

Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo



# **PME 3344**

# **Termodinâmica Aplicada**

## **Aula de exercícios 01**



# 1ª Lei da Termodinâmica

Para um sistema que passa por uma mudança **infinitesimal** de estado, podemos realizar um balanço de energia:

Variação da  
energia do sistema  
no processo

=

Energia que  
entra no sistema  
durante o  
processo

-

Energia que sai  
do sistema  
durante o  
processo

Assim:  $dE = \delta Q - \delta W$



# 1ª Lei da Termodinâmica

Para entender os sinais que aparecem na expressão diferencial da 1ª Lei, precisamos lembrar da convenção de sinais adotada.

$$dE = \delta Q - \delta W$$

★  $\delta Q > 0$  quando o calor é “transferido” da vizinhança para o sistema;

★  $\delta Q < 0$  quando o calor é “transferido” do sistema para a vizinhança;

★  $\delta W > 0$  trabalho realizado pelo sistema sobre a vizinhança;

★  $\delta W < 0$  trabalho realizado sobre o sistema pela vizinhança.



# 1ª Lei da Termodinâmica

Podemos integrar a expressão entre o estado 1 e 2 e obter a expressão da 1ª Lei para um sistema:

$$E_2 - E_1 = \int_1^2 dE$$

$$Q_{1-2} = \int_1^2 \delta Q \quad \rightarrow \quad E_2 - E_1 = Q_{1-2} - W_{1-2}$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 \delta W$$



# 1ª Lei da Termodinâmica

Podemos também realizar um balanço em um determinado instante de tempo, e assim temos:

Taxa de variação  
da energia do  
sistema

=

Taxa com que  
energia que  
entra no sistema

–

Taxa com que  
energia sai do  
sistema

Assim:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$



# 1ª Lei da Termodinâmica

Na expressão:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$

Taxa de transferência de calor para o sistema

Taxa de realização de trabalho pelo sistema

Temos uma equação diferencial ordinária (EDO), cuja solução exige o conhecimento da energia no instante inicial.

As seguintes relações são válidas:

$$Q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} \dot{Q} dt$$

$$W_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} \dot{W} dt$$



# 1ª Lei da Termodinâmica

## Resumo

1ª Lei para um processo (1-2):  $\Delta E = Q_{1-2} - W_{1-2}$

1ª Lei para um instante:  $\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$



# 1ª Lei da Termodinâmica

## Simplificações

◆ Ciclo:  $E_1 = E_2 \quad \therefore \Delta E = 0 \quad \therefore Q = W$

Podemos escrever de outra forma:  $\oint \delta Q = \oint \delta W$   
↖ integral cíclica

◆ Regime permanente (propriedades não variam com o tempo):

$$0 \frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$



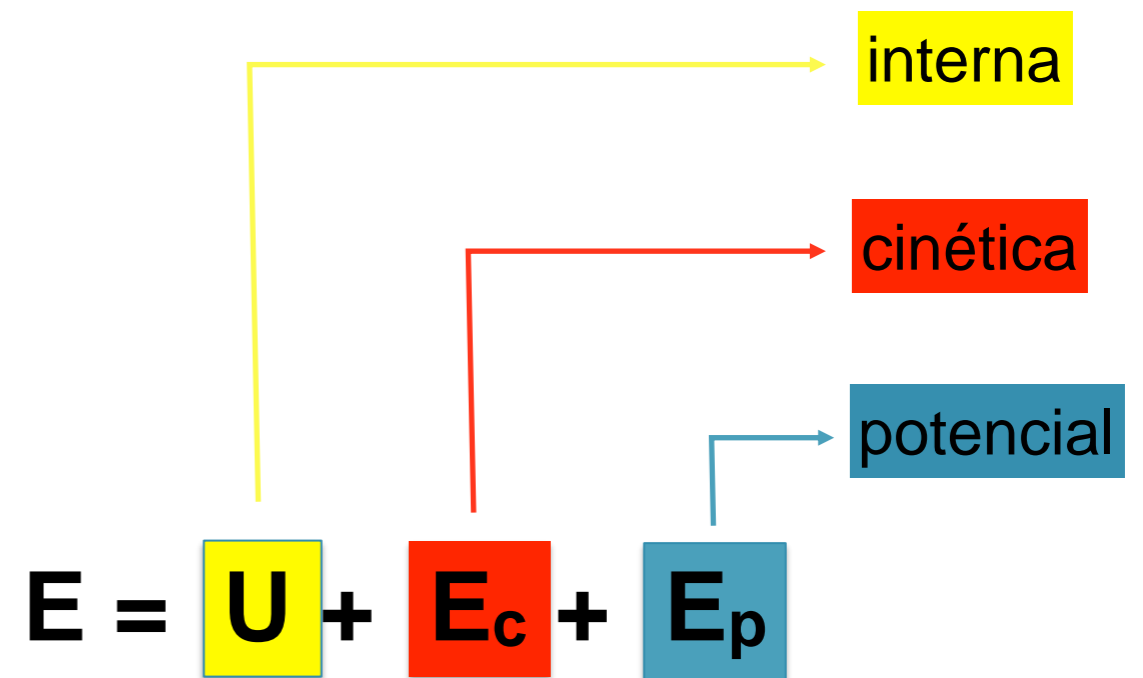


# 1ª Lei da Termodinâmica

Escrevemos expressões para a conservação da energia sem nos preocuparmos sob quais formas encontramos a energia.

## Anteriormente vimos:

*A energia total (E) de um sistema composto por uma substância compressível simples em um dado estado é:*



$$\Delta E = \Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p \quad \text{ou} \quad dE = dU + dE_c + dE_p$$

*As igualdades são válidas pois Energia é uma função de ponto!*



# 1ª Lei da Termodinâmica

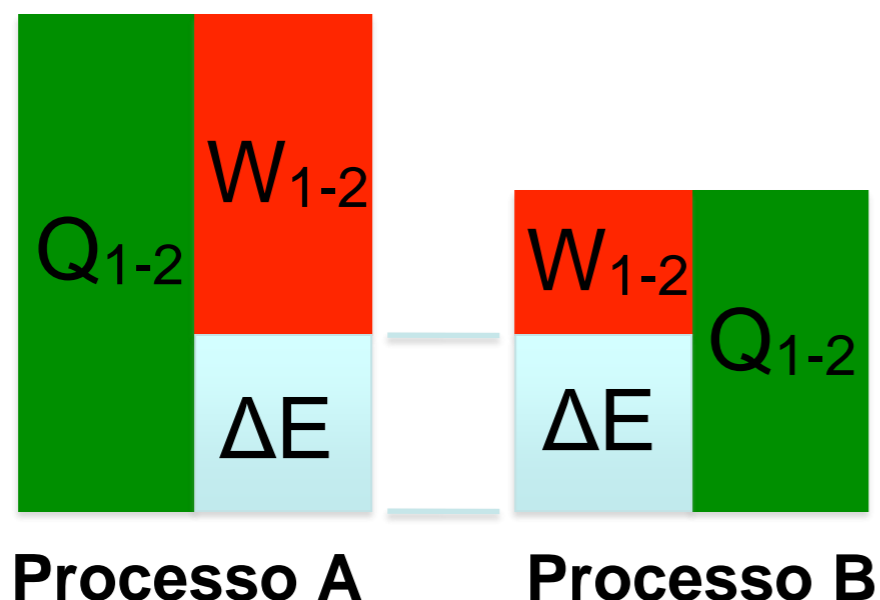
Voltando à questão de função de ponto e caminho:

$$\underbrace{E_2 - E_1}_{\text{Variação da energia (propriedades)}} = \underbrace{Q_{1-2} - W_{1-2}}_{\text{Interação de energia (não-propriedades)}}$$

Variação da energia  
(propriedades)

Interação de energia  
(não-propriedades)

Observe a figura:



Fica claro que apesar de seguirmos por processos em que trabalho e calor são diferentes, a variação de energia do sistema é a mesma!



## Lembrando de Mecânica:

Energia cinética

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

Energia potencial

$$\Delta E_p = mg (z_2 - z_1)$$

Completamos a apresentação da conservação da energia para um sistema. Veremos como avaliar a propriedade energia interna!



$U$  - energia interna (energia)

$u$  – energia interna específica (energia / massa)

**Para uma mistura líquido vapor:**

$$U = U_{liq} + U_{vap} \quad \text{ou} \quad \frac{mu = m_{liq}u_l + m_{vap}u_v}{m}$$

**Dividindo por  $m$  e introduzindo o título:**

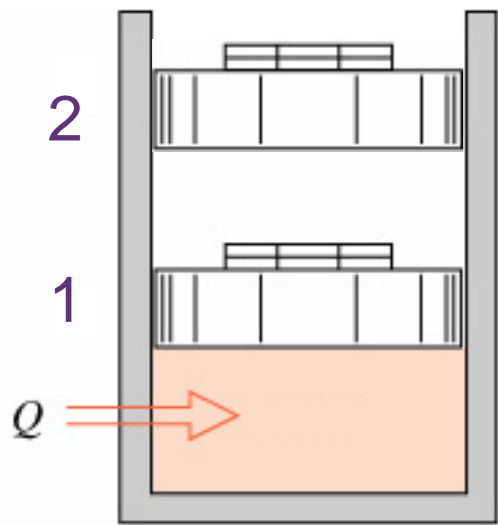
$$u = (1 - x)u_l + xu_v \quad \text{ou} \quad u = u_l + xu_{lv}$$

sendo  $u_l$  a energia específica do líquido saturado,  $u_v$  a energia do vapor saturado e  $u_{lv}$  a diferença entre a primeira e a segunda.



# A propriedade entalpia

Considere o gás no conjunto cilindro-pistão como sistema. Vamos aquecer o sistema lentamente:



• **1ª lei:**  $E_2 - E_1 = Q_{1-2} - W_{1-2}$

**Simplificando:**  $E_2 - E_1 \approx U_2 - U_1$  **Por que?**

$$W_{1-2} = \int p dV = P_1(V_2 - V_1)$$

**Combinando as expressões:**  $U_2 - U_1 = Q_{1-2} - P_1(V_2 - V_1)$

**Define-se entalpia como:**

$$H = U + PV$$

**Assim:**  $Q_{1-2} = H_2 - H_1$



**$H$**  - entalpia (energia)

**$h$**  – entalpia específica (energia / massa)

**Para uma mistura líquido vapor:**

$$H = H_{liq} + H_{vap} \quad \text{ou} \quad mh = m_{liq}h_l + m_{vap}h_v$$

**Introduzindo o título:**

$$h = (1 - x)h_l + xh_v \quad \text{ou} \quad h = h_l + xh_{lv}$$

sendo  $h_l$  a entalpia específica do líquido saturado,  $h_v$  a entalpia do vapor saturado e  $h_{lv}$  a entalpia de vaporização.



## Aproximações para o líquido comprimido usando as propriedades do líquido saturado

$$v_{liq\ comp}(T, P) \approx v_l(T)$$

$$u_{liq\ comp}(T, P) \approx u_l(T)$$

$$h_{liq\ comp}(T, P) \approx u_l(T) + P \cdot v_l(T)$$

ou

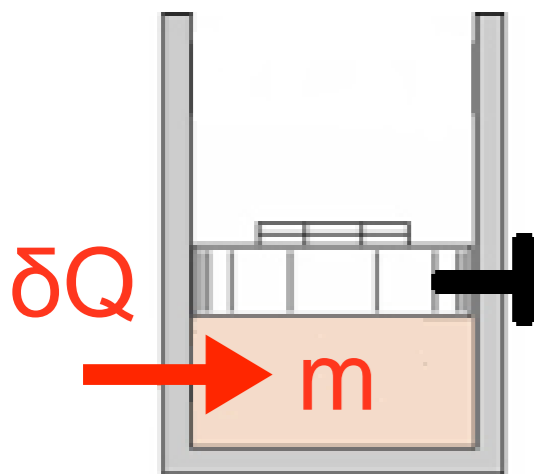
$$h_{liq\ comp}(T, P) \approx h_l(T) + v_l(T) \cdot [P - P_{sat}(T)]$$

Apresentamos novas propriedades, agora precisamos aprender a determiná-las!

## Calores Específicos

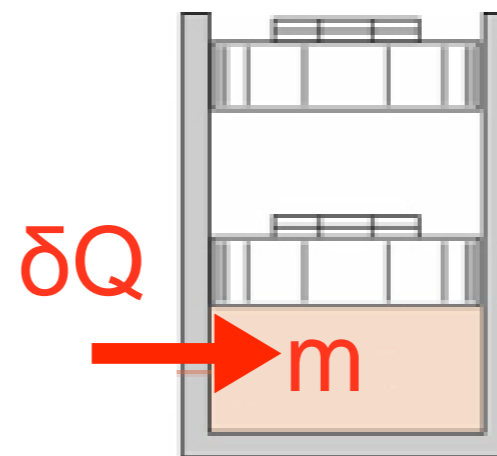
Para calcular as variações de entalpia e energia interna precisamos definir duas novas propriedades termodinâmicas, os **calores específicos a pressão constante e a volume constante**.

Considere os dois experimentos com um fluido:



*Calor específico a volume constante*

$$C_v = \frac{\delta Q}{m \, dT}$$



*Calor específico a pressão constante*

$$C_p = \frac{\delta Q}{m \, dT}$$





# Calores específicos

Concluimos que:

*Calor específico a volume constante*  $c_v = \frac{\delta Q}{m dT}$

*Calor específico a pressão constante*  $c_p = \frac{\delta Q}{m dT}$

Podemos aplicar a 1ª Lei para os dois casos considerando a substância como sistema:

$$\delta Q = dU + \delta W (=0)$$

$$\delta Q = dU + \delta W (=pdV)$$

Combinando com as expressões dos calores específicos:

$$c_v = \frac{dU}{m dT} \rightarrow c_v = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v$$

$$c_p = \frac{dU + pdV}{m dT} \rightarrow c_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p$$



## Substância incompressível

O modelo considera que:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \text{cte} \\ u = u(T) \Rightarrow c_v(T) = \frac{du}{dT} \end{array} \right.$$

Derivando a definição de entalpia:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p = \frac{du}{dT} \Rightarrow c = c_p = c_v \Rightarrow u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT$$

Considerando adicionalmente  
calor específico constante:

$$u_2 - u_1 = c(T_2 - T_1)$$

Quando podemos fazer essa hipótese?



# Determinação de propriedades

## Gás perfeito

O modelo considera que:

$$\left\{ \begin{array}{l} pv = RT \\ u(T) \end{array} \right.$$

Considerando a definição da entalpia:

$$h = h(T) = u + RT \Rightarrow dh = du + RdT$$

Combinando a equação anterior com as definições dos calores específicos:

$$c_{v0}(T) = \frac{du}{dT}$$

$$c_{p0}(T) = \frac{dh}{dT}$$

Obtém-se:  $c_{p0} = c_{v0} + R$

maior que  $c_v$

indica g.p.



## Gás perfeito: Aproximações

$c_{p0}$  e  $c_{v0}$   
constantes:

$$\left[ \begin{array}{l} c_{v0}(T) = \frac{du}{dT} \\ c_{p0}(T) = \frac{dh}{dT} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Integrando}} \begin{array}{l} u_2 - u_1 = c_{v0}(T_2 - T_1) \\ h_2 - h_1 = c_{p0}(T_2 - T_1) \end{array}$$

Em alguns problemas aparecem  $u$  e  $h$  isolados, isto é, não aparecem diferenças de  $u$  e  $h$ . Nessa situação como determinamos as propriedades?

Definimos um estado de referência para  $u$ , por exemplo. Nesse estado estabelecemos um valor arbitrário para  $u$  e calculamos  $h$  correspondente! Vejamos como fazer isso na sequência.



## Gás perfeito: Aproximações

Vamos definir o estado de referência. Considere a expressão:

$$u = u(T_{ref}) + \int_{T_{ref}}^T c_v dT$$

Por simplicidade vamos estabelecer que para  $T = 0$  K,  $u = 0$ :

$$u = u(0) + \int_0^T c_v dT \quad \rightarrow \quad u(T) = c_{v0} T$$

Agora calculamos  $h$ :

$$h(T_{ref}) = u(T_{ref}) + Pv \quad \rightarrow \quad h = 0 + RT_{ref} \quad \therefore h(0K) = 0$$

Analogamente:  $h(T) = c_{p0} T$



# Determinação de propriedades

## Gás perfeito: Tabelas de gás ideal

Fizemos a integração usando a hipótese de calores específicos constantes

$$c_{v0}(T) = \frac{du}{dT}$$
$$c_{p0}(T) = \frac{dh}{dT}$$

Nas tabelas de gás ideal a integração é feita a partir de um estado de referência considerando a dependência dos calores com a temperatura!

**Prefira usar as Tabelas de Gás Ideal a considerar calores constantes!**

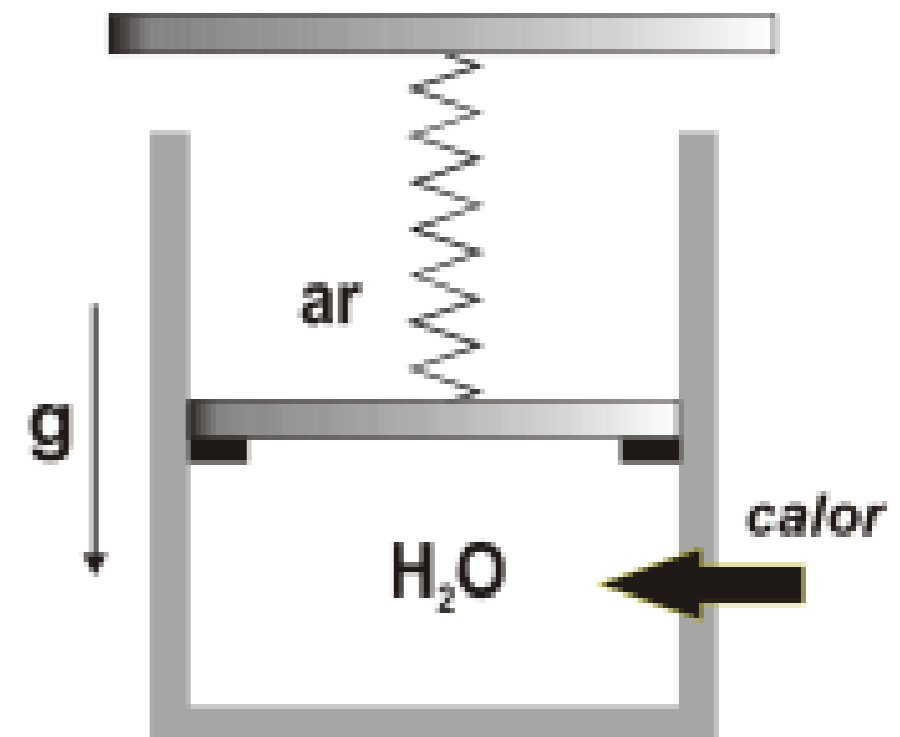
**TABELA A.7**  
Propriedades termodinâmicas do ar (gás ideal; pressão de referência para a entropia é 0,1 MPa ou 1 bar)

$T$ [K]	$u$ kJ/kg	$h$ kJ/kg	$s_T^0$ kJ/kg $\times$ K	$P_r$	$v_r$
200	142,77	200,17	6,46260	0,2703	493,47
220	157,07	220,22	6,55812	0,3770	389,15
240	171,38	240,27	6,64535	0,5109	313,27

## Extra 1:

Um conjunto cilindro-êmbolo contém 1 kg de água. A mola encontra-se comprimida na posição inicial, de modo que é necessária uma pressão de 300kPa no fluido para ergue-la. Para um volume de 1,5 m<sup>3</sup> a força exercida pela mola é tal que a pressão no fluido é de 500 kPa. No estado inicial a água está a 100 kPa e ocupa um volume de 0,5m<sup>3</sup>. Calor é então transferido até que a pressão atinja 400 kPa. Pede-se:

- (a) representar o processo em um diagrama p-v, incluindo as linhas de saturação;
- (b) calcular o trabalho;
- (c) determinar calor transferido no processo.





## Extra 1: Solução

### Hipóteses:

- 1.O sistema é a água contida no conjunto;
- 2.Os processos são de quase-equilíbrio;
- 3.Os estados 1, 2 e 3 são estados de equilíbrio;
- 4.Não há atrito entre o pistão e o cilindro;
- 5.A mola é linear;
- 6.Sistema estacionário (sem variação de energia cinética);
- 7.Variação desprezível da energia potencial.





## Extra 1: Solução

◆ **Estado 1:** Definido, pois conhecemos  $v$  e  $P$ .

$$v_1 = 0,5/1 = 0,5 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Para identificar o estado 1 devemos consultar a tabela de saturação com  $P_1 = 100\text{kPa}$  ( $T_{\text{sat}} = 99,62^\circ\text{C}$ ) e comparar o valor de  $v_1$  com  $v_l=0,001043$  e  $v_v=1,694 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

**Tabela B.1.2**  
Água saturada: tabela em função da pressão

Pressão kPa	Temp. °C	Volume específico (m <sup>3</sup> /kg)		Energia interna (kJ/kg)			Entalpia (kJ/kg)			Entropia (kJ/kg K)		
		Líquido sat.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.
$P$	$T$	$v_l$	$v_v$	$u_l$	$u_{lv}$	$u_v$	$h_l$	$h_{lv}$	$h_v$	$s_l$	$s_{lv}$	$s_v$
75	91,77	0,001037	2,21711	394,29	2112,39	2496,67	384,36	2278,59	2662,96	1,2129	6,2434	7,4563
100	99,62	0,001043	1,69400	417,33	2088,72	2506,06	417,44	2258,02	2675,46	1,3025	6,0568	7,3593
125	105,99	0,001048	1,37490	444,16	2069,32	2513,48	444,30	2241,05	2685,35	1,3739	5,9104	7,2843





## Extra 1: Solução

◆ **Estado 1:** Definido, pois conhecemos  $v$  e  $P$ .

Como  $v_l < v_1 < v_v$ , temos **líquido + vapor**. Logo  $T_1 = T_{\text{sat}}$ .

Aproveitamos a oportunidade para buscar da tabela  $u_l=417,33$  e  $u_v=2506,1$  kJ/kg.

Pressão kPa	Temp. °C	Volume específico (m <sup>3</sup> /kg)		Energia interna (kJ/kg)			Entalpia (kJ/kg)			Entropia (kJ/kg K)		
		Líquido sat.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.
$P$	$T$	$v_l$	$v_v$	$u_l$	$u_{lv}$	$u_v$	$h_l$	$h_{lv}$	$h_v$	$s_l$	$s_{lv}$	$s_v$
75	91,77	0,001037	2,21711	394,29	2112,39	2496,67	384,36	2278,59	2662,96	1,2129	6,2434	7,4563
100	99,62	0,001043	1,69400	417,33	2088,72	2506,06	417,44	2258,02	2675,46	1,3025	6,0568	7,3593
125	105,99	0,001048	1,37490	444,16	2069,32	2513,48	444,30	2241,05	2685,35	1,3739	5,9104	7,2843

O título pode ser prontamente calculado,  $x_1=(v_1-v_l)/(v_v-v_l) = 0,295$

E a energia interna da mistura é  $u_1=(1-x_1)u_l+x_1u_v= 1033,5$  kJ/kg



## Extra 1: Solução

◆ **Estado 2 (batente sem atuação):** Definido, pois conhecemos  $v$  e  $P$ .

$$v_2 = v_1 = 0,5 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Para identificar o estado 2 devemos consultar a tabela de saturação com  $P_2 = 300\text{kPa}$  ( $T_{\text{sat}} = 133,55^\circ\text{C}$ ) e comparar o valor de  $v_2$  com  $v_l=0,001073$  e  $v_v=0,6058 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Como  $v_l < v_2 < v_v$ , temos **líquido + vapor**. Logo  $T_2 = T_{\text{sat}}$ .

Aproveitamos a oportunidade para buscar da tabela  $u_l=561,13$  e  $u_v=2543,6\text{kJ/kg}$ .

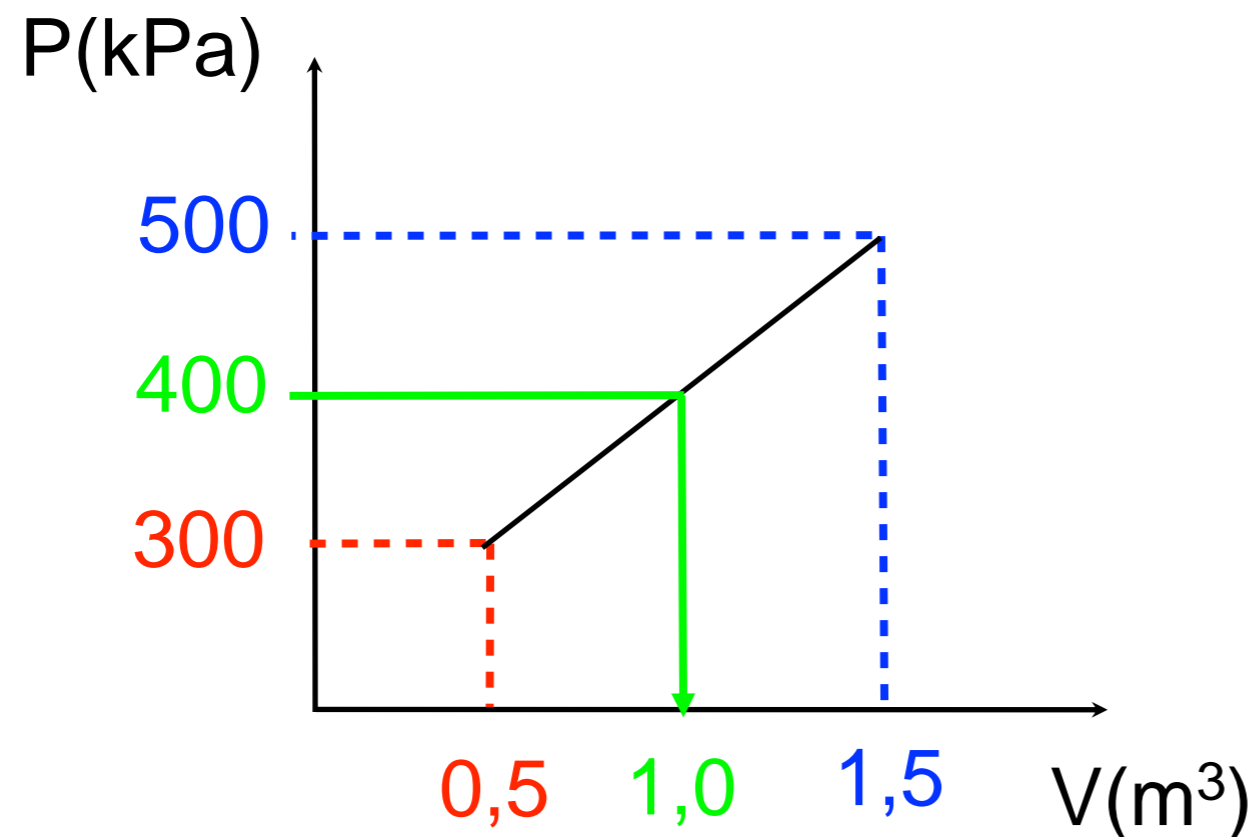
O título pode ser prontamente calculado,  $x_2=(v_2-v_l)/(v_v-v_l) = 0,825$

E a energia interna da mistura é  $u_2=(1-x_2)u_l+x_2u_v= 2196,7 \text{ kJ/kg}$

## Extra 1: Solução

◆ **Estado 3:** Definido, pois conhecemos  $v$  e  $P_3 = 400\text{kPa}$ . **Como?**

Analizando a mola!



$$v_3 = 1/1 = 1 \text{ m}^3/\text{kg}$$



## Extra 1: Solução

◆ **Estado 3:** Definido, pois conhecemos  $v$  e  $P$ .

$$v_3 = 1 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Para identificar o estado 3 devemos consultar a tabela de saturação com  $P_3 = 400\text{kPa}$  ( $T_{\text{sat}} = 143,69^\circ\text{C}$ ) e comparar o valor de  $v_3$  com  $v_l$  e  $v_v=0,46246 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

Pressão kPa	Temp. °C	Volume específico (m <sup>3</sup> /kg)		Energia interna (kJ/kg)			Entalpia (kJ/kg)			Entropia (kJ/kg K)		
		Líquido sat.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.	Líquido sat.	Evap.	Vapor sat.
$P$	$T$	$v_l$	$v_v$	$u_l$	$u_{lv}$	$u_v$	$h_l$	$h_{lv}$	$h_v$	$s_l$	$s_{lv}$	$s_v$
375	141,32	0,001081	0,40137	594,38	1956,93	2551,31	594,79	2140,79	2735,58	1,7527	5,1647	6,9174
400	143,63	0,001084	0,46246	604,29	1949,26	2553,55	604,73	2133,81	2738,53	1,7766	5,1193	6,8958
450	147,93	0,001088	0,41398	622,75	1934,87	2557,62	623,24	2120,67	2743,91	1,8206	5,0359	6,8565

Como  $v_3 > v_v$ , temos **vapor superaquecido**.





## Extra 1: Solução

◆ **Estado 3:** Definido, pois conhecemos  $v$  e  $P$ .

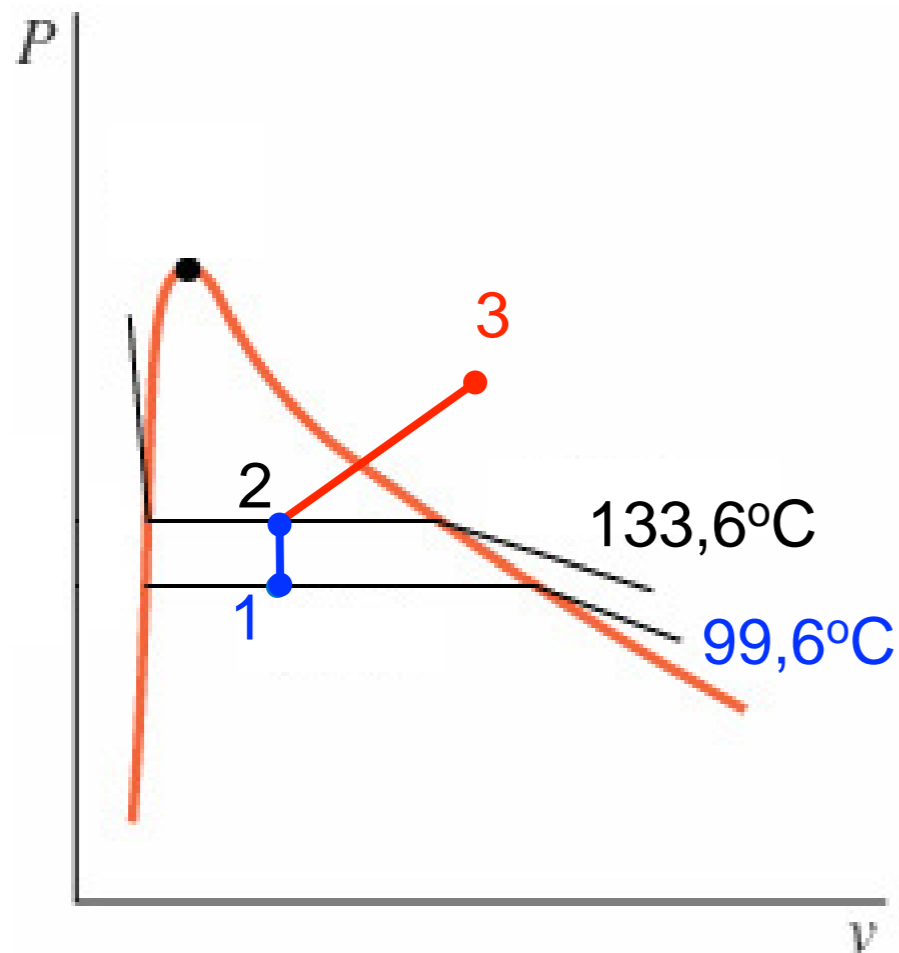
Da tabela de vapor superaquecido com  $P_3 = 400\text{kPa}$  e  $v_3 \approx 1,0056\text{m}^3/\text{kg}$ , temos  $T_3 = 600^\circ\text{C}$  e  $u_3 = 3300,2\text{kJ/kg}$ .

**Tabela B.1.3**  
Vapor d'água superaquecido

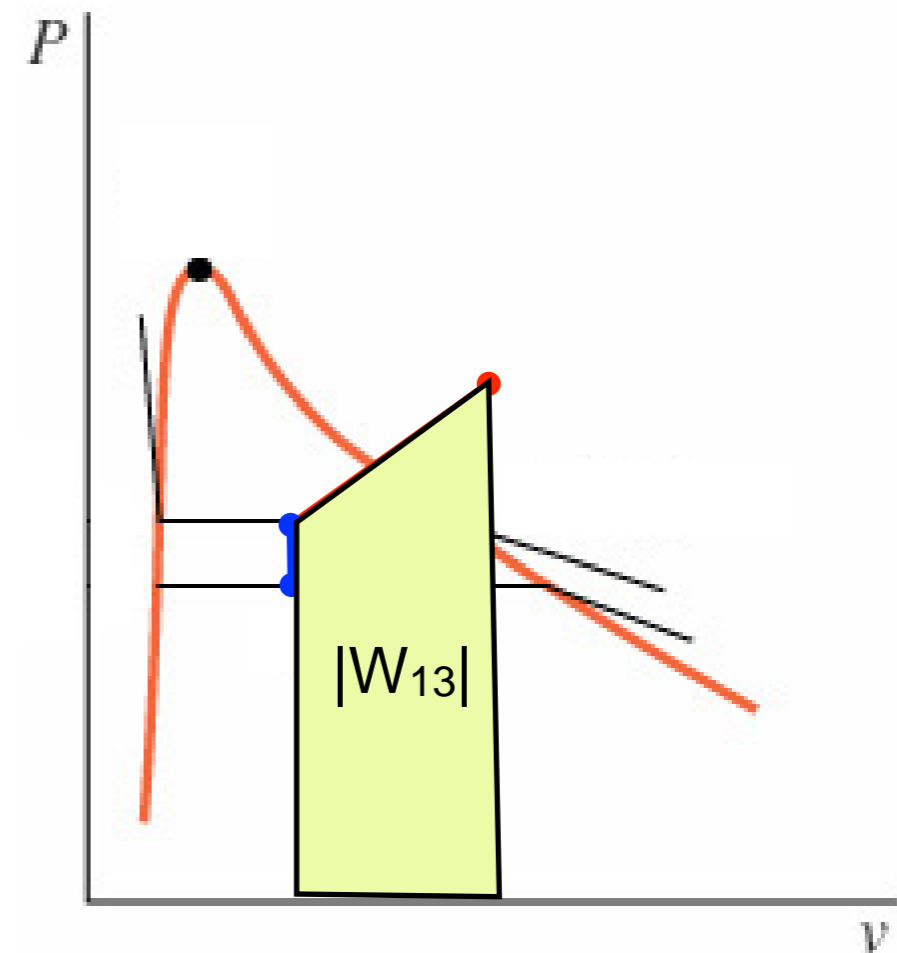
$T$	$v$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$u$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$h$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$s$ ( $\text{kJ/kg K}$ )	$v$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$u$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$h$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$s$ ( $\text{kJ/kg K}$ )	$v$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$u$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$h$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$s$ ( $\text{kJ/kg K}$ )
	$P = 200 \text{ kPa (120,23)}$				$P = 300 \text{ kPa (133,55)}$				$P = 400 \text{ kPa (143,63)}$			
Sat.	0,88573	2529,49	2706,63	7,1271	0,60582	2543,55	2725,30	6,9918	0,46246	2553,55	2738,53	6,8958
150	0,95964	2576,87	2768,80	7,2795	0,63388	2570,79	2760,95	7,0778	0,47084	2564,48	2752,82	6,9299
200	1,08034	2654,39	2870,46	7,5066	0,71629	2650,65	2865,54	7,3115	0,53422	2646,83	2860,51	7,1706
250	1,19880	2731,22	2970,98	7,7085	0,79636	2728,69	2967,59	7,5165	0,59512	2726,11	2964,16	7,3788
300	1,31616	2808,55	3071,79	7,8926	0,87529	2806,69	3069,28	7,7022	0,65484	2804,81	3066,75	7,5661
400	1,54930	2966,69	3276,55	8,2217	1,03151	2965,53	3274,98	8,0329	0,77262	2964,36	3273,41	7,8984
500	1,78139	3130,75	3487,03	8,5132	1,18669	3129,95	3485,96	8,3250	0,88934	3129,15	3484,89	8,1912
600	2,01297	3301,36	3703,96	8,7769	1,34136	3300,79	3703,20	8,5882	1,00555	3300,22	3702,44	8,4557
700	2,24426	3478,81	3927,66	9,0194	1,49573	3478,38	3927,10	8,8319	1,12147	3477,95	3926,53	8,6987
800	2,47539	3663,19	4158,27	9,2450	1,64994	3662,85	4157,83	9,0575	1,23722	3662,51	4157,40	8,9244
900	2,70643	3854,49	4395,77	9,4565	1,80406	3854,20	4395,42	9,2691	1,35288	3853,91	4395,06	9,1361
1000	2,93740	4052,53	4640,01	9,6563	1,95812	4052,27	4639,71	9,4689	1,46847	4052,02	4639,41	9,3360
1100	3,16834	4257,01	4890,68	9,8458	2,11214	4256,77	4890,41	9,6585	1,58404	4256,53	4890,15	9,5255
1200	3,39927	4467,46	5147,32	10,0262	2,26614	4467,23	5147,07	9,8389	1,69958	4466,99	5146,83	9,7059
1300	3,63018	4683,23	5409,26	10,1982	2,42013	4682,99	5409,03	10,0109	1,81511	4682,75	5408,80	9,8780

## Extra 1: Solução

### ◆ Diagrama P-v e o trabalho.



Processo a  $v$  constante



$$W_{13} = (P_3 + P_2)(V_3 - V_2)/2 = 175 \text{ kJ}$$



## Extra 1: Solução

### ◆ Cálculo do calor

Aplicando a 1ª Lei para o sistema, considerando sistema estacionário a variação da energia potencial desprezível em face da variação da energia interna:

$$U_3 - U_1 = Q_{1-3} - W_{1-3}$$

$$Q_{1-3} = m(u_3 - u_1) + W_{1-3}$$

$$Q_{1-3} = 1(3300,2 - 1033,5) + 175$$

$$Q_{1-3} = 2442\text{kJ}$$





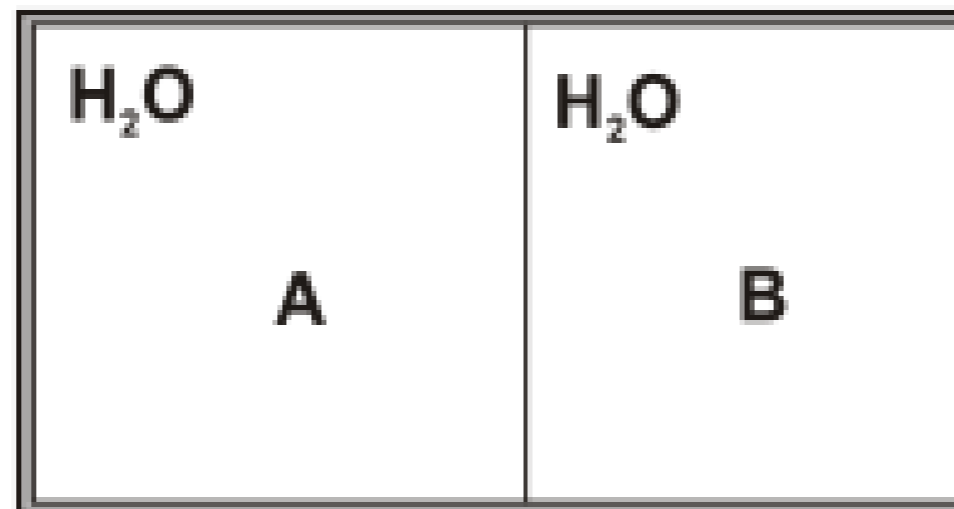
## Extra 1: Observações

- ◆ O sinal do trabalho é positivo pois temos o sistema realizando trabalho sobre a vizinhança;
- ◆ O sinal do calor é positivo pois transferimos para o sistema.



## Extra 2:

Um tanque rígido está dividido em dois compartimentos por uma membrana. Ambos os lados contêm água. O compartimento A, com volume de  $1 \text{ m}^3$ , está a  $400 \text{ kPa}$  e o fluido nele contido tem volume específico de  $1 \text{ m}^3/\text{kg}$ . O compartimento B contém  $0,5 \text{ kg}$  de água a  $100 \text{ kPa}$  e  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ . A membrana rompe, ocorrendo transferência de calor com o ambiente até que a água contida no tanque atinja uma temperatura uniforme de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ . Pede-se para determinar o calor transferido entre o fluido no tanque e o ambiente.





## Extra 2: Solução

### Hipóteses:

1. O sistema é a água contida no conjunto;
2. O trabalho de rompimento da membrana é nulo;
3. Os estados 1 e 2 são estados de equilíbrio;
4. Variação desprezível da energia potencial;
5. Sistema estacionário.



## Extra 2: Solução

◆ **Estado 1 / Volume A:** Definido, pois conhecemos  $v$  e  $P$ .

$$v_{A1} = 1 \text{ m}^3/\text{kg} \quad P_{A1} = 400 \text{ kPa}$$

Da tabela de saturação  $T_{\text{sat}} = 143,63^\circ\text{C}$  e  $v_v = 0,4265 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Como  $v_{A1} > v_v$ , temos **vapor superaquecido**.

Da tabela de vapor superaquecido com  $P = 400 \text{ kPa}$  e  $v = 1,0056 \text{ m}^3/\text{kg}$ , temos  $T_{A1} = 600^\circ\text{C}$  e  $u_{A1} = 3300,2 \text{ kJ/kg}$ .

**Tabela B.1.3**  
Vapor d'água superaquecido

$T$	$v$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$u$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$h$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$s$ ( $\text{kJ/kg K}$ )	$v$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$u$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$h$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$s$ ( $\text{kJ/kg K}$ )	$v$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	$u$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$h$ ( $\text{kJ/kg}$ )	$s$ ( $\text{kJ/kg K}$ )
$P = 200 \text{ kPa (120,23)}$				$P = 300 \text{ kPa (133,55)}$				$P = 400 \text{ kPa (143,63)}$				
Sat.	0,88573	2529,49	2706,63	7,1271	0,60582	2543,55	2725,30	6,9918	0,46246	2553,55	2738,53	6,8958
150	0,95964	2576,87	2768,80	7,2795	0,63388	2570,79	2760,95	7,0778	0,47084	2564,48	2752,82	6,9299
200	1,08034	2654,39	2870,46	7,5066	0,71629	2650,65	2865,54	7,3115	0,53422	2646,83	2860,51	7,1706
250	1,19880	2731,22	2970,98	7,7085	0,79636	2728,69	2967,59	7,5165	0,59512	2726,11	2964,16	7,3788
300	1,31616	2808,55	3071,79	7,8926	0,87529	2806,69	3069,28	7,7022	0,65484	2804,81	3066,75	7,5661
400	1,54930	2966,69	3276,55	8,2217	1,03151	2965,53	3274,98	8,0329	0,77262	2964,36	3273,41	7,8984
500	1,78139	3130,75	3487,03	8,5132	1,18669	3129,95	3485,96	8,3250	0,88934	3129,15	3484,89	8,1912
600	2,01297	3301,36	3703,96	8,7769	1,34136	3300,79	3703,20	8,5882	1,00555	3300,22	3702,44	8,4557
700	2,24426	3478,81	3927,66	9,0194	1,49573	3478,38	3927,10	8,8319	1,12147	3477,95	3926,53	8,6987



## Extra 2: Solução

◆ **Estado 1 / Volume B:** Definido, pois conhecemos T e P.

$$T_{B1} = 150^{\circ}\text{C} \quad P_{B1} = 100 \text{ kPa}$$

Da tabela de saturação  $T_{B1} > T_{\text{sat}}$  a 100 kPa temos **vapor superaquecido**.

Da tabela de vapor superaquecido  $v_{B1} = 1,9364 \text{ m}^3/\text{kg}$  e  $u_{B1} = 2582,7 \text{ kJ/kg}$ .

Calculamos então  $m_{A1} = 1 \text{ kg}$  e  $V_{B1} = 0,9682 \text{ m}^3$ .



## Extra 2: Solução

◆ **Estado 2:** Definido, pois conhecemos T e v.

$$T_2 = 100^\circ\text{C} \quad v_2 = 1,9682 / 1,5 = 1,31 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Da tabela de saturação com  $T_2 = 100^\circ\text{C}$  ( $P_{\text{sat}} = 101,35 \text{ kPa}$ )  $v_l = 0,001044$  e  $v_v = 1,6729 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Como  $v_l < v_2 < v_v$ , temos **líquido + vapor**. Logo  $P_2 = P_{\text{sat}}$ .

Aproveitamos a oportunidade para buscar da tabela  $u_l = 418,91$  e  $u_v = 2506,5 \text{ kJ/kg}$ .

O título pode ser prontamente calculado,  $x_2 = (v_2 - v_l) / (v_v - v_l) = 0,784$

E a energia interna da mistura é por  $u_2 = (1 - x_2)u_l + x_2u_v = 2055,6 \text{ kJ/kg}$



## Extra 2: Solução

### ◆ Cálculo do calor

Aplicando a 1ª Lei para o sistema A + B:

$$U_2 - (U_{A1} + U_{B1}) = Q_{1-2} - W_{1-2}$$

$$Q_{1-2} = m_2 u_2 - m_{A1} u_{A1} - m_{B1} u_{B1}$$

$$Q_{1-2} = -1508 \text{ kJ}$$





# Exercícios

Extra 3 (4.82 da lista de exercícios):

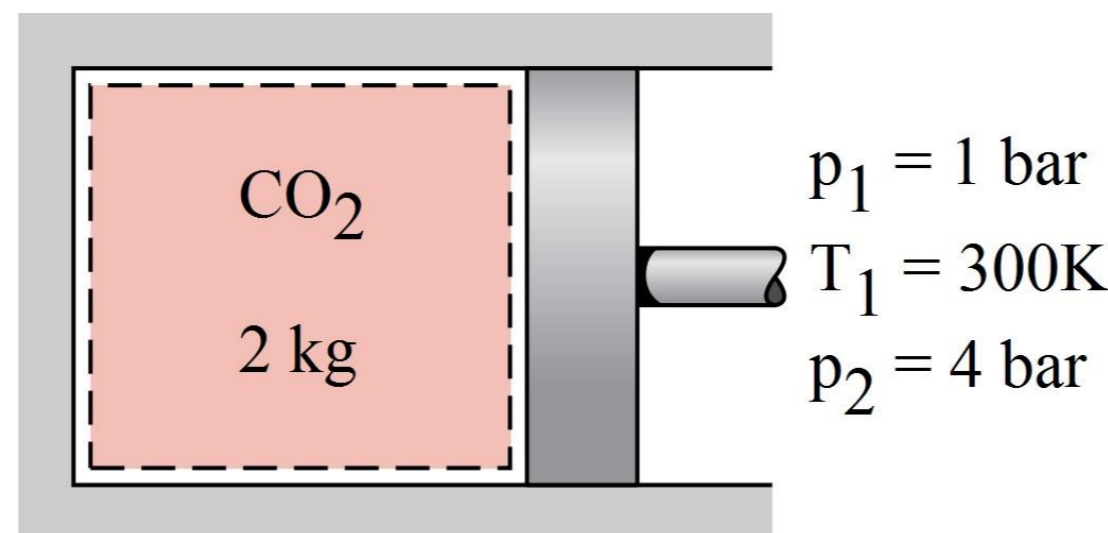
Um sistema consiste de 2 kg de dióxido de carbono inicialmente no estado um, onde  $p_1 = 1$  bar,  $T_1 = 300$ K. O sistema é submetido a um ciclo motor consistindo nos seguintes processos:

**Processo 1-2:** volume constante para  $p_2 = 4$  bar

**Processo 2-3:** expansão com  $pV^{1,28} = \text{constante}$

**Processo 3-1:** compressão a pressão constante

Admitindo modelo de gás ideal e desprezando os efeitos das energias cinética e potencial, (a) esboce o ciclo em um diagrama p-v e (b) determine a eficiência térmica do ciclo.







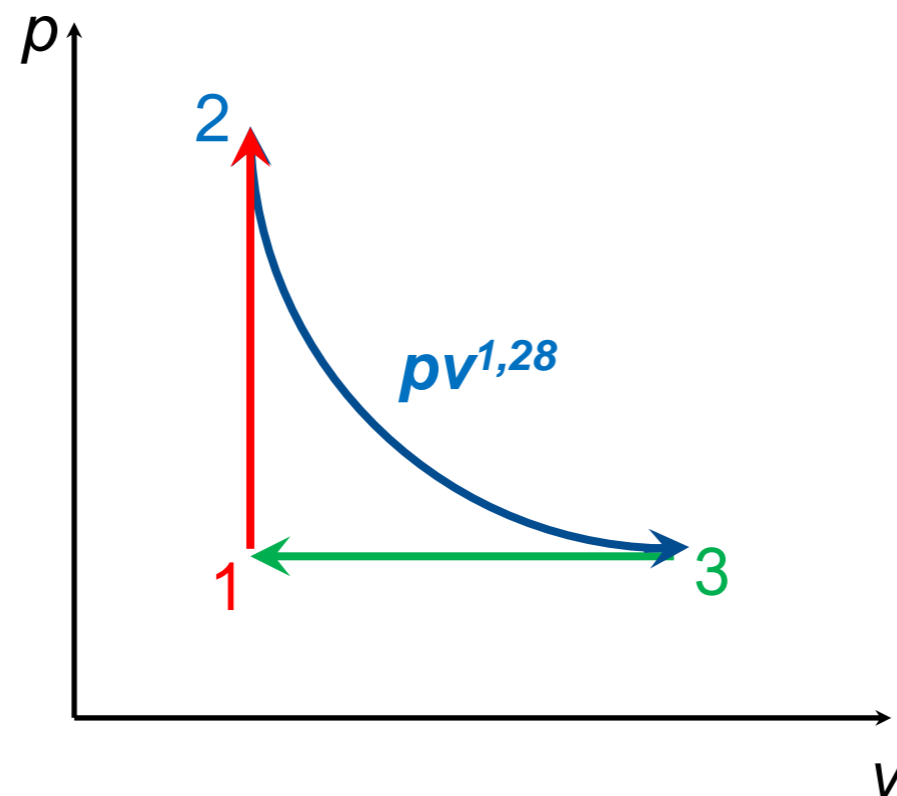
## Extra 3: Solução

### Hipóteses:

1. O sistema é o  $\text{CO}_2$  contido no cilindro;
2. O  $\text{CO}_2$  se comporta como gás perfeito;
3. O processo 2-3 segue a relação  $pV^{1,28} = \text{cte}$ ;
4. Variação desprezível das energias cinética e potencial.

## Extra 3: Solução

(a) A partir das informações sobre os processos que compõem o ciclo, temos:





## Extra 3: Solução

(b) Para avaliar a eficiência do ciclo, vamos precisar determinar as transferências de calor e trabalho nos três processos, pois essa eficiência é dada por:

$$\eta_{\text{ciclo}} = W_{\text{líquido}} / Q_{\text{fornecido}}$$

onde

$$W_{\text{líquido}} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-1}$$



## Extra 3: Solução

Para o processo 1-2: como o volume é constante, temos que  $W_{1-2} = 0$ .

Já para os processos 2-3 e 3-1, temos:

$$W_{2-3} = \int_2^3 p dV = m \frac{(p_3 v_3 - p_2 v_2)}{1-n} = m \underbrace{\frac{R(T_3 - T_2)}{1-n}}_{\text{(gás perfeito)}}$$

$$W_{3-1} = \int_3^1 p dV = m p_3 (v_1 - v_3) = \underbrace{m R (T_1 - T_3)}_{\text{(gás perfeito)}}$$

## Extra 3: Solução

Da hipótese de que o  $\text{CO}_2$  é gás perfeito vem:

$$\begin{aligned} \text{processo} & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} pV = mRT \\ V = \text{constante} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \\ 1-2 & \\ & \Rightarrow T_2 = \left( \frac{p_2}{p_1} \right) T_1 \Rightarrow T_2 = 1200\text{K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{processo} & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} pV = mRT \\ pV^n = \text{constante} \end{array} \right\} \Rightarrow T_3 = T_2 \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{(n-1)/n} \Rightarrow T_3 = 886\text{K} \\ 2-3 & \end{aligned}$$



## Extra 3: Solução

Com os valores de  $T_2$  e  $T_3$ , podemos calcular  $W_{2-3}$  e  $W_{3-1}$ :

$$W_{2-3} = m \frac{R(T_3 - T_2)}{1 - n} = 2 \frac{0,1889(886 - 1200)}{1 - 1,28} = 423,7 \text{ kJ}$$

$$W_{3-1} = mR(T_1 - T_3) = 2 \cdot 0,1889(300 - 886) = -221,4 \text{ kJ}$$



## Extra 3: Solução

Aplicando agora a Primeira Lei da Termodinâmica para os processos 1-2, 2-3 e 3-1:

$$m(u_2 - u_1) = Q_{1-2} - \underbrace{W_{1-2}}_{=0} \Rightarrow Q_{1-2} = m(u_2 - u_1)$$

$$m(u_3 - u_2) = Q_{2-3} - W_{2-3} \Rightarrow Q_{2-3} = m(u_2 - u_1) + W_{2-3}$$

$$m(u_1 - u_3) = Q_{3-1} - W_{3-1} \Rightarrow Q_{3-1} = m(u_1 - u_3) + W_{3-1}$$





## Extra 3: Solução

Com os valores de  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , podemos obter os valores de  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$  na Tabela A.8:

$$u_1 = 157,70 \text{ kJ/kg} \rightarrow$$

$$\text{interpolação: } u_3 = 663,43 \text{ kJ/kg} \rightarrow$$

$$u_2 = 996,64 \text{ kJ/kg} \rightarrow$$

$T$ (K)	Dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ )		
	$u$ (kJ/kg)	$h$ (kJ/kg)	$S_T^0$ (kJ/kg $\times$ K)
200	97,49	135,28	4,5439
250	126,21	173,44	4,7139
300	157,70	214,38	4,8631
350	191,78	257,90	4,9972
400	228,19	303,76	5,1196
450	266,69	351,70	5,2325
500	307,06	401,52	5,3375
550	349,12	453,03	5,4356
600	392,72	506,07	5,5279
650	437,71	560,51	5,6151
700	483,97	616,22	5,6976
750	531,40	673,09	5,7761
800	579,89	731,02	5,8508
850	629,35	789,93	5,9223
900	676,69	849,72	5,9906
950	730,85	910,33	6,0561
1000	782,75	971,67	6,1190
1100	888,55	1096,36	6,2379
1200	996,64	1223,34	6,3483



## Extra 3: Solução

Tendo determinado  $W_{2-3}$ ,  $W_{3-1}$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ , podemos determinar:

$$Q_{1-2} = m(u_2 - u_1) = 2(996,64 - 157,7) = 1677,9 \text{ kJ}$$

$$Q_{2-3} = m(u_3 - u_2) + W_{2-3} = 2(663,43 - 996,64) + 423,7 = -242,7 \text{ kJ}$$

$$Q_{3-1} = m(u_1 - u_3) + W_{3-1} = 2(157,7 - 663,43) - 221,4 = -1232,9 \text{ kJ}$$



## Extra 3: Solução

Como  $Q_{2-3}$  e  $Q_{3-1}$  são negativos (transferidos do sistema para o meio externo), concluímos que  $Q_{\text{fornecido}} = Q_{1-2}$ . Assim:

$$\eta = \frac{W_{\text{líquido}}}{Q_{\text{fornecido}}} = \frac{W_{2-3} + W_{3-1}}{Q_{1-2}} = \frac{423,7 + (-221,4)}{1677,9}$$

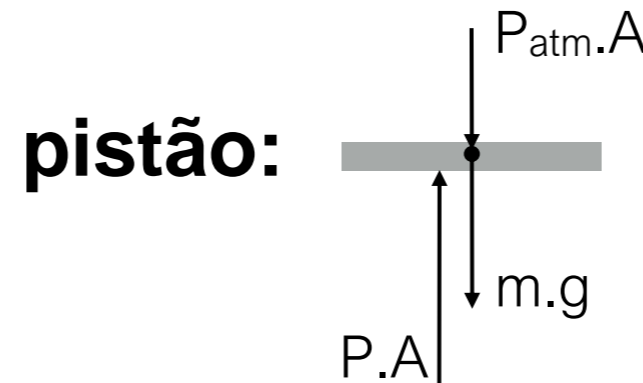
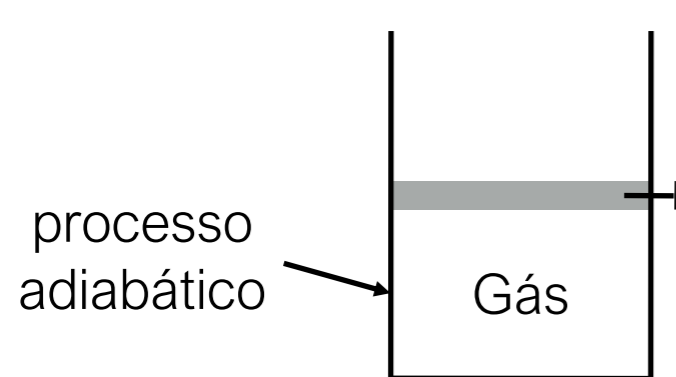
$$\eta = 0,121 \text{ (12,1\%)}$$

Sugestão: refaça os cálculos para  $p_2/p_1$  variando de 1,05 a 4 e trace a curva  $\eta = f(p_2/p_1)$

# Extra: demonstração $PV^k = \text{cte}$



Considere um gás contido em um conjunto cilindro-pistão:



$$ma = (P - P_{atm})A - mg$$

1ª lei para gás na forma diferencial (calores específicos constantes):

$$dU = \delta Q - \delta W$$

$$\Rightarrow dU = -\delta W$$

$$\Rightarrow mc_v dT = -Pd\forall$$

Processo  
Adiabático

Processo  
Quase-estático



# Extra: demonstração $PV^k = \text{cte}$

**1ª lei para gás na forma diferencial:**

$$mc_v d\left(\frac{P\forall}{mR}\right) = -Pd\forall \Rightarrow \frac{mc_v}{mR} d(P\forall) = -Pd\forall$$

$$\frac{c_v}{R} d(P\forall) = -Pd\forall \Rightarrow d(P\forall) = -\left(\frac{c_p - c_v}{c_v}\right) Pd\forall \Rightarrow d(P\forall) = (1 - k) Pd\forall$$

$$\forall dP + Pd\forall = (1 - k) Pd\forall \Rightarrow \forall dP = -kPd\forall \Rightarrow \frac{dP}{P} = -k \frac{d\forall}{\forall}$$

$$\int_1^2 \frac{dP}{P} = -k \int_1^2 \frac{d\forall}{\forall} \Rightarrow P_1 \forall_1^k = P_2 \forall_2^k$$

Portanto, a partir da 1ª lei verificamos que um processo adiabático e quase-estático de um gás perfeito com calores específicos constantes é um caso particular de processo politrópico com

$$\mathbf{n = k = c_p/c_v}$$