

# ELETROMAGNETISMO

---

Prof. Dr. Josemir C. Santos  
2020

# MAGNETOSTÁTICA *(História)*

- *Hans Christian Oersted*, descobriu em 1820, durante uma aula de laboratório a ligação entre o Magnetismo e a Eletricidade.
- A publicação de suas experiências provocou uma explosão de atividades científicas.
- Outros pesquisadores, como *Ampère* e *Henry* perceberam que o Eletromagnetismo poderia mudar o mundo tanto quanto a máquina a vapor. Confirmado com a invenção do motor elétrico.
- Estudos com produção de campos magnéticos em estruturas ferromagnéticas, devido à alta permeabilidade daqueles materiais, permitiam o estabelecimento de campos magnéticos elevados.

# MAGNETOSTÁTICA - ELETROÍMÃS

- Primeira aplicação das estruturas ferromagnéticas => construção dos ELETROÍMÃS,
- 1ª demonstração em 23/05/1825 na *Royal Society of Arts* por *William Sturgeon*. Barra cilíndrica de ferro curvada e envernizada envolvida com uma bobina condutora de fios não isolados, conseguiu levantar 3600 gramas.
- Seu aluno *James Prescott Joule* reconstruiu o eletroímã, usando fios isolados, conseguindo levantar uma massa de 20 kg.
- Inconformado *Sturgeon* construiu em 1830 um eletroímã capaz de levantar 550 kg.
- Um rival do outro lado do Atlântico, *Joseph Henry* da Universidade de Yale. construiu um eletroímã de apenas 30 kg capaz de levantar uma tonelada.
- Em 1840, *Joule*, construiu um novo tipo de eletroímã, que possuía mais de dois polos, de apenas 5,5 kg, que levantou 1200 kg.
- eletroímãs apareceram em grande número nos laboratórios de pesquisas, em reuniões aristocráticas e até em cirurgias.
- Os eletroímãs tiveram participação decisiva no desenvolvimento industrial, sobretudo na siderurgia e nas minas extrativas.

# PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA

- Explicadas em termos de movimento de elétrons e das cargas positivas associadas aos átomos e moléculas
  - elétron descrevendo sua órbita comporta-se como anel elementar de corrente elétrica => campo magnético elementar associado.
  - rotação do elétron => campo magnético elementar associado ao spin.
  - rotação do núcleo => “spin nuclear” desprezível para as propriedades magnéticas dos materiais
- A ação simultânea destes campos elementares é traduzida num comportamento magnético da matéria
- **Resultado teórico e experimental:** qualquer substância sob ação de um campo magnético comporta-se de uma das três formas: Diamagnéticamente, Paramagnéticamente ou Ferromagnéticamente.

# PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA

- **Substâncias Diamagnéticas:** magnetizam-se **fracamente** em **oposição** ao campo impresso. Varia diretamente com a intensidade do campo mas independe da temperatura. Exemplos : Cu, Ag, Zn, Bi, Au, etc.;
- **Substâncias Paramagnéticas:** tornam-se **fracamente** magnetizadas **na direção** do campo impresso. Comportamento proporcional ao campo impresso e inversamente com a temperatura. Exemplos: Pt, Mg, Al, Cr, etc.;
- **Substâncias Ferromagnéticas:** ficam **fortemente** magnetizadas **na direção** do campo impresso. Este comportamento, em geral, não é diretamente proporcional ao campo impresso e varia inversamente com a temperatura. Exemplos de substâncias ferromagnéticas: Fe, Co, Ni.

# PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA

- **PERMEABILIDADE MAGNÉTICA:** propriedade que caracteriza o comportamento magnético de uma substância, representada pela letra grega  $\mu$  ( $\mu$ ), no sistema internacional tem a dimensão Henry/metro.
- A menor permeabilidade é a do ar (ou vácuo):  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  ( $H / m$ ), representa a dificuldade de estabelecer campos magnéticos no ar.
- A permeabilidade  $\mu$  dos materiais diamagnéticos e paramagnéticos difere muito pouco da permeabilidade do ar, ( $\mu = \mu_0$ ).
- Em materiais ferromagnéticos:
  - $B$  e  $H$ , embora tenham a mesma direção, não são diretamente proporcionais, visto que a permeabilidade  $\mu$  nestes materiais é função do campo magnético  $B$ .
  - a permeabilidade relativa  $\mu_R = \mu / \mu_0$  pode, ser elevada.
  - A relação entre  $B$  e  $H$  é conhecida como **curva de magnetização**.

# *PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA*

## **Ferromagnetismo:**

- Cada átomo tem um momento de dipolo relativamente grande causado por momentos de spin não compensados.
- Forças interatômicas obrigam estes momentos a se alinharem de modo paralelo em **regiões** denominadas **domínios**, com grande variedade de formas e tamanhos.
- Materiais ferromagnéticos virgens tem domínios com momentos magnéticos com direções variadas e que se cancelam.

# *PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA*

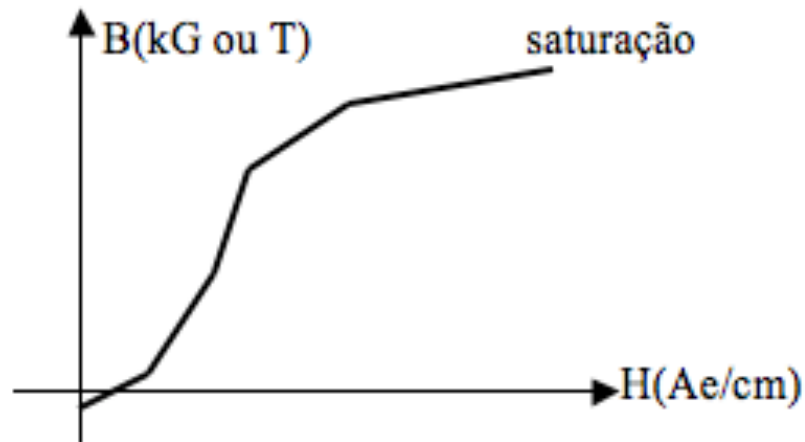
## **Ferromagnetismo:**

- Sob a ação de campos externos os domínios que tem momentos na direção do campo crescem às custas de seus vizinhos e o campo magnético cresce fortemente em relação ao campo externo.
- Quando o campo externo é removido, o alinhamento dos domínios totalmente aleatório inicial não é atingido e um campo de dipolo residual (ou remanente) permanece na estrutura macroscópica.
- O alinhamento dos momentos de todos os domínios magnéticos com o campo aplicado externo determina a saturação do material .

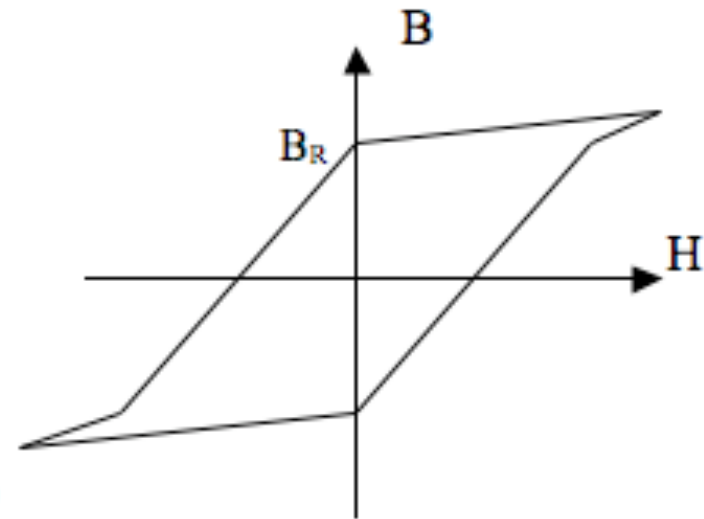


# PROPRIEDADES MAGNÉTICAS DA MATÉRIA

- **Ferromagnetismo**



Curva Normal de Magnetização



Ciclo de Histerese

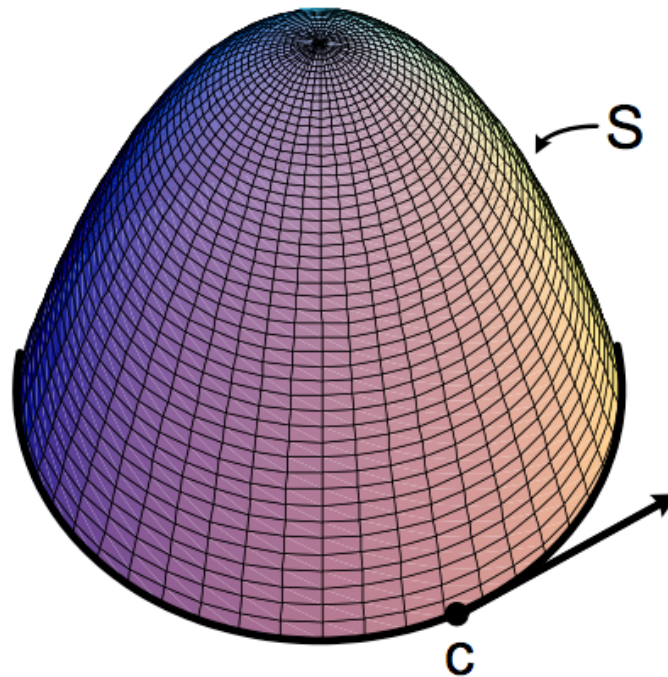
# CIRCUITO MAGNÉTICO

## Lei Circuital de *Ampère*:

- *A circuitação (integral de linha num contorno fechado) do vetor campo magnético é diretamente proporcional à quantidade de corrente concatenada com o contorno sobre o qual foi efetuada a circuitação.*
- A pergunta é: O que significa corrente concatenada com um contorno?

# CIRCUITO MAGNÉTICO

- **Lei Circuital de *Ampère*:**
- A Figura abaixo mostra um contorno  $C$ , orientado, sobre o qual se apoia uma superfície qualquer  $S$ .



# CIRCUITO MAGNÉTICO

- **Lei Circuital de Ampère:**
- Corrente concatenada com um contorno é a corrente elétrica que cruza uma superfície *qualquer* apoiada no contorno e é envolvida por este.
- As correntes concatenadas são  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_4$  (três vezes). Note que  $i_3$  não é concatenada por não cruzar uma superfície *qualquer* apoiada em C.

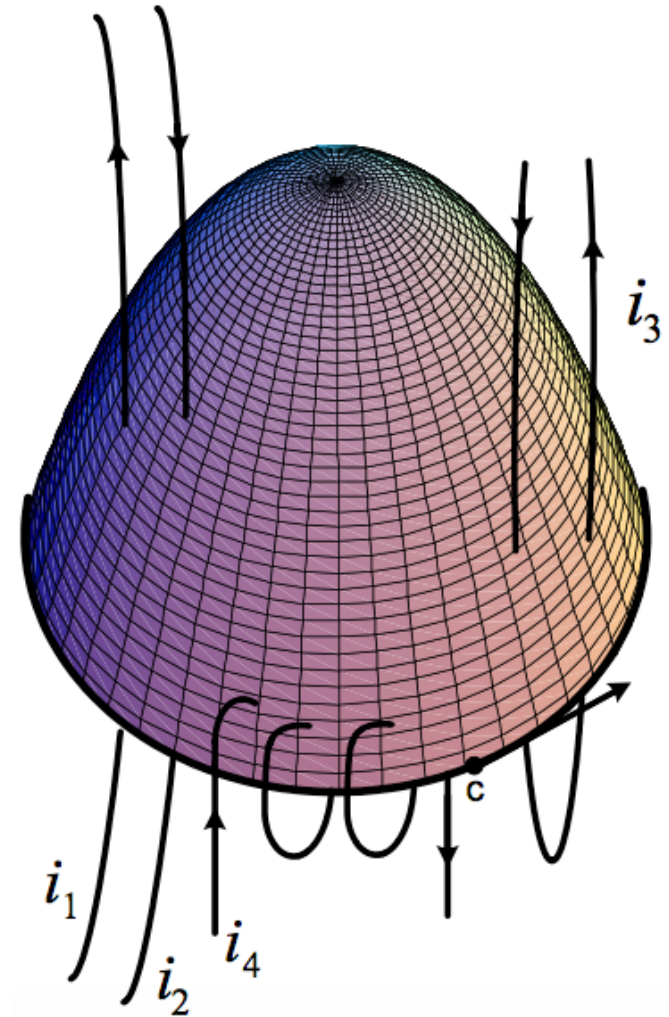


Figura 5.2

# CIRCUITO MAGNÉTICO

- À corrente concatenada é também atribuído um sinal vinculado à orientação (arbitrária) do contorno C
- Com a orientação do contorno estabelecida, orienta-se a normal a um ponto qualquer na superfície nele apoiada aplicando-se a regra da mão direita, de modo que os dedos da mão, exceto o polegar, acompanham a orientação do contorno resultando um sentido para a normal concordante com o sentido do polegar.
- Estabelecidas estas orientações, contabiliza-se como positiva a corrente concatenada com o contorno cujo sentido é concordante com o sentido da normal à superfície e negativa em caso contrário.

# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Assim sendo, para a distribuição de corrente mostrada na Figura 5.2, a totalidade das correntes concatenadas ( $i$ ) com aquele contorno é dada por:

$$i = i_1 - i_2 - 3.i_4$$

- a representação matemática da Lei Circuital de *Ampère* é dada por:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_t$$

- Como as experiências foram realizadas no ar, a constante de proporcionalidade  $\mu_0$  recebeu o nome de permeabilidade magnética do ar (ou vácuo).

# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Com os estudos do eletromagnetismo envolvendo os materiais ferromagnéticos, nos quais a permeabilidade magnética  $\mu$  é dependente do campo magnético  $B$ , a expressão foi reescrita como:

$$\oint_C \frac{\vec{B}}{\mu(\vec{B})} \cdot d\vec{l} = i_t$$

- Define-se a Permeabilidade Relativa por:  $\mu_R = \mu / \mu_0$
- $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$  recebe o nome de Vetor Intensidade Magnética
- Substituindo-se  $B/\mu$  por  $H$ , obtém-se:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_t$$

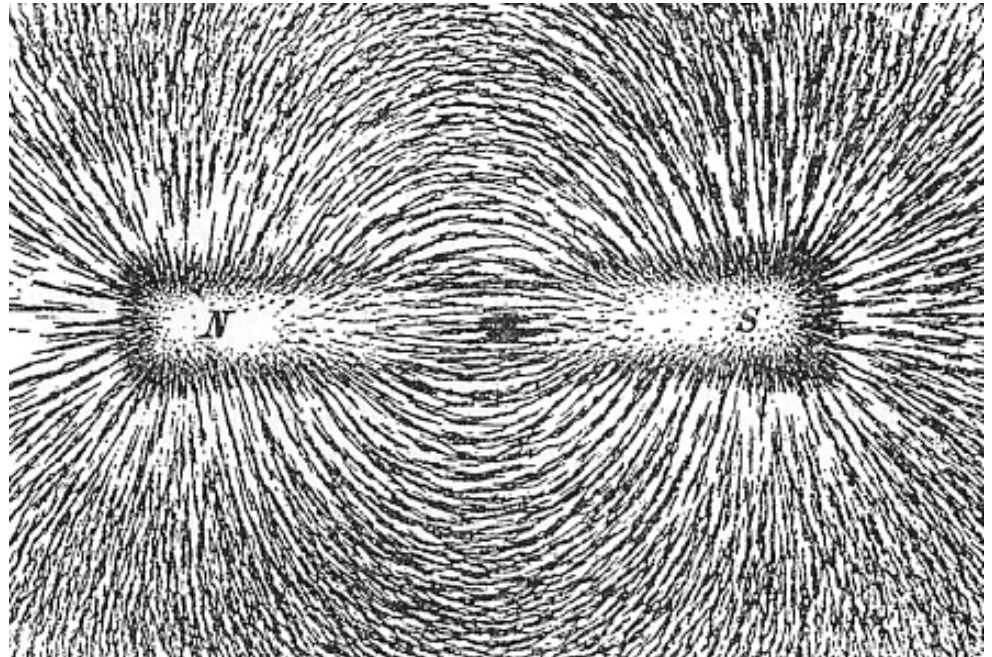
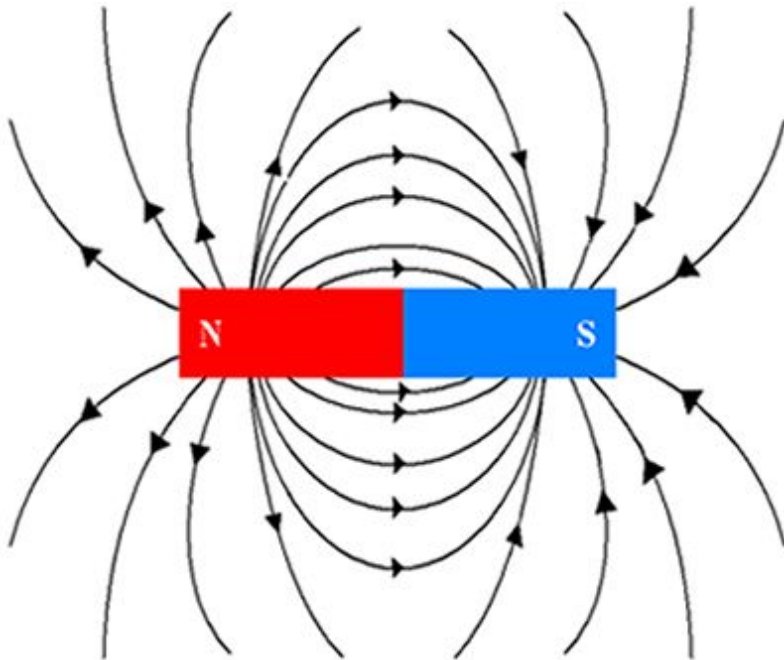


# CIRCUITO MAGNÉTICO

## *Linha de campo:* (Faraday, 1831)

É uma **trajetória** sobre a qual, em cada ponto, o campo magnético tem:

- a **intensidade constante** e
- a **direção tangente** a ela.

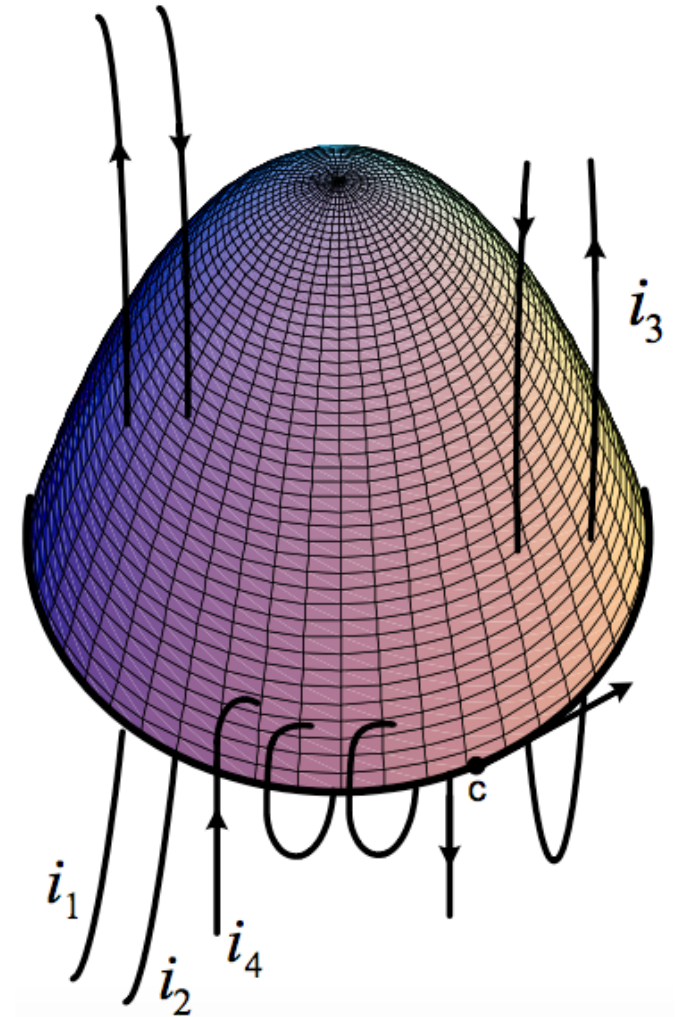




# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Fluxo Magnético ( $|\vec{\phi}|$ ): quantidade de linhas que cruza uma área (S)
- Densidade de Fluxo (B):  $|\vec{B}| = \frac{|\vec{\phi}|}{|\vec{S}|}$
- Lembrando que o vetor intensidade magnética é:  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$
- Pode-se calcular o fluxo magnético a partir do cálculo de H

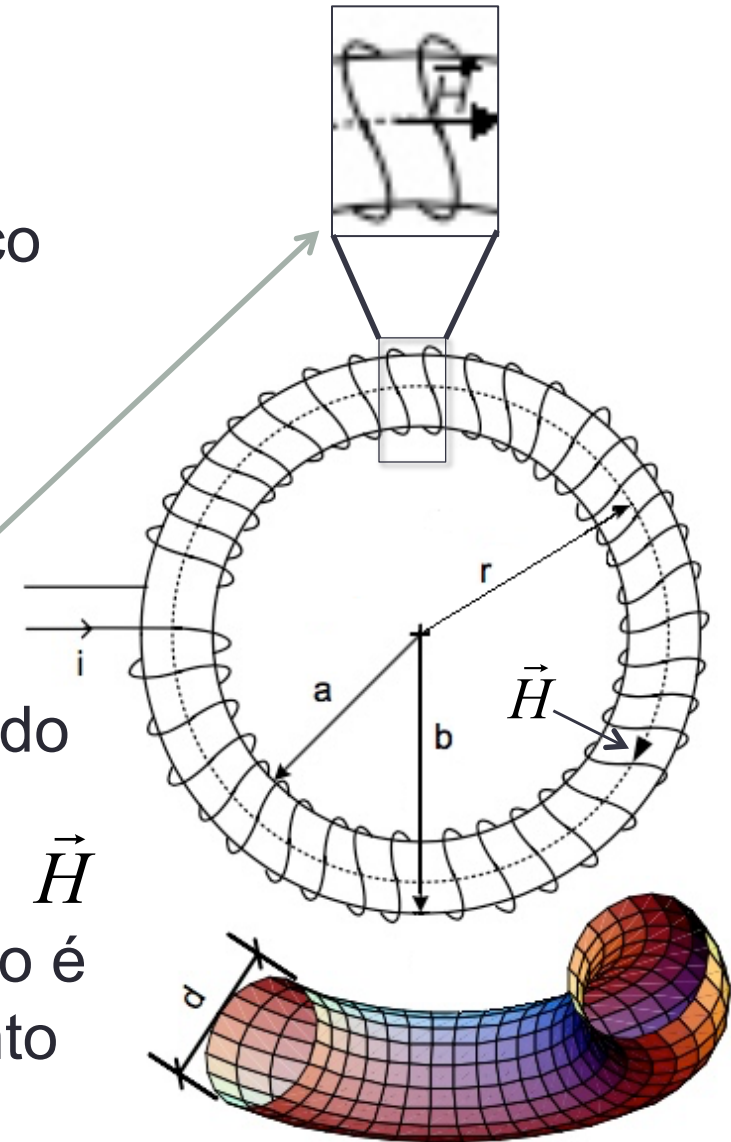
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_t$$



# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Exemplo: Calcular o fluxo magnético produzido no interior de um toróide por uma bobina de  $N$  espiras percorridas por uma corrente contínua  $i$
- Assumindo a trajetória  $C$  como sendo um círculo de raio  $r$  entre  $a$  e  $b$ , segue-se por **simetria**, que o vetor  $\vec{H}$  tem módulo constante e sua direção é perpendicular a  $C$  em qualquer ponto

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_t = N \cdot i$$



# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Como o vetor  $\vec{H}$  é sempre perpendicular a  $d\vec{l}$

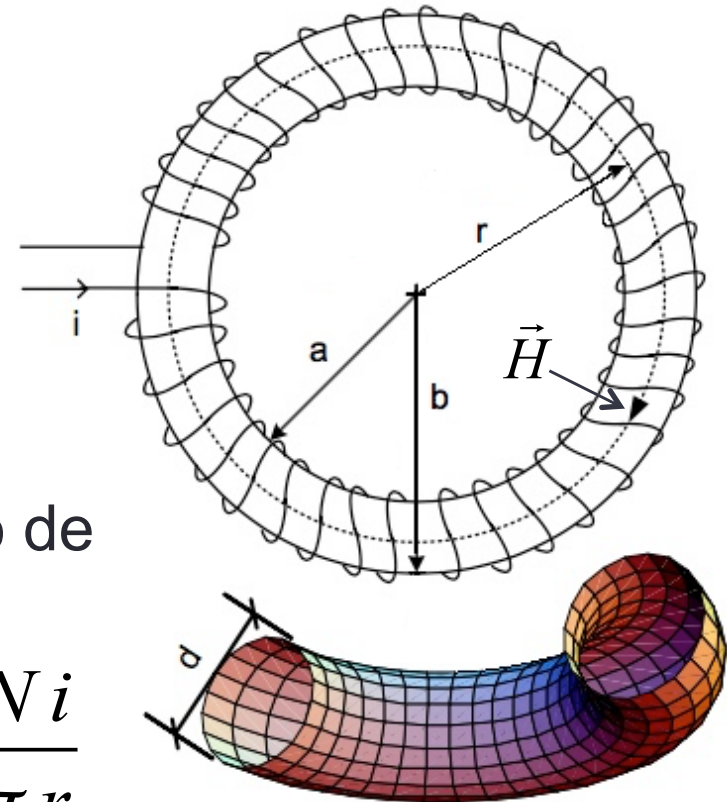
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_C H \cdot dl = N \cdot i$$

- E como H é constante sobre C:

$$H \oint_C dl = N \cdot i$$

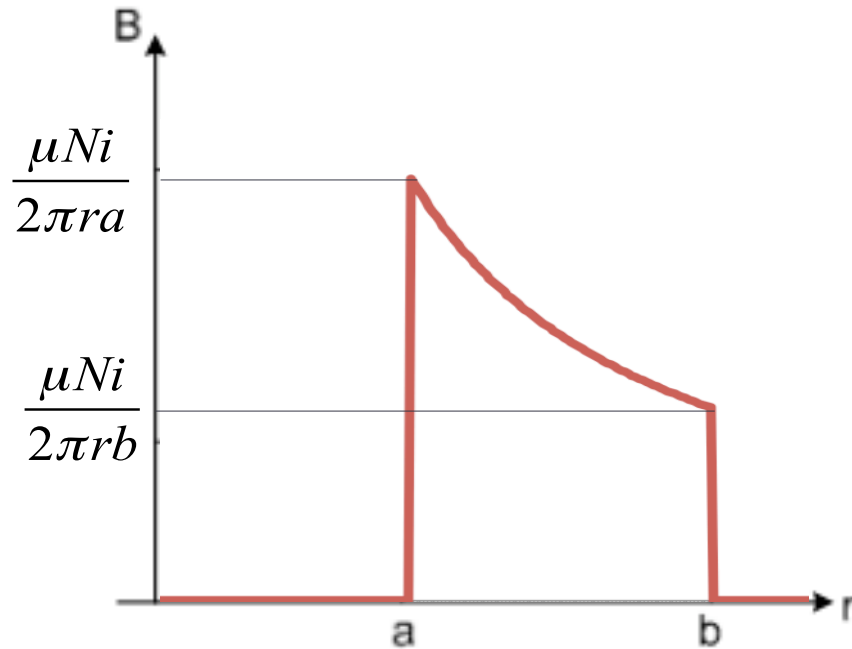
- Como a integral de dl é o perímetro de um círculo de raio r :

$$H 2\pi r = Ni \Rightarrow H = \frac{Ni}{2\pi r} \Rightarrow B = \frac{\mu Ni}{2\pi r}$$

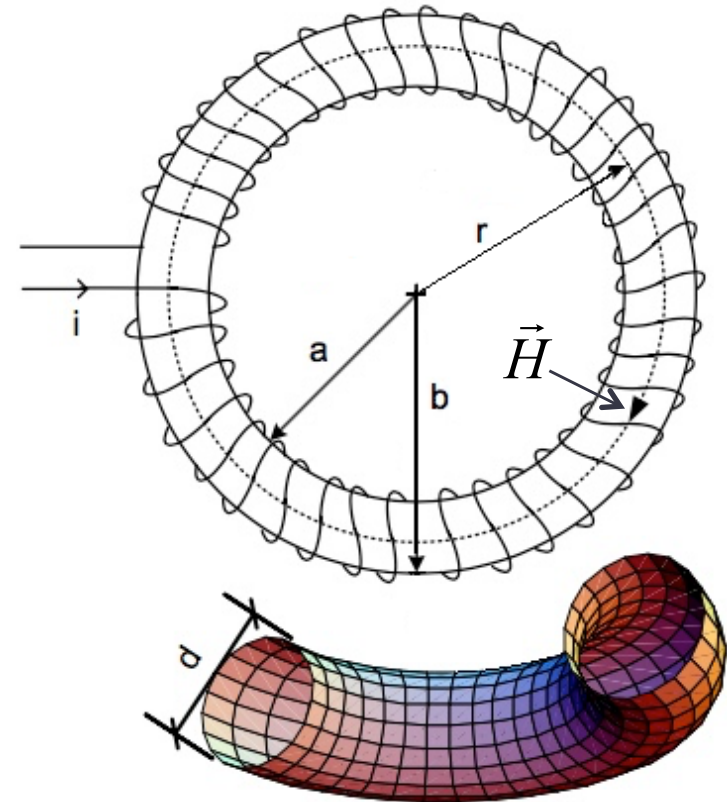


# CIRCUITO MAGNÉTICO

- O resultado anterior é válido para  $a < r < b$ , fora deste intervalo  $B = 0$ .

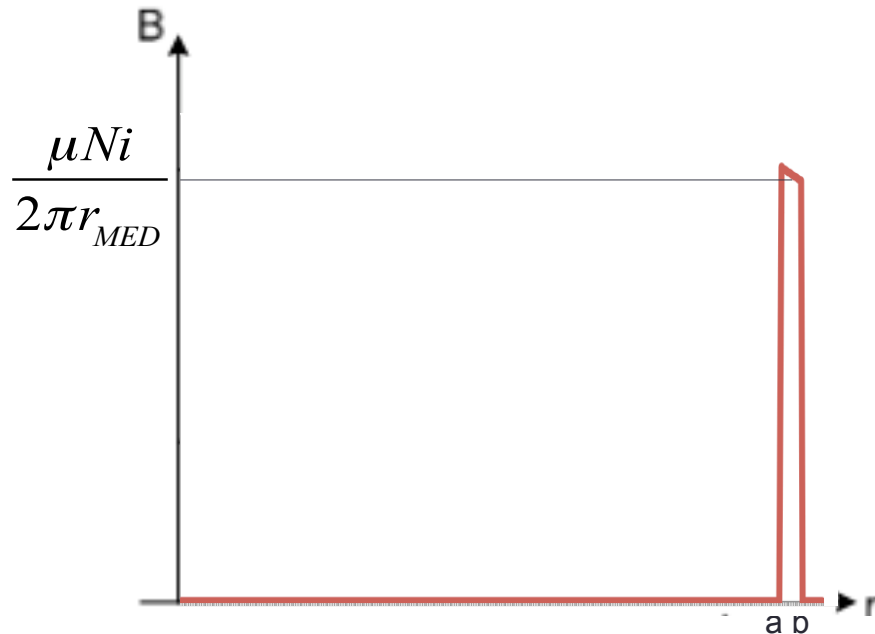


Comportamento de  $B$  em função de  $r$

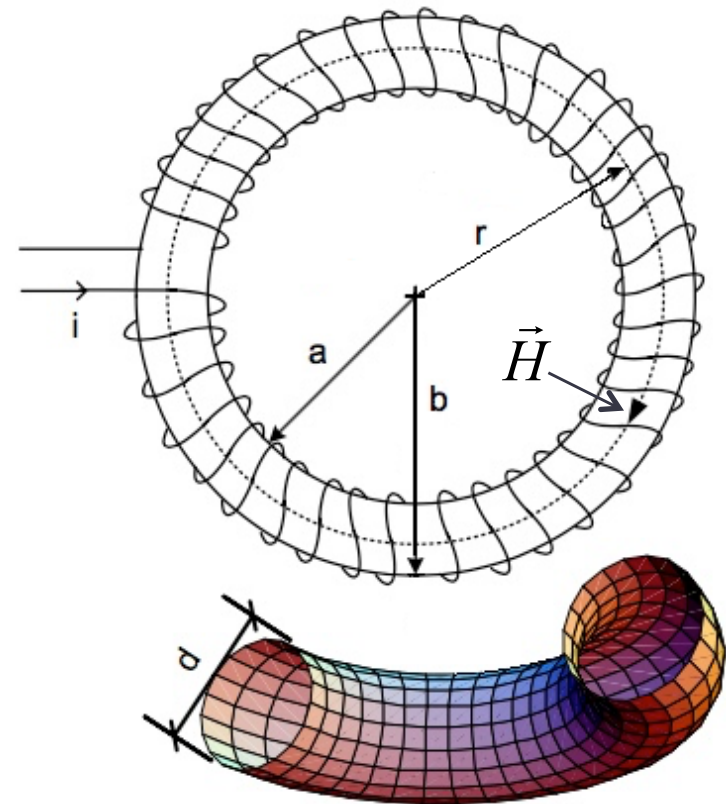


# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Considerando  $d = (b-a) \ll a \Rightarrow$



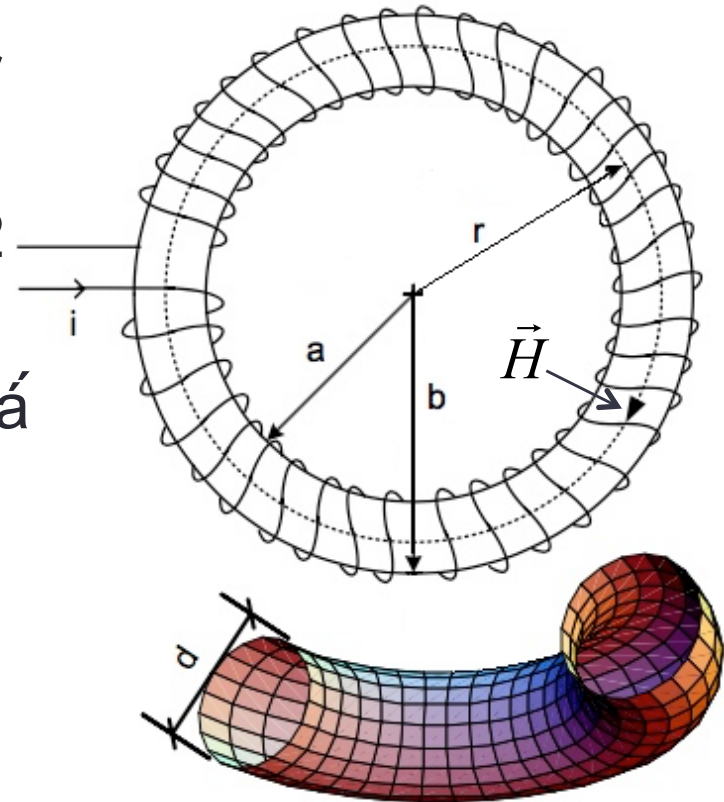
Comportamento de  $B$  em função de  $r$



# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Considerando  $d \ll a$ :
- Pode-se considerar  $B = \text{const.}$  no interior do toróide, aprox. seu valor médio
- $B = B(r_{MED})$ , no qual  $r_{MED} = (a+b)/2$
- Assim sendo, o campo magnético na seção transversal do toróide será constante é igual a:

$$B = \frac{\mu \cdot N \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r_{MED}}$$





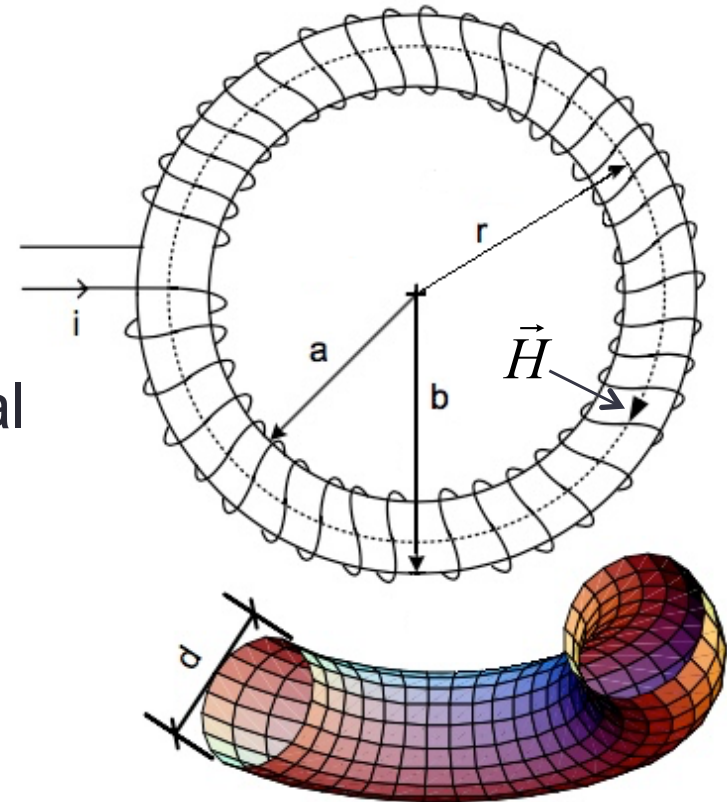
# CIRCUITO MAGNÉTICO

- O fluxo magnético  $\phi$  através da seção transversal do dispositivo é dado por:

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- Como as linhas de campo são perpendiculares à seção transversal e o seu valor é constante:

$$\phi = B \cdot S$$



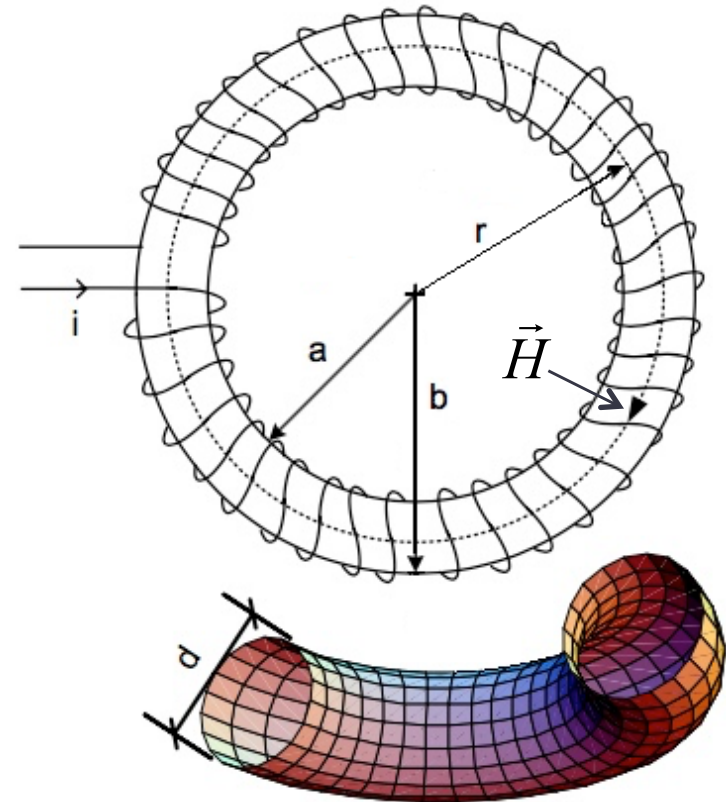
# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Substituindo o valor de B, temos:

$$\phi = \frac{\mu \cdot N \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r_{MED}} \cdot S$$

- Fazendo  $l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow$

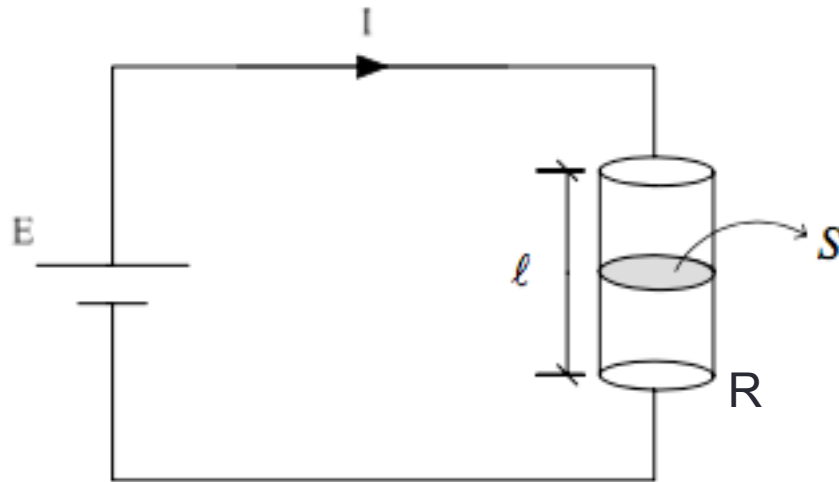
$$\phi = \frac{N \cdot i}{\frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S}}$$





# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Comparando o resultado obtido, com aquele obtido no cálculo da corrente elétrica do circuito abaixo:



$$I = \frac{E}{R} \quad e \quad R = \frac{l}{\sigma \cdot S}$$

$$I = \frac{E}{\frac{l}{\sigma \cdot S}} \Leftrightarrow \phi = \frac{N \cdot i}{\frac{l}{\mu \cdot S}}$$

- Identificamos as seguintes relações:

<i>Circuito Elétrico</i>	<i>Circuito Magnético</i>
$I$ : Corrente Elétrica (A)	$\phi$ : Fluxo Magnético (Wb)
$E$ : Força eletromotriz (V)	$F = Ni$ : Força magnetomotriz (Aesp)
$\sigma$ : Condutividade (S/m)	$\mu$ : Permeabilidade (H/m)

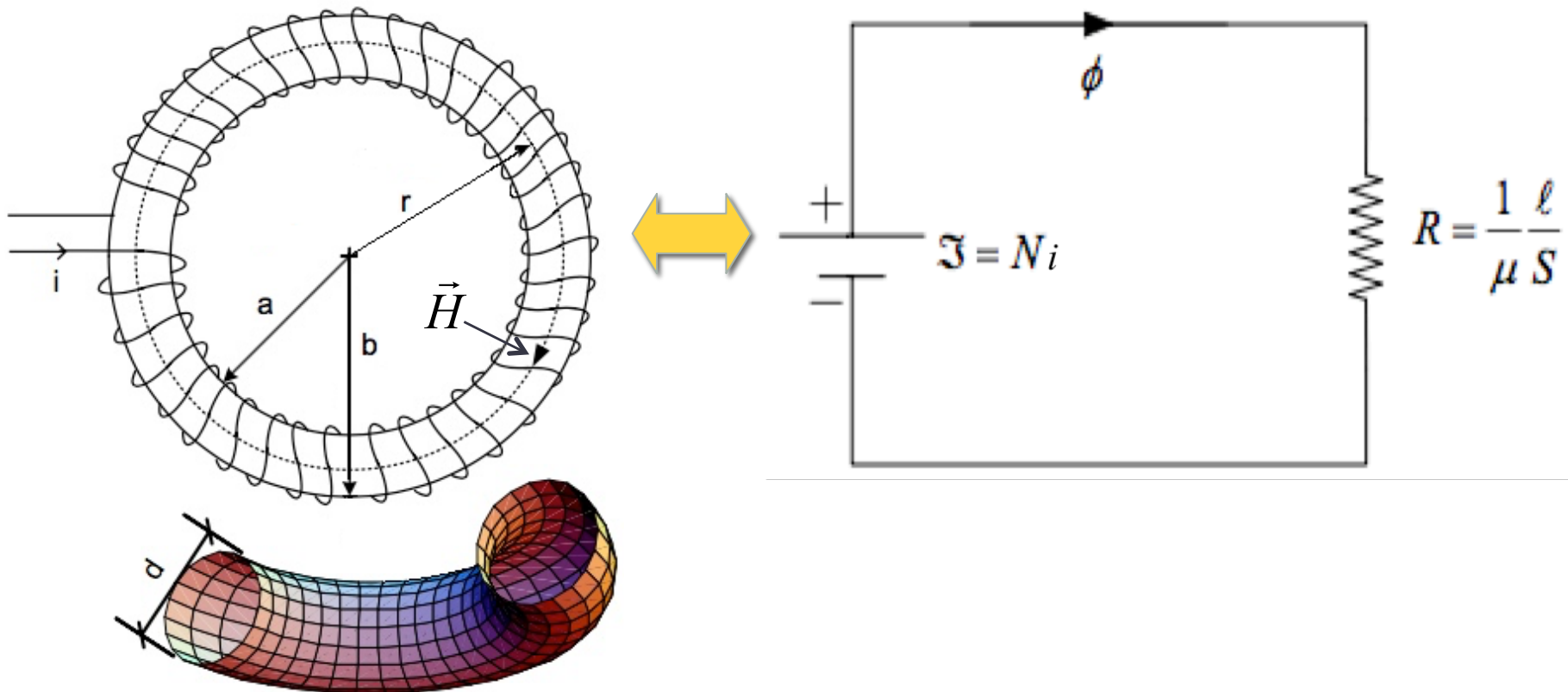
# CIRCUITO MAGNÉTICO

- Outras grandezas podem ser associadas entre o circuito elétrico e o circuito magnético:

<i>Circuito Elétrico</i>	<i>Circuito Magnético</i>
$J = \frac{I}{S}$ : Densidade de Corrente Elétrica ( $A / m^2$ )	$B = \frac{\phi}{S}$ : Densidade de Fluxo Magnético ( $Wb / m^2$ )
$R = \frac{l}{\sigma S}$ : Resistência ( $\Omega$ )	$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu S}$ : Relutância ( $Aesp / Wb$ )
$G = \frac{1}{R}$ : Condutância ( $S$ )	$P = \frac{1}{\mathfrak{R}}$ : Permeância ( $Wb / Aesp$ )

# CIRCUITO MAGNÉTICO

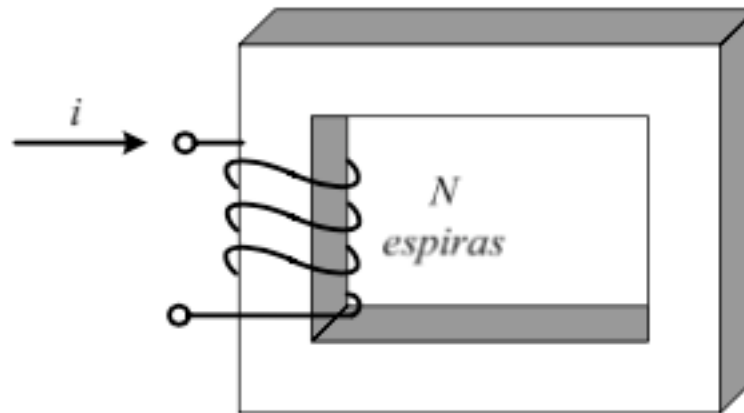
- Podemos associar ao problema do cálculo do campo magnético no interior do toróide, o seguinte circuito elétrico análogo:



# *Estruturas Magnéticas Lineares*

- As estruturas magnéticas reais apresentam geometrias muito diferentes da geometria toroidal
- no entanto, por aproximação, pode-se fazer uma associação de um circuito elétrico análogo ao problema magnético.

- Exemplo: Reator



## *Estruturas Magnéticas Lineares - Reator*

- Este tipo construtivo é muito mais simples que o formato toroidal, porém há, algumas diferenças importantes:
  1. No toróide, como o enrolamento está envolvendo toda a estrutura, o fluxo magnético está quase totalmente confinado no interior da estrutura;
  2. No Reator, como o enrolamento está concentrado em apenas uma “perna” da estrutura magnética
    - nem todo o fluxo está confinado em seu interior;
    - dependendo do  $\mu$  do material do núcleo, uma parcela considerável do fluxo pode se fechar pelo ar;
    - Esta parcela é denominada “**fluxo de dispersão**”.

## *Estruturas Magnéticas Lineares - Reator*

- Linhas de campo magnético produzidos pela circulação de corrente contínua na bobina de excitação em duas situações: permeabilidade magnética baixa e alta.

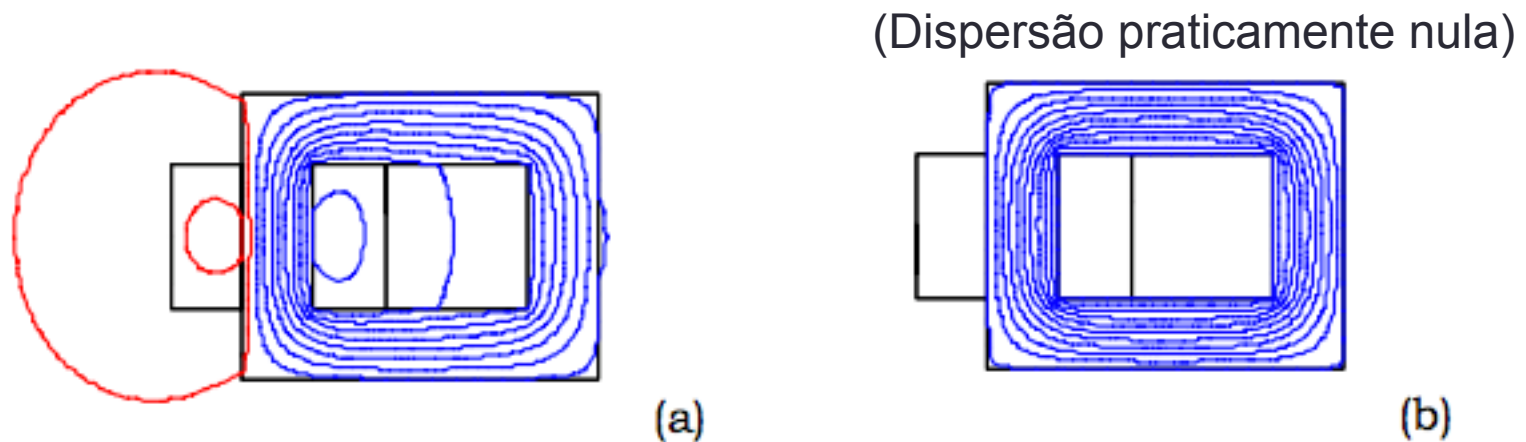
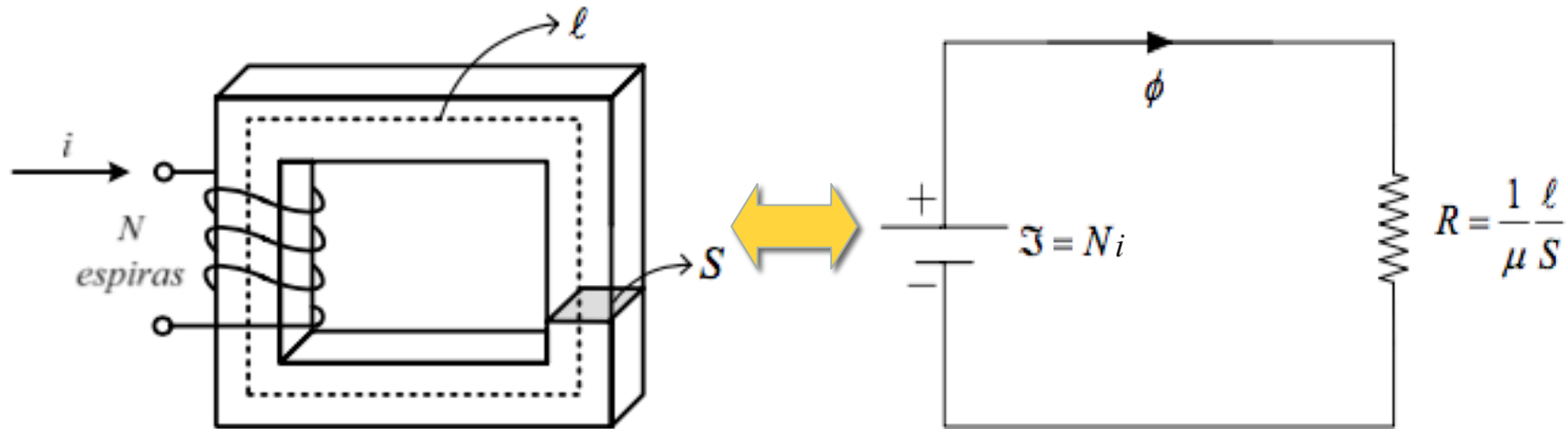


Figura 5.8 – *Linhas de campo magnético num reator*  
(a) *Permeabilidade magnética do núcleo baixa*  
(b) *Permeabilidade magnética do núcleo elevada*

## Estruturas Magnéticas Lineares - Reator

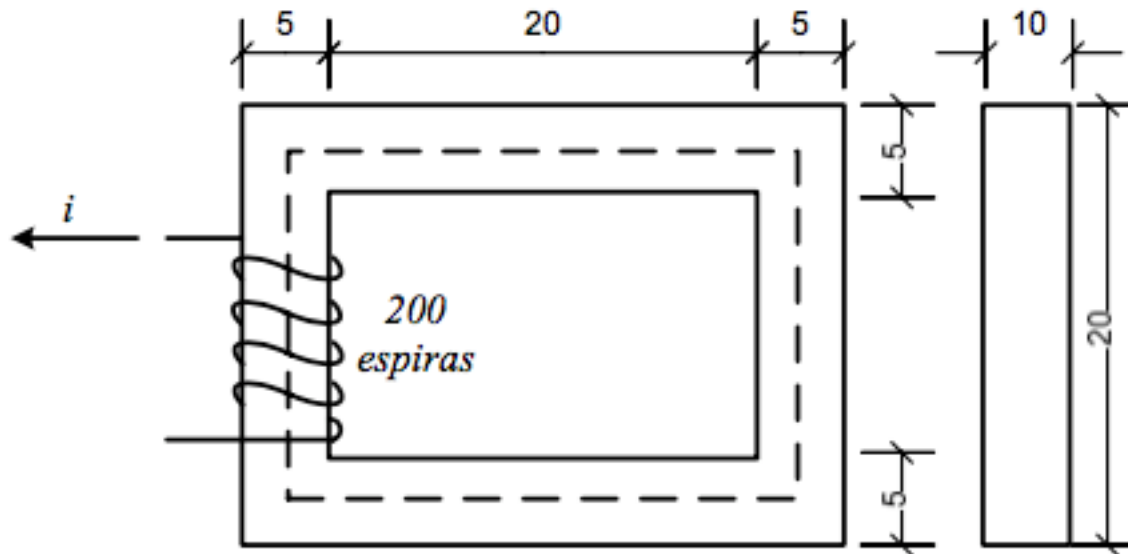
- Admite-se permeabilidade magnética dos núcleos suficientemente elevada para podermos desprezar os fluxos de dispersão.
- Dessa forma, o circuito elétrico análogo para o reator será idêntico ao do toróide:



- Onde:
  - $l$ : Comprimento médio da estrutura;
  - $S$ : Área da seção transversal de passagem do fluxo.

## Estruturas Magnéticas Lineares - Exemplo

- O reator abaixo foi construído com um material magnético de permeabilidade relativa  $\mu_R = 3000$ .
- A bobina de excitação possui 200 espiras.
- Calcular a corrente na bobina de excitação necessária para estabelecer uma densidade de fluxo magnético  $1,2 \text{ Wb/m}^2$ .
- Permeabilidade do vácuo  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} (\text{H/m})$



(Dimensões em cm)



## Estruturas Magnéticas Lineares - Exemplo

**Solução:** Montar o circuito elétrico análogo do problema magnético.

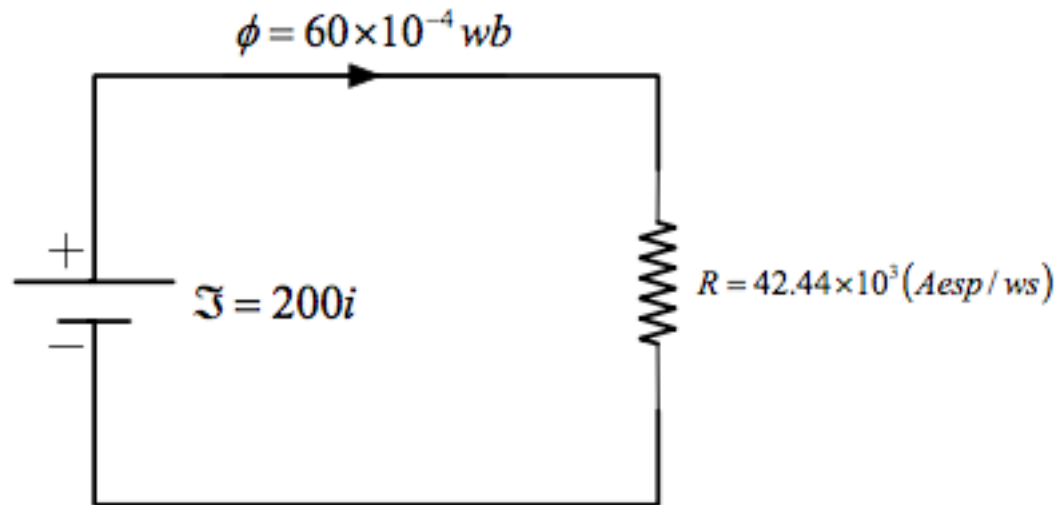
- Assim, para este caso temos:
- $l = 2 \cdot (2,5+20+2,5) + 2 \cdot (20 - 2 \cdot 2,5) = 80 \text{ cm ou } 0,8 \text{ m}$
- $S = 5 \cdot 10 = 50 \text{ cm}^2 \text{ ou } 50 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
- Consequentemente resulta:

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{3000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{0,8}{50 \cdot 10^{-4}} = 42,44 \cdot 10^{-3} \text{ (Aesp / Wb)}$$

- Sendo  $B = 1,2 \text{ Wb/m}^2$ , obtém-se:
- $\phi = B \cdot S = 1,2 \cdot 50 \cdot 10^{-4} = 60 \cdot 10^{-4} \text{ Wb.}$

## Estruturas Magnéticas Lineares - Exemplo

- Dessa forma, o circuito elétrico análogo é dado por:



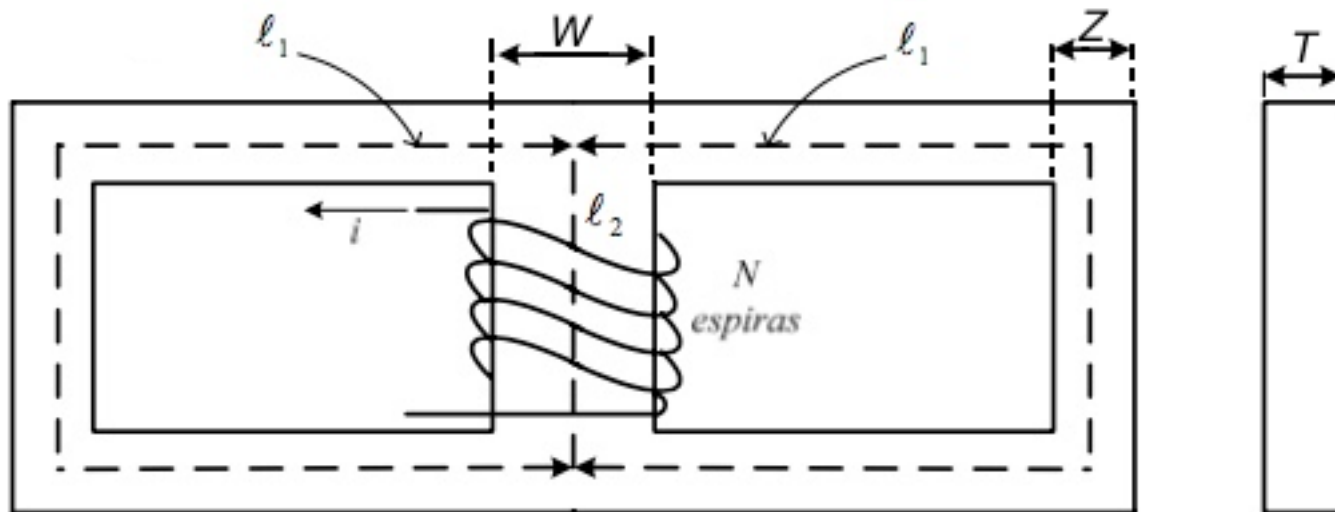
- Analisando o circuito obtemos:  $N \cdot i = \mathcal{R} \cdot \phi$
- Substituindo os valores:  $200 \cdot i = 42,44 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-4}$
- Portanto:  $i = 1,27 \text{ A}$

# *Estruturas Magnéticas Típicas:*

## *Transformador Monofásico*

- As estruturas magnéticas reais apresentam geometrias mais complexas que as apresentadas até o momento.

Exemplo: Estrutura magnética de um transformador monofásico



# *Estruturas Magnéticas Típicas:*

## *Transformador Monofásico*

- O circuito elétrico análogo terá a mesma geometria, i.é., um circuito elétrico com duas malhas:
  - a) No braço central do circuito deverá ser colocada uma fonte de f.m.m.  $N.i$  em serie com uma relutância correspondente aquele braço calculada por:

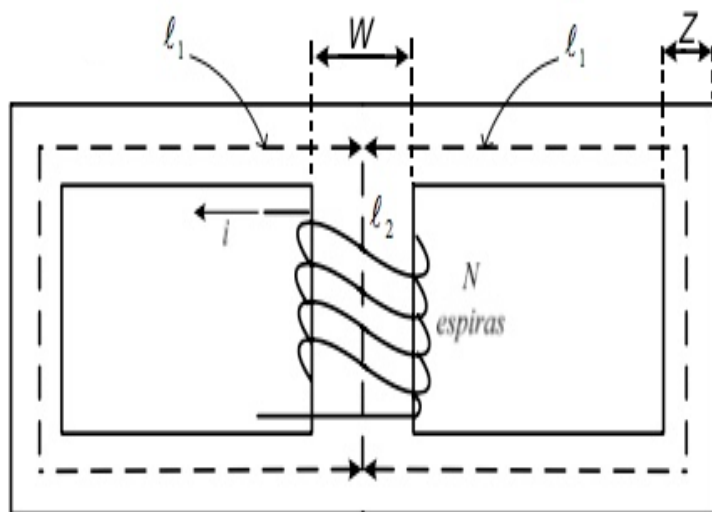
$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S} \quad \text{na qual: } l = l_2 \text{ e } S = W.T.$$

- b) Nos braços laterais, as relutâncias correspondentes serão calculadas da mesma forma, fazendo :  $l = l_1$  e  $S = Z.T$

# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

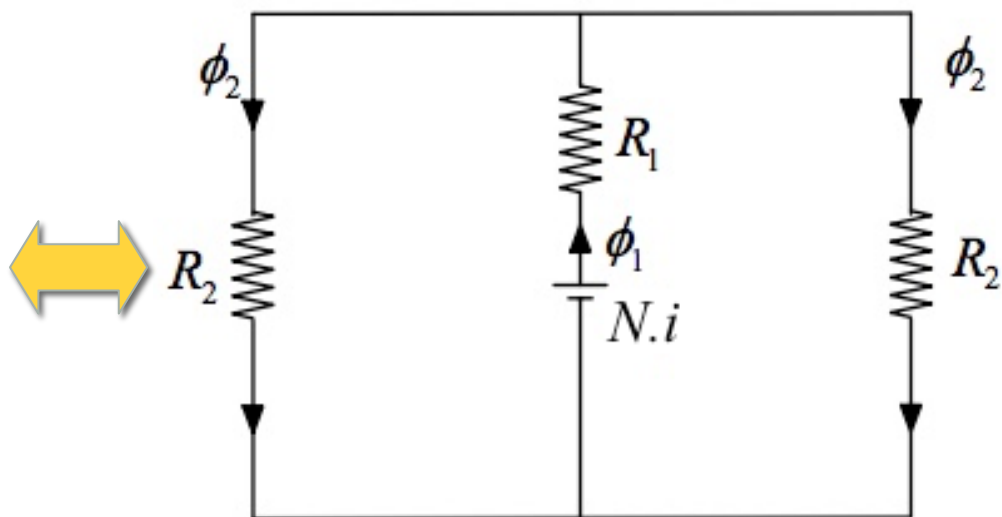
- Dessa forma,

O circuito magnético



terá como  
análogo

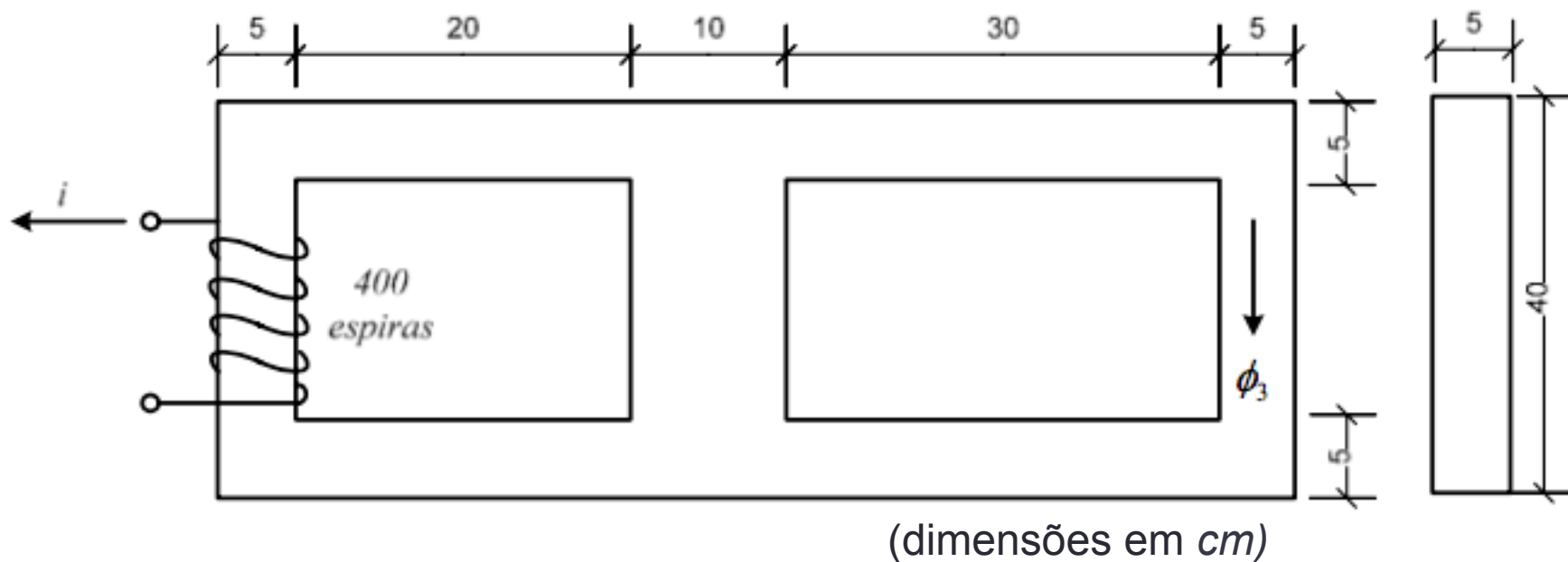
O circuito elétrico:



- Solução do problema (obtenção dos fluxos magnéticos em cada braço e a f.m.m. da bobina) → técnicas de resolução de circuitos elétricos.

## Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

- **Exercício:** Estrutura magnética com material de  $\mu_R = 4000$  e número de espiras da bobina de excitação  $N = 400$  espiras.

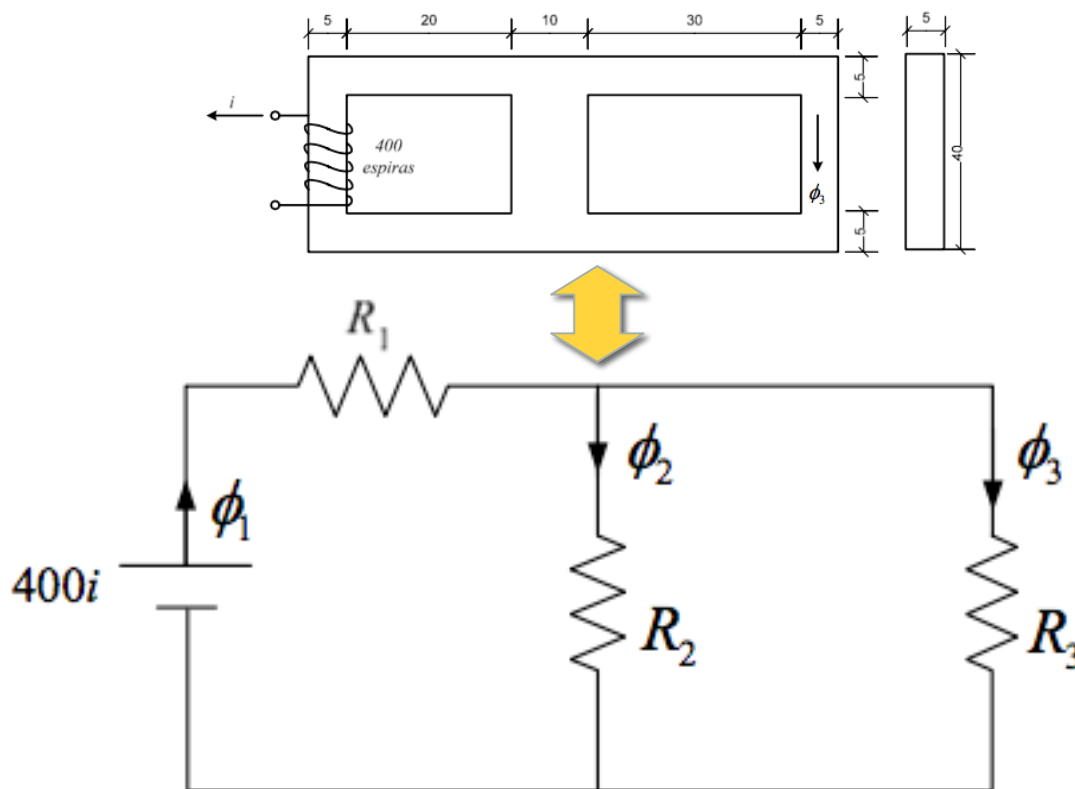


- Determinar a f.m.m. e a corrente da bobina para estabelecer uma densidade de fluxo magnético  $B = 0,5 \text{ Wb/m}^2$  no braço direito da estrutura.

# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

- Solução:

- Montar o circuito elétrico análogo, com a mesma geometria que a estrutura magnética:



# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

• Solução:

2. Calcular as relutâncias de cada trecho:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{[2 \cdot (2,5 + 20 + 5) + (40 - 2 \cdot 2,5)] \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 71,6 \cdot 10^{-3} \text{ (Aesp / Wb)}$$

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{[(40 - 2 \cdot 2,5)] \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 13,9 \cdot 10^{-3} \text{ (Aesp / Wb)}$$

$$\mathfrak{R}_3 = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{[2 \cdot (5 + 30 + 2,5) + (40 - 2 \cdot 2,5)] \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 87,5 \cdot 10^{-3} \text{ (Aesp / Wb)}$$



## Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

• Solução:

3. Dado  $B_3 = 0,5 \text{ Wb/m}^2$ , no braço direito da estrutura, então:

$$\phi_3 = B_3 \cdot S_3 = 0,5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ (Wb)}$$

4. Da malha direita do circuito obtemos:

$$\mathfrak{R}_2 \phi_2 = \mathfrak{R}_3 \phi_3$$

• De modo que:

$$\phi_2 = \frac{97,5 \cdot 10^3 \cdot 12,5 \cdot 10^{-4}}{13,9 \cdot 10^3} = 78,7 \cdot 10^{-4} \text{ (Wb)}$$

5. Aplicando a lei de *Kirchoff* para as correntes obtém-se:

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3 = 91,2 \cdot 10^{-4} \text{ (Wb)}$$

# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

- Solução:

6. Aplicando a lei de *Kirchoff* das tensões para a malha da esquerda:

$$N.i = \mathfrak{R}_1\phi_1 + \mathfrak{R}_2\phi_2$$

- Resultando em:

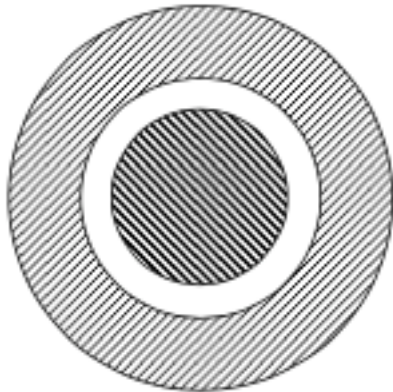
$$f_{nm} = N.i = 71,6 \cdot 10^3 \cdot 91,2 \cdot 10^{-4} + 13,9 \cdot 10^3 \cdot 78,7 \cdot 10^{-4} = 762 \text{ (Aesp)}$$

- e finalmente:

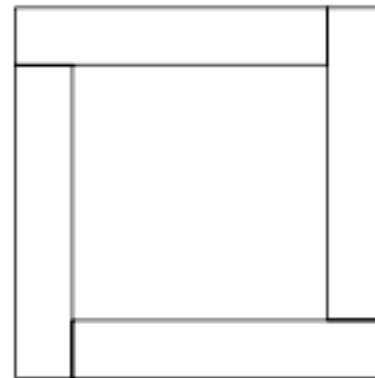
$$i = \frac{f_{nm}}{N} = \frac{762}{400} = 1,9 \text{ (A)}$$

# *Entreferros em Estruturas Magnéticas*

- Entreferro: espaço de ar inserido entre duas porções magnéticas



Entreferro proposital de um motor elétrico

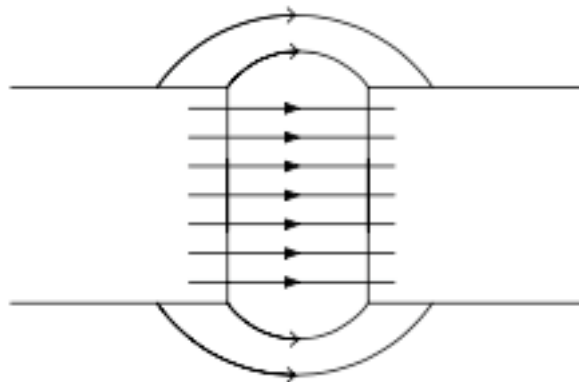


Entreferros involuntários de um transformador

- Entreferros são partes importantes da estrutura magnética e devem sempre ser considerados no circuito magnético.

# *Entreferros em Estruturas Magnéticas*

- Linhas de campo no entreferro: Espraiamento



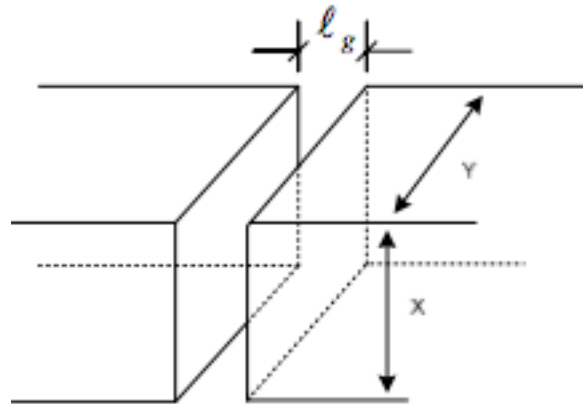
Espraiamento das linhas de campo

- O efeito do espraiamento das linhas de campo equivale a um acréscimo da área de passagem do fluxo magnético no entreferro.

# Entreferros em Estruturas Magnéticas

- Correção do efeito do Entreferro: fórmulas empíricas

## A. Entreferro com faces paralelas e iguais



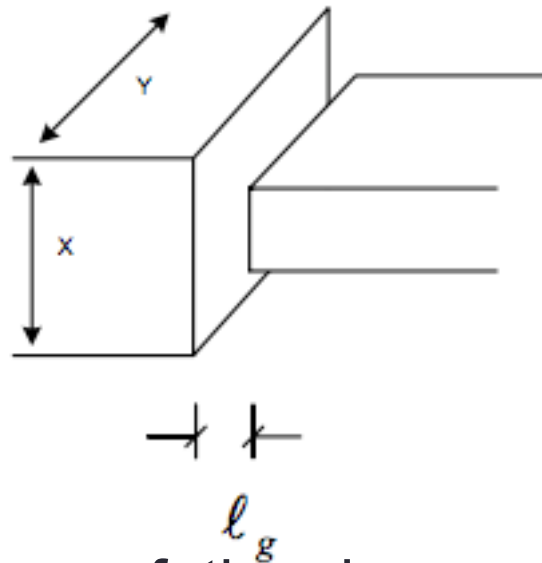
- Neste caso, a área efetiva de passagem do fluxo magnético no entreferro é dada por:

$$S_g = (X + l_g) \cdot (Y + l_g)$$

# Entreferros em Estruturas Magnéticas

- Correção do efeito do Entreferro: fórmulas empíricas

## B. Entreferro com faces paralelas e diferentes

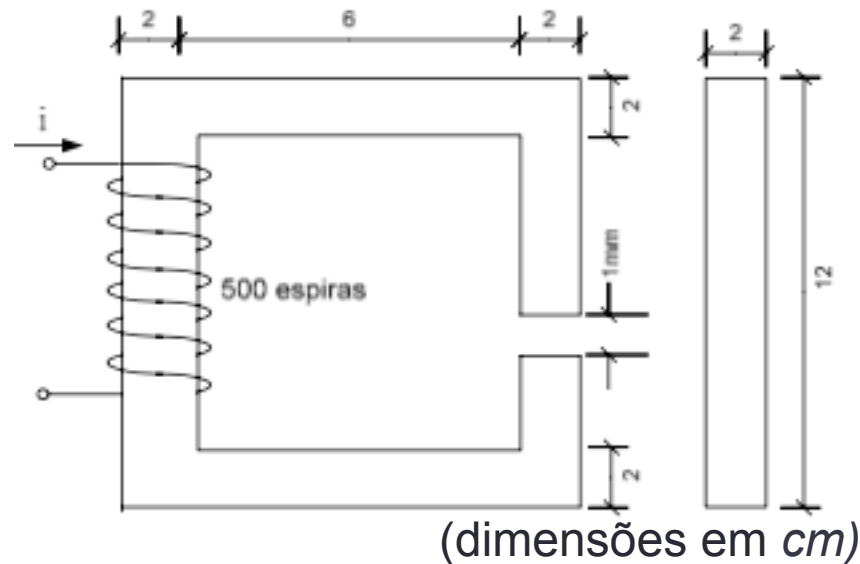


- Neste caso, a área efetiva de passagem do fluxo magnético no entreferro é dada por:

$$S_g = (X + 2.l_g) \cdot (Y + 2.l_g)$$

## Entreferos em Estruturas Magnéticas

- **Exercício:** estrutura magnética em material de  $\mu_R = 2000$ , na qual foi introduzido um entreferro de 1 mm.

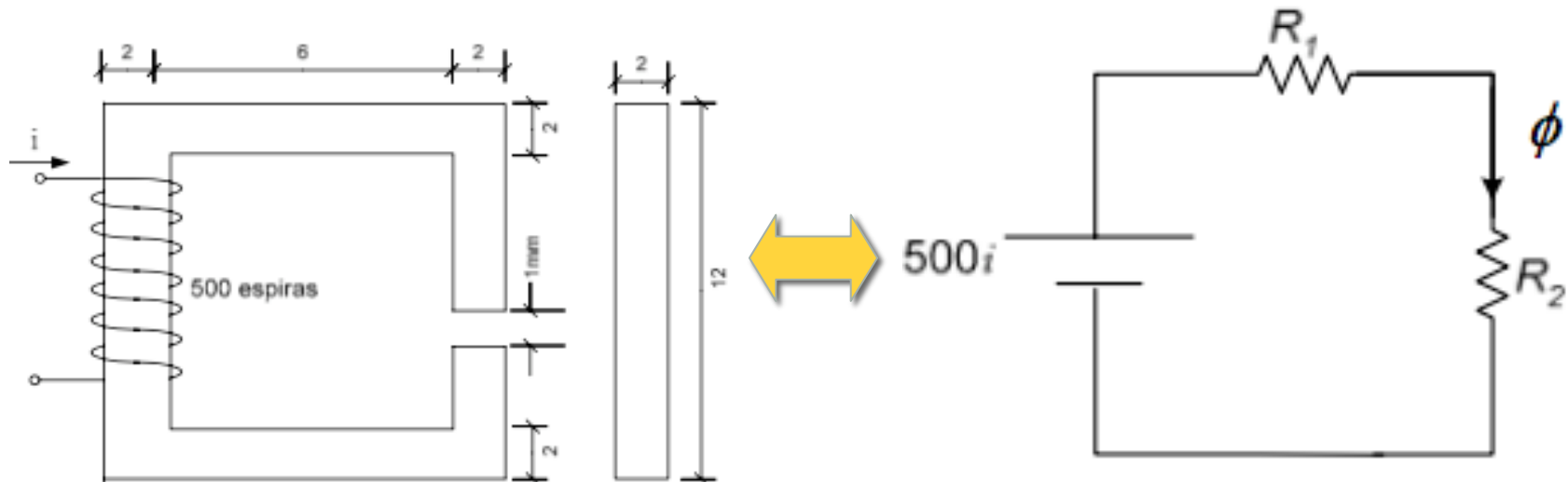


- Calcular a corrente na bobina de excitação ( $N = 500$  esp.) necessária para estabelecer um fluxo magnético no entreferro de:  $\phi = 5 \cdot 10^{-4}$  (*Wb*) .

# Entreferros em Estruturas Magnéticas

- **Solução:**

1. No circuito elétrico análogo, além da fonte de f.m.m., inserir duas relutâncias em série:
  - $\mathcal{R}_1$  - relativa à porção do núcleo magnético, e
  - $\mathcal{R}_2$  - devida ao entreferro.





# Entreferros em Estruturas Magnéticas

- **Solução:**

2. A partir da análise de malhas obtém-se:

$$N.i = (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2)\phi$$

- Na qual a relutância do núcleo é:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_1}{S} = \frac{1}{2000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{[2 \cdot (1+6+1) + 2 \cdot (12-2 \cdot 1)] \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 35,8 \cdot 10^4 \text{ (Aesp / Wb)}$$

- E a relutância do entreferro é:

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_2}{S} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{(2+0,1) \cdot (2+0,1) \cdot 10^{-4}} = 180 \cdot 10^4 \text{ (Aesp / Wb)}$$

**Obs.:**  $\mathfrak{R}_2 \approx 5 \cdot \mathfrak{R}_1$

## *Entreferros em Estruturas Magnéticas*

- **Solução:**

3. Sendo  $\phi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$ , de  $N \cdot i = (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2) \phi$  obtém-se:

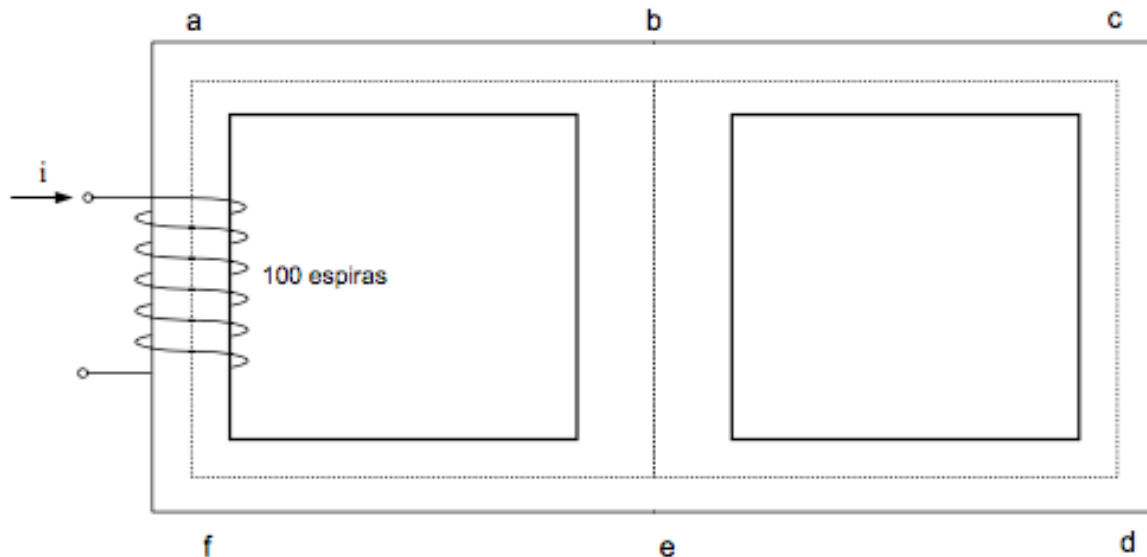
$$500 \cdot i = (35,8 + 180) \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-4}$$

- Resultando em:

$$i = 2,16 \text{ (A)}$$

# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

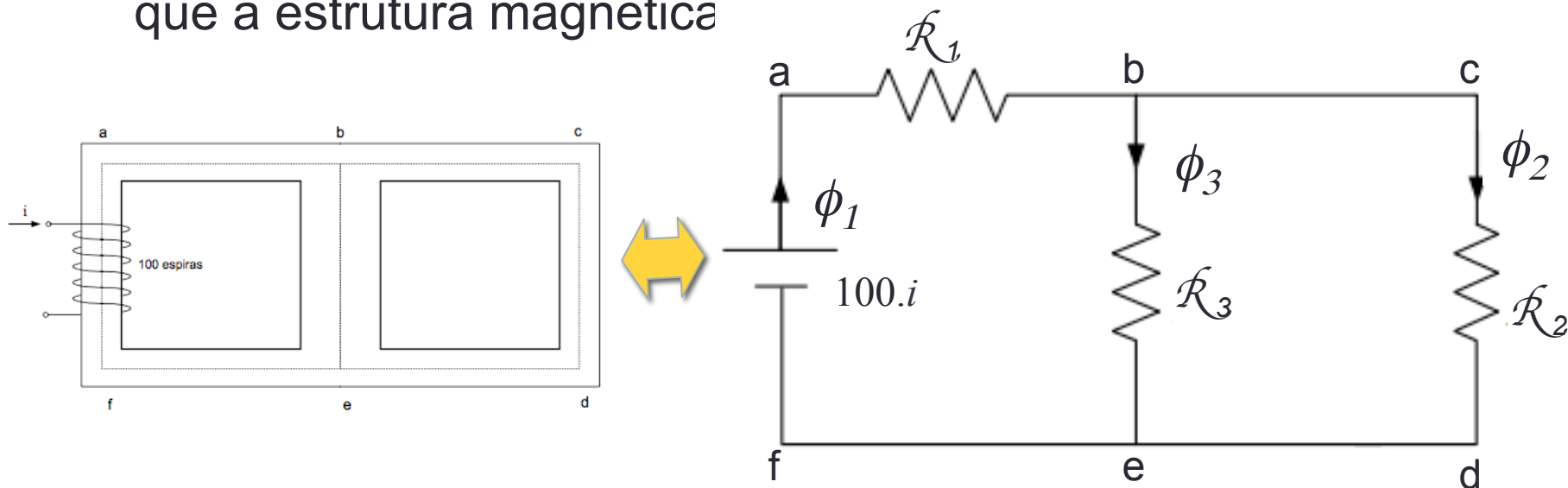
- **Exercício 3:** As relutâncias dos trechos indicados na estrutura abaixo são:
  - Segmento bafe:  $4 \times 10^6 \text{ Aesp/Wb}$ ;
  - Segmento bcde:  $4 \times 10^6 \text{ Aesp/Wb}$ ;
  - Segmento be:  $2 \times 10^6 \text{ Aesp/Wb}$ .



- Determine:
  - a. Os fluxos nos braços da estrutura quando uma corrente de  $10 \text{ A}$  percorre a bobina de excitação;
  - b. A corrente na bobina de excitação quando um fluxo magnético de  $0,8 \text{ mWb}$  é estabelecido no braço central.

# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

- Solução a:
  1. Montar o circuito elétrico análogo, com a mesma geometria que a estrutura magnética



- Segmento bafe:  $\mathcal{R}_1 = 4 \times 10^6 \text{ Aesp/Wb}$ ;
- Segmento bcde:  $\mathcal{R}_2 = 4 \times 10^6 \text{ Aesp/Wb}$ ;
- Segmento be:  $\mathcal{R}_3 = 2 \times 10^6 \text{ Aesp/Wb}$ .

# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

• Solução a:

2. Calcular a relutância equivalente:

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}_1 + (\mathfrak{R}_2 // \mathfrak{R}_3) = \mathfrak{R}_1 + \frac{\mathfrak{R}_2 \cdot \mathfrak{R}_3}{\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3} = 4 \cdot 10^6 + \frac{4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^6} = 5,33 \cdot 10^6 \text{ (Aesp / Wb)}$$

3. Calcular o fluxo  $\phi_1$  quando  $i = 10 \text{ A}$ :

$$N \cdot i = \mathfrak{R}_{eq} \phi_1 \Rightarrow 100 \cdot 10 = 5,33 \cdot 10^6 \cdot \phi_1 \Rightarrow \phi_1 = \frac{1000}{5,33 \cdot 10^6} = 1,875 \cdot 10^{-4} \text{ (Wb)}$$

4. Calcular a f.m.m em be usando a lei de Kirchoff das tensões na malha bafe:

$$fmm_{be} = N \cdot i - \mathfrak{R}_1 \cdot \phi_1 = 100 \cdot 10 - 4 \cdot 10^6 \cdot 1,875 \cdot 10^{-4} = 250 \text{ (Aesp)}$$

# Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

- Solução a:

5. Calcular os fluxos em be e bcde:

$$fmm_{be} = \mathfrak{R}_2 \phi_2 = \mathfrak{R}_3 \phi_3 \Rightarrow \begin{cases} 250 = 4 \cdot 10^6 \cdot \phi_2 \Rightarrow \phi_2 = 62,5 \cdot 10^{-6} \text{ (Wb)} \\ 250 = 2 \cdot 10^6 \cdot \phi_3 \Rightarrow \phi_3 = 125 \cdot 10^{-6} \text{ (Wb)} \end{cases}$$

- Solução b: calcular  $i$  para  $\phi_3 = 0,8 \text{ mWb}$

1. Calcular a f.m.m em be usando a relação acima:

$$fmm_{be} = \mathfrak{R}_3 \cdot \phi_3 \Rightarrow 2 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ (Aesp)}$$

2. Calcular  $\phi_2$  usando a mesma relação:

$$fmm_{be} = \mathfrak{R}_2 \cdot \phi_2 \Rightarrow 1,6 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^6 \cdot \phi_2 \Rightarrow \phi_2 = \frac{1,6 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^6} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ (Aesp)}$$

## Estruturas Magnéticas Típicas: Transformador Monofásico

- Solução b: calcular  $i$  para  $\phi_3 = 0,8 \text{ mWb}$
3. Calcular  $\phi_1$  usando a lei de Kirchoff das correntes no nó b:

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3 = 0,4 \cdot 10^{-3} + 0,8 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ (Wb)}$$

4. Calcular  $N \cdot i$  aplicando lei de Kirchoff das tensões na malha bafe:

$$N \cdot i_1 = fmm_{be} + \mathfrak{R}_1 \cdot \phi_1 \Rightarrow i_1 = \frac{1,6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{100} = 64 \text{ (A)}$$