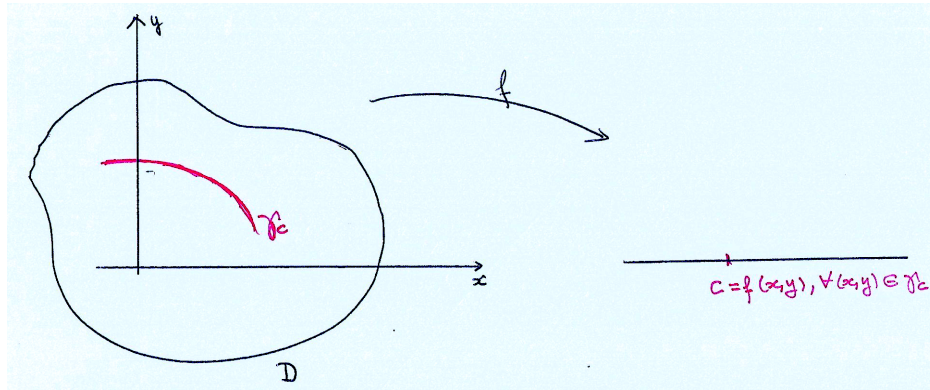


## Lista 4 - MAT-2454

Considere  $D \subseteq \mathbb{R}^2$ ,  $c \in \mathbb{R}$  e uma função  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $z = f(x, y)$ .

A curva de nível  $c$  da função  $f$  é o conjunto  $\gamma_c$  de todos os pontos  $(x, y)$  do domínio de  $f$  cuja imagem é  $c$ .

$$\gamma_c = \{(x, y) \in D : f(x, y) = c\}$$



(I) Desenhe as curvas de nível e esboce o gráfico:

(1)  $f(x, y) = x^2 + y^2$

(2)  $f(x, y) = 2 + x^2 + y^2$

(3)  $z = 1 - x - y$

(4)  $g(x, y) = 1 - x^2 - y^2$

(5)  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

(6)  $h(x, y) = 2 - x^2$

(7)  $f(x, y) = \arctg(x^2 + y^2)$

(8)  $z = xy$

(9)  $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$

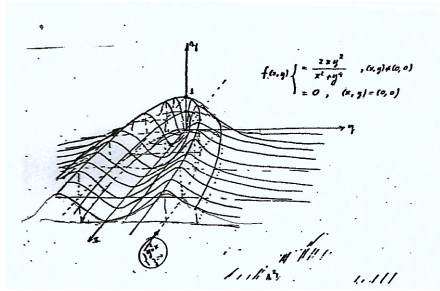
(10)  $z = x$

(II) Seja  $z = f(x, y)$ , com  $(x, y) \in D_f$ , e  $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ , com  $c_1 \neq c_2$ . É possível que as curvas de nível  $\gamma_{c_1}$  e  $\gamma_{c_2}$  tenham ponto em comum? Justifique sua resposta.

(III) Suponhamos que a função  $f(x, y) = x + 2y$  represente uma distribuição de temperatura no plano  $xy$ .

(i) Desenhe a isoterma correspondente à temperatura de  $1^\circ\text{C}$  e  $(-1)^\circ\text{C}$ .

(ii) Determine o ponto de mais baixa temperatura e o ponto de mais alta temperatura na região definida por  $x^2 + y^2 \leq 4$ .



(IV) Seja  $f(x, y) = \frac{2xy^2}{x^2 + y^4}$ .

- (i) Desenhe a curva de nível zero da função  $f$ .
- (ii) Desenhe a curva de nível 1 da função  $f$ .
- (iii) Desenhe a curva de nível  $1/2$  da função  $f$ .
- (iv) Considere  $k > 0$  e a função  $z(t) = \frac{2kt^2}{k^2 + t^4}$  (é a função  $f$  definida sobre a reta dada por  $x = k, y = t$ ). Esboce o gráfico de  $z(t)$ .

O esboço acima é do gráfico da função do exercício (IV), desenhada pelo saudoso professor Trajano Couto Machado, quando ainda não havia tantos recursos tecnológicos.