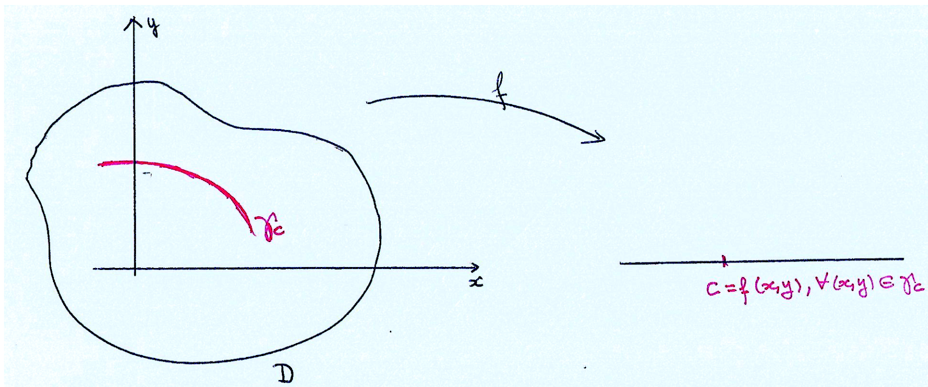
Lista 4 - MAT-2464

Considere $D \subseteq \mathbb{R}^2$, $c \in \mathbb{R}$ e uma função $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$, $z = f(x, y)$.

A curva de nível c da função f é o conjunto γ_c de todos os pontos (x, y) do domínio de f cuja imagem é c.

$\gamma_c = \{(x, y) \in D : f(x, y) = c\}$



(I) Desenhe as curvas de nível e esboce o gráfico:

(1) $f(x, y) = x^2 + y^2$

(2) $f(x, y) = 2 + x^2 + y^2$

(3) $z = 1 - x - y$

(4) $g(x, y) = 1 - x^2 - y^2$

(5) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

(6) $h(x, y) = 2 - x^2$

(7) $f(x, y) = arctg(x^2 + y^2)$

(8) $z = xy$

(9) $\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$

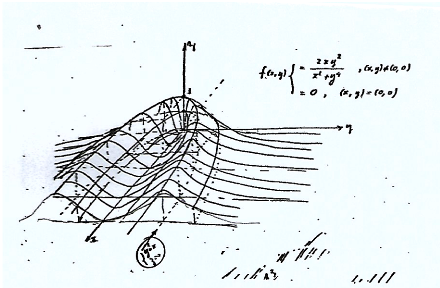
(10) $z = x$

(II) Seja $z = f(x, y)$, com $(x, y) \in D_f$, e $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$, com $c_1 \neq c_2$. É possível que as curvas de nível γ_{c_1} e γ_{c_2} tenham ponto em comum ? Justifique sua resposta.

(III) Suponhamos que a função $f(x, y) = x + 2y$ represente uma distribuição de temperatura no plano xy.

(i) Desenhe a isoterma correspondente à temperatura de 1°C e (-1)°C.

(ii) Determine o ponto de mais baixa temperatura e o ponto de mais alta temperatura na região definida por $x^2 + y^2 \leq 4$.



(IV) Seja $f(x,y) = \dfrac{2xy^2}{x^2+y^4}$.

(i) Desenhe a curva de nível zero da função f.

(ii) Desenhe a curva de nível 1 da função f.

(iii) Desenhe a curva de nível 1/2 da função f.

(iv) Considere $k > 0$ e a função $z(t) = \dfrac{2kt^2}{k^2+t^4}$ (é a função f definida sobre a reta dada por $x = k$, $y = t$). Esboce o gráfico de $z(t)$.

O esboço acima é do gráfico da função do exercício (IV), desenhada pelo saudoso professor Trajano Couto Machado, quando ainda não havia tantos recursos tecnológicos.