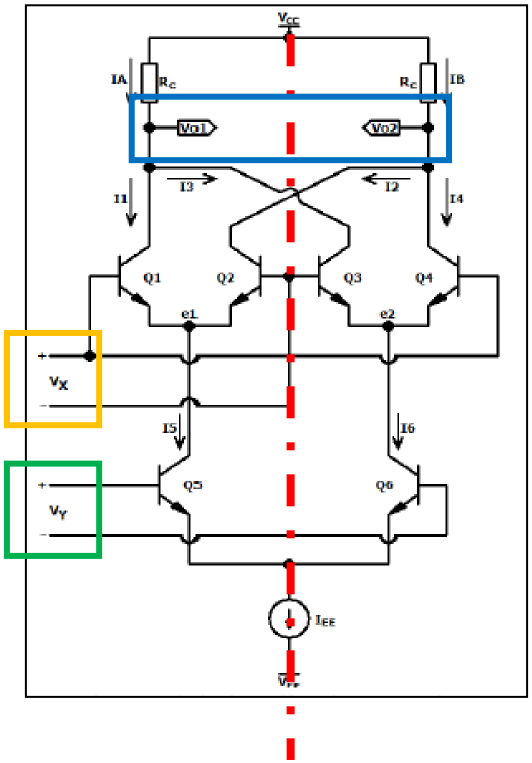
Roteiro Experimental

A **Célula de Gilbert** é um circuito complexo capaz de efetuar a **multiplicação analógica com bastante qualidade**.

Esse circuito exige um fino balanço entre seus ramos diferenciais e as fontes de corrente controladas por tensão, além de níveis de tensão pequenos em suas entradas, o que além de sua complexidade torna complicado o estudo prático desse tipo de circuito.

Sendo assim, o circuito pode ser **estudado em simulação**.

Célula de Gilbert com BJT

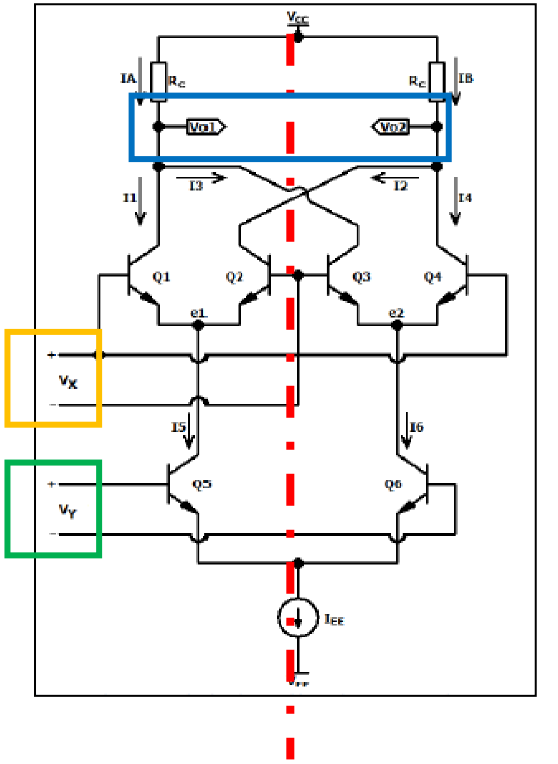


$$V_{out} = V_{o2} - V_{o1} = K\ V_x\ V_y$$

Objetivo

Análise em simulação com o LTSPice das seguintes aplicações envolvendo o **produto de dois sinais** utilizando uma **Célula de Gilbert com BJT**:

Célula de Gilbert com BJT



$$V_{out} = V_{o2} - V_{o1} = K\, V_x\, V_y$$

1 **Amplificador de Tensão Controlado por Tensão**

2 **Quadrador de Tensão ou Dobrador de Frequência**

3 **Modulação em Amplitude com Portadora Suprimida**

4 **Misturador de Frequência**

5 **Detecção de Fase entre Dois Sinais**

Em simulação uma **fonte V=V(vx)*V(out)** é usada com função idêntica a de uma célula de Gilbert. Exemplos da aplicação desta fonte são a divisão e a raiz quadrada de dois números.

6 **Cálculo da Divisão e da Raiz Quadradas de 2 Números**

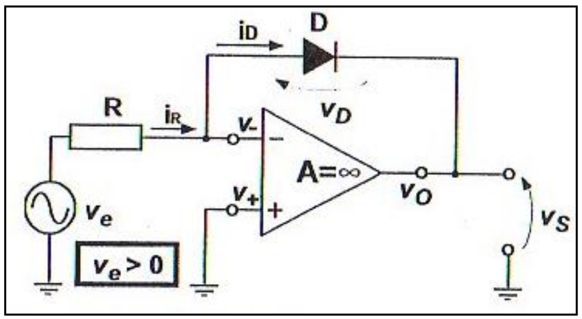
Em várias aplicações da eletrônica analógica surge a necessidade de um **circuito para calcular o produto entre dois sinais**.

Para **aplicações em baixas frequências** o uso de amplificadores log e antiLog (implementados com amp op) podem cumprir muito bem o papel de cálculo de produtos de sinais analógicos.

Para **aplicações em frequências mais altas** esses amplificadores são muito lentos e uma solução mais sofisticada deve ser utilizada.

Produto de Sinais
(Baixa Frequência)

Amplificador Log



1 $I_D = I_S(e^{\frac{q}{nkT}v_D} - 1)$

$I_D \cong I_S\, e^{\frac{v_D}{nV_T}}$ ➡ $v_D = nV_T \ln\left(\frac{I_D}{I_S}\right)$

2 $I_R = \dfrac{v_e - v_-}{R}$

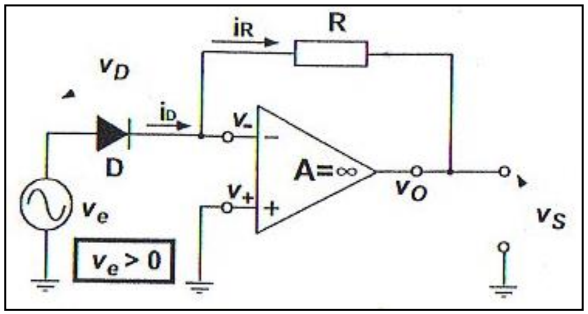
3 Assumindo amp op ideal: $I_R = i_D$

$v_D = v_- - v_S$ ➡ $v_- - v_s = nV_T \ln \dfrac{\frac{v_e - v_-}{R}}{I_s}$

4 Terra virtual ($v_- = v_+ = 0$):

➡ $$\boxed{v_s = -nV_T ln\left(\frac{v_e}{I_S R}\right)}$$

Amplificador Antilog



1 $$v_D = nV_T \ln\left(\frac{I_D}{I_S}\right)$$

2 $$I_R = \frac{v_- - v_s}{R}$$

3 Assumindo que A.O. é ideal, então $I_R = i_D$

$$v_D = v_e - v_- \quad \Rightarrow \quad v_e - v_- = nV_T \ln \frac{v_- - v_s}{\frac{R}{I_s}}$$

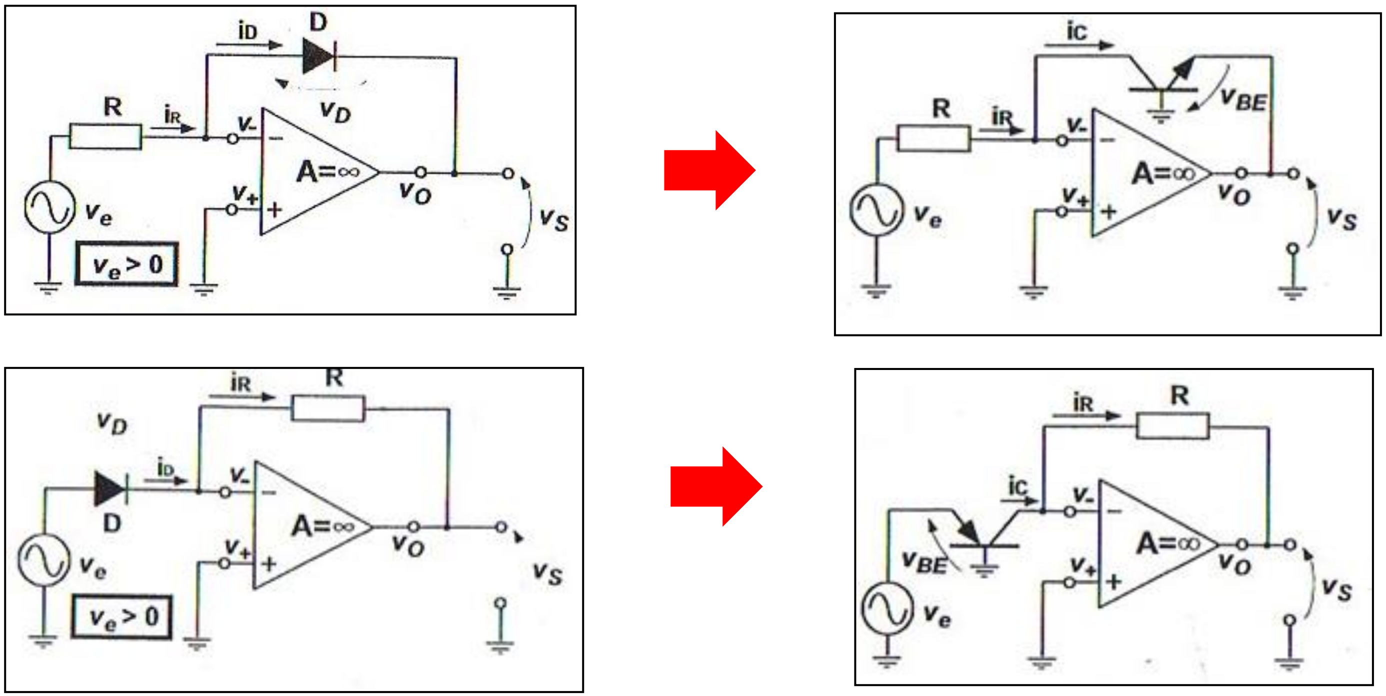
4 Terra virtual ($v_- = v_+ = 0$):

$$v_e = nV_T \ln\left(\frac{-\frac{v_S}{R}}{I_S}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_s = -RI_s e^{\frac{v_e}{nV_T}}}$$

Amplificador Log/AntiLog

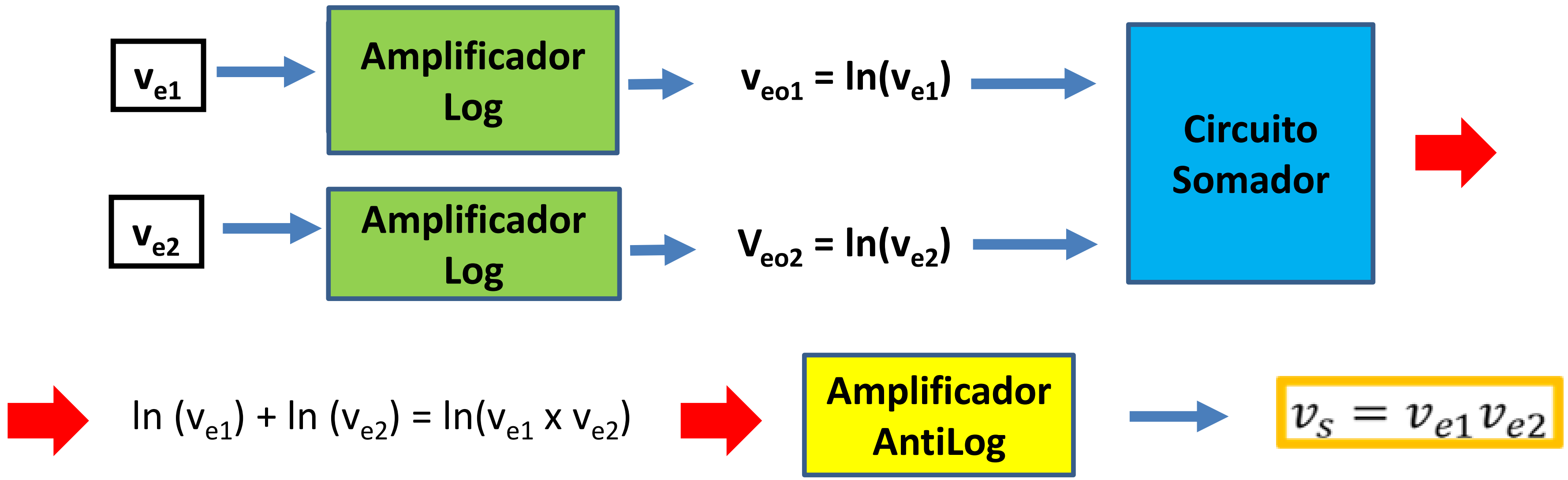
Na prática verifica-se que os dois circuitos apresentados têm melhor desempenho e maior faixa dinâmica se utilizarmos BJT no lugar de diodos.



Esses circuitos podem realizar uma série de funções matemáticas não-lineares e por isso são empregados em computação analógica.

Aplicação

Para se obter a função $v_s = v_{e1} x\ v_{e2}$ pode-se supor v_s como um sinal de saída e v_{e1} e v_{e2} como dois sinais de entrada. Então:



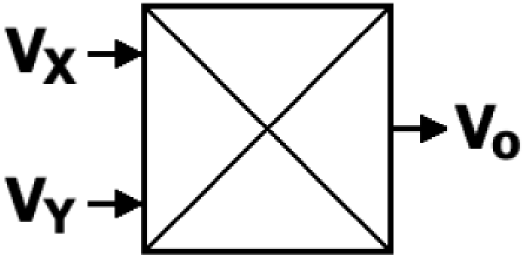
Produto de Sinais
(Alta Frequência)

Multiplicadores Analógicos

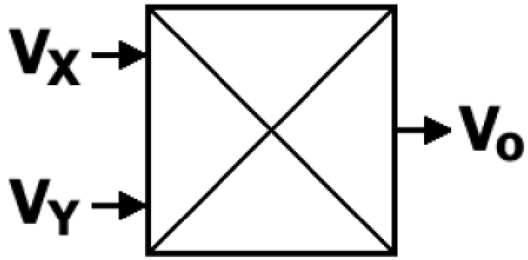
Multiplicador Analógico **é um dos sub-circuitos fundamentais em projetos de eletrônica**. São particularmente importantes em eletrônica de comunicações e em processamentos de sinais.

Algumas aplicações importantes desses blocos são:
Processamento analógico não linear de sinais
Detecção de fase
Modulação e demodulação de sinais
Misturadores de RF
Translado e multiplicação de frequências

Esses blocos, que são verdadeiros computadores analógicos, executam a função de multiplicar dois sinais, como mostra a Figura abaixo, onde $V_o = k*V_X*V_Y$.



$$V_o = k*V_X*V_Y$$



- Em termos de circuitos analógicos, esses multiplicadores podem ser de:

Um quadrante → $V_X \geq 0$ e $V_Y \geq 0$

Dois quadrantes → V_X **for qualquer e** $V_Y \geq 0$

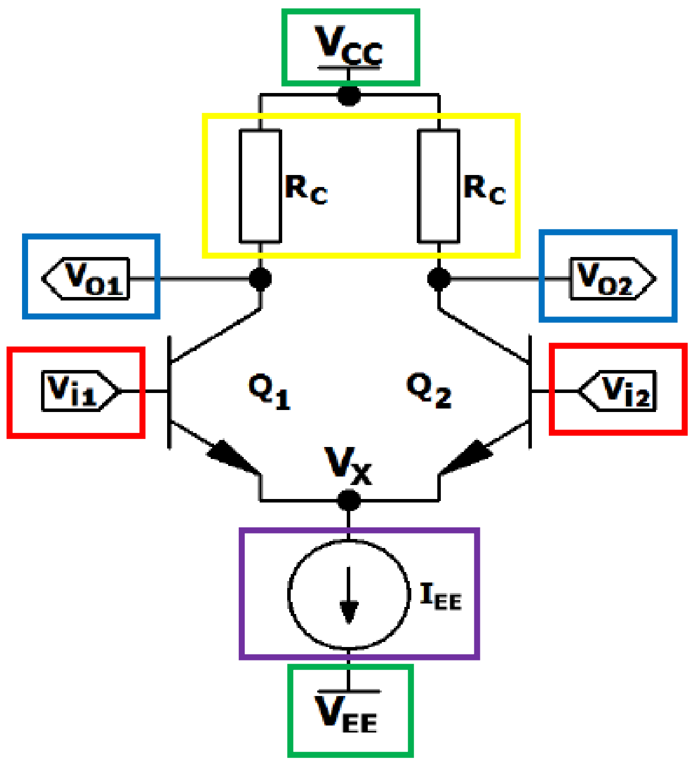
Quatro quadrantes → V_X **e** V_Y **podem ser quaisquer**
isto é, podem ser positivos ou negativos, embora com amplitudes controladas dentro de uma certa faixa de atuação.

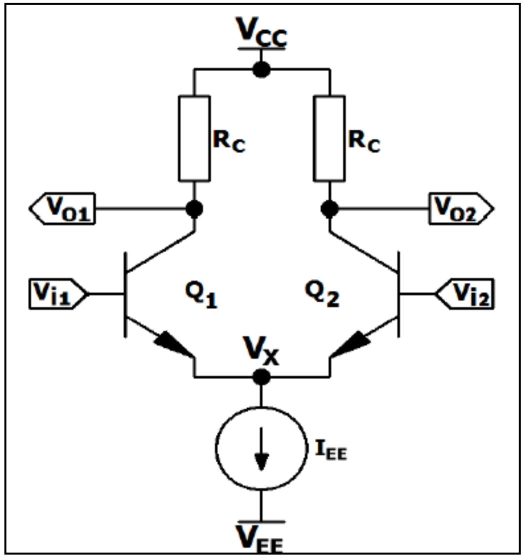
Multiplicador Analógico com Circuito Acoplado por Emissor (*ECC*)

1 O circuito abaixo mostra a **topologia de um *ECC*** que é **um amplificador diferencial bipolar simétrico**, com **fonte de corrente (I_{EE})** e **cargas passivas de coletor (*RC*)**.

As fontes de alimentação, V_{CC} **e** V_{EE}, são, **positiva e negativa**, , respectivamente, mas não necessariamente com o mesmo módulo de tensão.

Os **transistores Q_1 e Q_2 são casados** e com β's elevados o suficiente para que se possa considerar $I_E \simeq I_C$.





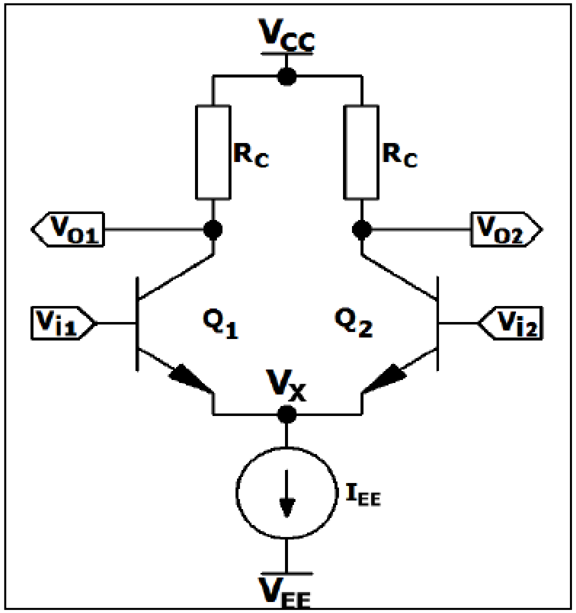
2 Considerando-se a junção pn do coletor, pode-se equacionar:

$$I_{C(Q1)} = I_S\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - 1\right) \cong I_S e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} \qquad [1]$$

$$I_{C(Q2)} = I_S\left(e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} - 1\right) \cong I_S e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \qquad [2]$$

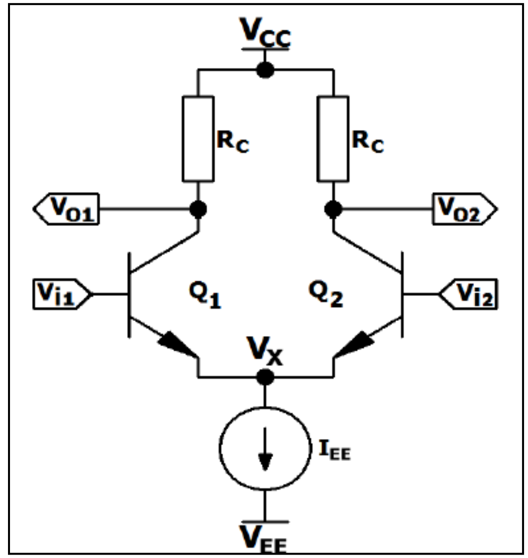
3 Definindo-se a **corrente de saída do circuito** como $I_{out} = I_{C(Q1)} - I_{C(Q2)}$ obtem-se:

$$I_{out} \cong I_S\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}}\right) \qquad [3]$$



4 Como $I_{EE} \cong I_{C(Q1)} + I_{C(Q2)}$, então:

$$I_{EE} \cong I_S\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}}\right) \Rightarrow I_S = \frac{I_{EE}}{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}}\right)} \quad [5]$$



$v_{id} = v_{i1} - v_{i2}$

5 Substituindo-se [5] em [3]:

$$I_{out} \cong I_S \left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right)$$

$$I_S = \frac{I_{EE}}{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right)}$$

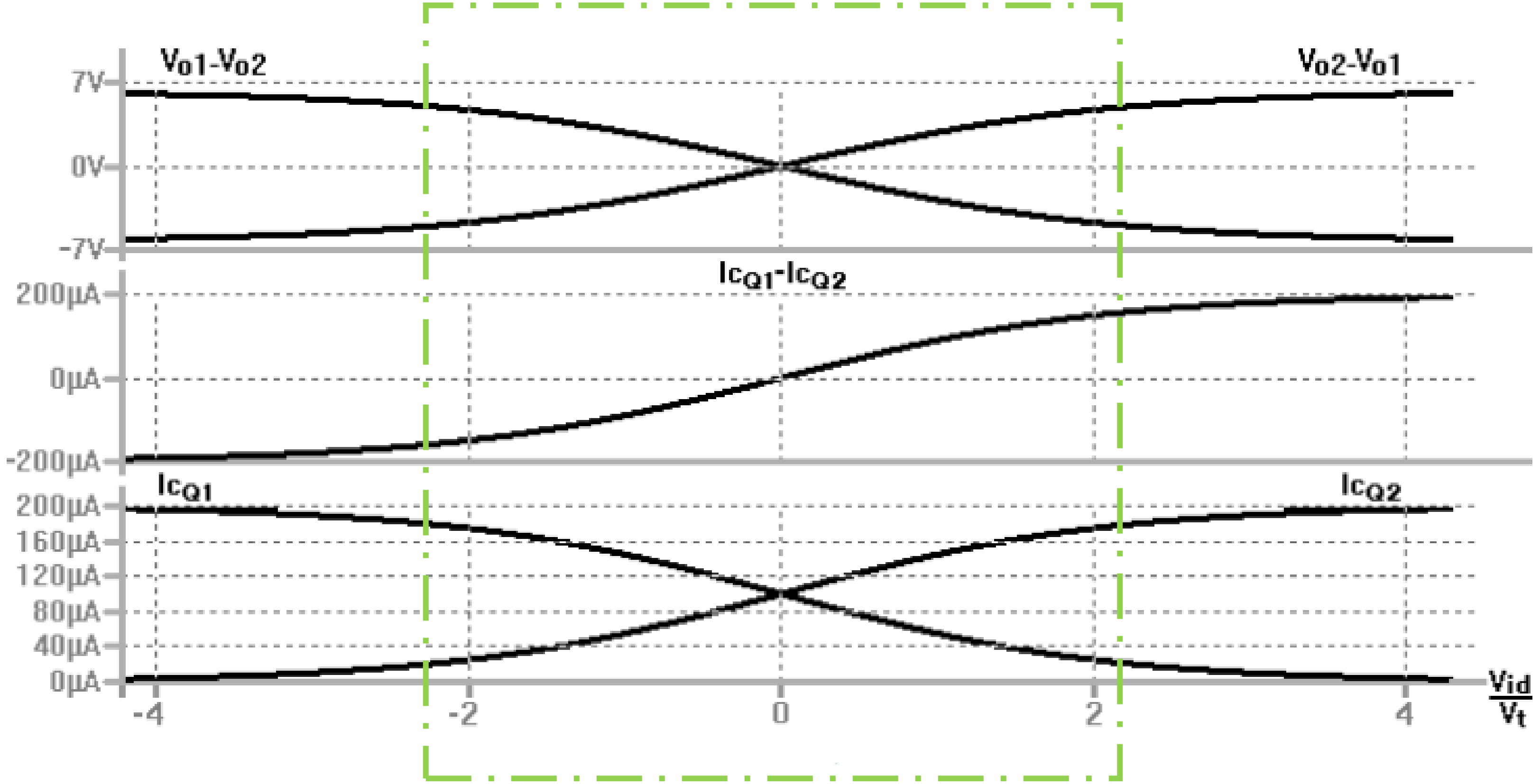
$$\Rightarrow I_{out} = \frac{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right)}{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}} \right)} \times I_{EE} = I_{EE} \times tanh\left(\frac{V_{i1}-V_{i2}}{2V_t}\right) = I_{EE} \times tanh\left(\frac{\vartheta_{id}}{2V_t}\right) \quad [6]$$

Esse circuito é um multiplicador de dois quadrantes, isto é, v_{id} pode ser positiva ou negativa, mas deve possuir uma amplitude pico-a-pico muito baixa.

A corrente I_{EE}, embora possa ter amplitude elevada, deve ser apenas positiva (I_{EE}>0).

$$\boxed{I_{out} = I_{C(Q1)} - I_{C(Q2)} = I_{EE} \text{ x } \tanh\left(\frac{v_{id}}{2v_t}\right)}$$

6 A Figura mostra as curvas características de transferência do circuito em função da relação v_{id} / V_t.



Região mais Linear da Curva:
($-1{,}6V_t \le v_{id} \le 1{,}6V_t$)

7

$$I_{out} = \frac{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} - e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}}\right)}{\left(e^{\frac{V_{i1}-V_X}{V_t}} + e^{\frac{V_{i2}-V_X}{V_t}}\right)} \times I_{EE} = I_{EE} \times tanh\left(\frac{V_{i1}-V_{i2}}{2V_t}\right) = I_{EE} \times tanh\left(\frac{\vartheta_{id}}{2V_t}\right)$$

O circuito só será linear se $|v_{id}| << V_t$ *e nesse caso tanh(x)* $\backsimeq$ *x. Então:*

$$\boxed{I_{out} = \frac{1}{2V_t} \text{x}\, I_{EE}v_{id=K}\, I_{EE}v_{id}} \quad [5]$$

8

CONCLUSÃO: se um sinal diferencial (v_{id}) for aplicado às entradas do *ECC* o circuito fornecerá uma **corrente de saída proporcional ao produto de duas grandezas elétricas (I_{EE} e v_{id}),** caracterizando-se, portanto, como um **multiplicador analógico**.

Com as cargas R_C de coletor, **a corrente de saída (I_{out}) será transformada em uma tensão de saída (V_{out})**:

$$I_{out} = I_{C(Q1)} - I_{C(Q2)} \Rightarrow I_{out}R_c = R_C I_{C(Q1)} - R_C I_{C(Q2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{out}R_c = V_{01} \text{-} V_{O2} \text{=} V_{out}}$$

Célula de Gilbert

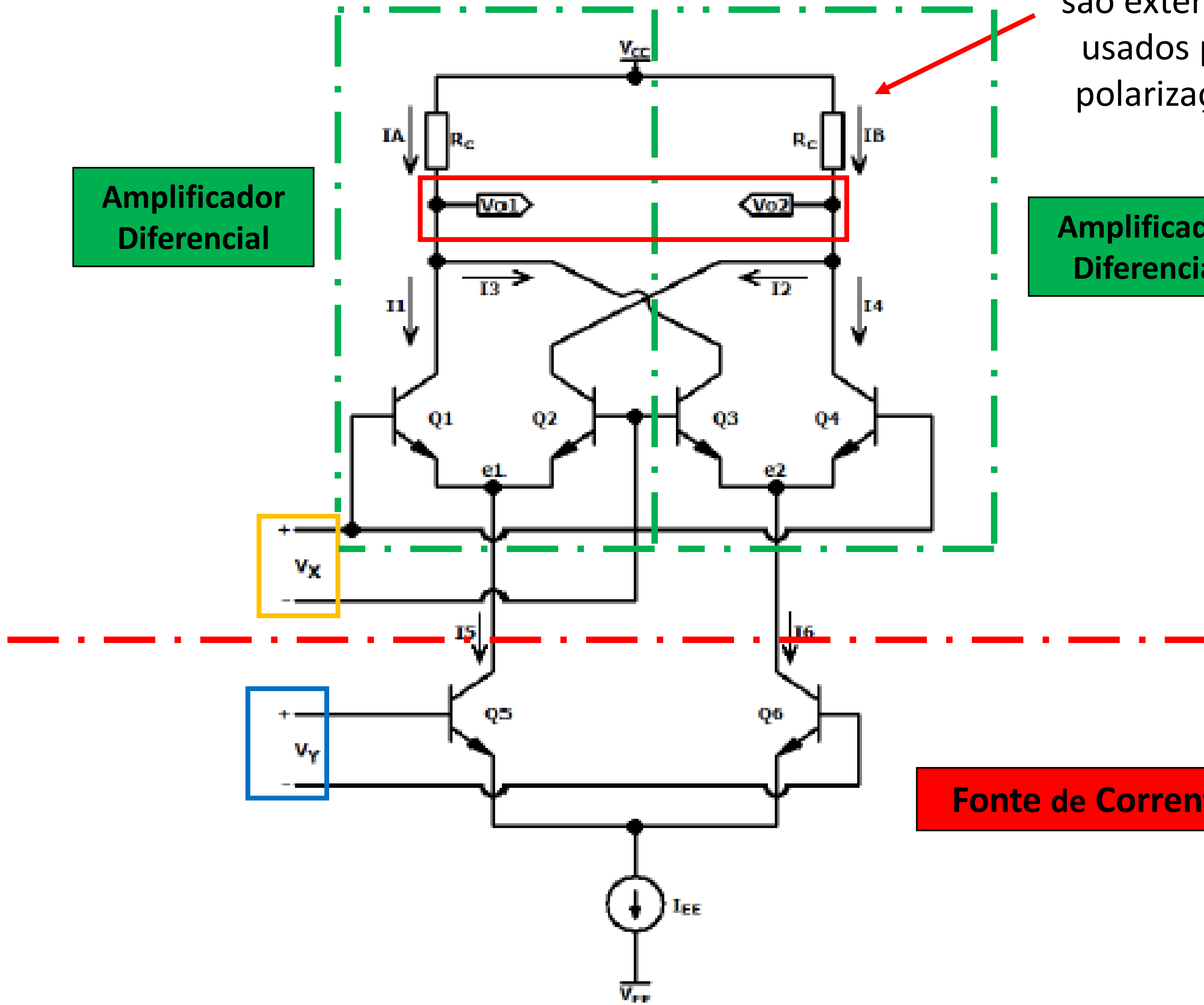
Para contornar o problema da restrição do sinal algébrico de I_{EE} e para que dois sinais de mesma natureza possam ser multiplicados, deve-se usar o circuito multiplicador conhecido como célula de Gilbert.

Esse circuito é formado por dois amplificadores diferenciais cujas saídas são conectadas como somadoras de corrente em contra-fase.

Combinando as correntes de saídas dos dois estágios diferencias **o circuito permite operações em quatro quadrantes**.

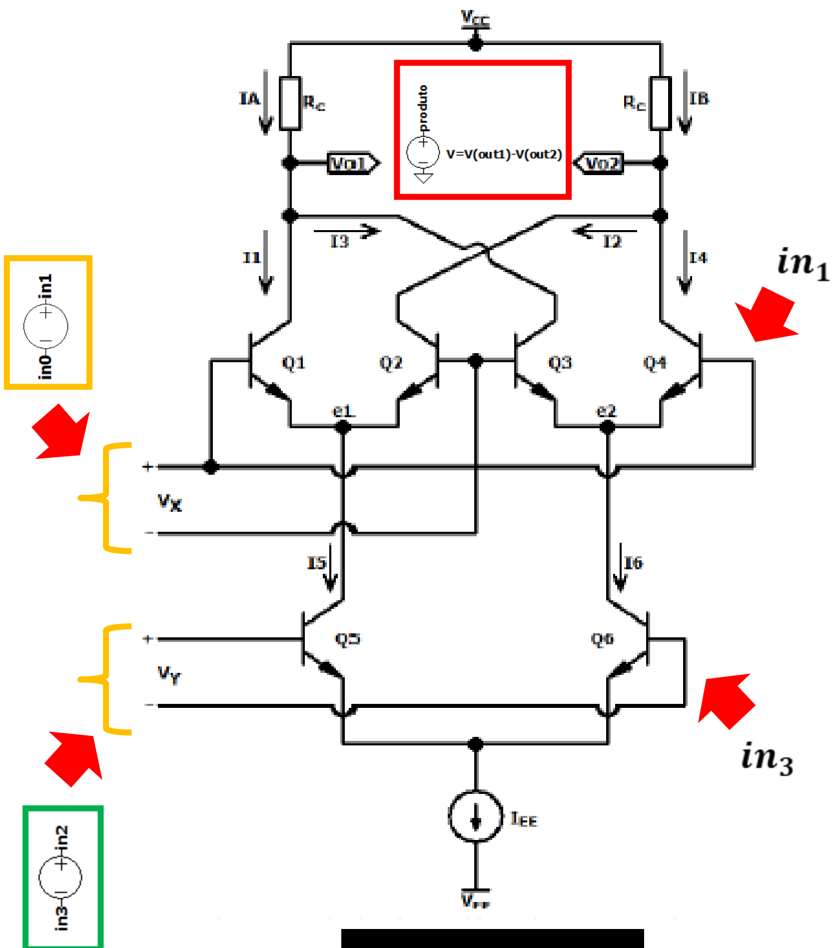
Os resistores são externos e usados para polarização !

Amplificador Diferencial

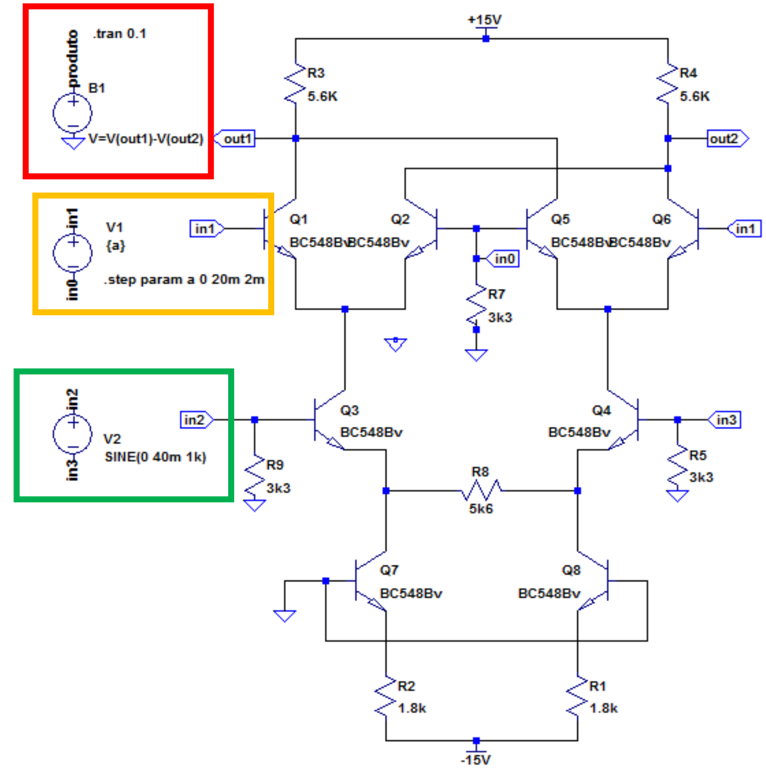


Amplificador Diferencial

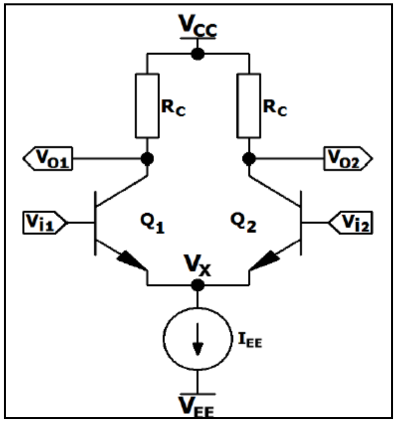
Fonte de Corrente



Esquemático



Simulação

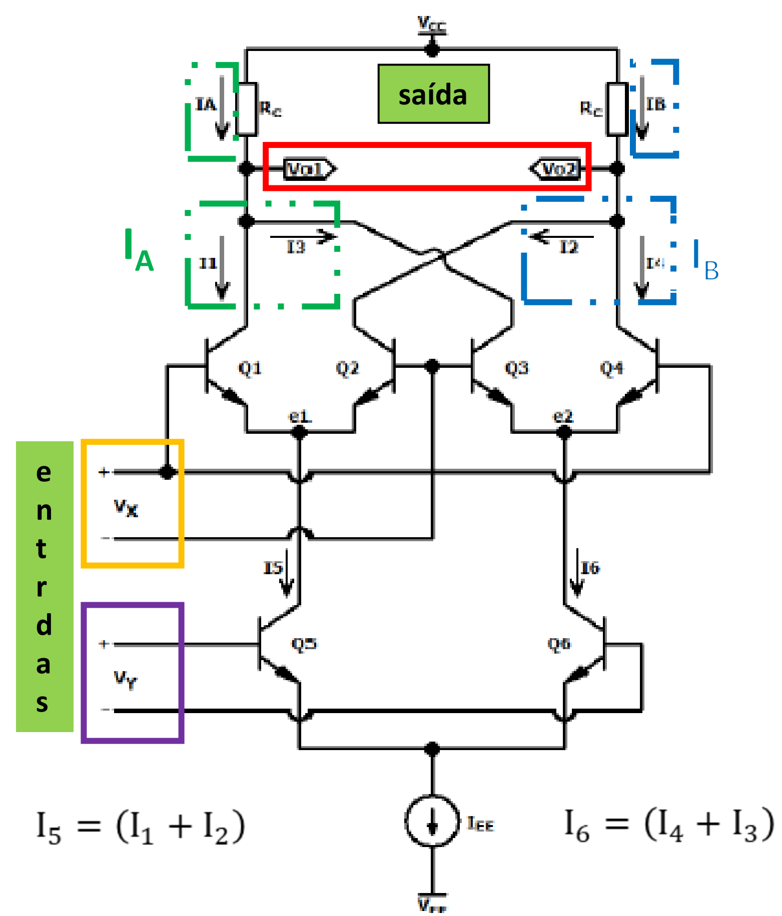


Multiplicador Analógico

$$I_{EE} \cong I_{C(Q1)} + I_{C(Q2C}$$

$$I_{out} = I_{C(Q1)} - I_{C(Q2)}$$

Célula de Gilbert



$$I_5 = (I_1 + I_2) \qquad I_6 = (I_4 + I_3)$$

1 Na célula de Gilbert a corrente diferencial de saída do multiplicador é definida como:

$$I_{out} = (I_A - I_B) = (I_1 + I_3) - (I_2 + I_4)$$

$$I_{out} = (I_1 - I_2) + (I_3 - I_4)$$

2 No multiplicador analógico mostrou=se que:

$$I_{out} = I_{EE}\,tanh\left(\frac{v_{id}}{2v_t}\right)$$

Por analogia:

$$I_{out} = \underbrace{I_5\,tanh\left(\frac{v_x}{2v_t}\right)}_{\substack{\text{ECC aplicado em } I_1 \text{ e } I_2 \\ v_x = v_{baseQ1} - v_{baseQ2}}} + \underbrace{I_6\,tanh\left(\frac{-v_x}{2v_t}\right)}_{\substack{\text{ECC aplicado em } I_3 \text{ e } I_4 \\ v_x = -(v_{baseQ3} - v_{baseQ4})}}$$

A tensão v_x aplicada em Q_1 e Q_2 tem polaridade oposta aplicada em Q_3 e Q_4.

3 Como tanh(x)= - tanh(-x), então:

$$I_{out} = (I_5 - I_6)\,tanh\left(\frac{v_x}{2v_t}\right)$$

4 **As correntes I_5 e I_6 estão em contra-fase, portanto, $I_{EE} = I_5 - I_6$**. Como I_5 e I_6 são dependentes de V_Y e como I_{EE} é a corrente dos dois diferenciais inferiores, também em analogia com o *Multiplicador Analógico,* pode-se escrever que:

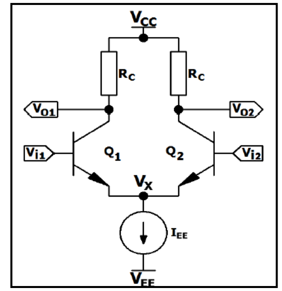
$$I_{out} = (I_5 - I_6)\tanh\left(\frac{v_X}{2v_t}\right)$$

$$I_{out} = \underbrace{I_{EE} \times \tanh\left(\frac{V_Y}{2V_t}\right)}_{\text{ECC aplicado em } I_5 \text{ e } I_6} \times \tanh\left(\frac{V_X}{2V_t}\right)$$

5 Se, $|V_X| << V_t$ e $|V_Y| << V_t$ então $tanh(x) \backsimeq x$. Logo:

$$I_{out} = K_1 V_x V_y$$

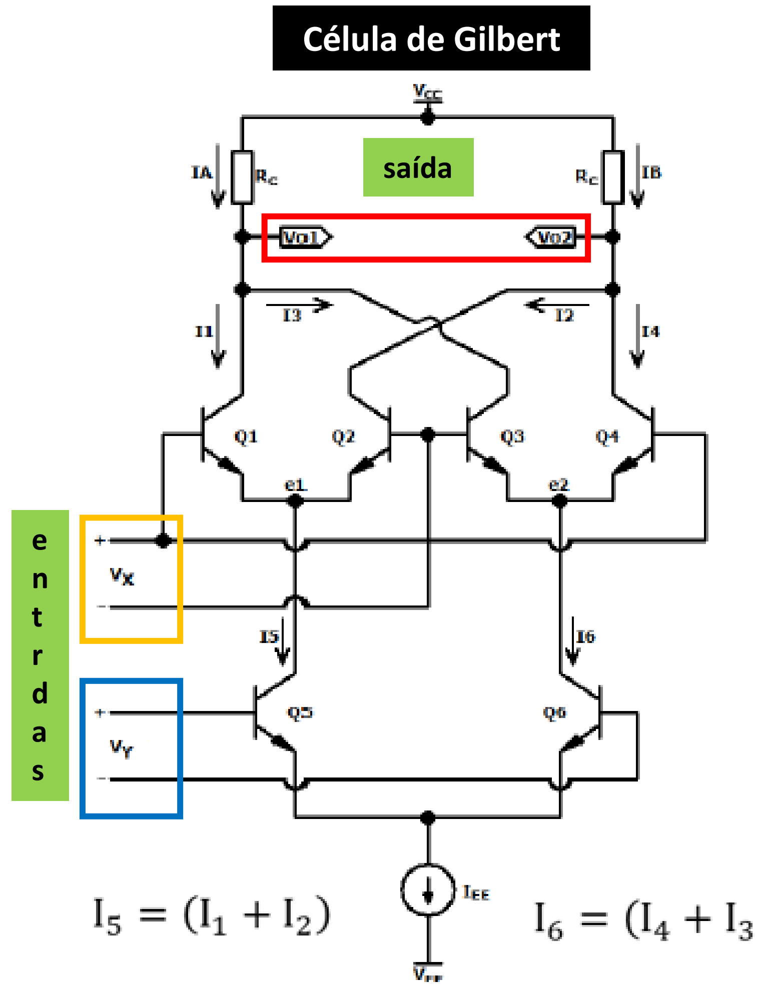
$$K_1 = \frac{I_{EE}}{4V_t^2}$$



$$v_{id} = v_{i1} - v_{i2}$$

$$I_{EE} \cong I_{C(Q1)} + I_{C(Q2)}$$

$$I_{out} = I_{EE}\tanh\left(\frac{v_{id}}{2v_t}\right)$$



6 Para transformar a corrente de saída do multiplicador em tensão usa-se a colocação das cargas de coletor, R_C. Então:

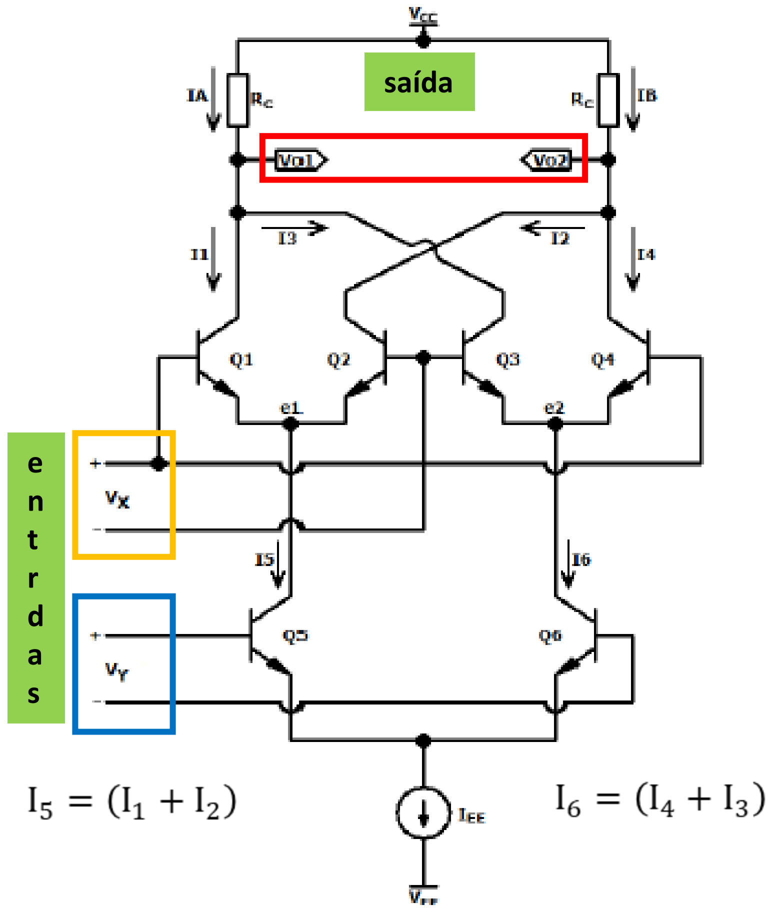
$$I_{out} = I_{C(Q1)} - I_{C(Q2)}$$

$$I_{out}R_C = \underbrace{R_C I_{C(Q1)}}_{} - \underbrace{R_C I_{C(Q2)}}_{V_{out2}}$$

$$\underbrace{K_1 V_x V_y R_C}_{I_{out}} = \underbrace{V_{out1} - V_{out2}}_{V_{out}}$$

$$\boxed{\begin{gathered} V_{out} = K_2 V_X V_Y \\ K_2 = \frac{I_{EE} R_C}{4V_t^2} \end{gathered}}$$

Célula de Gilbert



$I_5 = (I_1 + I_2)$

$I_6 = (I_4 + I_3)$

Aplicações

Resultados de Simulação

Amplificador de Tensão Controlado por Tensão

Quadrador de Tensão ou Dobrador de Frequência

Modulação em Amplitude com Portadora Suprimida

Misturador de Frequência

Detecção de Fase entre Dois Sinais

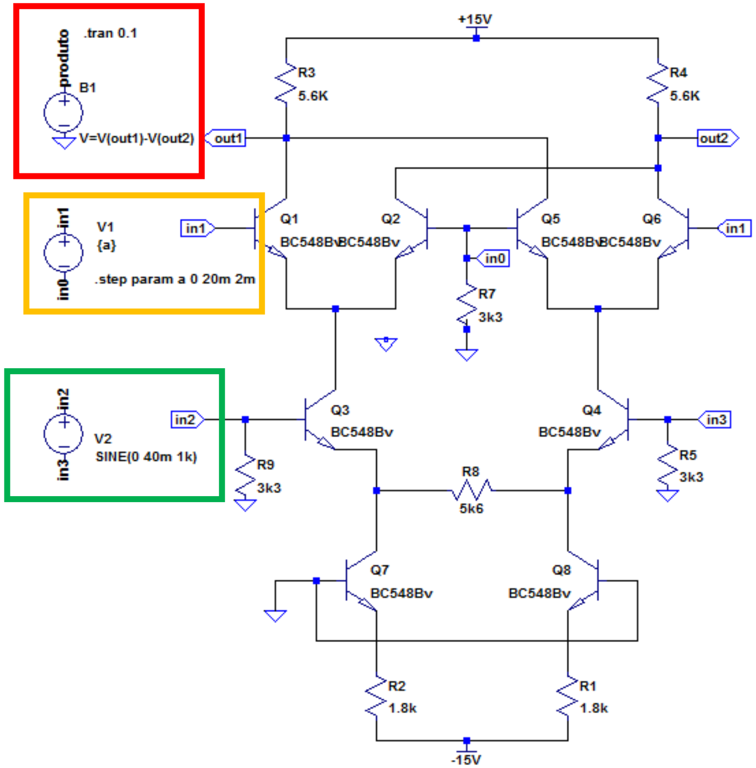
Divisão de dois Números

Raiz Quadradas de dois Números

Em simulação uma **fonte V=V(vx)*V(out)** é usada com função idêntica a de uma célula de Gilbert. Exemplos da aplicação desta fonte são a divisão e a raiz quadrada de dois números.

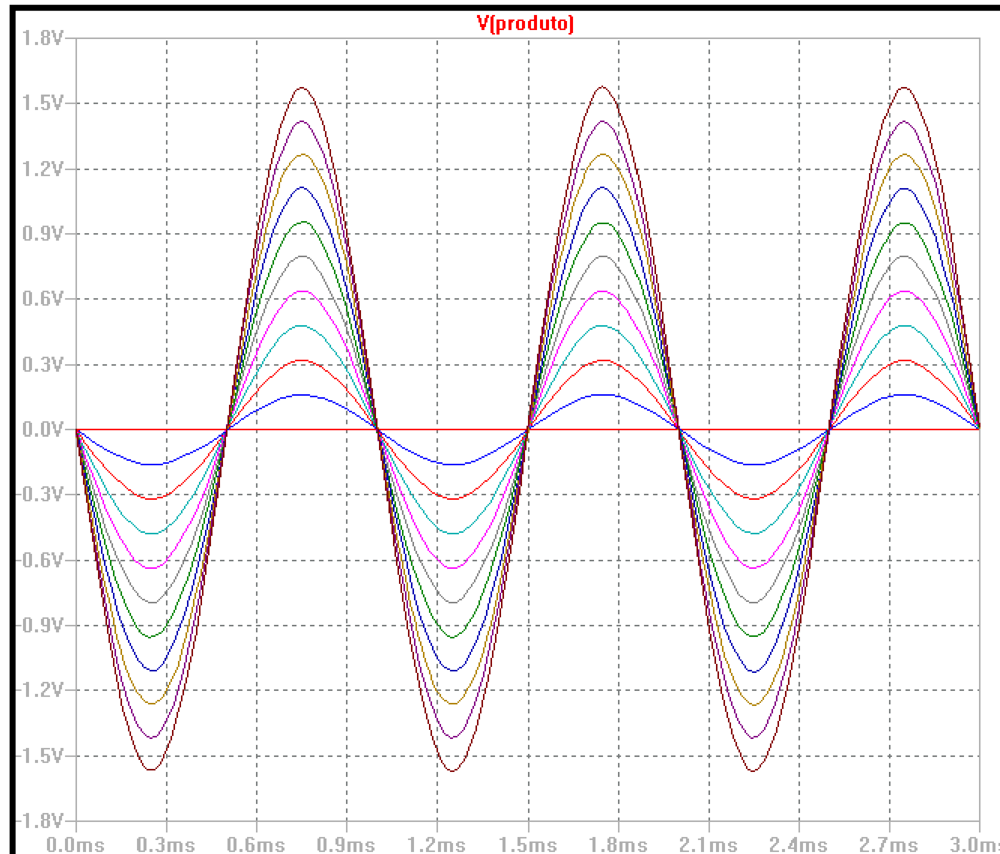
Amplificador de Tensão Controlado por Tensão DC

Amplificador de Tensão Controlado por Tensão DC
(v_x é uma tensão DC e v_y é senoidal)



$$V_{out} = kV_XV_Y$$

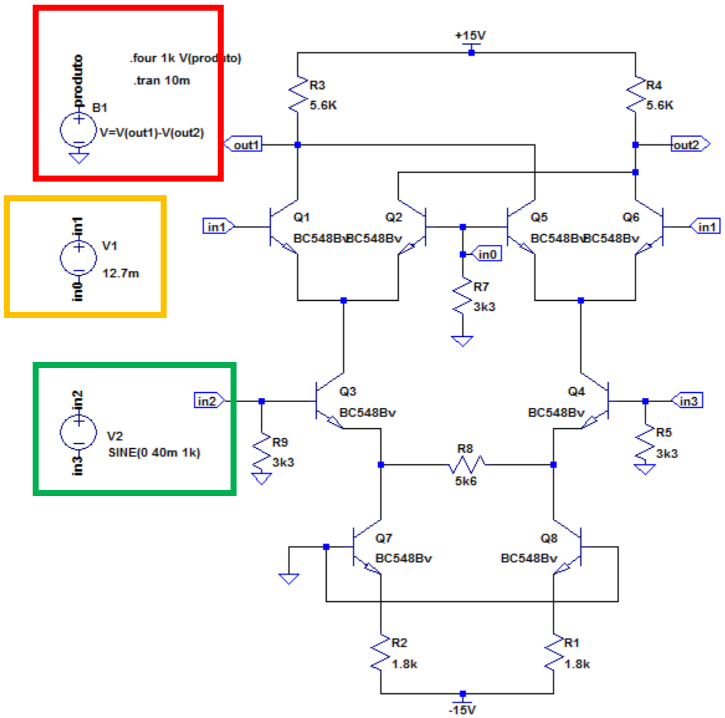
<u>Obs</u>: as entradas tem baixa tensão mas o ganho de tensão é elevado.

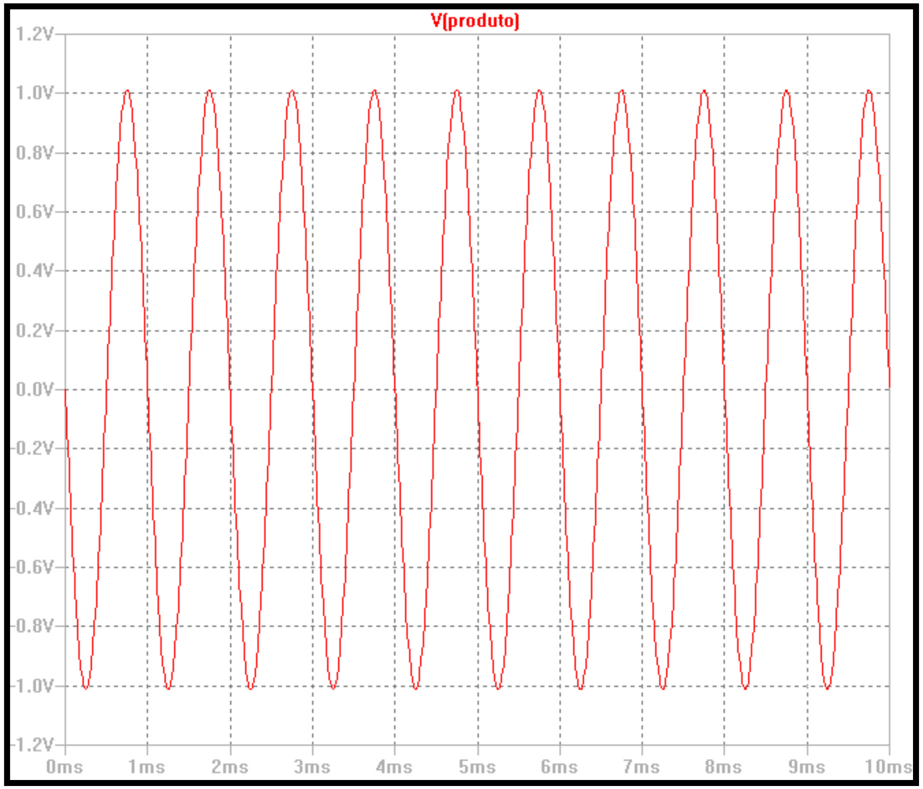


Qual é o valor de K ?

O ganho K é determinado a partir de V_1, V_2 e V_{out}:

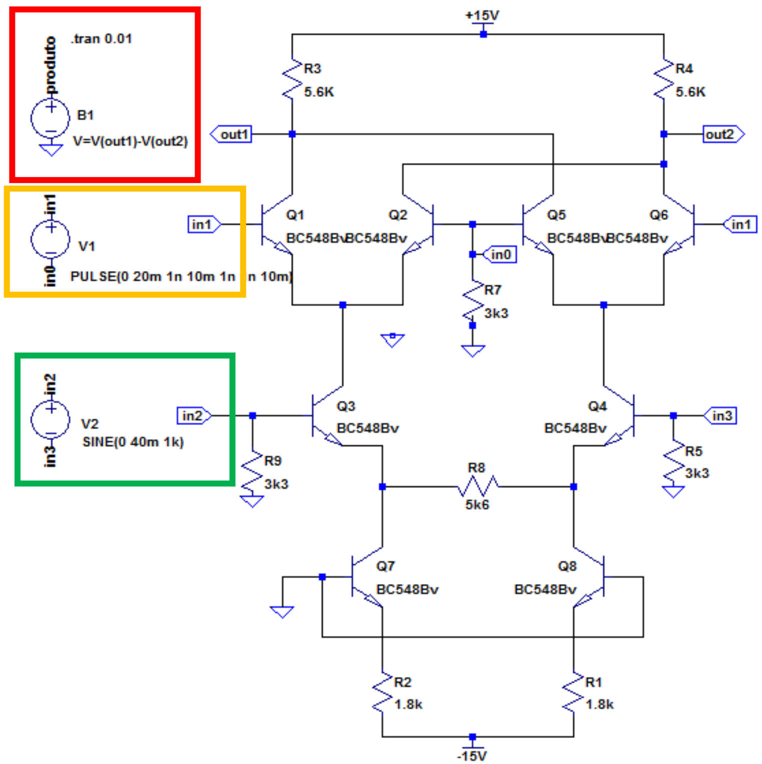
$$k = \frac{V_{produto}}{V_1 V_2}$$

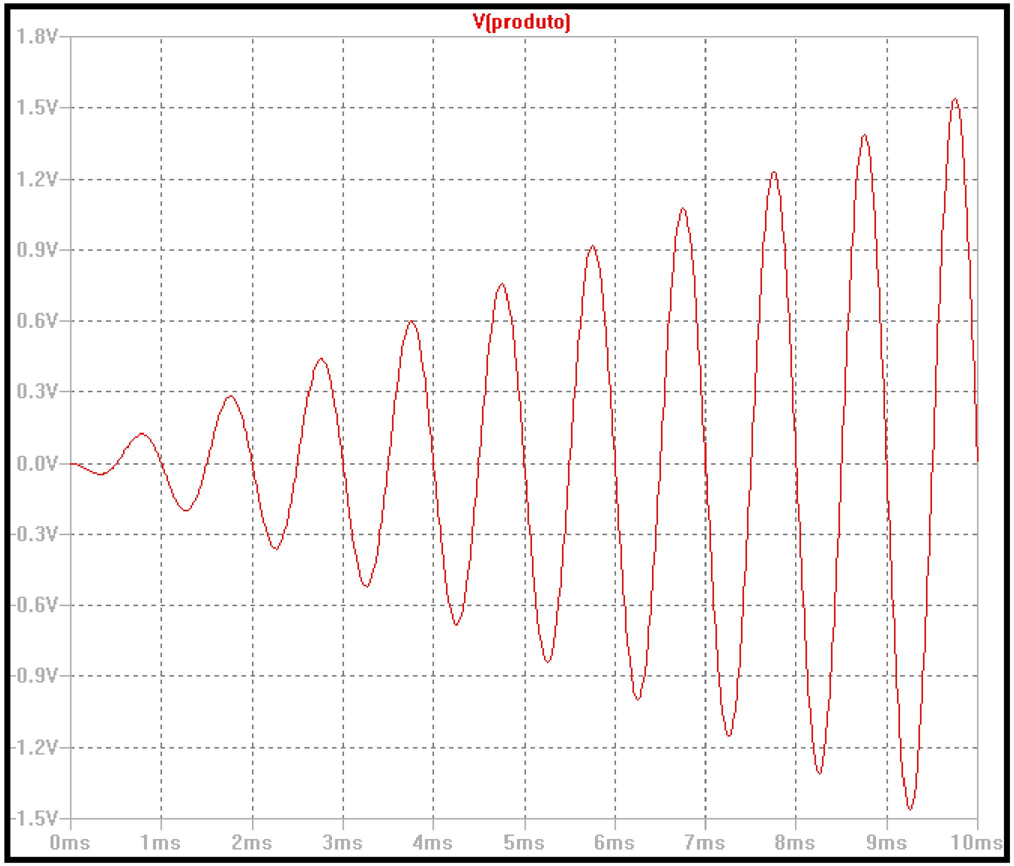




Amplificador de Tensão
Controlado por Tensão DC

v_x - entrada senoidal
v_y - rampa ascendente

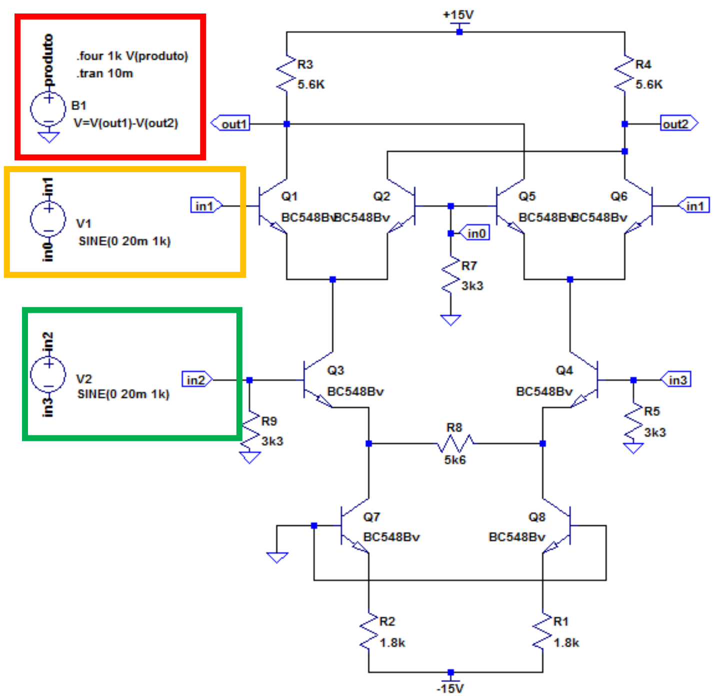


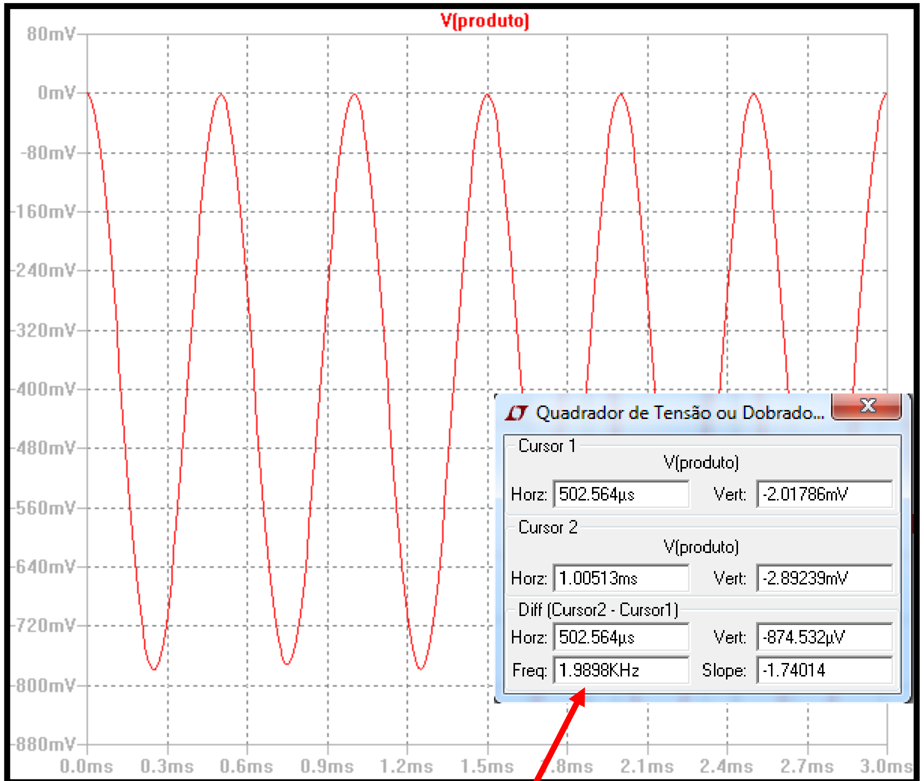


V_{out} controlada pela tensão de uma rampa ascendente (V_1)

Quadrador de Tensão ou Dobrador de Frequência

v_x e v_y são senoidais e com mesma frequência





V_{out} com dobro da frequência e nivel DC

<u>Obs</u>: as duas entradas são senoidais

$$sen^2(wt) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2wt)$$

Modulação em Amplitude com Portadora Suprimida (Modulação AMDSB-SC)

Modulação em Amplitude com Portadora Suprimida

Dominio do Tempo

$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$$

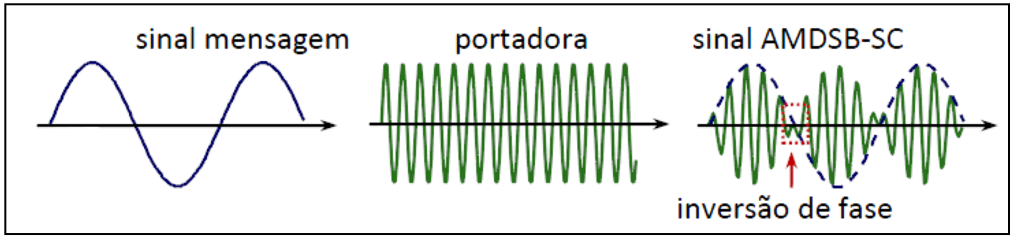
Modulante (sinal)

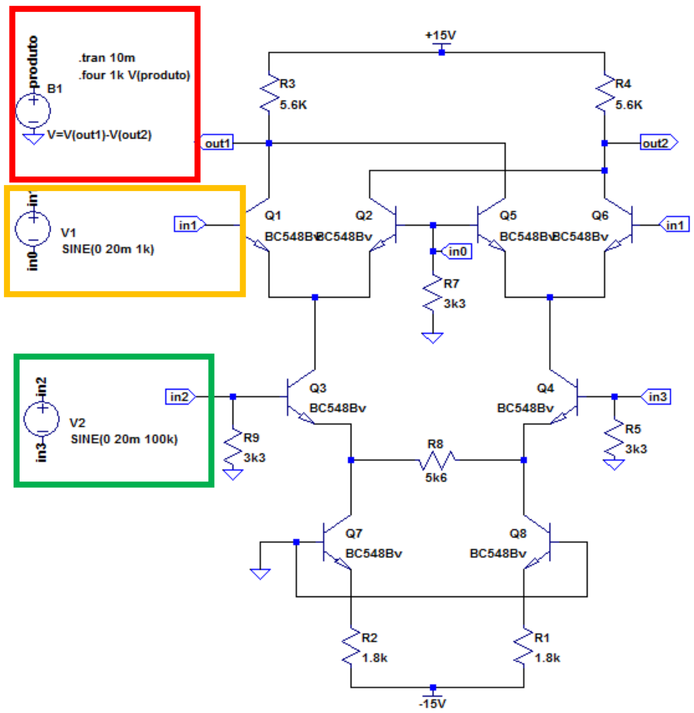
portadora

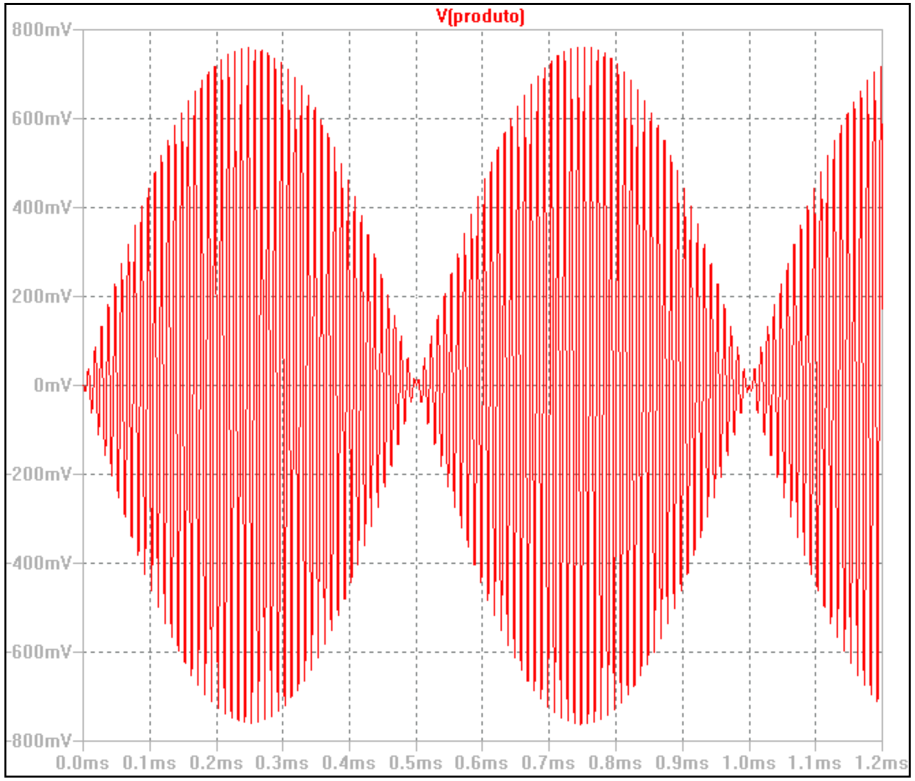
Dominio da Frequência

$$S(f) = \frac{A_c}{2}\{M(f - f_c) + M(f + f_c)\}$$

Sinal AM com portadora suprimida







sinal AM com portadora suprimida

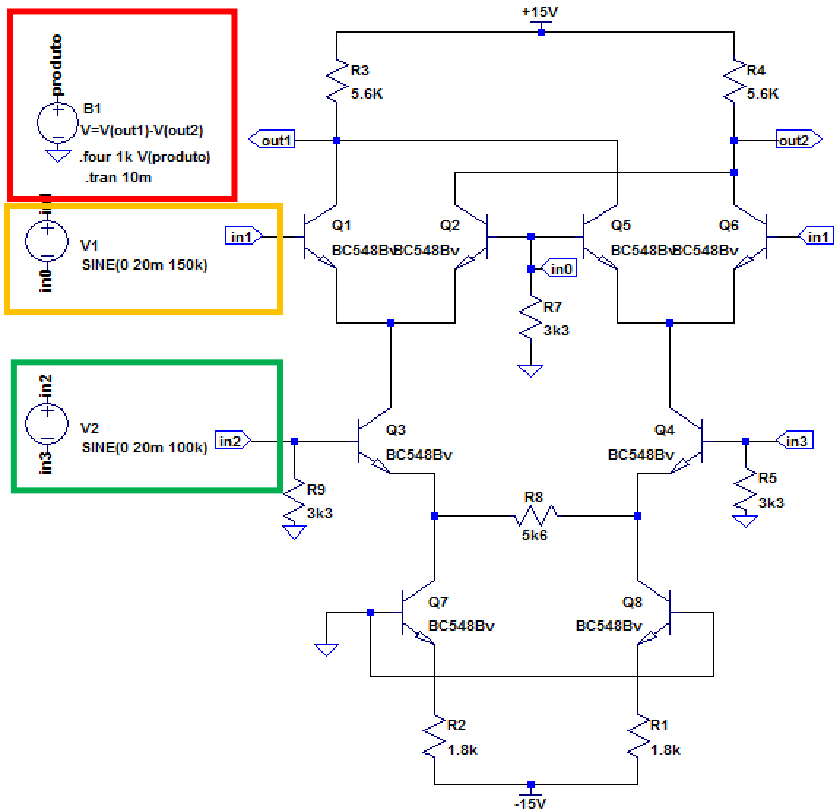
(Modulante de 1KHz e portadora de 100KHz)

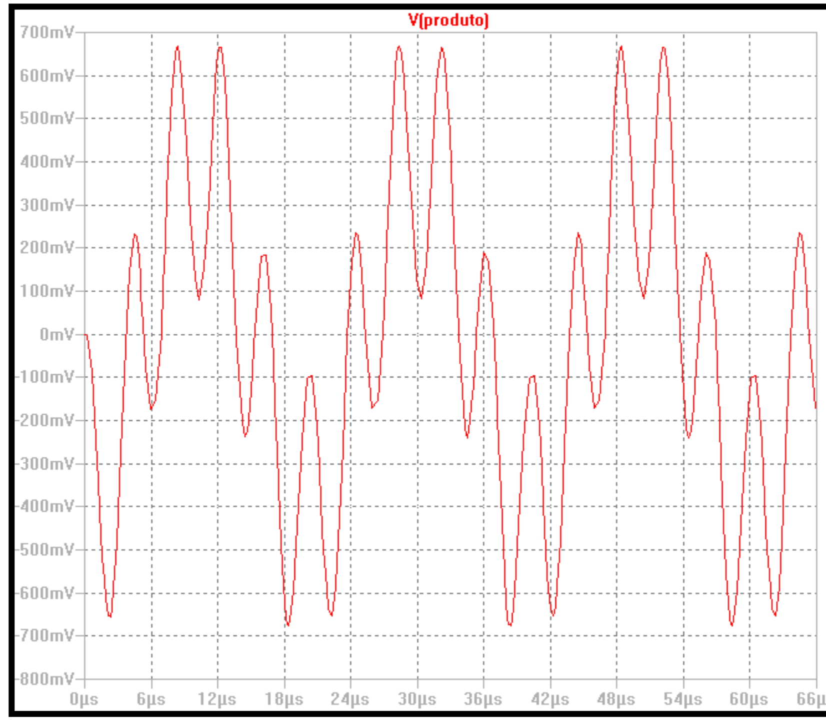
A FFT permite visualizar as compontes (f_c – f) e (f_c + f).

Misturador de Frequência

v_x e v_y são senoidais com frequências diferentes

Misturador de Frequência
(v_x e v_y são senoidais com frequências diferentes)





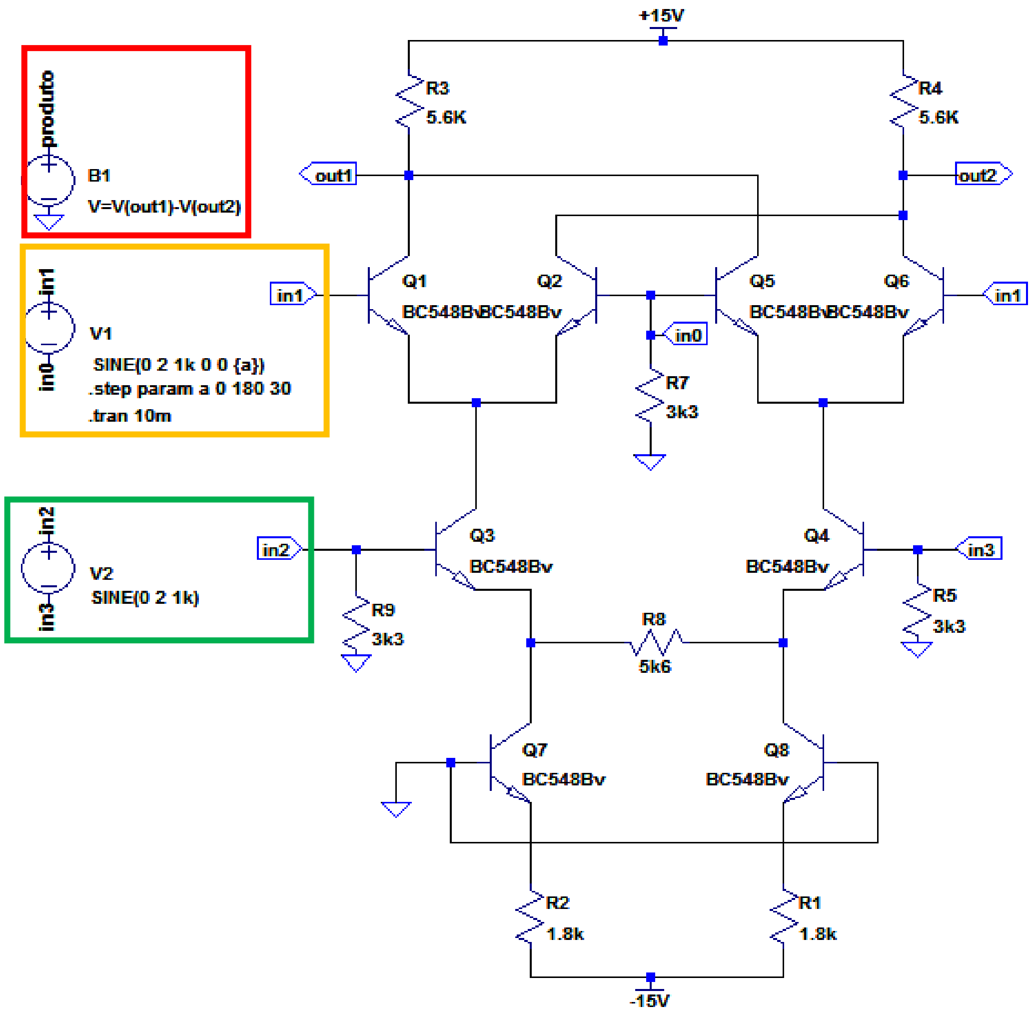
$$\cos(w_1 t)\cos(w_2 t) = \frac{1}{2}\left[\cos(w_1 - w_2)t + \cos(w_1 + w_2)t\right]$$

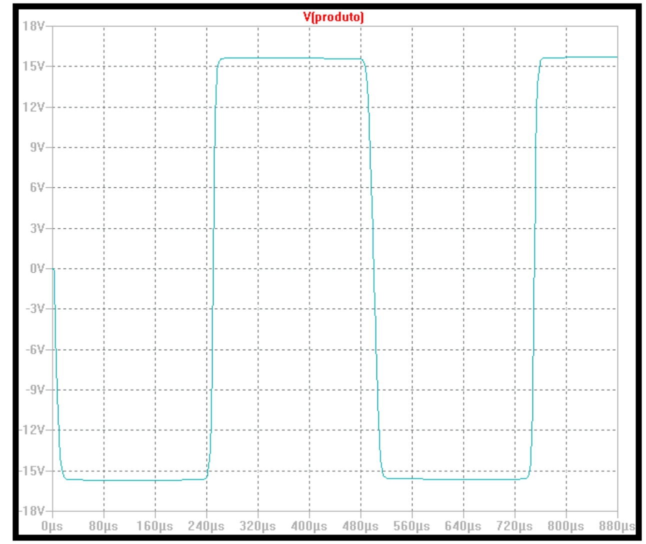
sinal de saída no domínio do tempo
(f_1 = 150KHz e = 100KHz)
A FFT permite visualizar as compontes ($f_1 - f_2$) e ($f_1 + f_2$).

Detector de Fase

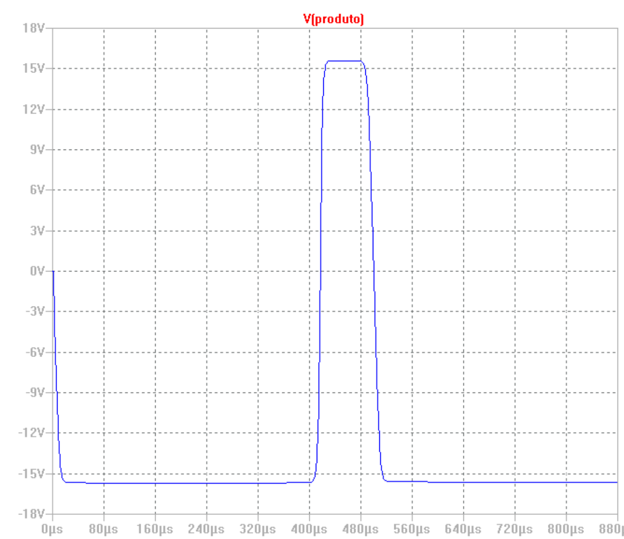
Na **detecção de fase entre dois sinais** será gerado na **saída um sinal com nível médio proporcional à diferença de fase**.

Aplicação: circuitos sincronizadores PLL (phase locked loop) usados em uma infinidade de aplicações essenciais à eletrônica moderna.





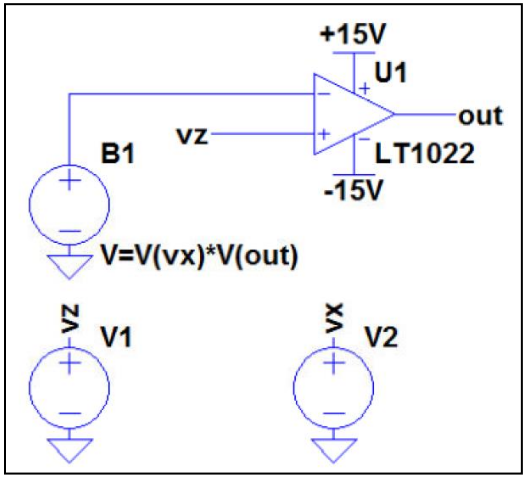
Fase = 180^{0}



Fase = 90^{0}

Divisão de 2 Números

Em simulação a fonte **V=V(vx)*V(out)** é usada com função idêntica a de uma célula de Gilbert. Exemplo de aplicação desta fonte é a divisão de dois números.



$$V_{out} = A(V_z - V_{produto})$$

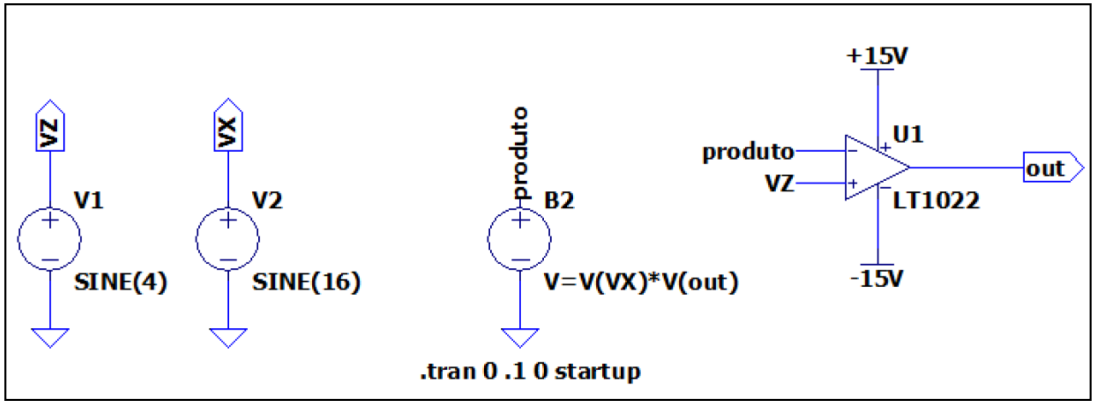
$$\rightarrow V_{out} = A(V_z - (V_{out} * V_x))$$

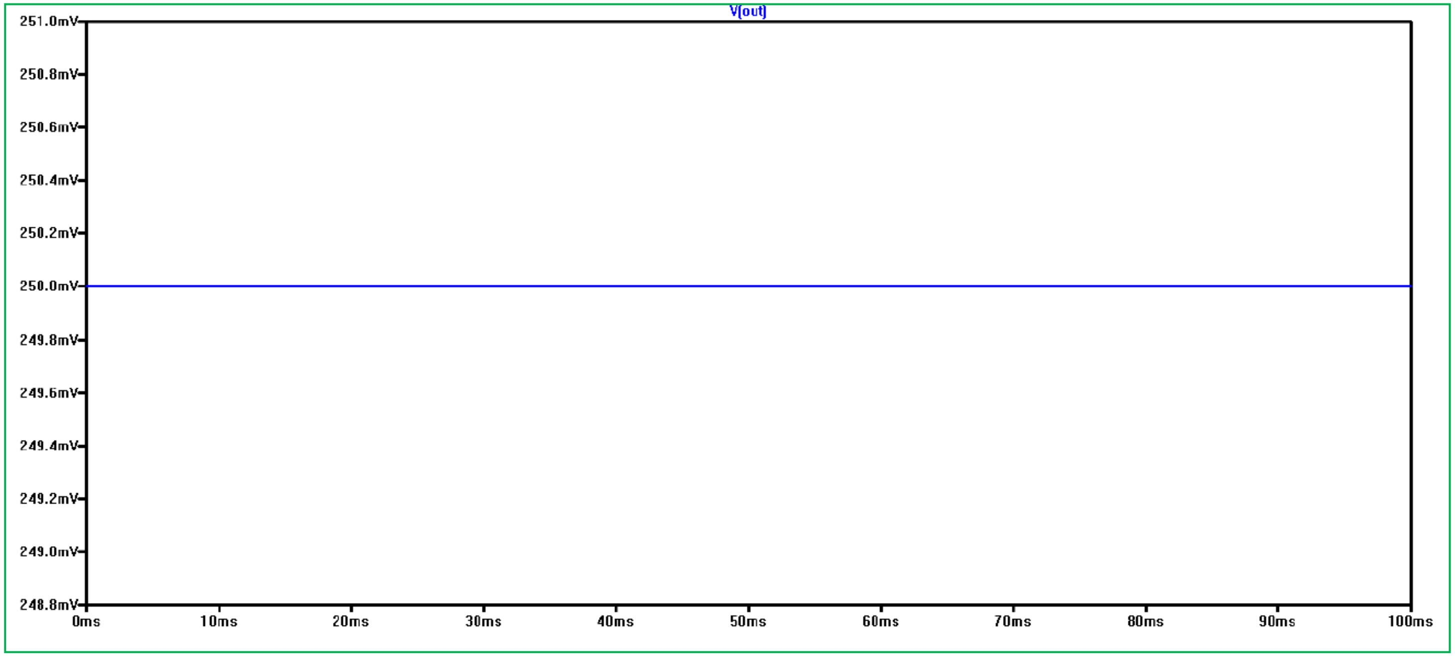
$$\rightarrow V_{out} + AV_{out}V_x = A * V_z$$

$$\rightarrow V_{out} = \frac{A * V_z}{1 + AV_x}$$

Idealmente tem-se: $A \to \infty$ $\Rightarrow$ $\boxed{V_{out} = \frac{V_z}{V_x}}$

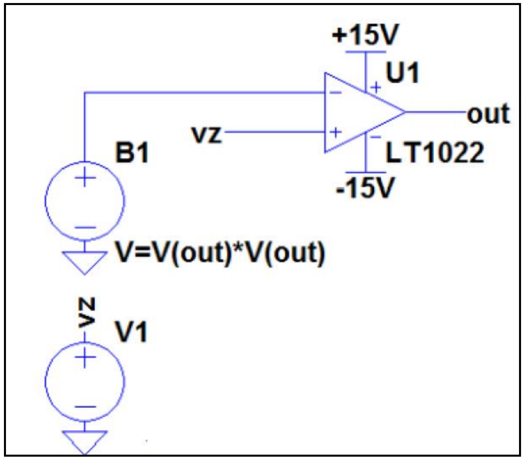
Cálculo de 4/16





Raiz Quadrada de 2 Números

Em simulação a fonte **V=V(vx)*V(out)** é usada com função idêntica a de uma célula de Gilbert. Exemplo da aplicação desta fonte é a raiz quadrada de dois números.



$$V_{out} = A(V_z - V_{produto})$$

$$\rightarrow V_{out} = A(V_z - (V_{out} * V_{out}))$$

$$\rightarrow V_{out} + AV_{out}^2 = A * V_z$$

$$\rightarrow \frac{V_{out}}{A} + V_{out}^2 = V_z$$

Idealmente tem-se: $A \rightarrow \infty$ $\rightarrow$ $V_{out}^2 = V_z$

$$\rightarrow \boxed{V_{out} = \sqrt[2]{V_z}}$$

Cálculo da Raiz Quadrada de 4