

Introdução à Física de Plasmas e Fusão Nuclear

Lista 1 - entrega: 13/09/2023

- A lista deve ser entregue em mãos até a data estipulada, podendo ser resolvida à lápis, caneta ou em LaTeX (impressa).
- Atenção às unidades de medida nas questões numéricas.
- Explícite os passos intermediários. Exercícios complexos que contenham somente a resposta final serão anulados.

1. Obtenha a densidade (em m^{-3}) de um gás ideal sob as seguintes condições:

- (a) A 0°C de temperatura e 760 Torr de pressão (1 Torr = 1 mmHg). Este é o chamado número de Loschmidt.
- (b) Em um vácuo de 10^{-3} Torr a temperatura ambiente (20°C). É útil aos experimentais saberem esse número de cor (10^{-3} Torr = $1\ \mu$).

2. Obtenha a constante A para a Maxwelliana unidimensional normalizada

$$\hat{f}(u) = A \exp\left(\frac{-mu^2}{2k_B T}\right) \quad (1)$$

tal que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(u) du = 1 \quad (2)$$

3. Considere duas placas paralelas infinitas posicionadas em $x = \pm d$, a um potencial $\phi = 0$. O espaço entre elas é preenchido uniformemente por um gás de densidade n de partículas de carga q .

- (a) Usando a equação de Poisson, mostre que a distribuição de potencial entre as placas é

$$\phi = \frac{nq}{2\epsilon_0}(d^2 - x^2) \quad (3)$$

- (b) Mostre que para $d > \lambda_D$ a energia necessária para transportar uma partícula de uma placa ao plano $x = 0$ é maior que a média da energia cinética das partículas.

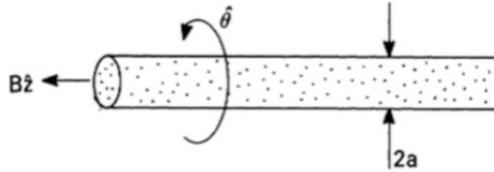
4. Obtenha λ_D e N_D para os seguintes casos:

- (a) Uma descarga luminescente, com $n = 10^{16} m^{-3}$, $k_B T_e = 2 eV$.
- (b) A ionosfera terrestre, com $n = 10^{12} m^{-3}$, $k_B T_e = 0.1 eV$.
- (c) Um θ -pinch, com $n = 10^{23} m^{-3}$, $k_B T_e = 800 eV$

5. Um condutor esférico de raio a é imerso em um plasma uniforme e carregado a um potencial ϕ_0 . Os elétrons mantêm-se Maxwellianos e descolam-se para formar uma blindagem de Debye. Os íons, entretanto, mantêm-se estacionários no intervalo de tempo do experimento.

- (a) Assumindo $e\phi/k_B T_e \ll 1$, escreva a equação de Poisson para esse problema em termos de λ_D .
- (b) Mostre que a equação é satisfeita por uma função da forma e^{-kr}/r . Determine k e obtenha uma expressão para $\phi(r)$ em termos de a , ϕ_0 e λ_D .

6. Um feixe de elétrons não neutralizado tem densidade $n_e = 10^{14} m^{-3}$, raio $a = 1 cm$ e flui ao longo de um campo magnético de $2 T$. Se \mathbf{B} aponta na direção $+z$ e \mathbf{E} é o campo eletrostático devido a carga do feixe, calcule a magnitude e a direção da deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ em $r = a$.



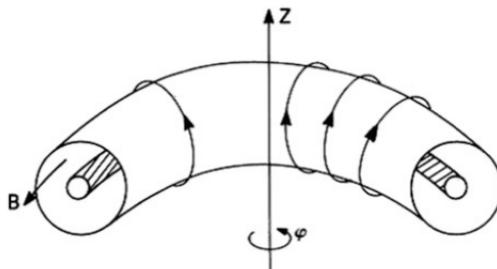
7. Suponha que o campo magnético da terra seja de $3 \times 10^{-5} T$ no equador e caia com $1/r^3$, como em um dipolo perfeito. Tomemos uma distribuição isotrópica de prótons com $1 eV$ e de elétrons com $30 keV$, ambos com densidade $n = 10^7 m^{-3}$, no plano equatorial, a uma distância r equivalente a 5 vezes o raio da terra.

- (a) Obtenha as velocidades de deriva ∇B para íons e para elétrons.
- (b) A deriva dos elétrons aponta para o leste ou para o oeste do globo?
- (c) Quanto tempo leva um elétron para completar uma volta ao redor do globo?
- (d) Calcule a densidade de corrente no anel de partículas em A/m^2 .

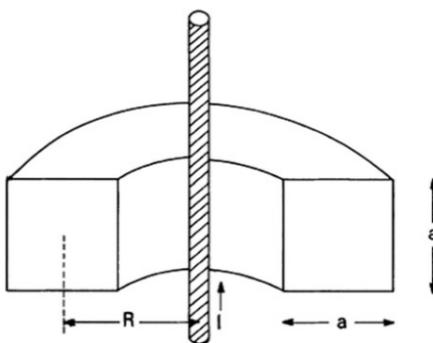
Obs.: A deriva de curvatura não é desprezável nesse sistema, entretanto, você deve ignorá-la nesse exercício.

8. Um plasma de hidrogênio sem colisões é confinado a um toro no qual bobinas externas geram um campo magnético \mathbf{B} ao longo da direção ϕ , conforme ilustra a figura. O plasma é inicialmente Maxwelliano a $k_B T = 1 keV$. No instante $t = 0$, B é igual a $1 T$ e é gradualmente elevado a $3 T$ num intervalo de $100 \mu s$, comprimindo o plasma.

- (a) Mostre que o momento magnético μ permanece invariante para íons e elétrons.
- (b) Calcule as temperaturas T_{\parallel} e T_{\perp} após a compressão.



9. Um plasma uniforme é criado em uma câmara toroidal com seção quadrada, como ilustrada. O campo magnético é gerado por uma corrente \mathbf{I} ao longo do eixo de simetria. As dimensões do sistema são $a = 1\text{ cm}$ e $R = 10\text{ cm}$. O plasma é Maxwelliano a $k_B T = 100\text{ eV}$ e tem densidade $n = 10^{19}\text{ m}^{-3}$. Não há campo elétrico.



- (a) Faça um esboço das orbitas para íons e elétrons com $v_{\parallel} = 0$ deslocando-se no campo \mathbf{B} não uniforme
 (b) Calcule a razão de acumulo de carga (em coulombs por segundo) na placa superior da câmara devido às derivas $\mathbf{v}_{\nabla B}$ e \mathbf{v}_R combinadas. O campo magnético no centro da câmara é de 1 T , e você deve tomar a aproximação $R \gg a$ quando necessária.

10. Mostre que as seguintes expressões são redundantes no conjunto de equações de Maxwell:

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} &= n_i q_i + n_e q_e \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Dica: utilize a lei de Ampère e a lei de Faraday.

11. Um plasma isotérmico é confinado entre planos localizados em $x = \pm a$ em um campo magnético $\mathbf{B} = B_0 \hat{z}$. A distribuição de densidade é dada por

$$n = n_0(1 - x^2/a^2) \quad (5)$$

- (a) Encontre uma expressão para a velocidade de deriva diamagnética \mathbf{v}_{De} em função de x .
 (b) Faça um diagrama contendo o perfil de densidade e a direção de \mathbf{v}_{De} em ambos os lados do plano $x = 0$, com \mathbf{B} apontando para fora do papel.

(c) Obtenha \mathbf{v}_{De} em $x = a/2$ para $B = 0.2T$, $k_B T_e = 2 eV$ e $a = 4 cm$.

12. Uma coluna de plasma cilíndrica e simétrica imersa em um campo magnético \mathbf{B} tem

$$n(r) = n_0 \exp(-r^2/r_0^2) \quad \text{e} \quad n_i = n_e = n_0 \exp(e\phi/k_B T_e). \quad (6)$$

- (a) Mostre que as velocidades de deriva \mathbf{v}_E e \mathbf{v}_{De} são iguais e opostas
- (b) Mostre que o plasma rotaciona tal qual um corpo rígido.
- (c) No referencial que rotaciona com velocidade \mathbf{v}_E , algumas ondas de plasma propagam-se com velocidade de fase $\mathbf{v}_\phi = 0.5 \mathbf{v}_{De}$. Qual o valor de \mathbf{v}_ϕ no referencial do laboratório? Esboce um diagrama do plano $r - \theta$, desenhe setas indicando as direções e magnitudes relativas de \mathbf{v}_E , \mathbf{v}_{De} , \mathbf{v}_ϕ no referencial do laboratório.